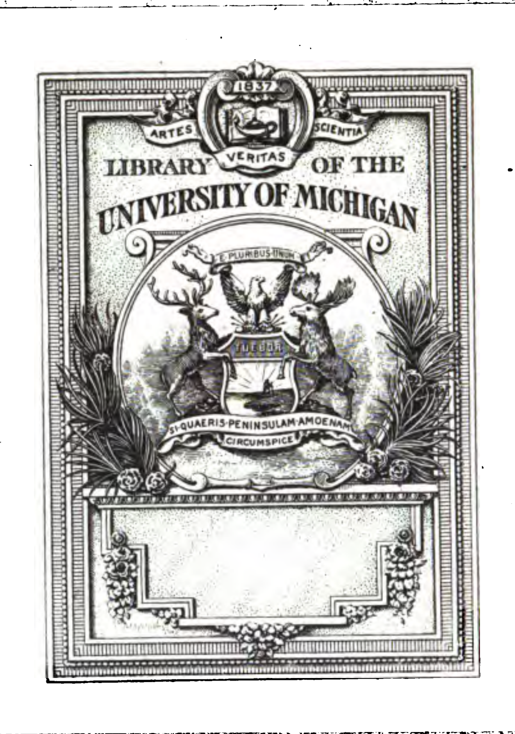
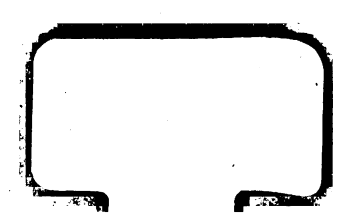
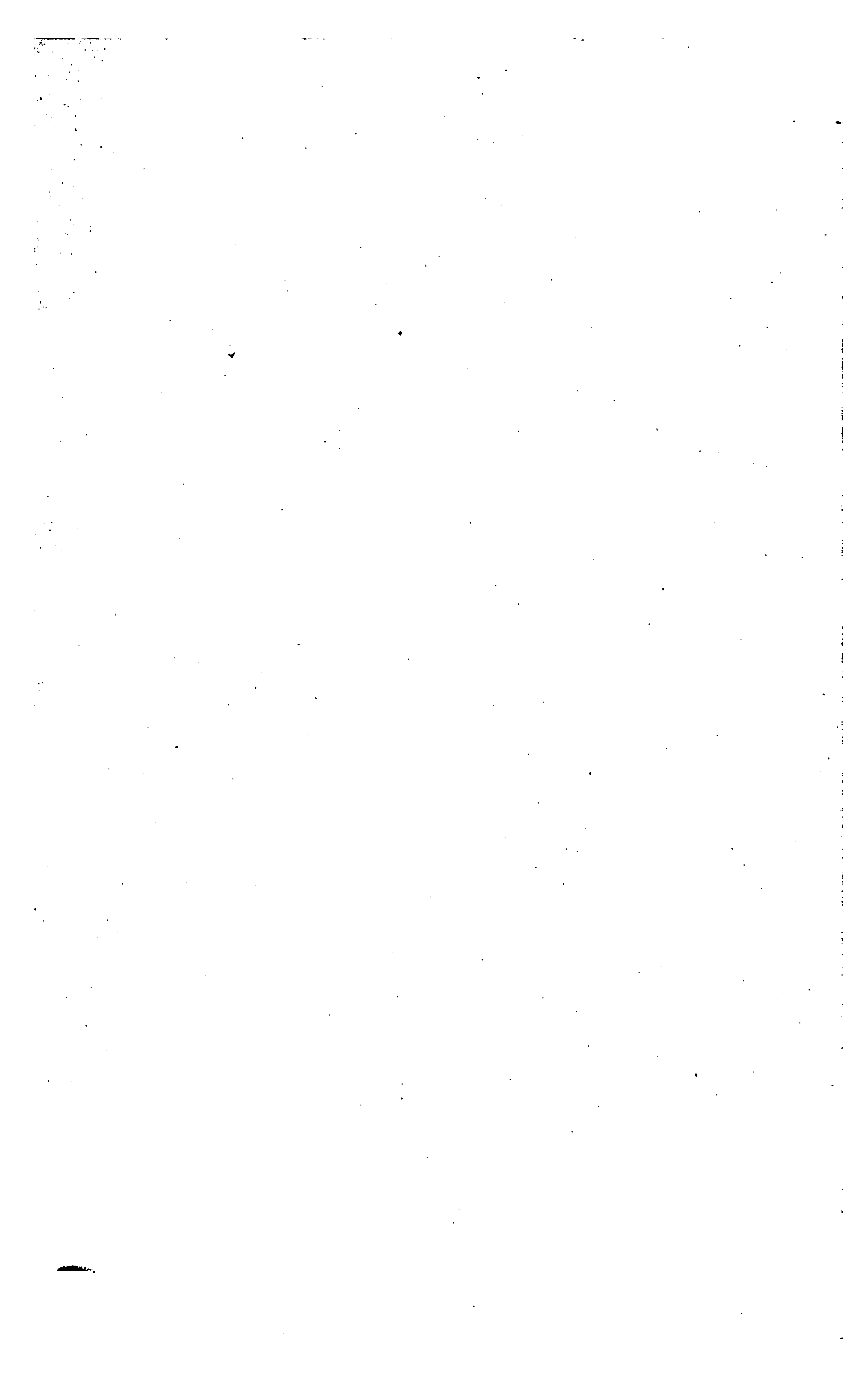

1837
ARTES
VERITAS
SCIENTIA
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
E PLURIBUS UNUM
TUEBOR
SI QUAERIS PENINSULAM AMOENAM
CIRCUMSPICE





Zeitschrift

für

mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht.

Ein Organ für Methodik, Bildungsgehalt und Organisation der exakten Unterrichtsfächer an Gymnasien, Realschulen, Lehrerseminarien und gehobenen Bürgerschulen.

(Zugleich Organ der Sektionen für math. und naturw. Unterricht in den Versammlungen der Philologen, Naturforscher, Seminar- und Volksschul-Lehrer.)

Unter Mitwirkung
der Herren Prof. Dr. Bauer in Karlsruhe, Univ.-Prof. Dr. Frischauf in Graz, Gymn.-Prof. Dr. Günther in Ansbach, Prof. Dr. Hauck an der techn. Hochschule in Berlin, Realschul.-Obl. Dr. Lieber in Stettin, Gymnas.-Obl. v. Lühmann in Königsberg i/N., Regier.-Rat und Dir. em. Dr. Pisko und Dr. Pick in Wien, Prof. Scherling in Lübeck

herausgegeben
von

J. C. V. Hoffmann.



Vierzehnter Jahrgang.

Leipzig,
Druck und Verlag von B. G. Teubner.
1883.

Inhaltsverzeichnis des 14. Bandes.

I. Abhandlungen (grössere Aufsätze), kleinere Mitteilungen (Sprech- und Diskussions-Saal) und Aufgaben-Repertorium.

A) Organisation des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts.

B) Specielle Methodik der mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichtsfächer.

1. Mathematik.

a) Allgemeines.

b) Arithmetik.

c) Geometrie.

2. Naturwissenschaften.

a) Allgemeines vacat.

b) Physik und Chemie.

c) Naturbeschreibung (Naturgeschichte).

d) Geographie.

C) Lehrmittel.

D) Beiträge zum Aufgaben-Repertorium.

a) Auflösungen zu

b) Neue Aufgaben.

c) Aufgaben aus nichtdeutschen Fachzeitschriften.

Genauere Nachweise über das Aufgaben-Repertorium.

Nr. der Aufgabe	Gattung d. Aufg.	Aufgabensteller	Band Heft Seite der Aufgabe	Der Auflösungen			Seite
				Zahl	Art	Verfasser	
200	Sätze über den Brocardschen Kreis	Brocard	XIII$_1$, 33	1	R. u. gm.	Stl.	26 u. 265
201	„	„	„	3	gm.	1. u. 2. Bew. XIII$_5$, 360; Fhrm.	27
202	„	„	„	1	R.	Stl.	27

Nr. der Aufgabe	Gattung d. Aufg.	Aufgaben-steller	Band Heft Seite der Aufgabe	Der Auflösungen Zahl	Art	Verfasser	Seite
210	Ungleich.	Schlömilch	XIII_2, 124	3	R.	Schms., Fhrm. Stgm.	27
211	fin.-techn.	Fleischhauer	"	1	"	Stl.	29
212	"	"	"	1	"	Stl.	29
213	anal. Gm.	Budde	XIII_2, 125	3	R. u. gm.	Fhrm., Stgm., Stl., Cap., Gla., Wnm.	30
214	gm.	Weinmeister	"	1	gm.	Wnm.	31
215	"	"	"	1	"	Wnm., Stl.	31
216	"	"	"	1	R.	Stgm., Stl., Wnm.	32

217—221. Vierecksaufgaben von Glaser (XIII_2, 125). Die Lösung ist bei den Aufgaben angedeutet.

Nr. der Aufgabe	Gattung d. Aufg.	Aufgaben-steller	Band Heft Seite der Aufgabe	Der Auflösungen Zahl	Art	Verfasser	Seite
222	gm.	Weinmeister	XIII_3, 205	1	gm.	Ar., Fhrm., Stgm., Wnm.	90
223	"	"	"	2	"	Wnm., Ar.	90
224	gm. Konstr.	Böklen	XIII_3, 206	3	"	Fhrm., Lhm., Ar.	91
225	trig.	Fuhrmann	"	5	R.	Schw., Ar., Fhrm., Gla., Stl.	92
226	"	"	"	3	"	Fhrm., Gla., Ar., Stl.	93
227	Sätze über den Brocard-schen Kreis	Stoll,	"	2	gm. u. R.	Ar., Fhrm., Khl., Stl.	94
228		"	"	1	gm.	Ar., Fhrm., Khl., Stl.	95
229		"	"	2	gm. u. R.	Ar., Fhrm., Khl., Stl.	95
230	"	Neuberg	"	1	gm.	Ar., Khl., Fhrm.	95 u 269
231	"	Brocard	"	1	R.	Ar., Fhrm., Khl., Stl.	96
232	"	Neuberg	"	2	gm.	Khl., Stl., Ar., Fhrm.	96 u. 269
233	"	Brocard und Neuberg	"	1	R.	Ar., Fhrm., Khl.	97
234	"	Brocard	XIII_3, 207	3	R. u. gm.	Stl., Khl., Fhrm., Ar.	97
235	"	"	"	1	gm.	Ar., Fhrm., Khl., Stl.	98
236	gm. Konstr.	Emsmann	XIII_4, 283	3	R.	Fhrm., Stgm., Ar., Gla.	183
237	"	"	"	1	"	Fhrm., Gla., Stgm., Stl., Ar.	184
238, 239	"	"	"	5	gm. u. R.	Ar., Fhrm., Schw., Stl., Gla., Stgm., Lck.	184
240	gm. Konstr. u. trig.	Journ. élém.	"	9 gm. 8 trig.	" "	Fhrm., Khl., Schw., Gla., Stgm., Stl., Ar., Schmt., Grfsm.	185 345
241	gm.	Fuhrmann	"	2	R.	Gla., Stl., Ar., Khl., Stgm.	187
242	stereom.	"	"	2	gm. u. R.	Ar., Fhrm., Khl., Brm., Stm., Stgm., Stl.	188
243	sph. Trig.	v. Schaewen	"	1	R.	Ar., Fhrm., Khl., Schw., Stl.	189
244	gm.	Weinmeister	XIII_4, 284	2	"	Fhrm., Wnm., Stgm.	189
245	gm.	"	"	1	gm.	Ar., Wnm., Stgm.	190
246	Mechanik	Gilles	"	1	R.	Gl., Ar., Stl.	190
247	Sätze über den Brocard-schen Kreis	Fuhrmann	XIII_5, 364	2	gm.	Fhrm., Khl., Stgm., Stl., Ar.	262
248		"	"	1	R.	Ar., Khl., Fhrm., Stgm., Stl.	262
249		"	"	1	"	Ar., Khl., Stgm, Stl., Fhrm.	263
250	gm. 3 Nummern	"	"	6	gm. u. R.	Khl., Stl., Stgm., Ar., Lhm., Fhrm.	263
251	gm.	"	"	2	"	Ar., Khl., Stgm., Stl., Fhrm., Siev.	266
252	"	"	XIII_5, 365	4	"	Fhrm., Gla., Khl. Siev., Stgm., Stl., Ar.	266

Nr. der Aufgabe	Gattung d. Aufg.	Aufgaben-steller	Band Heft Seite der Aufgabe	Der Auflösungen			Zahl
				Zahl	Art	Verfasser	
288 } 289 }	gm.	Hülsen	XIV$_3$, 191	5	„	Ar., Fhrm., Gla., Ho., Khl., Schff., Siev., Stgm., Kln., Bnd., Va., Hls.	588
290	trig.	Fuhrmann	XIV$_3$, 192	4	„	Fhrm., Schff., Ar., Brm., Khl., Siev., Stgm., Stl., Va., Hod., Gla.	590
291	„	„	„	2	„	Ar., Brm., Fhrm., Hod., Khl., Siev., Stgm., Stl., Va., Gla.	591
292	„	„	„	2	„	Ar., Fhrm., Gla., Hod., Khl., Siev., Stgm., Stl., Va.	591
293	sphär. Trig.	„	„	2	„	Fhrm., Ar., Stl.	592
294	„	„	„	2	„	Fhrm., Ar., Stl., Gla.	594
295	arithm.	Schlömilch	„	3	„	Frl., Schlö., Schu., Stgm., Stl., Va., Ar., Flschh., Siev., Gla., Khl.	594
40	gm. Konstr.	Lieber und v. Lühmann	VII, 49	1	gm.	Fhrm.	596
41	„	Binder	VII, 49	1	„	Fhrm	597

Abkürzungen der Namen der Verfasser:

Ar. = Artzt	Ho. = Hoch	Schlö. = Schlömilch
Bnd. = Bendix	Hod. = Hodum	Schmt. = Schmidt
Brm. = Bermann	Hls. = Hülsen	Schmz. = Schmitz
Bosh. = Bonhöfer	Khl. = Kiehl	Schu. = Schuster
Cap. = Capelle	Kln. = Kleinmichel	Siev. = Sievers
Flschh. = Fleischhauer	Lhm. = v. Lühmann	Stm. = Stammer
Frl. = Frölich	Lck. = Lucke	Stgm. = Stegemann
Fhrm. = Fuhrmann	Mr. = Meyer	Stl. = Stoll
Gi. = Gilles	Ru. = Rulf	Whr. = Wehr
Gla. = Glaser	Schw. = v. Schaewen	Wnm. = Weinmeister
Grfsm. = Grafsmann	Schff. = Scheffers	Va. = Valta.
Hrm. = Harmuth	Schlg. = Schlegel	

In Summa 35.

E) Sprech- und Diskussions-Saal.

II. Litterarische Berichte.

A) Recensionen und Anzeigen.

1) Mathematik.

a) Allgemeines und höhere Mathematik.

C) Bibliographie.

(Ref. Dr. Ackermann-Cassel.)

III. Pädagogische Zeitung.

(Berichte über Versammlungen und Vereine, Schulgesetzgebung, Schulstatistik, Auszüge aus Zeitschriften etc.)

Berichte:

Geschäftliches.

NB. Dem zweiten Hefte ist beigegeben: „Zur Nachricht für Mathematiker, besonders für Lehrer der Mathematik" von Dr. E. Bardey, betr. die unerlaubte Ausbeutung der Aufgabensammlung des letzteren durch die Herrn preufs. Schulinspektoren (früher Seminarlehrer) J. Hoffmann und J. Klein i. d. Rheinprovinz.

Berichtigungen für Heft 2.

(Eingesandt von Dr. Ackermann-Kassel.)

S. 98 Z. 19 von unten lies XIII_8 statt XIV_8
„ 99 „ 7 „ „ „ Hedwig statt Ludwig,
„ 106 „ 10 „ „ „ Arithmetik,

S. 118 Z. 8 von oben lies Titel,
„ 123 „ 4 „ „ „ γ statt g,
„ „ „ 13 „ unten „ $4 m_c^2$ statt $4 m_c$,.
„ 124 „ 24 „ oben „ Ursauerstoff.

Alphabetisches Rezensionen-Verzeichnis.

Alphabetisches Verzeichnis der Mitarbeiter an diesem Bande.

Name	Wohnort	Name	Wohnort
Ackermann	Cassel	v. Lühmann**	Königsberg i. d. N.
Böklen*	Reutlingen (Würtemb.)	Ludwig	Greiz
Diekmann	Viersen (Rheinpr.)	Meutzner	Meissen
Dronke	Trier	Meyer	Freiburg in Schlesien
Fleischhauer*	Gotha	Müller	Marne (Holstein)
Frenzel	Lauenburg i. Pommern	*II* (Pisko)	Wien
Friebe	Bromberg	Rebmann	Karlsruhe
Gerlach	Parchim	Reidt	Hamm
Godt	Lübeck	Roth	Buxtehude
Günther	Ansbach	Scherling	Lübeck
Handl	Czernowitz	Schlömilch*	Dresden
Härter	Alsfeld (Hessen)	Schlegel	Waren
Hoch*	Lübeck	Schmitz	Neuburg a. D.
Holzmüller	Hagen (Westfalen)	Schneider	Köthen
(Hosäus)	Eisenach	Thieme	Posen
Kober	Grossenhain	Treutlein	Karlsruhe
(Krebs)	Frankfurt a/M.	Vogel	Memmingen
Lafswitz	Gotha	Weinmeister*	Leipzig u. Tharandt
(Laudien)	Hohenstein (Westpr.)	Witte	Pless (Schlesien)
Lieber**	Stettin	Zur Nieden	Bonn

NB. Die in ( ) sind nur durch ganz kleine Beiträge (Notizen, Entgegnungen, Bemerkungen, Mitteilungen etc.) beteiligt. Die mit einem * sind zugleich am Aufgaben-Repertorium beteiligt. Die mit ** vorzugsweise. Überdies sind die Mitarbeiter am Aufgaben-Repertorium beim „genauern Nachweis der Auflösungen" (S. IV u. f.) noch besonders genannt. Es sind deren 35.

Figuren-Verzeichnis.

Hobelspäne aus der Werkstätte eines Lehrers für Chemie.

Von Dr. Vogel in Memmingen (Baiern).

I.

Chemie läfst sich nach verschiedenen Methoden lehren und lernen — auch nach Rom führen ja verschiedene Wege. Man würde es nur unbegreiflich finden, wenn ein Rompilger beim Überschreiten der Alpen sich die Idee in den Kopf setzte, seinen Weg nach den italischen Gefilden gerade über die höchsten und schwierigsten Spitzen des Gebirges zu nehmen. Wer nach Rom geht, um eben Rom zu sehen und zu studieren, der betrachtet die Alpen gewifs mehr als Nebensache, er weifs zwar auch in ihren Thälern die grofsartigen Naturschönheiten der zur Seite liegenden Bergwelt sich zu freuen — doch ihn drängt es weiter, sein Ziel zieht ihn vorwärts.

Rom — Alpen — — Chemie? frägt vielleicht verwundert der Leser; doch Geduld mein Freund, sieh, das kommt von den Hobelspänen!

Das Rom der Chemie ist für unsere Mittelschulen*) die simple Erkenntnis von den gemeinsten Thatsachen aus der anorganischen und organischen Chemie — und die Alpen, deren Zauber den Wanderer aufhalten will, das ist die theoretische Chemie.

Merkst du jetzt, wo ich hinaus will? Gegen die unselige Manie vieler Lehrer und Lehrbücherschreiber möchte ich ankämpfen, welche ihre „Einleitung" mit einem Pack Theorien belasten, die sie selber oft so wenig verstehen, dafs sie die-

*) Es bedarf wohl kaum der Bemerkung, dafs mit diesem Namen in Süddeutschland und Österreich die höheren Schulen und besonders Gymnasien und Realschulen, im Gegensatz zur Hochschule, bezeichnet werden. Die Red.

selben, meist noch dazu schlecht, einem andern Buche abschreiben müssen.

Ehe ich aber daran gehe, meine persönlichen Ansichten über die schiefen Wege darzulegen, auf denen viele „chemische Kollegen“ sich befinden, sei mir noch ein Geständnis erlaubt, damit es nicht heifse: „ja der Hobelspänelieferant eifert nur gegen eine streng wissenschaftliche und gründliche Behandlung der Einleitung, weil er selber nichts davon versteht“.

Also: ich darf ohne zu erröten gestehen, dafs man auf derjenigen Hochschule, wo man mir Chemie beigebracht hat, theoretische Chemie unbedingt lernen mufste. Fürs erste hatte mein Lehrer den Vorzug, frei von der Leber weg zu dozieren, so dafs er auch in seinem Colleg über theoretische Chemie nicht nur äufserst klar war, sondern auch für die Sache warm werden konnte; zweitens hatte er den Fehler (ich bitte ihn, wenn er diese Zeilen zur Hand bekommen sollte, um Entschuldigung für meine Offenheit), dafs er bei den praktischen Unterrichtsübungen uns Lehramtskandidaten entsetzlich plagte gerade mit einer ausführlichen Einleitung in die Chemie, die zwar, wie nicht anders zu erwarten, den akademischen Verhältnissen angepafst war, den bescheidnen der Mittelschule aber natürlich nicht entsprach. Dafs ich theoretische Chemie auch später als armseliger Privatdozent noch gepflegt habe, erwähne ich nebenbei; ebenso, dafs ich dann als wohlinstallirter königlicher Reallehrer für Chemie mir alle Mühe gegeben habe, den gelehrten (sit verbo venia) „Quark“ einer solennen Einleitung meinen Schülern beizubringen. Kaum dürften 6—8 Wochen reichen, die ich dazu vergeudete, um meine Schüler mit dem unverdaulichen Zeuge zu quälen und das Ende vom Liede war, dafs nur die Besten die Sache zur Not begriffen, sicher aber dieselbe bis Weihnachten wieder gründlich vergessen hatten. Mir selbst haben Kollegen gestanden, dafs es ihnen nicht besser ergangen sei, dass sie aber alle Jahre wieder dieselbe Zeit und Mühe zu solcher Sisiphusarbeit verwenden. „Es könnte ja — meinten sie — ein Komissär nach solchen Theorien fragen oder es könnte in der Maturitätsprüfung eine solche Frage vorkommen“! Das sind die Gründe, die ich immer zu hören bekomme. Mich aber hat das erste Jahr so gründlich kuriert, dafs ich fest ent-

schlossen bin, meine heutige Ansicht gegen jeden Einwand zu verteidigen.

So wie ich mir nun nach mehrjähriger Erfahrung die Sache zurecht gelegt habe, ist meine Einleitung sicher in zwei Stunden den Schülern vorgetragen und durch wiederholte Examination geistiges Eigentum derselben geworden. Allerdings ist dabei der Unterricht auf die Kenntnisnahme der allernotwendigsten Begriffe beschränkt geblieben und ich gebe sogar zu, dafs die wenigen Definitionen (z. B. über Atome etc.) nicht einmal den strengsten Anforderungen der Wissenschaft genügen. Das macht aber nichts, für mich sind dieselben nur die Werkzeuge, und kein Meister giebt seinem Lehrling gleich in den ersten Tagen schon die besten Instrumente zur Hand, weil er fürchtet, derselbe möchte sie in seiner Unerfahrenheit beschädigen. Auch der Schüler weifs den gelehrten Hypothesen und exakten Definitionen keine ihm ureignen Gedanken unterzulegen — man gibt ihm gleich von Anfang an nur Gelegenheit zu Mifsverständnissen und zur Verzagtheit.

Eine spezielle Gefahr, die diese anfängliche Überladung mit Theorien noch mit sich bringt, ist die, dafs der Lehrer glaubt, er habe nach glücklicher Erledigung seiner „gelehrten Einleitung“ seine Schuldigkeit gethan und dafs er von nun an ausschliefslich der eigentlichen Chemie der Elemente sich widmet. Ganz anders aber verhält sich ein Lehrer Schülern gegenüber, denen er in der ersten Stunde so primitive Definitionen gegeben hat, dafs er im Verlaufe des weiteren Unterrichts versuchen mufs, die Vorstellung des Schülers ruckweise auf die richtige Fährde zu bringen.

Ist denn je schon einmal eine Wissenschaft fix und fertig vom Himmel in den Kopf eines Menschen herabgefallen? Fast möchte man es meinen, wenn man die Zumutung an die Schüler stellt, alle Begriffe sich über Nacht zu eigen zu machen, an deren Entwicklung die Wissenschaft selbst zehn und hundert Jahre gearbeitet hat. Ich finde nichts thörichter, als die hochtrabende Behauptung: „dem Schüler darf nur die exakte Wahrheit gelehrt werden“. Das ist recht schön — aber quid est veritas? Theorien kommen, gehen und vergehen: meiner Ansicht nach ist nur Eins gewifs, dafs überhaupt diese Theorieen

nicht in die Mittelschule gehören. Erst wenn diese gesunde Ansicht jenes unselige Vorurteil aus dem Kopfe der Lehrenden verdrängt haben wird, wenn die Chemie der Realschulen sich nur mehr mit den simplen Thatsachen zu beschäftigen braucht, dann unterschreibe ich auch den Satz: da darf dem Schüler nur Wahres gelehrt werden.

Wenn wir in der Mittelschule schon den Schüler mit der vollständigen Chemie ausrüsten, die er aber natürlich niemals völlig in seinen noch zu engen Gesichtskreis aufnehmen kann, was bleibt denn dann noch dem chemischen Unterrichte der Hochschule übrig? Wird es den jungen Geist befriedigen, wenn ihm da oben einfach wieder die alte Leier vorgedrillt wird? Er wird nie und nimmermehr eine geistige Befriedigung finden, weil ihm die Hochschule nichts neues zur Anregung zu bieten vermag.

Die Sache scheint mir wichtig genug, um eine kleine Erzählung hier einschalten zu dürfen. Bei meinem letzten Besuche in der bairischen Residenz suchte ich selbstverständlich auch meinen verehrten Lehrer der Chemie auf und — ich weiſs heute nicht mehr wie es kam, — statt von chemischen Apparaten sprachen wir auf einmal von Gymnasien und Realschulen. Ich wuſste, daſs mein Lehrer früher ein eifriger Vertreter der realistischen Richtung gewesen, und war nun wie versteinert, als ich die Worte hörte: „Der Kuckuck hol' die Realschulen — nur humanistische Anstalten!“ — ja meinetwegen, fügte ich bei, aber doch mit naturwissenschaftlichem Unterrichte! „Nein, eben nicht,“ wurde mir entgegnet, „dem Teufel Euren naturwissenschaftlichen Unterricht!“

Ich war wie vom Schlage gerührt und frug nur noch nach den Gründen. Unter diesen war aber einer der triftigsten, daſs die Studierenden, welche vom humanistischen Gymnasium kommen, eben weil sie von Chemie bis jetzt noch nichts gehört haben, dem Unterrichte vom Anfang bis zum Ende mit Interesse beiwohnen, während auf den zerstreuten Gesichtszügen des vom Realgymnasium kommenden Studenten deutlich zu lesen steht: „Ach! das habe ich schon alles früher gehabt!*) Jener besucht

*) Dieselbe Ansicht haben wir schon oft von Hochschul-Lehrern

nun fleifsig seine Kollegien weiter, während dieser alsbald seine Chemie „schwänzt“, besonders, wenn sie für ihn nur ein Nebenfach ist.

An dieser Beobachtung mag, wenn ich auch die Schlüsse bedaure, die aus ihr gezogen wurden, doch sehr viel Wahres sein — und so oft ich seitdem wieder über die Methode des chemischen Unterrichts nachgedacht habe — mir fielen immer wieder die Worte meines Lehrers ein: „dem Teufel Euren naturwissenschaftlichen Unterricht!“

Habe ich Unrecht, wenn ich als Ursache solcher bedauernswerten Blasiertheit der Realschüler dem chemischen Unterrichte gegenüber jene Sucht zu geifseln suche, die sich fähig dünkt, Liebe und Verständnis für eine Wissenschaft mit Mitteln zu erregen, die naturnotwendig wegen ihrer absoluten Unverständlichkeit ins Gegenteil umschlagen müssen? Die Hauptschuld tragen an diesen Verhältnissen unsere chemischen Lehrbücher, von denen manche in dieser Beziehung durch ihre tollen Zumutungen an die Fassungsgabe des Anfängers dem gesunden Menschenverstande gerade ins Gesicht schlagen.

Wenn ich nun mir die Autoren dieser Schulbücher — von chemischen Handbüchern à la Gmelin, Graham-Otto etc. sehe ich selbstverständlich ab — betrachte, um darnach ihre Elaborate in Gruppen einzuteilen, dann liefsen sich dieselben vielleicht, wie folgt gruppieren: (natürlich gibt es zahllose Übergänge und und eben deshalb unterlasse ich es Namen zu nennen):

1) „Gelehrte Häuser“ aber unpraktische Lehrer, häufig an höheren und höchsten Schulen zu finden. Diese verfassen grofse und kleine Lehrbücher mit einer für Anfänger, oft sogar für Fortgeschrittene, unverständlichen Einleitung; die Elemente und Verbindungen sind aufs gewissenhafteste registriert und beschrieben, gleichgiltig ob sie auch nur im entferntesten für die Zwecke der Schule ein Interesse bieten. Natürlich wimmelt es von Zahlen, ohne dafs aber auch nur der leiseste Wink gegeben wäre, wie man sich dieselben oft leichter berechnen

ausprechen hören, aber sie hat — wenn wir nicht irren — an manchen Stellen des Strack'schen Zentralorgans und des pädagogischen Archivs Widerspruch erfahren oder ist sogar widerlegt worden. Die Red.

als merken kann. Die Elemente selbst werden — und das ist ein sicheres Kriterium für diese Gruppe — in der herkömmlichen bunten Reihenfolge abgehandelt: zuerst Sauerstoff, dann Stickstoff oder Wasserstoff, dann Schwefel, Phosphor endlich die Halogene. Um der Methodik auch eine Konzession zu machen, läfst man merkwürdigerweise diese vier Elemente: Fl, Cl, Br und J bei einander. Auf natürliche Verwandtschaften der anderen Elemente aber hinzuweisen, oder gar zur Erleichterung des Studiums allgemeine Gesetze der Darstellung und Eigenschaften, die für ganze Gruppen gelten, dem Studierenden mitzuteilen oder auch nur anzudeuten, damit ihm der Memorierstoff erleichtert würde, gilt für Verrat an der Heiligkeit der zunftartig behandelten Wissenschaft.

2) Praktische Lehrer der Mittelschule mit tüchtiger Fachkenntnis.*) Solche Autoren haben in der Praxis ihrer Mittelschulen erkannt, dafs es verkehrt ist, eine Wissenschaft der kurzsichtigen Fassungsgabe des Schülers im bunten Durcheinander als fertiges Ganze hinzustellen. Sie haben zur Lehrmeisterin die Entwickelungsgeschichte der Chemie genommen. Eine gelehrte Einleitung gibt es hier nicht; zuerst die Thatsachen, dann die Gesetze, die sich aber erst durch wiederholtes Vergleichen allmälig entwickeln lassen. Was schadets, wenn der denkende Schüler grübelnd oft der Entwicklung dieses Lehrgangs vorauseilt und sich eine nicht ganz richtige, oft sogar falsche Erklärung selber kombiniert? Einem theoretisierenden Pädagogen, der nachträglich zur Schablone seiner Methodik erst eine ideale Jugend sich zugeschnitten hat, mag eine solche Behauptung ein Gräuel sein, um den ich mich wenigstens nicht bekümmere, seitdem ich mir zum obersten Grundsatz gemacht habe, meine Erziehungs- und Unterrichtsmethode nach der thatsächlich existirenden Jugend einzurichten.

Es ist allerdings ganz schön zu sagen: der Lehrer hat vor allem ängstlich darüber zu wachen, dafs der Schüler immer nur in der Erkenntnis des Wahren fortschreite und hat Alles zu

---

*) Ohne zu läugnen, dafs es auf den Hochschulen tüchtige Lehrer gibt und gegeben hat, mufs eben doch konstatiert werden, dafs der erste Versuch zu einer methodischen Behandlung des chemischen Unterrichts von der Mittelschule ausgegangen ist.

vermeiden, was auch nur den Schein des Unwahren veranlassen könnte. Allein dieser Satz stammt aus der Moral — und hier wird ihn niemand bestreiten wollen — aber er paſst nicht für das Studium einer naturwiſsenschaftlichen Disziplin. Er ist mit andern Worten da richtig, wo es um die Erkenntnis des absolut Wahren sich handelt; aber er ist nicht brauchbar für den Unterricht in einer Wissenschaft, wo wir mit neuen Hypothesen die alten bekämpfen, um unsere chemischen Vorstellungen besser der Erklärung der thatsächlichen Erscheinungen anpassen zu können. Von der Erkenntnis des absolut Wahren auf diesem Gebiet trennt uns zur Zeit noch ein undurchdringlicher Schleier mit der Aufschrift: Ignorabimus!

Ich stelle deſshalb an den Lehrer die Forderung, daſs, ehe er mit seinen präcisen aber unfaſsbaren Definitionen dem Schüler die Lust an der Sache überhaupt verleidet, sich lieber mit einer wenn auch mangelhaften Anschauung desselben begnüge; natürlich muſs sich dieselbe immer noch innerhalb gewisser zulässiger Grenzen bewegen; oder vielleicht drücke ich mich deutlicher aus, wenn ich sage: ich habe nichts gegen falsche Vorstellungen, welche die Wissenschaft selbst schon in ihrer Entwickelung hat durchmachen müssen. Die falsche Anschauung darf nur nicht verhärten, sie soll vielmehr weich und knetbar bleiben. Wichtig ist deshalb, daſs, ehe der chemische Unterricht zu seinem normalen Abschluſs kommt, die zur Zeit richtigen Anschauungen gelehrt werden, soweit sie überhaupt ins Lehrgebiet der Mittelschulen gehören. Meiner Erfahrung nach büſst der Lehrer, dadurch daſs er seine Schüler und scheinbar sich selbst später auf solche Weise korrigiert, nicht im geringsten in der Achtung ein. Lehrer, welche das Vertrauen ihrer Schüler wirklich verloren, haben ganz andere Fehler gemacht.

Es ist also durchaus kein pädagogischer Miſsgriff, wenn man den Schüler im untern Kurse auf einer noch mangelhaften Anschauung oder Ansicht belässt, wenn nur später dieselbe verbessert wird. Der Zweck des Unterrichts in naturwissenschaftlichen Disziplinen ist: das Denken und die Anschauung zu üben und diesem Zwecke arbeite ich nicht entgegen, wenn ich die erste Gedankenarbeit dem Schüler erleichtern helfe. Die Lust

und Freude zum Denken aber zerstört man durch übertriebene Zumutungen, wie sie die erste Kategorie chemischer Schulbücher stellt, um wieder auf diese zurückzukommen.

Gegenüber diesen sind die Lehrbücher der zweiten Art charakterisiert dadurch, dafs eine Einleitung fehlt, die Elemente mit den Metallen begonnen werden und dafs das ganze Pensum in Kurse verteilt ist. Konzentrisch wird von Jahr zu Jahr die Übersicht des Schülers über die chemischen Erscheinungen eines und desselben Körpers erweitert. Da wo ein Zeitraum von 4 Jahren für den chemischen Unterricht zu Gebote steht, ist diese Methode entschieden sehr zweckdienlich. An unsern bayrischen Schulen steht eine solche in dem Umfange leider nicht zur Disposition, wir müssen in je 3 Wochenstunden innerhalb zwei Jahren unsere Chemie bewältigen. — Noch schwieriger gestalten sich die Verhältnisse auf Hochschulen, wo in einem einzigen Jahre anorganische und organische Chemie doziert werden soll. Da haben nun

3) tüchtige Lehrer und gründliche Gelehrte der Hochschule einen Mittelweg zwischen der ersten und zweiten Gruppe angebahnt, der auch von Seite der Mittelschulen alsbald Beachtung gefunden hat. Ich habe hier diejenigen Lehrbücher à la Richter*) im Auge, welche das natürliche System, wenn ich so sagen darf, der Behandlung des Unterrichtsstoffes zu Grunde gelegt haben. Nur wer selbst nach diesem Verfahren unterrichtet, vermag zu sagen, wie diese Methode die Übersicht des Schülers in kurzer Zeit fördert, weil er sehr bald lernt, die zusammengehörigen Elemente und Verbindungen in ihrem Vorkommen, ihren Eigenschaften und in ihrer Darstellung zu vergleichen.

Doch es giebt noch viel — sehr viel gerade an dieser jungen Sorte Lehrbücher zu verbessern, weil ihnen noch manches Erbe aus der ersten Kategorie anhängt. Ihre Einleitung ist meistens noch zu breit für die Fassungsgabe des Anfängers, d. h. sie ist auch noch zu viel mit Theorie gespickt. Über

*) „Richter, kurzes Lehrbuch der anorganischen Chemie, wesentlich für Studierende auf Universitäten etc. Bonn, M. Cohen.“ Leider ist dieses Buch, wie schon sein Titel sagt, zunächst für akademische Kreise berechnet und für die Mittelschulen meist zu weitgehend.

einen andern wunden Punkt „Darstellung der Darstellungsmethoden“ behalte ich mir für eine Fortsetzung der „Hobelspäne“ einige Worte vor, um dann endlich noch ein Kapitel anreihen zu dürfen des ungefähren Inhalts: „Wie kann das chemische Lehrbuch resp. der chemische Unterricht thunlichst seines „Memorierstoffs“ entkleidet werden?

Nachdem ich mir nun im Vorstehenden gestattet habe, dieses und jenes zu kritisieren, will ich die Art und Weise, wie ich meine Einleitung zusammendränge, noch mit dem Bemerken skizzieren, dass ich bei meinem eigentlichen Unterricht dem System der 3. Gruppe aus schon erörterten Gründen folgen mufs. Die folgende Mitteilung geschieht aber nicht deshalb, weil ich mir einbildete, Neues zu bieten, sondern vielmehr nur um zu zeigen, was ich vom Alten nicht biete.

Zunächst werden, da die Schüler bereits Physik gehört haben, die Begriffe Molekül und Atom, wie sie der Chemiker versteht, erklärt. Wir zerlegen z. B. Schwefel und gebrannten Kalk. Denken wir uns beide Körper mit mechanischen Mitteln geteilt, solange als die neuen Teilchen noch als Kalk und Schwefel bestehen können. An die Grenzen angelangt, bezeichnen wir diese denkbar kleinsten Teilchen als Moleküle — „oder Atome“ — wird der Schüler auf Grund seiner Kenntnisse in der Physik den Erörterungen des Lehrers hinzufügen wollen: „Eben nicht“ — kann ich daran anknüpfend fortfahren: für den Physiker kann Molekül und Atom gleichbedeutend sein, weil für seine Zwecke die Teilbarkeit eines Körpers damit erschöpft ist. Der Chemiker aber mufs noch weiter teilen, wenigstens in Gedanken, schon deshalb, weil er weifs, dafs sein gebrannter Kalk Sauerstoff und ein Metall enthält. Er mufs also sein letztes Molekül Kalk wenigstens noch weiter zerlegbar denken, nämlich zerlegbar in seine Urteilchen, wenn gleich diese für sich nicht selbständig existieren können. Diese Urteilchen, Sauerstoff oder Calcium, welche nun das Molekül: Calciumsauerstoff noch zusammengesetzt haben, nennen wir ein Atom Sauerstoff resp. ein Atom Calcium: Wir verbinden aber damit sofort, die Vorstellung, dafs einzelne Atome für sich nicht existieren können.

Suchen wir nun auch noch das letzte Molekül Schwefel weiter zu zerlegen, so sagt uns zuvor schon der Chemiker, dafs

diese Zerlegung von der vorigen dadurch sich unterscheidet, dafs wir unter sich gleichwertige Atome erhalten, von denen aber auch wieder keines für sich existieren kann. Solche Urteilchen der Moleküle, die für sich allein nicht selbständig existieren können, nennen wir nun Atome; Moleküle aber die kleinsten existenzfähigen Teile aller Körper.

Haben wir nun wie beim Schwefel einen Körper vor uns, dessen Moleküle aus unter sich gleichen Atomen bestehen, dann nennen wir ihn ein Element; ist das Molekül aus ungleichartigen Atomen zusammengesetzt, dann sprechen wir von einer Verbindung.

Ich zersetze jetzt noch Wasser durch den elektrischen Strom und benutze die dabei zu Tage tretenden Erscheinungen, um die Fragen zu erörtern: Treten die Atome zu ein und derselben Verbindung immer in gleicher Anzahl zusammen und wie können wir uns ihre Bindung vorstellen? Die erste Frage wird natürlich unter Hinweis auf höchstens noch einen weiteren Körper bejaht. Hier aber schon den Schüler zwingen, (man sehe nur verschiedne unsrer verbreitetsten Schulbücher!) aus den Zahlen einer Analyse die Formel zu berechnen, ist entschieden verfrüht. Ich bin immer vollauf zufriedengestellt, wenn die Schüler mit dem Begriffe Molekulargewicht resp. Atomgewicht ins Reine kommen. Ich führe ihnen immer mit Hilfe des Avogadro'schen Gesetzes einige ganz einfache Beispiele an, aus denen sie lernen, wie für gasförmige Körper solche Zahlen erhalten werden können.

Den Satz festgehalten: Bei gleichen Druck- und Temperaturverhältnissen befinden sich in gleichen Räumen gleichviel Moleküle, so ist es doch leicht, folgendes zu verstehen: Ich fülle ein tarirtes Gefäfs mit Wasserstoff; es wiegt der Wasserstoff x. Mit Sauerstoff gefüllt wiegt es $16x$. Daraus folgt doch für den simpelsten Kopf die Folgerung, dafs das Molekül Sauerstoff 16mal so schwer ist, als das Molekül Wasserstoff. Setzen wir für das Gewicht des Wasserstoffmoleküls die Zahl 2 in der Annahme, dafs beide Moleküle aus 2 Atomen bestehen, so ist: wenn nach allgemeiner Übereinkunft

für Wasserstoff das Atomgewicht 1 u. das Molekulargew. 2 ist
für Sauerstoff „ „ 16 „ „ „ $2.16 = 32$

Viel wichtiger, als dem Schüler zu demonstrieren, wie man auch unter schwierigeren Verhältnissen noch zu einem Molekulargewicht kommen kann, ist nach meiner Ansicht die Notwendigkeit, demselben hundert- und hundertmal einzuschärfen, dafs er mit diesen Atom- und Molekulargewichten absolut keine direkte Gewichtsvorstellung verknüpfen darf. Als Mafs giebt es hier nur den Wasserstoff, der wegen seiner Leichtigkeit als Einheit angenommen worden ist. Wenn morgen ein Chemiker uns vorrechnet, dafs ein Molekül Wasserstoff so und soviel Milliontel von Milligrammen wiegt, dann bleiben immer noch unsere Molekulargewichtstabellen in Giltigkeit; wir sagen dann nur: Gut, dann wiegt eben das Sauerstoffmolekül 16 mal soviel.

Nun zur zweiten Frage: Wie können wir uns die Bindung der Atome in den Molekülen vorstellen und warum treten die Atome immer in ganz bestimmten Gewichtsverhältnissen zusammen? Die Antwort besteht in dem Hinweise auf die „Wertigkeit" der Atome und diese erkläre ich meinen Schülern in der rohesten Weise: sie sollen sich die Atome mit Armen ausgerüstet vorstellen; ich sage nun, es gäbe Atome mit 1, 2, 3, 4 etc. Wertigkeiten und füge überdies bei, dafs dieses Bild mit den Armen nur zum Verständnis dienen solle, dafs wir aber über die thatsächliche Form der Bindung nichts wissen. Mit dieser Erklärung erreiche ich, dafs die Schüler mir auf Grund dessen sofort Formeln für gesättigte Verbindungen geben können und dafs sie gleich von Anfang an in den Formeln keinen „Memorierstoff", sondern einen „Denkstoff" finden.

Ich mache jetzt den Schüler sofort mit der Einleitung der Metalloide in die vier Verwandtschaftsgruppen bekannt und beginne dann mit dem Wasserstoff.

Mehr braucht derselbe zum Verständnis der Chemie der Elemente nicht. Was soll ich ihm über Nomenklatur vorreden? die lernt er bald besser praktisch kennen. Mit alten und neuen Formeln plagt man ebenfalls die jungen Leute; ich bin zufrieden, wenn sie die neuen tüchtig innehaben, von den alten erfahren sie keine Silbe. Über die Volumgesetze sich ausführlich zu verbreiten, halten manche für absolut notwendig. Ihre Theorie und die dazu gehörigen Hofmann'schen Versuche sind

recht nett, aber meiner Ansicht nach, wenn auch zum Schaudern mancher Kollegen, die gerade hier ihr Lieblingsthema kultivieren, für die Zwecke der Mittelschulen entbehrlich. Wenn wir in der Realschule schon Alles dozieren, was wissenswert ist, was bleibt denn dann noch für die Hochschule übrig? Vielleicht nur die Blasiertheit solcher vollgepfropfter Realschüler gegenüber dem akademischen Unterrichte.

Was soll ich viel über Konstitutionsformeln sprechen, oder gar über Isomerie, Polymerie, Allotropie? Ebenso zeugt es von Mangel an pädagogischem Takt, wenn in der Einleitung gleich die präzisen Definitionen von Säuren, Basen etc. gegeben werden. Alles zur rechten Stunde!

Soll ich schliefslich nochmals meine Klagen kurz in wenige Worte zusammenfassen, dann möchte ich es für meine erste Hobelspänelieferung thun mit den Worten: Der chemische Unterricht leidet bei uns daran, dafs die Lehrer noch zu wenig Unterschied machen zwischeu den Zielen der Mittelschule und jenen der Hochschule.

Die Anfänge des Buchstabenrechnens.

Von Dr. J. Kober, Direktor der Realschule zu Grofsenhain.

Der Unterricht in der Algebra wird „durch die übergrofse Anzahl von Regeln sehr erschwert".*) Diese Regeln belasten das Gedächtnis und werden nicht selten falsch gemerkt, und oft ist ihr Wortlaut dem Schüler schwerer verständlich, als die Sache selbst. Wenn unsere höhere Bildung weniger Wortbildung (mehr Sachbildung) wäre, dann würden wir auch weniger mit Regeln belastet werden.

Mein Streben ist seit vielen Jahren darauf gerichtet, durch rationelle Auffassung die Regeln möglichst entbehrlich zu machen und so das Gedächtnis zu entlasten und zugleich die Sache zu vereinfachen und klarer zu gestalten. Es sei mir nun gestattet, den Lehrgang und die Gedankenreihe, die der Schüler durchzumachen hat, durch die Reihenfolge und die Behandlung der Aufgaben anzudeuten:

1. $a + b = a + b, \; a - b = a - b.$

2. $a \times b = ab, \; a \cdot a \cdot a = a^3.$

Der Begriff der Potenz ist den Schülern bereits aus der Bruchrechnung bekannt.

3. $5a^3 b \cdot 3a^2 b^2 c = 15a^5 b^3 c.$**)

4. $21a^3 b^2 : 7ab = 3a^2 b.$

5. $(a + b) c = ac + bc, \; (a - b) c = ac - bc.$

---

*) Heilermann in Band IX, 185. Der von Heilermann empfohlene Lehrgang scheint überhaupt dem meinigen ähnlich zu sein.

**) Es versteht sich von selbst, dafs diese Aufgaben, zumal No. 7, 11, 15, 18, durch die nötige Anzahl von Beispielen eingeübt werden müssen.

Denn $(a+b)+(a+b)+(a+b)+\cdots = ac+bc$; oder 3 Mk. 5 Pf. viermal genommen gibt 12 Mk. 20 Pf., ebenso 3 Mk. weniger 5 Pf. etc.

6. $(ax - bx) : x = a - b$, weil $(a - b)\,x = ax - bx$.

7. $ac - c = c\,(a - 1)$.

8. $15a + 8a = (15 + 8)\,a = 23a$.

Die Heraussetzung gemeinschaftlicher Faktoren beim Addieren mufs dem Schüler bei jeder Gelegenheit eingeschärft werden.

9. $3b - 11b = (3 - 11)\,b = -8b$.

Das Minus-Zeichen ist natürlich nur als Subtraktionszeichen aufzufassen, $-8b$ bedeutet eben, man solle $8b$ subtrahieren und habe nichts, wovon etc.

10. $15ab - 18bc = 3b\,(5a - 6c)$.

11. $a + (b + c) = a + b + c,\quad a - (b + c) = a - b - c,$
$a + (b - c) = a + b - c,\quad a - (b - c) = a - b + c.$

Soll ich $(b - c)$ subtrahieren (addieren), so ist zunächst offenbar b zu subtrahieren (addieren); dann habe ich aber um c zu viel subtrahiert (addiert), ich mufs also noch c addieren (subtrahieren).

12. $a^2 - b\,(a - x + y) = a^2 - ab + bx - by$.

13. $(a+b)(c+d) = (a+b)x = ax+bx = a(c+d)+b(c+d) = ac+ad+bc+bd.$
$(a+b)(c-d) = (a+b)y = ay+by = a(c-d)+b(c-d) = ac-ad+bc-bd.$
$(a-b)(c+d) = (a-b)x = ax-bx = a(c+d)-b(c+d) = ac+ad-bc-bd.$
$(a-b)(c-d) = (a-b)y = ay-by = a(c-d)-b(c-d) = ac-ad-bc+bd.$

Da x jede Zahl bedeuten kann, so kann ich auch $c + d$ unter x verstehen (x nennen), ebenso $c - d$ unter y.

14. $(0 - b)\,(0 + d) = (-b)\,(+d) = -bd.$
$(0 - b)\,(0 - d) = (-b)\,(-d) = +bd.$

Denn, da die Gesetze für Addition, Subtraktion und Multiplikation auch für Null gelten, so müssen die Ergebnisse von No. 13 auch für $a = 0$ und $c = 0$ richtig bleiben.

Die Zeichenregel*) mufs lauten: das Produkt wird positiv,

*) S. Bd. X, 194.

wenn es eine gerade Anzahl negativer Faktoren enthält, dagegen negativ etc.

Es kann hierbei keine Rede davon sein, dafs „der Begriff der Multiplikation nicht rein erfafst“ oder dafs $(+a)\cdot(-b)$ „nicht denkbar“ sei. Zwar läfst uns hier die Anschauung im Stich, ähnlich wie bei $\sqrt[5]{a}$ oder $\sqrt{-1}$, aber, wenn man einmal die Zahlenreihe ins Negative fortsetzt, so müssen die Gesetze der Multiplikation, wie oben geschah, ganz einfach auf das Negative angewandt werden. Von einer „Ungenauigkeit“ oder Willkür kann keine Rede sein,*) ebensowenig wie man willkürlich $a^{-3} = \frac{1}{a^3}$ gesetzt hat.

15. $(3x^2 - 5x + 2)(2x^2 - 3x - 4) = 6x^4 - 19x^3 + 7x^2 + 14x - 8.$

Erst hier tritt das Bedürfnis auf, „entgegengesetzte Gröfsen“ addieren zu können. Es ist eine gute pädagogische Regel, eine Sache nicht eher zu treiben, als bis der Schüler das Bedürfnis darnach empfindet.

Man mufs sich die Zahlenreihe erweitert denken über Null hinaus ins Negative, also von $+\infty$ bis $-\infty$. Addieren ist einfach „Aufwärtszählen“, z. B. $8 + 7$ bedeutet, dafs ich vom Ausgangspunkte (Null, Gefrierpunkt, Hausflur) erst 8, dann 7 Stellen (Stufen, Sprossen, Grade) aufwärts zu zählen habe. Ebenso bedeutet $8 - 11$, ich soll erst 8 Stellen aufwärts, dann 11 Stellen abwärts zählen; so gelange ich auf -3 (Kältegrade Kellerstufe). Es hat sonach die Addition „entgegengesetzter Gröfsen“ ohne jede Regel keine Schwierigkeit.

16. $(15a - 6b + 9c - 12) : (-3) = -5a + 2b - 3c + 4.$

Die Frage ist, womit ich -3 zu multiplizieren habe, um den Dividenden zu erhalten; offenbar mit einer viergliedrigen Zahl, zuerst mit $-5a$, dann mit $+2b$ u. s. w.

17. $(12a^2 - 15ab - 20ac + 25bc) : (3a - 5c) = 4a - 5b.$

---

*) Ich begreife nicht, wie man sagen kann: „Genau genommen lassen sich relative Gröfsen gar nicht mit einander multiplizieren.“ Als ob es in der Mathematik nicht genau genommen werden müfste! Was soll der Schüler von der Wissenschaft denken? Wie soll er das erwünschte Gefühl der Sicherheit erlangen?

Der Quotient mufs (mindestens) zweigliedrig sein. Das erste Glied $12a^2$ kann durch Multiplikation nur aus $3a$ (nicht aus $5c$) entstanden sein, also mufs ich (den Divisor) zunächst mit $4a$ multiplizieren; dadurch erhalte ich das erste und das dritte Glied. Das zweite ($-15ab$) kann gleichfalls nur aus $3a$ entstanden sein, ich habe also mit $-5b$ zu multiplizieren, wodurch ich den Rest des Dividenden erhalte. Die Division ganzer Zahlen bei mehrziffrigem Divisor bietet eine das Verständnis erleichternde Analogie.

18. $(12a^2 + 5ab - 25b^2) : (3a + 5b) = 4a - 5b.$

Da das Trinom durch Multiplikation des Binoms entstanden sein soll, so ist anzunehmen, dafs das mittle Glied ($+ 5ab$) durch Addition der mittlen Glieder (ad und bc in No. 13) entstanden ist. Multipliziere ich nun den Divisor mit $4a$, so erhalte ich den einen Summanden der Summe $+ 5ab$, nämlich $+ 20ab$, und die Frage ist, wie der andere Summand lautet, was ich also zu $+ 20ab$ zu addieren habe, um $+ 5ab$ zu erhalten, offenbar $- 15ab$.

Da aber die Subtraktion die Aufgabe löst, aus der Summe und dem einen Summanden den anderen zu finden, so heifst das, ich mufs $+ 20ab$ von $+ 5ab$ subtrahieren.

Um die Subtraktion recht klar aufzufassen, stellen wir die Frage: Was mufs ich zum Subtrahend addieren, um den Minuend zu erhalten? d. h. wie viel Stufen mufs ich von der Stelle, die der Subtrahend bezeichnet, aufwärts zählen, um zu dem Minuend zu gelangen?*) Sei z. B. die Aufgabe $(+ 8) - (- 3)$, so mufs ich von $- 3$ an (dritte Kellerstufe) erst 3 Stellen aufwärtsgehen, um auf Null (Hausflur), dann noch 8 Stellen, um auf $+ 8$ zu gelangen. Oder $(- 5) - (- 9) = + 4$, weil $- 5$ um 4 Stellen höher steht, als $- 9$, ich also 4 Stellen aufwärts zu zählen (zu steigen) habe. Eine „Regel“ wird nicht gegeben.

Lediglich zum Zwecke der Addition oder Subtraktion entgegengesetzter Gröfsen gemachte Aufgaben kommen demnach

---

*) Wenn der Schüler, wie ja häufig Regeln falsch gemerkt werden, in Zweifel kommt, ob er beim Zählen vom Subtrahend oder vom Minuend, auszugehen hat, so möge er daran denken, dafs 3 von 12 subtrahiert $+ 9$ gibt.

gar nicht vor, weil sie dem Schüler matt und reizlos erscheinen müssen und ihn ermüden, da sie weder durch sich selbst zu fesseln vermögen, noch eine Anwendung verraten. Die seitenlangen einförmigen Übungsbeispiele in den Aufgabenbüchern bezeugen, wie sehr man die so einfache Sache dem Schüler erschwert hat.

Ganz andre Anziehungskraft üben die gröfseren Multiplikationen (wie No. 15) und Divisionen (wie No. 18 und 19), zu deren Ausführung die Addition und Subtraktion entgegengesetzter Gröfsen gebraucht wird.

19. $(15a^5 - 23a^4 - 30a^3 + 29a^2 - a - 20) : (3a^2 - 4a - 5) = 5a^3 - a^2 - 3a + 4.$

* * *

Der hier behandelte Stoff nimmt etwa 18 Lehrstunden in Anspruch.

Kleine Bemerkungen zum Unterricht in der Planimetrie.

Von Prof. Dr. Reidt in Hamm.

(Fortsetzung zu XII; S. 8—17.)

5. Die Stellung und Anordnung der Lehre vom Flächeninhalt bietet ein bemerkenswertes Beispiel der Collision zwischen der wissenschaftlichen Forderung der zusammenhängenden Behandlung von Zusammengehörigem und der pädagogisch-didaktischen des Fortschritts vom Leichten zum Schweren, vom Einfachen zum Verwickelten. Die einfacheren Sätze über die Gleichheit der Figuren erfordern zum Verständnis und zur Beweisführung keine Kenntnis der Ähnlichkeitslehre; sie schliefsen sich, eben weil sie den neuen Begriff des Verhältnisses in seiner Allgemeinheit noch nicht voraussetzen, in der Behandlungsweise den vorhergegangenen Abschnitten näher an, als die Sätze von der Ähnlichkeit, sie bieten endlich dem Begriffsvermögen des Tertianers geringere Schwierigkeiten als die letzteren. Daher findet man in vielen Lehrbüchern die Lehre vom Flächeninhalt in zwei Teile zerrissen, deren erster, welcher die Gleichheit der Flächen geradliniger Figuren behandelt, von dem zweiten über die Verhältnisse dieser Flächen durch das ganze Gebiet der Lehre von der Ähnlichkeit getrennt wird. Gleichwohl gehören beide Teile innig zusammen; die Gleichheit der Flächen ist nur der einfachste Fall des Verhältnisses derselben, und die Sätze über jene erhalten ihre völlige Klarstellung erst durch diejenigen über das letztere. Wenn beispielsweise der Schüler gelernt hat, dafs Parallelogramme mit gleichen Grundlinien und gleichen Höhen gleich sind, so hat er nur den einfachsten Fall des Satzes kennen gelernt, dafs die Flächen zweier Parallelogramme sich zu einander verhalten wie die Produkte aus Grundlinie und Höhe, oder insbesondere, dafs solche Flächen gleich

sind, wenn diese Produkte gleich sind. Auch wird die genetische Entwickelung der verwandten Sätze auseinander, z. B. der Fortschritt von jenen Parallelogrammen mit gleichen Grundlinien und gleichen Höhen zu solchen, in welchen eine dieser Gröfsen oder beide ungleich sind, bei jener Teilung des Abschnitts durch anders geartete Sätze, wie den pythagoreischen, unterbrochen. Mir erscheint daher jene Zerreifsung zu grofs; ich könnte sie nur dann für hinreichend motiviert halten, wenn die Ähnlichkeitslehre der betreffenden Altersstufe noch zu grofse Schwierigkeiten böte, und dies ist nach meiner Erfahrung nie der Fall gewesen. Man mufs sich überhaupt hüten, ein an sich richtiges Prinzip auf die Spitze zu treiben; so würde es falsch sein, die im Allgemeinen richtige Forderung des Fortschritts vom Leichteren zum Schwereren dahin zu übertreiben, dafs niemals eine schwierigere Partie einer leichteren vorangehen dürfe. Im Gegenteil wird auch im Unterricht unter Umständen ein gewifser Wechsel zwischen angestrengter und leichterer Arbeit erfrischend wirken können, und die durch eine Art von Erholung gewonnene neue Kraft wird sich gerade an solchen Stellen für die Erkenntnis des inneren Zusammenhanges der vorgetragenen Lehren fruchtbringend erweisen.

6. Der Satz: Jeder Kreis hat nur einen einzigen Mittelpunkt, welchem vom Herrn Herausgeber dieser Zeitschrift wiederholt jede Existenzberechtigung als Lehrsatz mit Entschiedenheit abgesprochen worden ist,*) kann und soll selbstverständlich nur eine kurze Ausdrucksform für die Behauptung sein, dafs es aufser dem in der Definition des Kreises angeführten Mittelpunkt des letzteren keinen anderen Punkt derselben Ebene gebe, welcher ebenfalls von allen Punkten des Kreises gleichweit entfernt sei. Diese letztere Behauptung aber ist durchaus berechtigt, als Lehrsatz aufgestellt zu werden, denn da es falsch ist, aus der Richtigkeit eines Satzes ohne weiteres auch die Richtigkeit seiner Umkehrung zu folgern, so folgt auch daraus, dafs der Mittelpunkt gleichweit von allen Punkten des Kreises entfernt ist, keineswegs, dafs umgekehrt ein von allen Punkten eines Kreises gleichweit entfernter Punkt der Mittel-

*) Man sehe d. Ztschr. IX, 275 u. X, 414 u. f. Red.

punkt sein müsse. In der That hört die letztere Behauptung auf, richtig zu sein, wenn die Beschränkung auf Punkte derselben Ebene aufgehoben wird. Man könnte, um noch ein Beispiel anzuführen, die Ellipse auf Grund einer Eigenschaft der von einem festen Punkte (dem einen ihrer Brennpunkte) ausgehenden Radienvectoren definieren, ohne dafs aus einer solchen Definition die Folgerung gezogen werden dürfte, dafs es aufser dem in ihr genannten Punkt keinen zweiten gebe, welchem dieselbe Eigenschaft in Beziehung auf die Kurve zukomme, indem vielmehr wirklich bewiesen wird, dafs letztere noch einen zweiten Brennpunkt hat*). Das einzige, was dem obigen angefochtenen Lehrsatz allenfalls vorgeworfen werden kann, ist also die für denselben beliebte Wortfassung, insbesondere der Gebrauch des Wortes Mittelpunkt, welches in der Definition als Name für den einen bestimmten Punkt festgesetzt war, auch für einen etwaigen zweiten Punkt von gleicher Eigenschaft. Man kann sagen, dafs dieser Name erst dann auch auf einen solchen zweiten Punkt angewendet werden dürfe, wenn die Existenz eines solchen vorher nachgewiesen und der Beweis geführt wäre, dafs dieser zweite Punkt ohne Änderung der betreffenden Definition des Kreises für den anderen gesetzt werden könne. Jener Wortlaut ist durch die Rücksicht auf die so wünschenswerte Kürze der Sätze und in der Voraussetzung entstanden, dafs ein Mifsverständnis desselben nicht annehmbar sei. Die Thatsache jedoch, dafs sich diese Voraussetzung, wie es den Anschein hat, als irrig erweist, wird es allerdings angezeigt sein lassen, jenen Wortlaut abzuändern und vielleicht durch folgenden zu ersetzen:

„Der Mittelpunkt ist der einzige Punkt (derselben Ebene), welcher von allen Punkten des Kreises gleichweit entfernt ist.“**)

7. Analoge Beweisführung bei zusammengehörigen Sätzen ist nicht nur ein Erfordernis wissenschaftlicher Eleganz, sondern erleichtert auch dem Schüler das Verständnis und das gedächtnismäfsige Behalten. Von diesem wohl ohne weiteres

---

*) Man vergleiche jedoch über diese Argumentation und über den in dieser Nr. liegenden Angriff des Verf. auf den Herausgeber unsern Artikel „Die Fanatiker des Beweisens“ im Diskussions-Saal S. 24 u. f.

Die Red.

**) Vgl. des Verf. Planimetrie, 5. Auflage.

einleuchtenden Grundsatze wird jedoch nicht selten ohne Not abgewichen. So fand ich beispielsweise vor kurzem in einem viel gebrauchten Lehrbuche den Satz, dafs gleiche Sehnen gleiche Abstände vom Mittelpunkte haben, und seine Umkehrung mittelst der Kongruenz rechtwinkliger Dreiecke, dagegen den Satz, dafs die gröfsere Sehne den kleineren Abstand vom Mittelpunkte hat, und seine Umkehrung mittelst des pythagoreischen Lehrsatzes bewiesen. Es scheint mir, dafs derjenige, welcher das letztere thut, auch die ersteren Sätze mit Hilfe desselben Lehrsatzes beweisen sollte. Mehr der Natur des betreffenden Untersuchungs-Gebietes und seiner genetischen Stellung im System entsprechend aber dürfte es sein, von diesem etwas abliegenden Hilfsmittel überhaupt abzusehen und, wie die beiden ersteren Sätze durch die Kongruenz, so die letzteren durch die Nichtkongruenz rechtwinkliger Dreiecke zu beweisen. Es ist dazu nur die Kenntnis des auch sonst nützlichen Nichtkongruenzsatzes nötig: Stimmen zwei rechtwinklige Dreiecke in den Hypotenusen überein, ist aber die erste Kathete des einen gröfser als die erste Kathete des anderen, so ist die zweite Kathete des einen kleiner als die zweite Kathete des anderen. Dieser Satz wird sehr leicht in ähnlicher Weise, wie der Kongruenzsatz von den drei Seiten mittelst Aneinanderlegen der Dreiecke bewiesen. Man hat dann für alle vier Sätze ganz analoge Beweise; für jeden derselben erhält man zwei rechtwinklige Dreiecke, welche in den Hypotenusen übereinstimmen, und so ergiebt sich die behauptete Gleichheit oder Ungleichheit zweier Strecken daraus, dafs diese Dreiecke in Folge der vorausgesetzten Gleichheit oder Ungleichheit zweier Katheten kongruent oder nicht kongruent sind. Diese Beweisführung dürfte, nebenbei bemerkt, auch derjenigen vorzuziehen sein, welche bei den ungleichen Sehnen die beschränkende Voraussetzung erfordert, dafs letztere einen gemeinschaftlichen Endpunkt haben.

Sprech- und Diskussions-Saal.

Die Fanatiker des Beweisens.

(Zugleich Entgegnung auf Nr. 6 der „Kleinen Bemerkungen etc.“ von Dr. Reidt i. ds. Heft).

Vom Herausgeber.

Herr Prof. Dr. Reidt sucht entgegen meinen Ausführungen (in ds. Z. IX, 275*) u. f. und X, 414 u. f.) seine Behauptung IX, 275 aufrecht zu erhalten nämlich die, dafs der Satz „es giebt aufser dem (in der Definition des Kreises bezeichneten) Mittelpunkte keinen zweiten in derselben Ebene liegenden Punkt, welchem dieselbe Eigenschaft, wie dem Mittelpunkt, zukommt“, berechtigt sei, als Lehrsatz aufgestellt zu werden. Dem gegenüber habe ich, selbst auf die Gefahr hin, für die Leser dieser Blätter zu umständlich oder „breit“ zu werden, folgendes zu entgegnen:

Die Definition des Kreises lautet: I. Der Kreis ist eine krumme Linie, deren sämtliche Punkte von einem festen Punkte *M* (derselben Ebene) **gleichweit entfernt** sind. Umgekehrt mufs folgerichtig die Definition jenes festen Punktes lauten:

II. Der feste Punkt *M* ist ein Punkt, der von sämtlichen Punkten des Kreises **gleichweit entfernt** ist. Eben darum heifst dieser Punkt Mittelpunkt und er kann (fügen wir hinzu) nur innerhalb des Kreises liegen.

In beiden Definitionen ist die Rede schlechterdings nur von einem Punkte und niemandem, am wenigsten einem Anfänger, wird es in den Sinn kommen, an einen zweiten Punkt, dem dieselbe Eigenschaft zukomme, zu denken. Bei der psychischen Erzeugung des Vorstellungsgebildes „Kreislinie“ und der Entwickelung des Begriffs „Kreis“ ist es absolut unerfindlich, wie sich in jene Vorstellung und in diesen Begriff der Gedanke an die Existenz eines zweiten Punktes, der so zu sagen ein College des Mittelpunkts ist, einmischen sollte, wenn er sich nicht unvermerkt einschleicht

*) Es sei hier nachträglich bemerkt, dafs das Lehrbuch, das ich IX, 275 erwähne, jenes des Hamburger Mathematikers Bahnson, das ich bei meinem Unterricht dort vorfand, war. Herr Dr. Reidt hatte, wie es scheint, jene Stelle auf sich bezogen.

(einstiehlt) oder vom Lehrer in das Bewufstsein des Schülers hineingedrängt wird.

Was soll der Schüler denken und fühlen, wenn der Lehrer (oder das Lehrbuch), der (das) hier doch als Autorität gilt, plötzlich in ihm über die Einheit des Punktes, die ihm doch aus der Definition klar und scharf hervortritt, Zweifel erweckt, als ob der eine Punkt noch einen Doppelgänger haben könnte, den er doch schlechterdings nicht entdecken kann, da dieser versteckte Punkt gleich einem neckischen Kobold überall ausweicht, wohin man auch schlage. Das ist eine sehr unnötige und müfsige Störung der ruhigen und sichern Entwickelung der Vorstellungen und Begriffe des Schülers; ja wir möchten sagen, das ist eine strafbare Didaktik, die sich früher oder später empfindlich rächen kann.

Doch auf dieses psychologische Feld begiebt sich mein geehrter Herr Gegner nicht, er ignoriert es ganz, wohlweifslich vielleicht in der geheimen Befürchtung, er möchte darauf ausgleiten. Wir können ihn daher auch hier nicht aufsuchen und bekämpfen, müssen ihm vielmehr auf das Feld der logischen Deduktion, auf dem er kämpft, folgen, um so mehr, damit uns nicht der Vorwurf treffe, wir seien einer Bekämpfung seiner Argumentation ausgewichen. Herr Dr. R. sagt wörtlich:

> „Denn da es fälsch ist, aus der Richtigkeit eines Satzes ohne Weiteres auch die Richtigkeit seiner Umkehrung zu folgern, so folgt auch daraus, dafs der Mittelpunkt, gleichweit von allen Punkten des Kreises entfernt ist, keineswegs, dafs umgekehrt ein von allen Punkten eines Kreises gleichweit entfernter Punkt der Mittelpunkt sein müsse. In der That hört die letztere Behauptung auf, richtig zu sein, wenn die Beschränkung auf Punkte derselben Ebene aufgehoben wird."

Wenn man diesen Passus analysiert resp. anatomiert, so entpuppen sich die zwei folgenden (Lehr-)Sätze (wobei immer festzuhalten ist, dafs der Punkt M in der Ebene des Kreises liege)*):

1) Wenn ein Punkt M Mittelpunkt eines Kreises ist, so ist er gleichweit von allen Punkten des Kreises entfernt;

und die Umkehrung hiervon:

2) Wenn ein Punkt von allen Punkten eines Kreises gleichweit entfernt ist, so ist er Mittelpunkt des Kreises (oder: so mufs er notwendig Mittelpunkt des Kreises sein).

---

*) Man könnte meinen, diese Voraussetzung, die ich allerdings, weil ja (X, 414 u. f.) nur vom Kreis in der Ebene, also von Planimetrie, die Rede war, nicht besonders hervorheben zu müssen glaubte, habe mein Herr Gegner vollständig übersehen, obschon IX, 275 dieselbe in einer Anmerkung deutlich ausgesprochen war; allein die Worte (s. oben Nr. 6. Zeile 7) „derselben Ebene" und die auf Zeile 17 „Beschränkung auf Punkte derselben Ebene" (S. 20) erweisen das Gegenteil.

„Der Satz 1) ist aber nichts anderes, als unsere oben in II aufgestellte Definition des Kreismittelpunktes nur im Gewande eines Lehrsatzes. Was berechtigt aber dazu, eine Definition zu einem Lehrsatze, der einen Beweis erfordert, zu stempeln? Das Gewand des Lehrsatzes, in das man hier die Definition hüllt, gleicht jener Löwenhaut, in die sich der Esel hüllte, um die Leute zu schrecken. Mag auch der Pseudolehrsatz dem Schicksale des Esels in jener Fabel entgehen, für den Autor desselben ist schon die Entlarvung peinlich. Wer eine Definition zu einem Lehrsatze erhebt, der zweifelt die in der Definition liegende Behauptung an und drängt ihr einen Beweis auf. Er hebt stillschweigend das wieder auf, was er — falls er überhaupt die Definition als richtig anerkennt oder anerkennen mufs, was doch im vorliegenden Falle nicht zweifelhaft ist — so eben klar und bestimmt gesetzt hat. Das aber ist nicht nur unlogisch, sondern grenzt an Sophisterei und hiermit sind wir strenggenommen mit unserm Herrn Gegner fertig. Allein wir wollen ihm noch einen Schritt weiter auf seinem Kampfplatze folgen.

Angenommen nämlich, doch nicht zugegeben, der obige Satz sei als „Lehrsatz" berechtigt, so darf er auch unbedenklich „umgekehrt" werden. Mein Herr Gegner bestreitet dies und hier geräth er abermals mit den Gesetzen der Logik in Conflikt.

Die Umkehrung eines Lehrsatzes ist bekanntlich nur dann erlaubt, wenn mit der Aufhebung der Voraussetzung (Hypothesis) notwendig auch die Behauptung (Thesis) fällt (oder: wenn diese **nur** besteht, solange jene besteht)*). Dies trifft aber für unsern Satz 1) zu. Denn wenn der Punkt *M* nicht mehr Mittelpunkt des Kreises ist, dann kann er auch nicht gleichweit von allen Kreispunkten entfernt sein (excentrischer Punkt), folglich fällt die Thesis mit Aufhebung der Hypothesis und der Satz 1) ist umkehrbar. — Wir wollen das aber noch genauer nach den Regeln der formalen Logik erörtern:

Der obige Satz 1) enthält ein allgemein bejahendes hypothetisches Urteil, welches dem Schema entspricht:

„In allen Fällen, wo *S* ist, ist *P*"

d. h. hier: in allen (nicht etwa nur in einigen!) Fällen, in denen ein Punkt *M* Mittelpunkt eines Kreises (i. d. E.) ist, ist er gleichweit von allen Kreispunkten entfernt. Ein solches Urteil aber ist rein umkehrbar.**) Denn das ihm äquipollente Urteil ist:

„In allen Fällen, wo *S* ist, ist non-*P* nicht."

und daraus erhält man durch Umkehrung:

„In allen Fällen, wo *P* nicht ist, ist auch nicht *S*"

d. h. für unser Beispiel: In allen Fällen, wo ein Punkt *M* von

*) Für Anfänger ist dies sehr klar — wenn auch etwas breit — auseinandergesetzt in Snell, Planimetrie 2. Aufl. Lpzg. 1857. S. 30.

**) Vergl. Drobisch, Logik. 3. Aufl. §. 78—83.

allen Kreispunkten nicht gleichweit entfernt ist, ist er auch nicht Mittelpunkt des Kreises. — Aber, wie schon bemerkt, diese ganze logische Analyse hat nur einen Sinn, wenn obiger Satz 1) als „Lehrsatz" Geltung hätte.

Der Hinweis aber darauf, dafs die betr. Behauptung „sofort aufhöre richtig zu sein", sobald man in das Gebiet des Raumes, also in das Gebiet dreier Dimensionen sich begebe, ist ja ganz müfsig und wirkungslos, da eben jene Definition nur für ein und dieselbe Ebene gilt und an zwei oder mehrere Ebenen dabei gar niemand denkt. Ebensowenig ändert hieran etwas der Hinweis auf die Ellipse. Denn bei der Definition der Ellipse sind eben von vornherein zwei feste Punkte — weder mehr noch weniger — vorausgesetzt.*) Nach der Methode unsers Herrn Gegners müfste man hier nun beweisen, dafs die E. nicht mehr als zwei (nicht drei oder vier) Brennpunkte haben könne.

Der Hinweis aber beim Unterricht darauf, dafs es, sobald man aus der Ebene heraustrete, anders sei, und dafs dann statt des einen Punktes eine unendliche Anzahl derselben auftreten (Spitzen der geraden Kegel über der Kreisbasis), ist ein rein didaktischer Wink, den natürlich jeder geschickte Lehrer, sobald sich Gelegenheit bietet, sich nicht entgehen lassen wird, um schon in der Planimetrie die Stereometrie vorzubereiten.

Die Sucht, Alles, auch das Klarste und Evidenteste beweisen zu wollen, die wir hier gegeifselt haben, ist die Folge jener übertriebenen Ängstlichkeit mancher Mathematiklehrer und Autoren, deren Forderungen an „Strenge" bis zu einer Art „Fanatismus" sich steigern; sie hat ihre Quelle in jenen hohen Regionen, wo nur die „gestrengste Strenge" hoffähig ist und Alles „in höchster Allgemeinheit" abgehandelt wird. Ich wundere mich nur, dafs man noch nicht alle Grundsätze (Axiome) zu „Lehrsätzen" gestempelt und „Beweise" dafür erdacht hat. Vergl. unsere Bem. zu Euklids Axiom X in ds. Z. III, 136 und Kobers Bem. I, 241 („Man möchte sich wundern, dafs noch kein Mathematiker bewiesen hat, dafs alle Viertelstunden einander gleich sind").

Wir glaubten, hier noch einmal unsere Ansicht ausführlich darlegen zu sollen, damit man nicht etwa dem Reidtschen Angriffe gegenüber das „qui tacet, consentire videtur" gegen uns anwende. Ob diese unsere Ansicht auch jetzt noch „sowohl vom wissenschaftlichen als auch vom didaktischen Standpunkte aus völlig unberechtigt" sei (vergl. X, 415 Zl. 7/8 v. o.), das mögen die Leser entscheiden.

---

*) Die Ellipse ist eine krumme Linie, so beschaffen, dafs die Summe der Entfernungen jedes Punktes derselben von zwei festen Punkten (Brennpunkten) gleich einer Constanten ist. Die Definition der Ellipse, die mein Herr Gegner meint und bei der man nur von einem Brennpunkte ausgeht, dürfte doch sehr gesucht sein.

Zum Aufgaben-Repertorium.

(Redigiert von Dr. Lieber-Stettin und von Lühmann-Königsberg i. d. N.)

A) Auflösungen.

200. (Gestellt von Brocard XIII_1, 33.) Die Dreiecke ABC und $A'B'C'$ (siehe Aufg. 133, XII_4, 263) sind perspektivisch. Ihr Projektionscentrum (Schnittpunkt von AA', BB', CC') sei D und ihre Kollineationsachse (Gerade, in der die Schnittpunkte entsprechender Seiten liegen) G; dann ist $HD \perp G$.

Beweis. Da A die trimetrischen Koordinaten $x_1 = h_1$, $x_2 = x_3 = o$ und A' die Koordinaten $\frac{1}{2} a \operatorname{tg} \vartheta$, $\frac{1}{2} a \frac{\sin(\gamma - \vartheta)}{\cos\vartheta}$, $\frac{1}{2} a \frac{\sin(\beta - \vartheta)}{\cos\vartheta}$, oder $\sin\vartheta$, $\sin(\gamma - \vartheta)$, $\sin(\beta - \vartheta)$ hat, so ist die Gleichung von $AA' : x_2 \sin(\beta - \vartheta) = x_3 \sin(\gamma - \vartheta)$ oder $x_2 \sin\beta^3 = x_3 \sin\gamma^3$; ebenso findet man die Gleichungen von BB' und CC': $x_3 \sin\gamma^3 = x_1 \sin\alpha^3$, $x_1 \sin\alpha^3 = x_2 \sin\beta^3$, woraus hervorgeht, dafs sich diese drei Geraden in einem Punkt D schneiden, der die Koordinaten $\frac{1}{\sin\alpha^3}$, $\frac{1}{\sin\beta^3}$, $\frac{1}{\sin\gamma^3}$, also die Gleichung $\frac{\xi_1}{\sin\alpha^2} + \frac{\xi_2}{\sin\beta^2} + \frac{\xi_3}{\sin\gamma^2} = 0$ hat. Die Gleichung von $B'C'$ ist:

$$\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ \sin(\gamma - \vartheta) & \sin\vartheta & \sin(\alpha - \vartheta) \\ \sin(\beta - \vartheta) & \sin(\alpha - \vartheta) & \sin\vartheta \end{vmatrix} = 0,$$

oder wenn man die zweite und dritte Horizontalreihe mit $\sin\alpha \sin\beta \sin\gamma$ multipliziert und durch $\sin\vartheta$ dividiert:

$$\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ \sin\gamma^3 & \sin\alpha\sin\beta\sin\gamma & \sin\alpha^3 \\ \sin\beta^3 & \sin\alpha^3 & \sin\alpha\sin\beta\sin\gamma \end{vmatrix} = 0.$$

Für den Schnittpunkt von $B'C'$ und BC ist $x_1 = 0$ und man erhält für das Verhältnis der beiden anderen Koordinaten die Gleichung: $\frac{x_2 \sin\beta}{\sin\beta^4 - \sin\beta^2\sin\gamma^2} + \frac{x_3 \sin\gamma}{\sin\gamma^4 - \sin\alpha^2\sin\beta^2} = 0$. Ganz analog gebildete Gleichungen erhält man für die Schnittpunkte von $C'A'$ und CA, $A'B'$ und AB, woraus sofort hervorgeht, dafs alle drei Schnittpunkte auf einer geraden Linie liegen, der Kollineationsachse. Nun ist die Gleichung von HD:

$$x_1\left(\frac{\cos\beta}{\sin\gamma^3} - \frac{\cos\gamma}{\sin\beta^3}\right) + x_2\left(\frac{\cos\gamma}{\sin\alpha^3} - \frac{\cos\alpha}{\sin\gamma^3}\right) + x_3\left(\frac{\cos\alpha}{\sin\beta^3} - \frac{\cos\beta}{\sin\alpha^3}\right) = 0;$$

die Bedingung ihrer Orthogonalität (vergl. Salmon Art. 61, Aufg. 4) ist $a_1' - a_2' \cos\gamma - a_3' \cos\beta = \frac{(\sin\beta^2 - \sin\gamma^2)(\sin\alpha^4 - \sin\beta^2\sin\gamma^2)}{\sin\alpha^3\sin\beta^2\sin\gamma^2}$.

Da aber $a_1 = \frac{\sin\alpha}{\sin\alpha^4 - \sin\beta^2 \sin\gamma^2}$ ist, so hat man

$$a_1 (a_1' - a_2' \cos\gamma - a_3' \cos\beta) = \frac{\sin\beta^2 - \sin\gamma^2}{\sin\alpha^2 \sin\beta^2 \sin\gamma^2},$$

woraus sich ergiebt, daſs obige Relation erfüllt wird.

Stoll (Bensheim).

201. Die Dreiecke ABC nnd $A'B'C'$ haben denselben Schwerpunkt E.

1. u. 2. Beweis siehe XIII_5, 360.

3. Beweis. Wir konstruieren den Spiegelpunkt A'' von A' in Bezug auf BC. $\triangle A''BC' \sim ABC$, woraus leicht folgt $A''C' = AB''$, und ebenso $A''B' = AC'$, also $AB'A''C'$ ein Parallelogramm, daher halbieren sich AA'' und $B'C'$ in M'; daher ist $A'M'$ Mittellinie sowohl in $A'B'C'$ als auch in $AA'A''$. Es sei M der Mittelpunkt von BC, dann ist AM Mittellinie in $AA'A''$ und wird also von $A'M'$ nach dem Verhältnis $2:1$ geteilt; der Schnittpunkt der Geraden AM und $A'M'$ ist also der Schwerpunkt von $A'B'C'$ und von $AA'A''$; dieser ist aber auch, wie leicht ersichtlich, der von ABC.

Fuhrmann.

202. (Gestellt von Brocard XIII_1, 33.) Die Punkte D, E und S (Mittelpunkt von OO') liegen auf einer Geraden und es ist $DE = 2ES$, also ist E Schwerpunkt des Dreiecks DOO'.

Beweis. Die Gleichung von E ist: $\xi_1 + \xi_2 + \xi_3 = 0$, die von D: $\frac{\xi_1}{\sin\alpha^2} + \frac{\xi_2}{\sin\beta^2} + \frac{\xi_3}{\sin\gamma^2} = 0$. Die Abstände des Punktes O von BC, CA, AB sind, wenn wir $\frac{2r\sin\vartheta^2}{\sin\alpha\sin\beta\sin\gamma} = p$ setzen, $p\sin\alpha\sin\gamma^2$, $p\sin\beta\sin\alpha^2$, $p\sin\gamma\sin\beta^2$; daher sind die trimetrischen Koordinaten von O: $\sin\alpha\sin\gamma^2$, $\sin\beta\sin\alpha^2$, $\sin\gamma\sin\beta^2$; und die Gleichung von O ist: $\frac{\xi_1}{\sin\beta^2} + \frac{\xi_2}{\sin\gamma^2} + \frac{\xi_3}{\sin\alpha^2} = 0$. Ebenso ist die Gleichung von O': $\frac{\xi_1}{\sin\gamma^2} + \frac{\xi_2}{\sin\alpha^2} + \frac{\xi_3}{\sin\beta^2} = 0$; daher ist die Gleichung von S: $\xi_1\left(\frac{1}{\sin\beta^2} + \frac{1}{\sin\gamma^2}\right) + \xi_2\left(\frac{1}{\sin\gamma^2} + \frac{1}{\sin\alpha^2}\right) + \xi_3\left(\frac{1}{\sin\alpha^2} + \frac{1}{\sin\beta^2}\right) = 0$. Bezeichnet man die linken Seiten der Gleichungen von S, D und E mit denselben Buchstaben (also $S = 0$ u. s. w.) und die Summe der Koefficienten der ξ in ihnen bezüglich mit s, d, e, wobei zu bemerken ist, daſs $s = 2d$ und $e = 3$, so hat man die Identität $\frac{2}{3}\frac{S}{s} + \frac{1}{3}\frac{D}{d} = \frac{E}{e}$.

Stoll.

210. (Gestellt von Schlömilch XIII_2, 124.) Welcher Spielraum muſs dem positiven echten Bruch ε angewiesen werden, wenn die Ungleichung $\sqrt{1 + x^4} > 1 - 2\varepsilon x + x^2$ für alle positiven x bestehen soll?

1. Aufl. Es ist $\varepsilon > \frac{1 + x^2 - \sqrt{1 + x^4}}{2x} \equiv \frac{x}{1 + x^2 + \sqrt{1 + x^4}}$ $\equiv y$. Es mufs also ε gröfser als der Maximalwert von y sein. Aus dem obigen Ausdruck folgt die Gleichung $2yx^2 - (2y^2 + 1)x + 2y = 0$. Für eine Kulmination von y mufs x eine Doppelwurzel besitzen, es mufs also die Diskriminante jener Gleichung Null sein, also $(2y^2 + 1)^2 - 16y^2 = 0$. Daraus folgt $y = \pm 1 \pm \sqrt{\frac{1}{2}}$ (wo die Vorzeichen einander nicht entsprechen). Die negativen Werte gehören zu negativem x; $y = 1 + \sqrt{\frac{1}{2}}$ entspricht dem Ausdruck $\frac{1 + x^2 + \sqrt{1 + x^4}}{2x}$ für $x = 1$; es bleibt also nur noch $y = 1 - \sqrt{\frac{1}{2}}$, welches $x = 1$ entspricht und sich in der That als ein Maximum erweist. Es ist also $\varepsilon > 1 - \sqrt{\frac{1}{2}}$.

Schmitz (Neuburg a. d. Donau).

Anmerkung.† Es ist $y = \frac{1}{2}\left(x + \frac{1}{x} - \sqrt{x^2 + \frac{1}{x^2}}\right)$ oder, $x + \frac{1}{x} = z$ gesetzt, $y = \frac{1}{2}\left(z - \sqrt{z^2 - 2}\right) = \frac{1}{z + \sqrt{z^2 - 2}}$; y erhält seinen Maximalwert, wenn z seinen Minimalwert 2 erhält. Derselbe ist daher $\frac{1}{2}\left(2 - \sqrt{2}\right) = 1 - \sqrt{\frac{1}{2}}$.

2. Aufl. Durch Quadrierung und Division durch den positiven Faktor $2\varepsilon x$ ergiebt sich die Ungleichung $1 - x\frac{1 + 2\varepsilon^2}{2\varepsilon} + x^2 > 0$ oder $(1 - x)^2 + x\left(2 - \frac{1 + 2\varepsilon^2}{2\varepsilon}\right) > 0$, also $2 - \frac{1 + 2\varepsilon^2}{2\varepsilon} > 0$; $\varepsilon^2 - 2\varepsilon + \frac{1}{2} < 0$ oder $\left(\varepsilon - 1 - \sqrt{\frac{1}{2}}\right)\left(\varepsilon - 1 + \sqrt{\frac{1}{2}}\right) < 0$. Da ε positiv sein soll, so mufs ε zwischen $1 + \sqrt{\frac{1}{2}}$ und $1 - \sqrt{\frac{1}{2}}$ liegen.

Fuhrmann (Königsberg i. Pr.).
Glaser (Homburg v. d. H.). Stoll.

3. Aufl. Von den beiden auf rechtwinklige Koordinaten bezogenen Kurven (I) $y = \sqrt{1 + x^4}$ und (II) $y = 1 - 2\varepsilon x + x^2$ besteht die erste aus zwei zur XAchse symmetrisch liegenden, parabelähnlichen Zweigen, die sich beide ins Unendliche erstrecken; (II) ist eine Parabel, deren Achse der YAchse parallel ist. Solange ε ein echter Bruch bleibt, liegt (II) ganz auf der positiven Seite der XAchse und es kommt daher von (I) auch nur derjenige Zweig in Betracht, dessen Ordinaten positiv sind. Man bestimme die Schnittpunkte von (I) und (II), indem man beide Gleichungen quadriert

und von einander subtrahiert; also $x(2\varepsilon x^2 - (1+2\varepsilon^2)x + 2\varepsilon) = 0$. Diese Gleichung zeigt, weil $x = 0$ eine ihrer Wurzeln ist, daſs beide Kurven für jedes ε sich auf der YAchse schneiden und zwar im Scheitel von (I), dessen Ordinate gleich 1 ist. Um die anderen Schnittpunkte der beiden Kurven zu finden, hat man die Gleichung $2\varepsilon x^2 - (1+2\varepsilon^2)x + 2\varepsilon = 0$ nach x aufzulösen, wodurch man erhält $x = \frac{1+2\varepsilon^2 \pm \sqrt{(1+2\varepsilon^2)^2 - 16\varepsilon^2}}{4\varepsilon}$ und dieser Ausdruck giebt die Abscissen der gesuchten Schnittpunkte an. Diese Abscissen aber müssen, wenn die in der Aufgabe aufgestellte Ungleichung bestehen soll, imaginär werden, so daſs $(1+2\varepsilon^2)^2 - 16\varepsilon^2 < 0$ ist, oder $(1+4\varepsilon+2\varepsilon^2)(1-4\varepsilon+2\varepsilon^2) < 0$ oder $1 - 4\varepsilon + 2\varepsilon^2 < 0$

$$\text{oder } \left(\varepsilon - 1 + \sqrt{\tfrac{1}{2}}\right)\left(\varepsilon - 1 - \sqrt{\tfrac{1}{2}}\right) < 0,$$

$$\text{d. h. } 1 - \sqrt{\tfrac{1}{2}} < \varepsilon < 1 + \sqrt{\tfrac{1}{2}}.$$

Stegemann (Prenzlau).

Anmerkung zu Aufl. 2 und 3.† In Betreff der oberen Grenze ist die Auflösung von Schmitz zu beachten.

211. (Gestellt von Fleischhauer XIII_2, 124.) Wenn eine Staatsanleihe, die mittelst 50 (n) am Ende jeden Jahres fälligen Annuitäten (N) von 100000 ℳ zu verzinsen und zu amortisieren ist, für 2 Millionen Mark netto (A) an ein Bankhaus abgesetzt wird, wie hoch (p%) muſs dann der Staat die erlöste Summe jährlich verzinsen?

Auflösung. Man hat $\frac{N}{z} + \frac{N}{z^2} + \frac{N}{z^3} + \cdots + \frac{N}{z^n} = \frac{N}{z^n}\,\frac{z^n - 1}{z - 1} = A$; in unserem Falle also $z^{50} - 1 = 20 z^{50}(z-1)$, woraus, wenn man auf der rechten Seite statt z seinen Wert $1 + 0{,}01p$ setzt, $p = 5(z^{50} - 1) : z^{50}$ folgt. Dies zeigt, daſs $z < 5$ sein muſs. Setzen wir daher auf der rechten Seite der letzten Gleichung $z = 1{,}045$, so folgt als zweiter Näherungswert $p = 4{,}4465$; nehmen wir jetzt $z = 1{,}044465$, so folgt $p = 4{,}4321$; dies giebt dann weiter $p = 4{,}42811$, dies wieder $p = 4{,}42718$; dies endlich $p = 4{,}4268$. Da der letzte Näherungswert wieder dasselbe Resultat ergiebt, so ist er bis auf die vierte Decimalstelle richtig.

Stoll.

212. (Gestellt von Fleischhauer XIII_2, 124.) An eine Kasse sollen jährlich Zahlungen geleistet werden, welche der Entwertung eines Gebäudes (proportional dem Quadrat des Alters) entsprechen und mit den Zinsen ($p = 4$%) weiter verzinst werden sollen. Wie groſs müſste dann die ($m = 1{,}50{,}100$)ste dieser Einzahlungen z'_m sein, wenn in ($n = 100$) Jahren das in dieser Weise angesammelte Kapital dem Nennwert ($W = 10\,000$ ℳ) des Gebäudes gleichkommen soll; wieviel (Z_m) würde bis zum Ende des ($m = 50$)sten

Jahres angespart sein und welchen Wert $\left(W\frac{m}{n}\right)$ würde das Gebäude seinem Nennwerte gegenüber alsdann noch repräsentieren?

Auflösung. Es sei $1 + \frac{p}{100} = q$ und die erste Einzahlung gleich z; dann ist $W = zq^{n-1} + 3zq^{n-2} + 5zq^{n-3} + \dots$

$$+ (2n+1)zq + (2n-1)z = z[q^n - 1 + 2(q^{n-1} - 1)$$
$$+ 2(q^{n-2} - 1) + \dots + 2(q - 1)] : (q - 1)$$
$$= z\left(q^n - 2n + 1 + 2q\frac{q^{n-1} - 1}{q - 1}\right) : (q - 1)$$
$$= z[q^n(q+1) - (2n+1)q + (2n-1)] : (q-1)^2;$$

folglich $z = W(q-1)^2 : [q^n(q+1) - (2n+1)q + (2n-1)]$. In unserem Fall ist $q = 1{,}04$ und $n = 100$, also $z = 0{,}1720615$. Die 50ste Einzahlung ist 99mal gröfser, also gleich 17,034; die 100ste 199mal gröfser, also 34,24 ℳ. Am Ende des 50sten Jahres wären gespart $[0{,}1720615\,(1{,}04^{50}.2{,}04 + 99 - 101.1{,}04)] : 0{,}0016 = 722{,}54$ ℳ

Stoll.

213. (Gestellt von Budde XIII_2, 125.) Bewegt sich eine Hyperbel so, dafs die eine ihrer Asymptoten eine unveränderte Lage behält, so schneiden sich sämtliche Polaren eines festen Punktes in einem Punkte.

1. Beweis. Die Gleichung der beweglichen Hyperbel sei $x(y + v) = k$. Die Gleichung der Polare eines Punktes ξ, η ist dann $\eta x + \xi y - 2k + v(\xi + x) = 0$. Sämtliche Polaren schneiden sich also in dem Schnittpunkte der Linien $\eta x + \xi y - 2k = 0$ und $x + \xi = 0$.

Fuhrmann. Stegemann. Stoll.

2. Beweis. Verschiebt man die Hyperbel so, dafs ihr Mittelpunkt auf der einen Asymptote um d fortrückt, so wird ihre Gleichung $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} - \frac{2dx}{a\sqrt{a^2+b^2}} + \frac{2dy}{b\sqrt{a^2+b^2}} - 1 = 0$ und die Gleichung der Polare von ξ, η wird $\frac{x\xi}{a^2} - \frac{y\eta}{b^2} - 1 - \frac{d}{\sqrt{a^2+b^2}}$ $\left(\frac{x+\xi}{a} - \frac{y+\eta}{b}\right) = 0$. Die Polaren gehen daher durch den Schnittpunkt von $\frac{x\xi}{a^2} - \frac{y\eta}{b^2} = 1$ und $\frac{x+\xi}{a} = \frac{y+\eta}{b}$.

Capelle (Oberhausen). Glaser.

3. Beweis. Zwei kongruente Hyperbeln, welche eine Asymptote α gemeinsam haben und deren beide anderen Asymptoten einander parallel sind, können sich in keinem endlichfernen Punkte treffen; denn das Produkt der Entfernungen eines solchen von α und β müfste gleich sein dem der Entfernungen von α und γ; derselbe müfste demnach von γ und β gleichweit abstehen, was unmöglich. Projiciert man die Hyperbeln centrisch auf eine neue Ebene, so erhält man Kegelschnitte, welche sich in der Projektion des unendlich-

fernen Punktes von α berühren und im Schnittpunkt der Projektionen von β und γ schneiden, aber weiter keinen Punkt gemeinsam haben. Die Berührung mufs demnach eine Oskulation sein. Verschiebt man daher eine jener Hyperbeln parallel längs α, so bildet dieselbe während der Bewegung ein Kegelschnittsbüschel. Von einem solchen gilt aber der angegebene Satz (s. Steiner-Schröter § 47).

Weinmeister I. (Leipzig).

Der Zusatz des Herrn Budde XIII_2, 125, nach welchem die Lage des Punktes unabhängig davon sein sollte, welche der beiden Asymptoten als Leitlinie gewählt werde, erweist sich, wie die Herren Glaser, Stegemann, Stoll durch Aufstellung der Koordinaten nachweisen, als irrtümlich.

214. (Gestellt von Weinmeister XIII_2, 125.) Gegeben ein fester Kegel II. O. K und ein fester Punkt P. Eine Ebene E, welche K in der Kurve (EK) schneidet, bewegt sich so, dafs der Kegel, welcher (EK) zur Basis und P zur Spitze hat, ein Rotationskegel ist. Welche Fläche wird von E eingehüllt?

Auflösung. Legt man um P als Mittelpunkt eine beliebige Kugel, so bestimmt sich das Polargebilde des Kegels K (mit der Spitze S) als ein Kegelschnitt K' in einer Ebene S'; der Pol der Ebene E sei E'. Soll nun der Kegel mit der Spitze P und der Basis (EK) ein Rotationskegel sein, so mufs der Kegel, welcher E' zur Spitze und K' zur Basis hat, ebenfalls ein Rotationskegel sein. Der Ort für den Punkt E' ist dann aber bekanntlich ein Kegelschnitt X', dessen Ebene auf S' senkrecht steht und welcher aufserdem mit K' den Mittelpunkt gemeinsam hat. Folglich hüllt E einen Kegel X ein, dessen Spitze in der Ebene liegt, welche auf PS in S senkrecht steht; aufserdem fallen die Polarebenen von P in Beziehung auf beide Kegel K und X in eine Ebene zusammen. Beide Kegel sind reciprok, so dafs jede Tangentialebene von K den Kegel X in einer Kurve schneidet, welche mit P als Spitze einen Rotationskegel bestimmt. P liegt entweder aufserhalb des einen Kegels und innerhalb des anderen, oder es ist beiden Kegelflächen gemeinsam.

Weinmeister I.

215. (Gestellt von Weinmeister XIII_2, 125). Schneiden sich zwei Rotationsparaboloide mit parallelen Achsen, so gehört die Schnittkurve derselben einer dritten Rotationsfläche II. O. an, deren Brennpunkte in den Brennpunkten der Paraboloide gelegen sind.

Beweis. Da alle Flächenpunkte eines Rotationsparaboloides vom Brennpunkt und von der Leitebene gleichweit entfernt sind, so kann man für die Summe beziehungsweise Differenz der Brennstrahlen aller Punkte der Schnittkurve die Summe beziehungsweise Differenz ihrer Abstände von den parallelen Leitebenen setzen; dieselbe ist aber konstant, wenn die Achsen entgegengesetzte, beziehungsweise gleiche Richtung haben. Die Schnittkurve gehört daher

einem abgeplatteten Rotationsellipsoid beziehungsweise einem zweischaligen Rotationshyperboloide an. WEINMEISTER I.

Analytisch bewiesen von STOLL.

216. (Gestellt von Weinmeister XIII_2, 125). Im Innern eines regelmäfsigen n-eckes ist eine Linie so gezogen, dafs sie alle Flächenpunkte, welche dem Mittelpunkt näher liegen als dem Umfang, von den übrigen trennt. Zu berechnen das Verhältnis 1) der beiden Flächenstücke, in welche dadurch das n-eck geteilt wird; 2) der Länge der Teilungslinie zum Vielecksumfang.

Auflösung. Der Mittelpunkt sei M, eine halbe Vielecksseite AB ($\angle ABM = 90^0$), der Bogen der Teilungslinie, welcher zwischen MA und MB liegt, sei PS; er ist offenbar ein Bogen der Parabel, welche M zum Brennpunkt und AB zur Leitlinie hat. Es sei nun $MS = SB = m$, die Halbierungslinie von $\angle AMB$ treffe AB in D, so ist $\angle AMD = BMD = PDM = \omega = \frac{360^0}{4n} = \frac{90^0}{n}$ u. $PD \parallel MB$; die rechtwinkligen Koordinaten von P seien $SQ = x$ und $PQ = y$. Dann ist $\boldsymbol{y = BD = 2m \operatorname{tg} \omega}$; ferner $\cos 2\omega = \frac{QM}{PM} = \frac{QM}{DP}$

$$= \frac{m-x}{m+x} \text{ woraus } \boldsymbol{x = m \operatorname{tg} \omega^2}.$$

$$1) \text{ Sect. } MPS = \text{Segm. } PQS + \triangle MPQ = \frac{2}{3}xy + \frac{1}{2}y(m-x)$$

$$= \frac{1}{3}m^2 \operatorname{tg}\omega(\operatorname{tg}\omega^2 + 3); \ \triangle ABM = 2m^2 \operatorname{tg} 2\omega = \frac{4m^2 \operatorname{tg}\omega}{1-\operatorname{tg}\omega^2}.$$

$$\text{Mithin } \frac{\text{Sect } MPS}{\triangle ABM - \text{Sect } MPS} = \frac{3 - 2\operatorname{tg}\omega^2 - \operatorname{tg}\omega^4}{9 + 2\operatorname{tg}\omega^2 + \operatorname{tg}\omega^4}$$

und in diesem Verhältnis wird auch das ganze $n$eck geteilt.

$$2) \text{ Arc. } PS = y\frac{\sqrt{4m^2+y^2}}{4m} + m\, l\left(\frac{y+\sqrt{4m^2+y^2}}{2m}\right)$$

$$= m \operatorname{tg}\omega\sqrt{1+\operatorname{tg}\omega^2} + ml(\operatorname{tg}\omega + \sqrt{1+\operatorname{tg}\omega^2}) = m\frac{\operatorname{tg}\omega}{\cos\omega}$$

$$+ ml\left(\frac{1+\sin\omega}{\cos\omega}\right).$$

$$\text{Mithin } \frac{\text{Arc } PS}{AB} = \left(\frac{\sin\omega}{\sin\omega^2} + l\left[\frac{1+\sin\omega}{\cos\omega}\right]\right) : 2\operatorname{tg} 2\omega.$$

Für $n = 3$ erhält man als Verhältnis der Flächenstücke $\frac{5}{22}$ und der Linien $\frac{4 + l27}{12\sqrt{3}} = \frac{1}{2{,}848831}$.

STEGEMANN. STOLL. WEINMEISTER.

B. Neue Aufgaben.

Eine Hyperbel zu konstruieren, wenn gegeben die Lage der rellen Achse, die Länge der halben imaginären Achse und

260. zwei Punkte der Hyperbel.

261. eine Tangente mit ihrem Berührungspunkt.

262. eine Asymptote.

263. eine Scheiteltangente und ein Punkt der Hyperbel.

264. eine Scheiteltangente und die Bedingung, dafs die Hyperbel gleichseitig sein soll. Rulf (Pilsen).

265. (Synthetisch zu lösen.) Über drei der Lage und Gröfse nach gegebenen Strecken AB, A_1B_1, A_2B_2 drei unter sich ähnliche Dreiecke ABX, $A_1B_1X_1$, $A_2B_2X_2$ so zu konstruiren, dafs $\triangle XX_1X_2$ einem gegebenen Dreieck ähnlich wird.

Dr. Julius Petersen (Kopenhagen).

Aufgaben über Segmentärpunkte und den Brocard'schen Kreis von Tarry und Kiehl (Bezeichnungen siehe XII_2 107, XII_4 263, XIII_3 203, XIII_5 357—360 und Aufgabe 200 dieses Heftes).

266. Die Parallelen, welche durch A, B, C zu den Seiten des Dreiecks $A'B'C'$ gezogen sind, schneiden sich in einem Punkte R des in $\triangle ABC$ beschriebenen Kreises.

267. R liegt auf der Linie HD, welche senkrecht zu der Kollineationsachse G der Dreiecke ABC und $A'B'C'$ ist. (Ein rein geometrischer Beweis ist erwünscht.)

Gaston Tarry (Algier).

268. Durch K gehen die drei Transversalen, welche die Ecken des Dreiecks ABC mit den Ecken desjenigen Dreiecks verbinden, dessen Seiten die durch A, B, C gelegten Tangenten des umgeschriebenen Kreises sind.

269. K ist der Mittelpunkt eines Kreises, der je zwei der Seiten von ABC unter einem Durchmesser schneidet (d. h. durch Punkt K gehen drei Gerade gleicher Länge, die in ihm halbiert werden).

270. Die Cotangenten der in demselben Drehungssinne als positiv gerechneten Winkel, welche die Dreiecksseiten mit den durch ihre Halbierungspunkte und durch K bestimmten Transversalen bilden, haben zur Summe 0 (Vergl. den Fasbenderschen Satz über die Schwerlinien).

271. Die Senkrechten, welche man durch die Halbierungspunkte der Seiten des Dreiecks $A'B'C'$ auf die Seiten von ABC fällt, schneiden einander im Mittelpunkte des Feuerbachschen Kreises.

Dr. Kiehl (Bromberg).

272. Ein rechtwinkliges Dreieck ABC ($\gamma = 90^0$) zu konstruieren, wenn die gröfsere Kathete (b) gegeben ist und die Summe aus den Quadraten der kleineren Kathete und dem an ihr liegenden

Höhenabschnitt gleich dem halben Quadrat über der Hypotenuse werden soll $\left(a^2 + BD^2 = \frac{1}{2} c^2\right)$.

Dr. H. Emsmann (Stettin).

Zu beweisen, dafs unter der Voraussetzung, p und m seien ganze positive Zahlen,

273. die Summe der endlichen Reihe

$$\binom{p}{m}\binom{m+1}{0} - \binom{p-2}{m}\binom{m+1}{1} + \binom{p-4}{m}\binom{m+1}{2} - \text{etc.}$$
$$= \binom{m+1}{p-m} \text{ ist.}$$

274. und p sei $\overline{\gtrless}$ $2m$, die Summe der endlichen Reihe $\binom{p}{m}\binom{m}{0} - \binom{p-2}{m}\binom{m}{1} + \binom{p-4}{m}\binom{m}{2} -$ etc. den von p unabhängigen Wert 2^m besitzt.

275. Zu beweisen, dafs unter der Voraussetzung, m sei eine ganze positive Zahl, die Summe der endlichen Reihe

$$1 - \frac{m(m-1)}{2(2m-1)} + \frac{m(m-1)(m-2)(m-3)}{2 \,.\, 4(2m-1)(2m-3)}$$
$$- \frac{m(m-1)(m-2)(m-3)(m-4)(m-5)}{2 \,.\, 4 \,.\, 6(2m-1)(2m-3)(2m-5)} + \text{etc.} = 2^m : \binom{2m}{m} \text{ ist.}$$

Dr. Stoll (Bensheim).

Litterarische Berichte.

A) Recensionen.*)

HOLZMÜLLER (Dr. Gustav, Direktor der kgl. Gewerbeschule zu Hagen etc.). **Einführung in die Theorie der isogonalen Verwandtschaften und der konformen Abbildungen, verbunden mit Anwendungen auf mathematische Physik.** Mit 26 lithographierten Tafeln. Leipzig, Druck und Verlag von B. G. Teubner. 1882. VIII, 284 S. Pr. *M.* 11.20.

Seit geraumer Zeit hat sich der Verf. dieses interessanten Werkes mit dem Studium jener Zuordnung zweier geometrischer Planfiguren beschäftigt, welche ihren analytischen Ausdruck darin finden, dafs einem Punkt $(x + yi)$ der einen Zahlenebene ein Punkt $f(x + yi)$ einer anderen Zahlenebene zugeordnet wird. In der Schlömilch'schen Zeitschrift sowohl wie in den „Math. Annalen", resp. in den Programmen seiner Gewerbeschule hat Herr Holzmüller die Ergebnisse seiner mühevollen aber fruchtbringenden Arbeit niedergelegt; auch diese Zeitschrift hat bereits einmal über seine Thätigkeit einen Bericht gebracht.**) Nun aber, nachdem sich im Verlaufe von mehr denn 10 Jahren eine stattliche Anzahl von Einzelresultaten angesammelt hatte, die, obschon auch an und für sich interessant, ihr wahres Interesse doch erst dann recht hervortreten lassen, wenn man sie sämtlich von einem höheren Standpunkt aus betrachtet, erschien es dem Verf. angezeigt, die Lehre von der konformen (nach Breusing „winkeltreuen") Abbildung zum Gegenstande eines selbständigen Werkes zu machen und darin nicht blos dasjenige zusammenzustellen, was er selbst und andere Mitarbeiter gefunden, sondern auch die Theorie dieser Projektion wissenschaftlich nach allen Seiten abzurunden und zugleich die Fäden aufzudecken,

---

*) Die drei ersten hier rezensirten mathematischen Werke (Holzmüller, Scheffler, Harnack) gehören zwar nicht in den Kreis der Schulbücherlitteratur, aber sie enthalten so bedeutende Leistungen, dafs die Referate über dieselben manchen strebsamen Kollegen erwünscht sein dürften. Zugleich geben diese Referate einen Beleg dafür, dafs es auch im Kreise unserer Mitarbeiter an tüchtigen Recensentenfedern nicht mangelt.

Die Redaktion.

**) Man sehe die Citate in XIII, 397. D. Red.

welche dieses anscheinend so enge begrenzte Spezialkapitel der modernen Funktionenlehre mit der Physik und angewandten Mathematik verknüpfen. Dieses Werk, welches bei dem schwierigen Drucke und der Kompliziertheit der beizugebenden geometrischen Diagramme nicht leicht in einem anderen als dem Teubner'schen Verlage in gleich vollendeter äufserer Form erscheinen konnte, liegt uns jetzt vor, und wir halten es für unsere Pflicht, diejenigen unserer Fachgenossen, welche dasselbe nicht ohnehin bereits kennen sollten, auf dasselbe durch unsere Anzeige aufmerksam zu machen.

Die Einleitung giebt einen kurzen Überblick über die geschichtliche Entwicklung der Lehre von der konformen Abbildung. Dieselbe bestand schon lange, ehe man sich ihrer Eigenthümlichkeit bewufst war, denn sowohl die bereits den Griechen bekannte stereographische Kartenprojektion als auch die cylindrische Mercators sind so beschaffen, dafs zwei krumme Linien auf der Kugel sich unter dem nämlichen Winkel durchschneiden, wie ihre entsprechenden Kurven im ebenen Bilde, allein erst Lambert machte auf diesen Sachverhalt aufmerksam, und erst Lagrange nahm wahr, dafs diese „isogonale Verwandtschaft“ zweier Figuren einfach aus der Theorie der komplexen Funktionen hervorgehe. Nachdem dann Gauss allgemein gezeigt hatte, wie eine Figur auf einer anderen Ebene so abgebildet werden könne, dafs Original und Kopie sich in den kleinsten Teilen ähnlich seien, war der Weg zu weiteren Untersuchungen geöffnet, die sich denn auch um so rascher vervielfältigten, als man bald, worauf oben hingedeutet ward, erkannt hatte, dafs die nämlichen Formelgattungen bei allen Problemen wieder erschienen, die sich auf die Strömungen tropfbar flüssiger und elektrischer Materie wie auch auf die Wärmebewegung bezogen. Der Verf. erörtert sodann in dieser Einleitung noch die verschiedenen Wege, welche zur Lösung derartiger Aufgaben führen, und behält sich selbst für seine Zwecke eine synthetische Methode vor. Wir möchten dieselbe noch lieber als eine spezialisierende, vom Einfacheren zum Zusammengesetzteren fortschreitende bezeichnen, denn es wird mit der Erörterung leichterer Fälle begonnen, und nachdem der Leser durch deren genaue Betrachtung den Gang und das Wesen der Untersuchung sich zu eigen gemacht hat, sieht er sich zu immer verwickelteren Beispielen weiter geführt. Was aber das eigentümliche Lösungsverfahren im konkreten Falle anlangt, so ist dasselbe weder ein rein analytisches, noch ein rein synthetisches, sondern ein gemischtes, wie es unseres Erachtens für ein Werk sich auch am besten eignet, welches dazu bestimmt ist, wissenschaftliche Novitäten einem weiteren Leserkreise zu vermitteln. Wir lassen nunmehr eine Inhaltsanalyse jedes der fünfzehn Kapitel folgen, in welche das Buch zerfällt.

Kap. I. In völlig elementarer Weise wird hier die geometrische Darstellung der komplexen Zahlen in der Ebene und das

(graphische) Rechnen mit denselben gelehrt. Bei Gelegenheit der Diskussion des Ausdrucks $\sqrt{x+yi}$ wird bereits darauf hingewiesen, dafs für zweideutige Funktionen in ein und derselben Ebene kein Platz vorhanden ist, dafs man vielmehr zwei unendlich nahe an einander liegende Ebenen zu deren Darstellung benützen und diese Ebenen in geeigneten Zusammenhang bringen mufs — das erste Beispiel einer Riemann'schen Windungsfläche. Die letzte Fundamentalfunktion, von welcher in diesem einführenden Kapitel die Rede ist, ist $\log(x+yi)$. Damit ist zugleich der Nachweis geliefert, dafs jene beiden Einteilungsarten einer Ebene in unendlichkleine Vierecke, welche man als die des orthogonalen und polaren Koordinatensystems bezeichnen kann, einander konform entsprechen.

Kap. II. Auf $1\frac{1}{2}$ Seiten werden, mit Recht ganz kurz, die den geometrischen Verwandtschaften der Kongruenz und Ähnlichkeit analogen algebraischen Relationen abgehandelt.

Kap. III. Setzt man $X+Yi=(x+yi)^{-1}$, so erhält man eine eindeutige Verwandtschaft, welche zu den involutorischen gehört und der allervielfachsten Verwertung fähig ist. Ein Kreis geht wieder in einen Kreis über; schon daraus erhellt, dafs man es mit jener Beziehung zweier Figuren zu thun hat, welche Möbius Kreisverwandtschaft, der neuere Sprachgebrauch Zuordnung durch reciproke Radien genannt hat. Da hierdurch ein Strahlenbüschel samt konzentrischer Kreisschar in zwei Scharen von Orthogonalkreisen übergeht, so führt der Verf. gewisse Variable, durch welche ein Punkt als zwei bestimmten Individuen dieser Kreissysteme angehörig gekennzeichnet wird, als „Bizirkularkoordinaten" ein und weist nach, dafs diese neuen Koordinaten als „isothermische" — der Grund dieser Bezeichnung wird späterer Erklärung reserviert — zu gelten haben. Von Wichtigkeit für das neue System ist eine Kurve, die „logarithmische Doppel-Spirale", welche für dasselbe genau die gleiche Rolle spielt, wie die bekannte logarithmische Spirale für das gewöhnliche Polarsystem; die Kurve ist übrigens bereits von den neueren Kinematikern, wie Burmester, in Betracht gezogen worden. Weiterhin werden einige Möbius'sche Sätze, über die Erhaltung der Doppelverhältnisse und Doppelwinkel u. s. w., einfach bewiesen. Dafs das Doppelkreissystem der Differentialgleichung $\frac{d^2u}{dx^2}+\frac{d^2u}{dy^2}=o$ genügt, versteht sich für Denjenigen, der mit dem Wesen isothermischer Koordinaten vertraut ist, von selbst; hier aber mufs natürlich die Herleitung durch direkte Rechnung erfolgen. Jetzt sieht sich aber der Verf. auch befähigt, die Entstehung des Wortes „Isotherme" klarzustellen und darzuthun, dafs, wenn in der Ebene zwei Scharen sich rechtwinlig durchsetzender Kurven vorhanden sind, unter Voraussetzung eines bereits eingetretenen stationären Zustandes jede Kurve der einen Schar der geometrische Ort gleicher Temperatur ist, während die Wärme bei ihrer Fortbewegung von der einen

Linie der ersten Schar zur nächst benachbarten je ein Individuum der zweiten Schar benützt, so dafs diese letztere mithin aus den „Strömungskurven“ der Wärme sich zusammensetzt. Auch die Bedeutung dieser isothermischen Systeme für die Theorie des Newton'schen Potentiales wird besprochen. Zum Schlusse werden noch einige Exempel zur Anwendung des Abbildungsverfahrens mitgeteilt: eine Parabel z. B., deren Brennpunkt mit dem Inversionscentrum zusammenfällt, transformiert sich durch reziproke Radien in eine Kardioide.

Kap. IV. Nicht wesentlich verschieden von der vorigen Abbildung kann, wie man von vorn herein abnehmen kann, die durch die Gleichung

$$X + Yi = \frac{a(x + yi) + b}{c(x + yi) + d}$$

vermittelte sein, von welchen ja erstere (für $a = d = o$, $b = c = 1$) einen Spezialfall repräsentiert. Wir haben es hier nur mit einem allgemeineren Begriffe von Kreisverwandtschaft*) zu thun; alle diejenigen Eigenschaften, welche die vorbesprochene Transformation unverändert liefs, bleiben es auch hier. In Folge dessen giebt dieses Kapitel zwar zu hübschen und von didaktischer Seite wohl zu beachtenden analytisch-geometrischen Übungen Veranlassung, nicht aber zur Gewinnung neuer Gesichtspunkte von prinzipieller Bedeutung.

Kap. V. Um so mehr trifft dies für das vorliegende Kapitel zu. Es hat sich jetzt Material in hinreichendem Umfange angesammelt, um auf dasselbe eine allgemeine Theorie der konformen Abbildung gründen zu können. Dafs der Autor hiermit bis zu diesem Zeitpunkt zugewartet hat, beweist seinen richtigen pädagogischen Takt, denn wäre dieses Kapitel an die Spitze gestellt worden, so würde die ganze Theorie manchem wirklich als „grau“ erschienen sein, während er nunmehr von deren Unentbehrlichkeit sich bereits hinlänglich überzeugt haben kann. Die bekannten Riemann'schen Grundlehren werden also vorgetragen, freilich in einer ganz anderen Art, als der Meister selbst in seiner berühmten Doktordissertation, diesem Buche mit sieben Siegeln, gethan hatte. Die von Herrn Holzmüller gegebene Exposition läfst an Popularität — das Wort selbstverständlich in höherem als dem landläufigen Sinne genommen — nichts zu wünschen übrig. Die Isothermen werden funktionentheoretisch interpretiert, die „isothermische Substitution“ erhält ihre Stelle angewiesen. Vor allem aber wird all' das, was vorher von den isothermischen Systemen bezüglich der Wärmefortpflanzung aus-

*) Unsere Bezeichnungsweise weicht bewufst etwas von derjenigen des Verf. ab. Auch sonst trennen wir nicht mit ihm „konforme Abbildung“ und „isogonale Verwandtschaft“, sondern gebrauchen beide Wörter völlig synonym, wie es ja dem Sinne nach erlaubt ist und wie es auch von der Mehrheit der Fachmänner ohne jede Scheu geschieht.

gesagt war, jetzt auch auf die Elektrodynamik übertragen; an Stelle der thermischen Niveaulinien treten die elektrischen Spannungslinien, die Strömungslinien bleiben, was sie waren. Für die zweiten Differentialquotienten der Funktion $f\ (x + yi)$ wird eine merkwürdige kinematische Bedeutung nachgewiesen, und ebenso eröffnen sich gewisse physikalische Perspektiven, deren Verfolgung jungen Mathematikern, die nach Stoff für ihre erste litterarische Arbeit suchen, bestens zu empfehlen sein möchte.

Kap. VI. Während die in den ersten Abteilungen des Holzmüller'schen Werkes durchgearbeiteten Fälle sich ausschliefslich auf rationale Funktionen bezogen und eben dadurch den teilweise angewandten elementaren Methoden zugänglich verblieben, kommen nunmehr auch einfache Irrationalitäten an die Reihe. Völlig koordiniert erscheinen beim Verf. die Abbildungen $X + Yi = (x + yi)^2$ und $X + Yi = \sqrt{x + yi}$. Die früher nur andeutungsweise vorgeführte zweiblättrige Windungsfläche tritt jetzt natürlich in ihr volles Recht. Die Doppelparallelenschar des cartes'schen Koordinatensystems verwandelt sich in ein Doppelsystem rechtwinklig sich durchkreuzender gleichseitiger Hyperbeln, dem System der Polarkoordinaten substituieren sich je eine Schar gleichseitiger Hyperbeln und eine Schar konfokaler Cassini-Kurven (Lemniskaten).*) Diese letzteren Kurven weifs nun der Verf. in interessantester Weise für einen ganz neuen geometrisch- mechanischen Wissenszweig, die lemniskatische Geometrie und Kinematik, zu verwerten, über deren Eigentümlichkeiten wir uns bereits in einer früheren Rezension**) einigermafsen ausgesprochen haben. Der sphärischen oder zirkulären Spiegelung, wie man in der Thermodynamik ja wohl auch die Umformung reziproker Radien nennt, stellt sich von selber eine Spiegelung an der Lemniskate zur Seite, und wenn man beide Prozesse auf die nämlichen Gebilde anwendet, ergeben sich fesselnde geometrische Analoga, die in der hier gewählten dualistischen Nebeneinanderstellung besonders in die Augen springen. Wenn man ferner fragt, in was für Kurven beliebige Gerade und Kreise der $(x + yi)$ Ebene übergehen, so gelangt man zu allen möglichen cyklischen und Fokalkurven; insbesondere zu solchen, welche man mit Hinblick auf ihre Gleichung „Lemniskaten 2ter resp. $\frac{1}{2}$ter Ordnung" zu nennen berechtigt ist. Welche Wichtigkeit diesen krummen Linien für gewisse Abbildungsprobleme zukommt, lehrt namentlich das neunte Kapitel. Zu diesem leitet aber erst über

Kap. VII, welches die aus den Relationen

---

*) Im Gegensatze zu vorhin ist unsere Terminologie, an der wir glauben strenge festhalten zu müssen, eine etwas engere, als diejenige Holzmüller's; Lemniskate ist uns weder die aufgebauchte, noch die zerfallende Cassini-Kurve, sondern einzig die achterförmige Kurve mit Doppelpunkt. Ref.

**) X, 437 u. f. D. Red.

$$(X + Yi)^2 = c(x + yi)^2 - 2c'(x + yi) + c'',$$
$$x + yi = \frac{1}{c}\left(c' + \sqrt{c'^2 + c((X + Yi)^2 - c'')}\right)$$

entspringenden geometrischen Wechselbeziehungen zum Gegenstande hat. Letztere gruppieren sich namentlich um das von Ellipsen und Hyperbeln gebildete Isothermensystem, welches vermöge der Einzelkurven beider Scharen charakterisierenden Parameter den Anlafs zur Einführung der so ungeheuer verwendbaren elliptischen Koordinaten giebt. Gerade elektrische Eigenschaften läfst dieses System in Fülle aus sich ableiten.

Kap. VIII. Die in diesem erledigten Abbildungen sind die nachstehenden:

$$X + Yi = x + yi + (x + yi)^{-1},$$
$$x + yi = X + Yi + \sqrt{(X + Yi)^2 - 1}.$$

Dafs auch diese Abbildungsart in nächstem Zusammenhange mit den elliptischen Koordinaten steht, erkennt man, sobald man erfährt, dafs eine Schar konzentrischer Kreise in eine Schar konfokaler Ellipsen, das konzentrische Strahlenbüschel dagegen in eine Schar konfokaler Hyperbeln umgesetzt wird, wenn jenes gemeinsame Centrum in den Nullpunkt der Zahlenebene fiel. Im anderen Falle wenn es einen willkürlich gewählten Platz einnimmt, treten gewisse Kurven dritten und vierten Grades auf, zu denen beispielsweise die Paskal'sche Schnecke gehört. Auf Seite 157 giebt der Verf. eine durch ihre Einfachheit überraschende geometrische Konstruktion an, um zu einem beliebigen Punkt $(x + yi)$ sofort den zugehörigen Punkt $(X + Yi)$ der Bildebene zu finden.

Kap. IX. Jetzt sind die Vorbedingungen erfüllt, um an die besonders fruchtbare Abbildung

$$x + yi = \sqrt[m]{\frac{a(Y + Xi)^n + b}{c(X + Yi)^n + d}}$$

herantreten zu können (s. o.); zunächst jedoch wird nur der einfache Fall $b = c = o$, $\frac{a}{d} = n = 1$ in Betracht gezogen. Die Kurven, auf welche man durch konforme Abbildung der in der $(x + yi)$ Ebene gelegenen Normalsysteme geführt wird, sind durch frühere Publikationen des Verf. bereits als „reguläre Hyperbeln $n$ter Ordnung“ und als „reguläre Lemniskaten $n$ter Ordnung“ bekannt geworden; die Gleichung der letzteren ist, wenn p_i die Entfernung des variablen Punktes $(x + yi)$ von einem jeden der n durch $(a + bi)^{\frac{1}{n}}$ repräsentierten Zahlenpunkte ausdrückt, durch $\prod_{i=1}^{i=n} p_i = \text{Konst.}$ gegeben, so dafs für $n = 2$ die gewöhnliche Fokalgleichung einer

Cassini-Kurve resultiert. Aus der tiefgreifenden Diskussion dieser Kurven, deren gestaltliche Verhältnisse uns die Figurentafeln in gewissen Fällen vorführen, können wir natürlich Einzelheiten nicht ausheben, wohl aber dürfen wir auf die schöne graphische Wiedergabe einer dreiblättrigen Riemann'schen Fläche in Fig. 46_a die Aufmerksamkeit unserer Leser lenken. Für die Kartenprojektionslehre beachtenswert ist §. 76, wo u. a. eine Übertragung der Mercator'schen Projektion auf die Fläche eines Kreiskegels zur Sprache kommt.

Kap. X. Dieser Abschnitt ist wieder von allgemeinerem, d. h. von strenge funktionentheoretischem Charakter, indem die Normen erörtert werden, welche für die Abbildung durch ganze rationale Funktionen und deren Umkehrungen bestehen. Es gilt, die allgemeine n-blättrige Windungsfläche herzustellen unter der Voraussetzung, dafs im unendlichfernen Punkt der Ebene — bekanntlich läfst die Riemann'sche Auffassung, im Gegensatz zu derjenigen v. Staudt's nur einen einzigen solchen Punkt zu — alle n Blätter zusammenhängen. Hier handelt nun der Verf. sehr geschickt, indem er den „Aufbau“ der Fläche unmittelbar vor den Augen des Lesers sich vollziehen läfst; die Funktionen $x + yi$, $x + yi - (a + bi)$, $(x + yi) \times (x + yi - (a + bi))$ werden succesive vorgenommen, dann kommt eine unrein quadratische Funktion von $(x + yi)$ an die Reihe, hierauf eine reduktible kubische, schliefslich eine allgemeine rationale dritten Grades, und indem für jeden dieser Spezialfälle die Betrachtungen völlig durchgeführt werden, gelingt schliefslich auch die Konstruktion der n-blättrigen Fläche, wobei zum Überflufs noch der bekräftigende Induktionsschlufs von n auf $(n + 1)$ hinzutritt. Indem man jetzt wieder, wie es bisher immer geschah, die Normalsysteme der ursprünglichen Ebene auf ihre Umgestaltung durch konforme Abbildung prüft, sieht man sich zu „irregulären Hyperbeln und Lemniskaten $n$ter Ordnung“ geführt — das Darboux'sche Wort „Cassinoiden“ vermögen wir als eine scheufsliche etymologische Mifsbildung (κασσινοειδής!) so wenig wie der Verf. zu acceptieren.

Kap. XI. Die Abbildungsfunktion kann auch eine rationalgebrochene sein, resp. deren Umkehrung; dieser Methode, eine Ebene auf eine andere zu beziehen, entspricht das elektrische Strömungsproblem der Ebene in seiner allgemeinsten Form. Wenn z. B. (S. 225.) die Elektricität im Unendlichen wieder ausgeleitet wird, und wenn als Elektrode beim Eintritt eine geschlossene Kurve von der Gleichung $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = 1$ (die sogenannte Astroide) dient, so stellen die durch die fragliche Abbildung gekennzeichneten Doppelscharen orthogonaler Trajektorien die Niveau- und Spannungslinien des strömenden elektrischen Fluidums dar. Besonders ist es eine ältere Abhandlung von Amstein, deren Ergebnisse vom Verf. näher untersucht und in ein neues Licht gestellt werden.

Kap. XII. Wieder einen bedeutungsvollen Schritt weiter thut

man, sobald man eine beliebige irrationale Funktion der Abbildung zu Grunde legt. Mit Hinweis auf die Arbeiten von Königsberger wird die Frage aufgeworfen und studiert, unter welchen Umständen bei so verwickelten Funktionen die analytische Durchführung der Verwandtschaft überhaupt möglich ist. Es ergiebt sich, dafs dies bezüglich aller Verbindungen rationaler Funktionen mit solchen irrationalen möglich ist, deren Umkehrungen selbst wieder rational sind

Kap. XIII. Wir folgen dem Verf. jetzt zu den transscendenten Abbildungsfunktionen

$$X + Yi = \log(x + yi), \quad x + yi = e^{X + Yi}.$$

Hier befinden wir uns wieder auf ungleich leichter gangbarem Boden, wie in den beiden voraufgehenden Kapiteln; die transscendenten Kurven, die dabei herauskommen, sind alte Bekannte, so z. B. die logarithmische Spirale, welche der Verf. (S. 240) sehr hübsch als eine Ausartung der geraden Linie aufzufassen lehrt. Der alte kartographische Satz des Halley, dafs die stereographische Projektion der Kugel-Loxodrome eben eine logarithmische Spirale ist, ein Satz, mit dem sich seiner Zeit auch Roger Cotes beschäftigte, gewinnt jetzt natürlich ein ganz anderes Ansehen als früher, wo er eine isolierte stereometrische Wahrheit aussprach. Überhaupt ist dieser kurze Abschnitt an schönen geometrischen Relationen besonders reichhaltig. Lediglich als eine Erweiterung des hier abgehandelten Themas ist anzusehen

Kap. XIV, in welchem gewisse ganze und gebrochene Verbindungen der Fxponentialfunktion auftreten, nämlich die als Sinus, Cosinus und Tangens bezeichneten. Das Kapitel fällt vollständig ins Bereich der elementaren algebraischen Analysis.

Kap. XV dagegen wendet sich nur an mathematisch gut vorbereitete Leser; denn die Abbildungsfunktion ist jetzt das elliptische Integral und dessen Umkehrung, als welche sich eine der bekannten drei elliptischen Funktionen sin am, cos am, Δ am darstellt. Herr Holzmüller hat sehr viele Mühe aufgewendet, um die Gestalt der zugehörigen Riemann'schen Flächen so übersichtlich wie möglich zu machen und sich seinem Ziele durch schematische Zeichnungen auch nach Thunlichkeit genähert, jedoch setzt auch jetzt noch das Verständnis dieser verwickelten räumlichen Verhältnisse ziemliche Gewöhnung an abstrakte Anschauung voraus. Die sin am Kurven dagegen fallen weit weniger kompliziert aus, als gar manche ihrer Genossinnen, denn sie sind einem vom Verf. selbst aufgestellten Lehrsatze zufolge die stereograpischen Bilder zweier orthogonaler Scharen sphärischer Kegelschnitte, und damit sind erstere anschauungsmäfsig fixiert. Die cos am — und Δ am Kurven sind allerdings etwas minder einfach gebildet, aber doch auch noch ohne besondere Schwierigkeit zu übersehen. Die Aufgabe, ein Rechteck auf den Einheitskreis konform abzubilden, wird, nachdem früher

H. Schwarz eine analytische Lösung derselben gegeben hatte, durch einfache Überlegung erledigt.

Ein „Nachtrag“ ist der dem Verf. erst während des Druckes bekannt gewordenen epicykloidischen Projektion von August gewidmet, deren hohe Vorzüge der Verf. rückhaltlos anerkennt, nachdem er die Besonderheiten derselben kurz dargelegt hat. Sein Urteil würde noch günstiger ausgefallen sein, wenn ihm die Thatsache nicht anscheinend entgangen wäre, dafs Augusts Manier, wie sich aus einer speziell darauf gerichteten Untersuchung O. Eisenlohrs (in Bd. X der Berliner geographischen Zeitschrift) ergiebt, nur mit einem äufserst geringen „mittleren Kartenfehler“ behaftet ist. Auch sonst bringt der Nachtrag noch ein paar Zusätze litterarhistorischer Natur.

Wie schon aus dem Anhang hervorgeht, hat der Verf. rastlos darnach gestrebt, sein Werk in jeder Beziehung auf die Höhe der Zeit zu stellen. Auch im Texte findet man hier und da erwähnt (s. o.), dafs mit Rücksicht auf neuere und neueste Veröffentlichungen ein Einschub sich nötig machte. So hat sich, wie wir aus unseren persönlichen Erfahrungen verraten dürfen, Herr Holzmüller erst später entschlossen, auch von der üblichen Bezeichnungsweise der Hyperbelfunktionen Gebrauch zu machen, wodurch dem bezüglichen (vierzehnten) Kapitel gewifs kein Nachteil erwachsen ist.

Wir glauben das Holzmüller'sche Werk besonders in drei verschiedenen Hinsichten als ein hervorragend verdienstliches betrachten und proklamieren zu sollen. Einmal wegen seiner steten Berücksichtigung des litterarischen und geschichtlichen Elementes. Jedem einzelnen Kapitel sind hierauf bezügliche Angaben in reichem Mafse beigefügt, und jüngere Mathematiker, die an dem Gegenstande ein tieferes Interesse nehmen, sehen sich sofort befähigt, zum eigentlichen Quellenstudium fortzuschreiten. Zumal die höchst merkwürdigen Arbeiten Guébhards, des Physikers der Pariser medizinischen Fakultät, sind sorgfältig registriert worden, und das mit Recht. Ist es doch diesem geschickten Experimentator gelungen, durch gewisse elektrochemische Manipulationen auf Metallplatten lineare Niederschläge herzustellen, welche genau den elektrischen Kurvensystemen entsprechen. Referent hat durch die Güte des Herrn Dr. Hildebrand in Gandersheim, der selbst zwei wertvolle Abhandlungen über Isothermkurven publiziert hat, solche Guébhard'sche Platten in den Händen gehabt und ihre treffende Übereinstimmung mit gewissen Holzmüller'schen Figuren konstatieren können. Zum zweiten hat der Verf. dadurch, dafs er einzelne Abbildungsprobleme im Detail durchnahm und so gewissermafsen Paradigmen schuf, anderen Geometern, die auf gleichem Gebiete schriftstellerisch thätig sein wollen, einen grofsen Dienst geleistet, um so mehr, als er auch mannigfach Andeutungen über neue Aufgaben mit einfliefsen liefs. So hat Hentschel, der unlängst der Festschrift des Salz-

wedeler Gymnasiums (ibid., Buchdruckerei von A. Menzel) einen Aufsatz über die elektrische Strömung in einer lemniskatischen Platte beifügte, die Verwendbarkeit der von Holzmüller eingeführten Spiegelung an der Lemniskate an einem neuen Beispiel klar erwiesen. Drittens aber erblicken wir in unserem Buche eine besonders von Anfängern zu schätzende Ergänzung zu einem jeden Kompendium der Funktionentheorie. Vieles, was ihm dort der abstrakten Darstellung halber „zu hoch und wunderlich" vorkommt, wird ihm klar und einleuchtend werden, sobald er sich hier überzeugt, zu was jene Reflexionen helfen können.

Den auf einem nachträglich gedruckten Blatte den Besitzern des Werkes kundgegebenen Erraten erlauben wir uns noch folgende hinzuzufügen: S. 15, Z. 11 v. u. l. πk statt nk, S. 20, Z. 2 v. o. l. Yi statt Y, ebenso S. 10, Z. 6 v. u. $(y_1 - y_2)i$ statt $(y_1 - y_2)$; S. 72, Z. 11 v. o. l. $3xy^2 + x^3$ statt $3x^2y + y^3$.

Ansbach. Dr. S. Günther.

Scheffler, Dr. H., Die polydimensionalen Gröfsen und die vollkommenen Primzahlen. Braunschweig 1880. Verlag von Friedr. Vieweg und Sohn. Preis 5,60 ℳ*)

Die eigenartige Stellung, welche die mathematischen Bestrebungen des Herrn Scheffler gegenüber denen seiner Fachgenossen in Anspruch nehmen, ist den Lesern dieser Zeitschrift schon früher durch eine Rezension des Herrn Prof. Günther (VIII, 308), und durch den Abdruck einer sehr charakteristischen Stelle aus obigem Werke (XI, 437) vorgeführt worden. Man würde jedoch irren, wenn man das ganze Buch nach Inhalt und Tendenz dieser Stelle beurteilen, resp. verurteilen wollte. Nur zwei der zwanzig Paragraphen, in welche der Stoff geteilt ist, sind wesentlich polemischer Natur, die übrigen bringen wissenschaftliche Untersuchungen, wenn auch stellenweise unterbrochen durch Ausfälle gegen die Quaternionentheorie und Anpreisungen des Situationskalküls.

Die Polemik des Verf. richtet sich in erster Linie gegen die Quaternionen, denen er nicht nur Willkür in den ursprünglichen Festsetzungen, sondern sogar positive Unrichtigkeiten und Widersprüche vorwirft. Der erste Vorwurf ist haltlos, da eine Disciplin, welche mittelst richtiger Operationen richtige Resultate liefert, nicht willkürlich fundamentiert sein kann. Höchstens kann der Zusammenhang ihrer Festsetzungen mit denen der allgemeinen Wissenschaft vermifst werden. Aber auch dieser Mangel ist beseitigt, seitdem sich herausgestellt hat, dafs die Quaternionen sich in ganz bestimmter Weise in das System der Grafsmann'schen Ausdehnungslehre einordnen. Das prinzipiell ablehnende Verhalten des Verf.

*) Vergl. die Rezension Killings in Schlöm. Zeitschr. 27. Jahrg. Hft. 2. Histor.-litt. Abt. S. 68 u. f. D. Red.

gegen alles, was nicht zur Fahne seines Situationskalküls schwört, macht es erklärlich, dafs er sich ebensowenig Mühe gegeben hat, sich über das Verhältnis der Quaternionen zur Ausdehnungslehre zu unterrichten, wie dasjenige seiner eigenen Wissenschaft zu jenen beiden Disciplinen gründlich zu untersuchen. Nur so wird es auch erklärlich, dafs der Verf., um zu seinem zweiten Vorwurfe zu kommen, folgendes leistet. In dem vom Verf. neben anderen als Quelle benutzten Buche von Hankel (Theorie der komplexen Zahlensysteme, Lpz. 1867) findet sich S. 142, Z. 4 v. u. der Druckfehler $\iota_1 \iota_2 \iota_3 = +1$, statt -1, während sieben Zeilen weiter oben die richtige Formel steht. Indem der Verf. diesen Druckfehler für bare Münze nimmt, ergeht er sich in einer seitenlangen Darlegung der daraus folgenden Widersprüche. Am Ende dieser Auseinandersetzung wird er den Sachverhalt gewahr. Statt aber die ganze überflüssige Polemik nun auszustreichen, erhebt er sich nur zu dem Ausdrucke „vielleicht auf einem Druckfehler beruhend". Wir müssen wohl annehmen, dafs dieses „vielleicht", wo jeder klar denkende und unbefangene Leser ein „natürlich" erwartet, dem Verf. in der Hitze des Gefechtes entschlüpft ist! Hiermit verweben sich Irrtümer über die Identität der drei Einheiten (S. 9 unten), über die Ableitung der Formel $\iota_1 \iota_2 = \iota_3$ (S. 13 oben), über das Verhältnis zweier rechtwinkliger Strecken (S. 100), Irrtümer, deren Widerlegung man bei Unverzagt (Programm der Realschule II. Ord. Wiesbaden 1881) nachlesen möge, zu einem Konglomerat von Widersprüchen, welches dem Verf. als Basis für sein verurteilendes Votum dient.*) Streicht man nun in Konsequenz dieser Resultate des Verf. alle diejenigen Leute, welche die Quaternionen adoptiert haben oder wenigstens gelten lassen, von der Liste der vernünftigen Mathematiker, so bleibt allerdings schliefslich der Verfasser des „Situationskalküls" und der „Naturgesetze" als alleiniger Inhaber der „Erkenntnis der wahren Grundeigenschaften der Gröfsen" übrig. Und es macht keinen guten Eindruck, dafs der Verf., anstatt, wie man es in einem wissenschaftlichen Werke gewohnt ist, einfach die Thatsachen sprechen zu lassen, immer und immer wieder sich persönlich dem Leser in jener Eigenschaft vorführt. (S. 21, 27, 30, 118, 197.)

Der Grafsmann'schen Ausdehnungslehre widmet der Verf. eine Seite, die zu dem Oberflächlichsten und Leichtfertigsten gehört, was Ref. je über diesen Gegenstand gelesen. Die „Ausdehnungslehre von 1844" kennt er gar nicht, und hält es daher für möglich, dafs

*) Bei dem Angriff auf S. 100, der durch Unverzagt a. a. O. S. 8 widerlegt ist, hat der Verf. auch aufser Acht gelassen, dafs zwischen den Winkeln φ, χ, ψ eine Relation besteht, die sehr wohl eine Elimination dieser Winkel aus den Quotienten $OA' : OB'$ zur Folge haben kann. Jedenfalls mufste der Verf. nachweisen, dafs letzteres nicht der Fall sei, ehe er sein Resultat dem der Quaternionen gegenüber stellte.

Anm. d. Ref.

Grafsmann sein Werk von 1862 unter dem Einflusse eines Scheffler-schen, 1845 erschienenen Buches geschrieben habe. Wir bedauern, dem Verf. die Freude an seinen „Prioritätsrechten" verkümmern zu müssen, können ihm aber andererseits die tröstliche Versicherung geben, dafs Ausdehnungslehre und Situationskalkül sich gegenseitig so wenig Konkurrenz machen, dafs die Frage nach Prioritätsrechten überhaupt gegenstandslos ist. Die Widerlegung dessen, was der Verf. sonst der Ausdehnungslehre vorwirft, wird sich ihm selbst am besten durch gründliches Studium der „Ausdehnungslehre von 1844" ergeben.

Der dritte Angriff des Verf. richtet sich gegen Riemann und beruht auf einer beständigen Verwechselung des empirischen Weltraums mit dem euklidischen Raume, welcher, wie alle geometrischen Mannigfaltigkeiten, ein reines Produkt des Geistes ist. Dafs der Weltraum eine „ebene" Mannigfaltigkeit ist, das ist eine Voraussetzung, die früher allerdings als zweifellos richtig angenommen wurde, die aber infolge unserer erweiterten Begriffe über Mannigfaltigkeiten den Charakter einer Hypothese angenommen hat, deren Richtigkeit, wenn auch wahrscheinlich, doch bis jetzt durchaus nicht bewiesen ist.

In dem wissenschaftlichen Teile des Werkes mufs man unterscheiden Anwendungen und Erweiterungen des Situationskalküls, dessen Grundbegriffe vorausgesetzt werden, ferner Anwendungen des Begriffs der ursprünglichen Einheiten, welche der Situationskalkül mit andern Disciplinen gemeinsam hat (welche aber hier in Gestalt der Symbole $\sqrt{-1}$, $\sqrt{\div 1}$, $\sqrt{\div\!\!\!\!\div 1}$ erscheinen), endlich Betrachtungen rein geometrischer Natur.

In § 3 werden drei Arten der Addition geometrischer Gröfsen, speziell Strecken, behandelt. Die primäre wird ausgeführt durch die bekannte Zusammenlegung der Strecken mit einem Endpunkte, die sekundäre, durch Nebeneinanderlegung zweier gleichlanger, als unendlich schmal betrachteter Strecken, wobei also eine Addition der Breiten stattfindet, die bei unendlicher Anzahl der Summanden eine Rechtecksfläche liefert, endlich die tertiäre durch Aufeinanderlegung zweier als unendlich dünn betrachteter Strecken, wobei eine Addition der Dicken stattfindet, die bei unendlicher Anzahl der Summanden einen unendlich schmalen Körper liefert. Alle drei Arten der Addition werden an einfachen, komplexen und triplexen Gröfsen ausgeführt, unter einander kombiniert und zur Ableitung analoger Resultate benutzt, wie sie aus der arithmetischen Addition hervorgehen. Fragt man nun nach dem Nutzen dieser neuen Operationen, so bleibt der Verf. die Antwort schuldig. Denn nur in dem „das Raumpolygon" überschriebenen § 6 werden dieselben benutzt, um in einem Strecken-Aggregate, welches ein Punkt in einem Zuge durchlaufen soll, die wiederholte Zurücklegung derselben Strecke darzustellen. Und es ist vorläufig nicht abzusehen, welche Erwei-

terung unserer Kenntnis der Gebilde, oder welche Vereinfachung vorhandener Methoden sich aus diesen Operationen ergeben soll. Nicht viel besser steht es mit den Anwendungen des Situationskalküls in § 10 und 11. Es werden darin Abhängigkeitsverhältnisse der Seiten und Winkel in Polygonen und Polyedern durch Formeln dargestellt, die an sich einwurfsfrei sind, aber im Wesentlichen nichts weiter leisten, als dafs sie entweder komplizierte metrische Beziehungen fixieren, deren Kenntnis kein Interesse bietet, oder einfache Beziehungen, welche längst auf anderem Wege einfacher gefunden worden sind. Es rührt dieser Mangel wesentlich davon her, dafs der Verf. sich darauf kapriziert (S. 98), seine Rechnungen auf rein arithmetischer Grundlage aufzubauen, und alle Methoden für empirisch hält, welche ihren Ursprung von geometrischen Betrachtungen ableiten. Die Folge dieser Einseitigkeit ist, dafs es ihm auch nur gelingt, solche geometrische Beziehungen darzustellen, die wesentlich arithmetischer Natur sind, wie denn auch trigonometrische Formeln eine Hauptrolle bei ihm spielen. Gleichwohl steht auch des Situationskalküls rein arithmetische Natur auf schwachen Füfsen. Will man keines der Grundgesetze der reinen Arithmetik aufgeben, so gelangt man über die imaginären Gröfsen, die sich als notwendige Erweiterung des Zahlengebietes bei den Gleichungen aufdrängen, nicht hinaus. Ob man aber, wie Grafsmann und Hamilton, das Vertauschungsgesetz $ab = ba$, oder, wie Scheffler, das Distributivgesetz $a(b + c) = ab + ac$ preisgiebt, das dürfte doch nur eine Frage der Zweckmäfsigkeit, nicht aber für den mehr arithmetischen Ursprung der einen oder der anderen Rechnung entscheidend sein. Indem der Verf. sich für den zweiten Weg entschied, hat er, wie die Erfahrung zeigt, seinen Situationskalkül, als Mittel zur Ergründung geometrischer Sätze, auf einen wenig aussichtsvollen Seitenpfad verwiesen, auf welchem ihm nicht leicht jemand folgen dürfte. — In § 4 treten zu den drei oben erwähnten Additionen drei Multiplikationen von Strecken, die primäre mit einer reellen Zahl, wobei die Strecke in ihrer Geraden bleibt, die sekundäre mit einer imaginären Zahl $(\sqrt{-1})$, und der Wirkung einer Drehung in die Ebene hinaus (Deklination), die tertiäre, mit einer überimaginären Zahl $(\sqrt{\div 1})$, und der Wirkung einer „Wälzung“ in den Raum hinaus (Inklination). Analog führt die quartäre Multiplikation mit einer weiteren Zahl $\sqrt{\div\!\!\div 1}$ in den vierdimensionalen Raum (Reklination) u. s. w.

Es folgen nun in den §§ 5, 7, 8, 9 sehr interessante Anwendungen der Lehre von den hyperimaginären Gröfsen auf Algebra und Zahlentheorie, die den Beweis liefern, dafs hier das eigentliche Feld für die Scheffler'schen Operationen ist. Zuerst wird die Vieldeutigkeit der Wurzeln erweitert durch den Satz, dafs die n^{te} Wurzel aus einer positiven reellen Zahl a einen einzigen positiven eindimensionalen Wert hat, $a^{\frac{1}{n}}$, ferner n zweidimensionale $a^{\frac{1}{n}} e^{\frac{2r\pi}{n} i}$, n^2 drei-

dimensionale $a^{\frac{1}{n}} e^{\frac{2r\pi}{n}i} e^{\frac{2s'\pi}{n}i_1}$ u. s. w. Hierdurch vermehrt sich auch die Zahl der Wurzeln einer Gleichung, sobald man hyperimaginäre Gröfsen zuläfst. § 7 enthält sehr lesenswerte Betrachtungen über irrationale und unendliche Zahlen. Nur wäre zu der S. 75 gegebenen Definition der irrationalen Zahl als Quotient zweier unendlich grofser Zahlen zu bemerken, dafs ein solcher Quotient doch nicht notwendig eine irrationale Zahl darstellt. Zu der bekannten Zerlegung der Primzahlen in komplexe Faktoren tritt nun (§ 8 und 9) die Zerlegung ganzer komplexer und hyperkomplexer Zahlen in Faktoren aus gleichen oder höheren Zahlengebieten. Eine vollkommene Primzahl ist eine solche, welche sich in keine Faktoren irgend eines Gebietes zerlegen läfst. Jede reelle Primzahl, welche sich als Summe von n Quadraten darstellen läfst, ist das Produkt zweier n-dimensionaler Faktoren. Keine gemeine Primzahl ist daher eine vollkommene Primzahl, wohl aber jede komplexe Primzahl. Die Zerlegung der gemeinen Primzahl ist in § 9 behandelt.

Die nun folgenden Paragraphen bewegen sich, abgesehen von gelegentlichen Anwendungen des Situationskalküls, rein auf dem Boden der Anschauung und Überlegung. Der Verf. ist durch seine Studien natürlich auch auf vier- und höherdimensionierte Gebilde geführt worden, und behandelt diesen Gegenstand fast überall mit anerkenneswerter Unbefangenheit, Schärfe und Gründlichkeit. Er unterscheidet zwischen logischer Erkenntnis und Anschauung, hebt auch richtig hervor, dafs, wenn die letztere uns nur die Gebiete der drei ersten Dimensionen erschliefse, das Erkenntnisgebiet ein unbegrenztes sei. In einem Punkt aber können wir ihm nicht beipflichten. Er stellt die willkürliche Behauptung auf, dafs das Anschauungsgebiet ein in sich wiederkehrendes sei, sodafs z. B. für die Anschauung die vierte Dimension sich in einem Punkte eines Körpers verhülle. Wenn der Verf. den Übergang eines Körpers in den vierdimensionalen Raum durch das Surrogat der Verdichtung des Körpers sich nur anschaulich zu machen suchte, so wäre dagegen nichts zu erinnern, wie man ja auch ebenso das Heraustreten einer Figur aus dem Gebiet der Ebene, oder einer Strecke aus dem Gebiet der Geraden durch das Surrogat der Verdichtung ersetzen kann. Es ist aber keinesfalls zuzugeben, dafs jene Verdichtung ein notwendiger Prozefs sei, welcher die Ausdehnung ersetzte. Inwiefern die Wiederkehr der Dimensionen im Geiste der Geometrie liegt, wie der Verf. S. 124 sagt, ist nicht abzusehen, wird auch durch das Schlagwort des „geometrischen Kardinalprinzips" nicht klarer. Wir geben dem Verf. noch die Thatsache zu bedenken, dafs man anschauliche Abbildungen vierdimensionaler Gebilde im dreidimensionalen Raume herstellen kann, was doch wohl nicht möglich wäre, wenn jene Gebilde selbst aller Anschaulichkeit für einen höher organisierten Geist entbehrten. — Überhaupt halten

wir es für nützlicher, beim Übergang in höher dimensionierte Gebiete von der Anschauung ganz zu abstrahieren, als, wie Scheffler, durch den Prozefs der Verdichtung eine fremde Vorstellung hineinzutragen, die dann leicht als etwas zur Sache gehöriges erscheinen kann. Abgesehen von dieser Reserve, die sich natürlich auf alles erstreckt, was der Verf. sonst noch über Verdichtung und Verdünnung sagt, können wir seinen Ausführungen über höher dimensionierte Gebiete nur einfach zustimmen. — § 12 handelt von Körpern und vierdimensionalen Gröfsen, § 13 von der Vieldeutigkeit anschaulicher Gröfsen, womit gemeint ist, dafs ein und dasselbe Gebilde als Grenze verschiedener höher dimensionierter Gebilde angesehen werden kann. § 14 behandelt den Körper als Grenzgebilde eines vierdimensionalen Gebildes. Diesen Abschnitt halten wir für den bei weitem verdienstlichsten des ganzen Buches. Es werden hier zwei Typen von Gebilden aufgestellt, der eine analog dem Quadrat und Würfel, der andere analog dem Dreieck und Tetraeder. Auch wird gezeigt, dafs Analoga zu diesen Gebilden in allen höher dimensionierten Räumen existieren, und das Gesetz angegeben, durch welches die Zahlen der Grenzgebilde bestimmt sind. Es ergiebt sich dabei folgendes interessante Resultat: Wenn $a_1 \ldots a_n$ die Kanten eines n-dimensionalen rechtwinkligen Gebildes sind, so stellt in derjenigen Gleichung n^{ten} Grades, deren Wurzeln die Gröfsen $a_1 \ldots a_n$ sind, der Koeffizient des ersten Gliedes den 2^{n-1} Teil der Längen aller Kanten, der des zweiten den 2^{n-2} Teil der Gesamtoberfläche, der des dritten den 2^{n-3}Teil des räumlichen Volumens, u. s. w. dar. Die Auflösung der Gleichung n^{ten} Grades deckt sich also mit der Aufgabe, ein n-dimensionales rechtwinkliges Gebilde zu konstruieren aus der Summe aller Kanten, derjenigen aller Flächen u. s. w. Dieselben Resultate (mit Ausnahme des eben erwähnten) sind übrigens gleichzeitig von Stringham in Baltimore (Regular Figures in n-dimensional Space, Americ. Math. J. 1880, S. 1) gefunden worden. — In § 15 wird die vierdimensionale Gröfse als Ort eines variablen Punktes aufgefafst. Bemerkenswert sind hier besonders die Betrachtungen über die gegenseitige Durchdringung der Gebilde. — Versteht man mit dem Verf. unter der vierten Koordinate eines Punktes im vierdimensionalen Raume die Dichtigkeit des Punktes, so gelangt man allerdings zu dem vom Verf. besonders betonten Ergebnis, dafs ein anschaulicher Körper als Ort eines variablen Punktes erscheint. Wir vermögen jedoch in diesem Ergebnis keinen besonderen Fortschritt zu entdecken. Man könnte ebensogut in der Gleichung einer Oberfläche die dritte Koordinate z als Dichtigkeit ansehen, und erhielte dann als Ort des variablen Punktes die Projektion der Fläche auf die xy-Ebene, jeden Punkt der Fläche behaftet mit einer durch seine z-Koordinate ausgedrückten Dichtigkeit. Aber wozu sollte diese Anschauung nützen? So ist es auch viel einfacher, zu sagen, dafs der Ort eines Punktes, zwischen dessen vier Koordinaten eine

Gleichung besteht, ein dreifach ausgedehntes Gebilde in einem vierdimensionalen Raume ist, welches sich zu einem Körper gerade so verhält, wie eine krumme Oberfläche zu einer ebenen Figur. — § 16 handelt von körperlicher Richtung, und giebt u. a. eine Erweiterung der Formeln, welche zwischen den Winkeln bestehen, die eine Gerade mit den Koordinatenaxen bildet, sowie eine Erweiterung des Begriffs der Normalen. Überall mufs man aber an die Stelle des „verdichteten Körpers" das oben erwähnte dreidimensionale Gebilde im vierdimensionalen Raume setzen, um nicht mit dem Verf. zu Resultaten zu kommen, wie das folgende (S. 183): „Die Normale des Körpers kann überall nicht als Linie, sondern nur als Punkt angeschaut werden." — § 17 handelt von den verschiedenen Arten der Drehung (Wälzung und Wendung in den verschiedenen Dimensitätsgebieten), § 18 giebt die analytische Erweiterung der Lehre von der Krümmung auf dreidimensionale Gebilde, an deren Stelle hier wieder die verdichteten Körper treten, wie denn auch die Krümmung selbst durch die Dichtigkeit ersetzt wird. Wie man sich bei dieser Deutung die Hauptkrümmungen denken soll, ist nicht abzusehen. Am Ende des Paragraphen wird aus dem Umstande, dafs für $u = 0$ das Krümmungsmafs Null ist, der Schlufs gezogen, dafs der anschauliche Raum keine Krümmung habe. Es ist dies aber ein Zirkelschlufs; denn die Annahme $u = 0$ involviert eben die Voraussetzung eines krümmungslosen dreidimensionalen Raumes mit dreiaxigem Koordinatensystem, und dieser Raum ist der euklidische, den der Verf., wie immer, unberechtigter Weise mit dem anschaulichen Raume identifiziert. Der folgende Paragraph enthält noch einige Bemerkungen über Transformation der Körper; die Expektorationen des letzten (20) kennt der Leser dieser Zeitschrift aus eigener Anschauung.

Fassen wir nun unser Urteil über das Ganze zusammen, so ergiebt sich, dafs die kritischen Partieen vollkommen verfehlt sind, dafs aber im Gebiet der Algebra und Zahlentheorie interessante Ergebnisse gewonnen sind, und dafs die Studien des Verf. über die polydimensionalen Gröfsen viel Neues und Bemerkenswertes enthalten. Auch der mit dem Situationskalkül nicht vertraute Leser wird die geometrischen Partieen des Buches mit lebhaftem Interesse verfolgen, und durch dieselben von manchem Vorurteil befreit werden. Den Verfasser aber möchten wir bitten, fremde Leistungen künftig mit mehr Respekt und Gründlichkeit zu studieren. Es wird ihm dann auch leichter werden, der Vorstellung zu entsagen, als sei vom „Situationskalkül" und den „Naturgesetzen" allein das Heil in der Mathematik zu erwarten.

Waren. V. Schlegel.

Harnack, Dr. Axel (o. Professor der Mathematik am Polytechnikum zu Dresden), die Elemente der Differential- und Integralrechnung. Zur Einführung in das Studium dargestellt. Mit Figuren im Text. Leipzig, Druck und Verlag von B. G. Teubner. 1881. gr. 8. VIII. 409 S. Pr. ℳ 7.60.

Ein Buch wie dieses hatte Ref. sich längst gewünscht. So mancherlei Dinge, die den Mathematiker in seinen Studienjahren eifrigst beschäftigt haben, rücken ihm, wenn er erst in einem Schulamte und namentlich an einem Gymnasium thätig ist, rasch ferner und ferner. Der Berührungspunkte zwischen Schulpensum und höherer Analysis sind nur allzuwenige; sodafs man fast meinen möchte, sie sei dem Schulmeister ganz entbehrlich. Höchstens scheint sie ein totes Kapital zu sein; und die sich vielfach geltend machenden Bestrebungen, mehr als bisher in den Schulunterricht hineinzuziehen, dürfen vielleicht zum Teil aus dem bewufsten oder unbewufsten Drange erklärt werden, den vermeintlich toten Besitz soviel als möglich zinsbar anzulegen. Nun ist in der That recht viel, was auf der Universität studiert zu werden pflegt, der Art, dafs ein Schulmann es seines Unterrichts wegen der Vergessenheit anheim fallen lassen kann, wenn er nur den ächten Geist wissenschaftlicher Gröfsenforschung sich erworben hat und zu erhalten sucht.

Wenn Ref. in seinen Mufsestunden ein wissenschaftliches Werk zur Hand nimmt, so thut er dies oft weniger des Inhalts wegen als vielmehr um an strenger Methode, scharfer Beweisführung, klarem Ausdruck sich mathematisch zu erquicken und an guten Mustern selbst zu bilden. Die elementare Mathematik enthält zwar zu gleichem Zwecke auch Stoff genug, allein teils ist derselbe einem doch zu abgedroschen, teils kann er in elementaren Büchern naturgemäfs nicht in derjenigen abstrakten Reinheit vorgetragen werden, die noch eine strenge Schulung des eignen Denkens wesentlich befördern könnte. Ref. wenigstens hegt diese Privatansicht und hat unter den Kollegen gewifs manchen Gesinnungsgenossen.

Wer nun in gleichem Sinne, nicht um einiger Kenntnisse willen, sondern um sich im strengen mathematischen Denken zu üben und zu erhalten, ein Buch, das über die Schule hinausgeht und doch bei den Fundamenten der Analysis bleibt, in die Hand zu nehmen wünscht, dem kann, auch neben dem vortrefflichen Werke von Lipschitz, das obige nur dringend anempfohlen werden. Der Verf., als Professor am Polytechnikum, hat sein Buch laut Vorrede geschrieben, um den Hörern seiner Vorträge, in denen vor allem die Zwecke der Techniker zu berücksichtigen waren, einen Leitfaden in die Hand zu geben, bei welchem die systematischen Partieen mehr zur Geltung kämen; eben ein derartiges Werk aber muss dem Lehrer hoch willkommen sein.

Es sei gestattet einige Punkte aus unsern Elementen hervorzuheben, in denen sie sich vor manchen andern vorteilhaft abheben.

Das erste der vier Bücher, in die sie zerlegt sind, ist überschrieben: Die reellen Zahlen und ihre Funktionen. Nach einem summarischen Kapitel von den ganzen und gebrochnen Zahlen wird genau festgesetzt, wann von einer beliebig fortsetzbaren Zahlenreihe gesagt werden solle, sie besitze einen Grenzwert, es wird der allgemeine Zahlbegriff als Grenzwert einer Reihe definiert und gezeigt, dafs und wie mit allgemeinen Zahlen Rechnungsoperationen vorgenommen werden können. Die Begriffe einer Funktion, ihrer Stetigkeit und gleichmäfsigen Stetigkeit, des Differentialquotienten, als Grenzwert eines Differenzenquotienten werden gründlich erörtert. Fast durchaus ist das Unendlichkleine in dem Sinne, wie ältere Analysten z. B. das Differential fast als bestimmte Gröfse behandelten, sorgfältig vermieden. Recht gefallen haben uns der Nachweis, dafs die höheren Ableitungen als Grenzwerte höherer Differenzenquotienten angesehen werden können, sowie die Ableitung des Taylorschen Satzes und des Bereiches seiner Gültigkeit. Auch für Funktionen von mehreren Variabeln werden die Grundbegriffe erörtert, die Bedingungen für die Gültigkeit des Satzes vom totalen Differentialquotienten untersucht und bis zur erweiterten Taylorschen Entwicklung fortgeschritten.

Im zweiten Buche geschieht die Ausdehnung der Rechnungsoperationen und der einfachsten Funktionen auf das komplexe Zahlgebiet. Die komplexen Reihen werden besprochen, Verzweigungs- und singuläre Punkte werden zunächst an bestimmten Beispielen erläutert und der Begriff der komplexen analytischen Funktion formuliert. Nachdem gezeigt, dafs die komplexe Potenzreihe in ihrem Konvergenzbereiche eine analytische Funktion darstellt und in jedem endlichen Teile der Ebene nur eine endliche Anzahl von Verschwindungspunkten haben kann, wird insbesondere der Fundamentalsatz der Algebra abgeleitet. Das Schlufskapitel führt die Untersuchung der impliziten algebraischen Funktion bis zur eindeutigen Ausbreitung derselben in der zerschnittenen Riemannschen Fläche.

Im dritten Buche, von den Integralen der Funktionen reeller Variabeln, sind die fundamentalen Partieen besonders sorgfältig behandelt. Das Grundproblem der Integralrechnung, zu einer gegebenen Funktion $f(x)$ eine stetige Funktion $F(x)$ zu finden, deren Ableitung sie ist, wird zunächst für eine stetige Funktion $f(x)$ in Angriff genommen, strenge auf die Berechnung des Grenzwertes einer gewissen Summe, eines bestimmten Integrals, zurückgeführt und bewiesen, dafs diese Summe immer konvergiert. Vortrefflich hat uns der Abschnitt gefallen, in dem nach Riemann der Begriff des bestimmten Integrales überhaupt präzisiert, der Bereich seiner Gültigkeit abgegrenzt und seine wesentlichsten Eigenschaften untersucht werden. Die dabei vorkommenden Betrachtungen über Punktmengen dürften noch in wenigen Lehrbüchern zu finden sein. Aus

dem übrigen reichen Inhalte dieses Buches erwähnen wir noch die Behandlung der bestimmten Doppelintegrale und Greenschen Sätze, die für die Theorie der komplexen Integrale und der analytischen Funktionen überhaupt den Grund legen. Diese bilden den Inhalt des letzten (vierten) Buches und sind nach Behandlung der Grundeigenschaften der eindeutigen analytischen Funktionen bis zur Reihenentwickelung der impliziten algebraischen Funktionen um jeden beliebigen Punkt herum fortgeführt.

Einige einzelne Stellen finden wir der Berichtigung bedürftig.

Eine unendliche Potenzreihe $\Sigma a_n x^n$ konvergiert unbedingt, wenn von einer Stelle ab $\frac{a_{n+1}}{a_n} x$ kleiner bleibt als eins. Wiederholt drückt der Verf. sich jedoch so aus, als wäre dies eine notwendige Bedingung der Konvergenz, während, wie man leicht z. B. an der einfachen Reihe $1 + x + \frac{x^2}{2} + x^3 + \frac{x^4}{4} \cdots\cdot$ sich überzeugen kann, dieser Quotient sogar gegen unendliche Werte schwanken darf, ohne darum die Konvergenz zu beeinträchtigen.

In einem Buche zur Einleitung in das Studium ist eine Ausdrucksweise unzulässig wie in § 86, aus der unbedingt konvergierenden komplexen Potenzreihe

$$1)\quad f(z+h) = a_0 + a_1 (z+h) + a_2 (z+h)^2 + \cdots\cdot$$

sei durch andre Anordnung der Glieder die Reihe abgeleitet

$$2)\quad f(z+h) = f(z) + \frac{h}{1} f_1(z) + \frac{h^2}{1\cdot 2} f_2(z) + \cdots\cdots$$

Es war wohl zu sagen: Ist R der Konvergenzradius der Reihe 1), so ist auch

$$f(z+h) = a_0 + a_1 z + a_1 h + a_2 z^2 + 2 a_2 h + a_2 h^2 + \cdots\cdot$$

eine im Bereiche $\mathrm{mod}\, z + \mathrm{mod}\, h < R$ unbedingt konvergente und gültige Entwicklung; aus dieser kann also durch andre Anordnung der Glieder die für denselben Bereich sicher unbedingt konvergente und gültige Reihe 2) gewonnen werden. Bei dieser Art der Darstellung wird auch der unmittelbar folgende direkte Nachweis der fraglichen Behauptung, der weder leicht zu verstehen noch überhaupt richtig ist, überflüssig.

Ein ähnliches Versehen findet sich in § 88. Hier bedeute $f(z)$ eine konvergente Potenzreihe, z_1 einen einfachen Verschwindungspunkt im Konvergenzgebiet; so wird behauptet, die nach Potenzen von $z - z_1$ fortschreitende unbedingt konvergente Reihe

$$\frac{f(z)}{z - z_1} = f'(z_1) + \frac{z - z_1}{2!} f''(z_1) + \frac{(z - z_1)^2}{3!} f'''(z_1) + \cdots$$

könne wieder nach Potenzen von z geordnet werden und erhalte den ursprünglichen Konvergenzkreis. Um zu sehn, dafs dies so nicht richtig ist, versuche man es z. B. nur mit der einfachen Ent-

wicklung von $\frac{1-z}{2-z}$. Wie vorhin, so kann auch hier von einer anderen Anordnung der Glieder streng genommen nicht die Rede sein. Ähnlich wie so eben hätte sich zeigen lassen, dafs, wenn R der Konvergenzradius von $f(z)$ ist, $\frac{f(z)}{z-z_1}$ sich in eine Reihe nach Potenzen von z entwickeln läfst, die sicher konvergiert für den Bereich mod $z < R - 2$ mod z_1, wenn ein solcher existiert; dies würde aber für den vorliegenden Zweck nutzlos gewesen sein. Wie der an sich richtige Satz, dafs eine Entwicklung nach Potenzen von z, konvergent und gültig für denselben Bereich wie $f(z)$, existiert, hier überhaupt schon bewiesen werden könnte, ist Ref. nicht bekannt.

Diese Anstände, die dem Ref. bei ziemlich genauer Durchsicht als die wesentlichsten erschienen sind, können ihn nicht verhindern das ganze Werk, wegen der Strenge und Gründlichkeit mit der es durchweg die Fundamente der Infinitesimalrechnung behandelt, nochmals warm zn empfehlen.

Umfang und Auswahl der geschichtlichen und litterarischen Bemerkungen haben uns wohl gefallen.

Der Druck ist recht korrekt, die Ausstattung die bekannte gute Teubnersche.

Lübeck. Dr. Godt.

Ein Beitrag zum Thema „Fabrikation und Recension von Schulbüchern“.

(Von einem preufsischen Schulmanne).

Vor einiger Zeit fiel mir ein „Leitfaden der Chemie für Mittelschulen, insbesondere für höhere Töchterschulen“ von Dr. Kinkelin und Dr. Krebs, in die Hände, mit welchem, wie die Verfasser in der Vorrede sagen, einem Bedürfnis genügt werden sollte. Da mir gleich auf der ersten Seite bei der Beschreibung des bekannten Hofmannschen Wasserzersetzungsapparates aus dem Text hervorzugehen schien, dafs die Verfasser den Versuch nie selbst gemacht haben*), so blätterte ich in dem Buche weiter. Von Seite zu Seite wuchs mein Erstaunen, mit welcher Oberflächlichkeit dieses neue Lehrbuch compiliert war. Soweit ich das Buch durchsah, — ich begnügte mich mit der Hälfte — war keine Spur von schulgemäfser Behandlung und didaktischer Einkleidung zu bemerken, dagegen wimmelte es von Unrichtigkeiten und Verkehrtheiten, von Oberflächlichkeiten und von stilistischen Mängeln, dafs ich die Kühnheit der Verfasser bewunderte, die den Mut besafsen, ein solches Machwerk der Öffent-

*) Sonst würden sie nicht die nicht nur zwecklose, sondern unzweckmäfsige Vorschrift gegeben haben, man solle, nachdem das Rohr bis über die Hähne gefüllt und dann die letzteren geschlossen seien, noch Wasser nachgiefsen.

lichkeit zu übergeben. Schon war ich in Versuchung, die Recensentenfeder zu ergreifen und meinem Unwillen über das Buch Luft zu machen. Doch dachte ich, es sei nicht nötig, vor dem Buche zu warnen, da die Mangelhaftigkeit desselben so sehr in die Augen springe, dafs sie niemandem, der etwa das Werk behufs eventueller Einführung prüfen würde, entgehen könnte. Ich legte das Buch zur Seite mit der bestimmten Erwartung, auch ohne mein Zuthun alsbald einer niederschmetternden Recension zu begegnen. In Nummer 49 des literarischen Centralblatts vom Jahre 1881 erschien endlich eine Recension, die aber befremdenderweise einer sachgemäfsen Beurteilung durchaus nicht entsprach. Dies bestimmte mich schliefslich, den Herausgeber dieser Zeitschrift um Aufnahme der vorliegenden Zeilen zu ersuchen.

Wollte man alle Verkehrtheiten und Oberflächlichkeiten, die auf den ersten 64 Seiten des Buches enthalten sind, ausführlich besprechen, so würde diese Besprechung etwa dieselbe Seitenzahl beanspruchen. Daher lasse ich hier nur eine Auswahl folgen, die genügen wird, das Werk zu kennzeichnen.

Auf Seite 2 heifst es wörtlich: „Läfst man nun zwischen den in dem Schenkel a eingeschmolzenen Platindrähten elektrische Funken überspringen, so erzeugt jeder Funke im Innern ein kleines Flämmchen, während das Quecksilber nach einigen Schwankungen in a steigt; schliefslich giesst man, wenn ein weiterer Funke keine Entzündung mehr hervorbringt, durch b Quecksilber ein u. s. w.“ Es handelt sich hier nämlich, was niemand ahnen wird, um Knallgas. Es ist also den Herrn Verfassern, von denen der eine Lehrer der Physik und Chemie an einer Realschule I. O. ist, nicht bekannt, dafs der erste Funke die Verwandlung des sämtlichen Knallgases zu Wasser bewirkt, und dafs, wenn der Versuch in der beschriebenen Form ausgeführt würde, das Gefäfs vermutlich zerschmettert werden würde. Wehe dem Unerfahrenen, der nach Anleitung dieses Buches zu experimentieren versuchen wollte. In einer geradezu erheiternden Weise ist S. 7 die Notwendigkeit der Annahme der Molekule begründet: „Bekanntlich lassen sich alle Körper teilen, und läfst sich jeder Teil wieder in kleinere Stücke zerlegen; diese Teilbarkeit mufs aber eine Grenze haben, weil man sonst schliefslich auf nichts käme.“ Auf der folgenden Seite wird, wie an mehreren anderen Stellen, sofort Atom und Molekül verwechselt, indem die Behauptung aufgestellt wird, dafs in gleichen Raumteilen gas- oder dampfförmiger Elemente gleichviel Atome vorhanden seien. Dem Verfasser eines Leitfadens der Chemie, der Atom und Molekül verwechselt, dem die Avogadro'sche Hypothese, das Fundament der modernen Chemie, nicht geläufig ist, ist dem Astronomen zu vergleichen, der mit der Schwerkraft auf gespanntem Fufse steht. Natürlich fehlt auch nicht die Definition einer Säure (S. 12) als eines Körpers, der sauer schmeckt und blaues Lack-

muspapier rötet, sowie die entsprechende Definition einer Basis. Wer sich nicht dazu entschliefsen kann, eine Säure als eine Wasserstoffverbindung zu definieren, deren Wasserstoff durch Metalle ersetzbar ist, der sollte auf die Ehre, Verfasser eines Leitfadens der Chemie zu sein, verzichten. Mit der neueren Entwickelung der Chemie und der jetzt üblichen Nomenclatur scheinen die Verfasser allerdings wenig vertraut zu sein, wie aus der unausgesetzten Vermengung alter und neuer Bezeichnungsweise hervorgeht. Da heifst es z. B. (S. 19) „die schwefelige Säure und die Schwefelsäure, welche im wasserfreien Zustand (als Anhydrit) die Formel SO_2 und SO_3 besitzen. Die Schwefelsäure als Anhydrit, H_2SO_4 als SO_3! Da $H_2SO_4 = H_2O + SO_3$ ist, so müsste konsequenter Weise das Wasser „Schwefelsäure als Wasser" heifsen. Dann wäre es auch richtig, zu sagen: „Das Wasser als Sauerstoff" oder „Oxalsäureanhydrit als Kohlenoxydgas". Auf derselben Seite wird der Leser belehrt, das sich SO_2 in Wasser löst, sich aber nicht mit demselben verbindet. Den Grund dieser Behauptung findet man auf der folgenden Seite, wo es von dem Schwefelsäurehydrat heifst: „dafs das Wasser, welches es enthält, wirklich chemisch verbunden ist, geht daraus hervor, dafs es sich nicht etwa bei 100° C, ja nicht einmal bei viel höherer Temperatur verliert, es destilliert mit dem Wasser bei 326° C unverändert über. Wirkliche chemische Verbindungen sind also nach der Ansicht der Verfasser nur diejenigen, die „nicht etwa bei 100° C" eine Dissociation erleiden. Chlorhydrat, Wasserstoffüberoxyd, Chlorstickstoff und zahlreiche andere Verbindungen sind also keine wirklichen chemischen Verbindungen! Übrigens sollte den Verfassern bekannt sein, dafs sich die Schwefelsäure in Dampfform im Zustand der Dissociation befindet. Ein sehr schönes Beispiel chemischer Beweisführung finden wir auf Seite 23: „Die Hydrate der salpetrigen und der Salpetersäure haben die Formel HNO_2 und HNO_3, denn $N_2O_3 + H_2O = 2HNO_2$ und $N_2O_5 + H_2O = 2HNO_3$. Als ob es nicht gerade so gut auch anders sein könnte! Wer die Darstellung des Phosphorwasserstoffs nach Anleitung der Figur 17 und des zugehörigen Textes (S. 27) ausführen wollte, würde sehr unangenehme Erfahrungen machen. S. 29. lesen wir: „Der gebrannte Kalk löst sich etwas in kaltem Wasser auf" anstatt: der gebrannte Kalk verbindet sich mit dem Wasser zum Hydroxyd und dieses löst sich im Wasser auf. Dieselbe Bemerkung findet sich beim Barium. Das Brom bildet nicht erst bei 60° C, wie S. 37 behauptet wird, sondern bereits weit unter dieser Temperatur rote Dämpfe. Zur Veranschaulichung der doppelten Strahlenbrechung des Kalkspats findet sich S. 44 eine Figur, aus welcher hervorgehen würde, dafs die Strahlenbrechung eine dreifache ist. Beim Gips heifst es: „Wenn man Gips mahlt und wenig über 100° C erhitzt, so verliert er sein Krystallwasser und bildet alsdann mit Wasser angemacht einen bildsamen Brei, den man in alle möglichen

Formen bringen kann." Die Eigenschaft, auf welcher die Anwendung beruht, die Erhärtung und Ausdehnung infolge der Hydratbildung, ist verschwiegen. Doch es würde, wie gesagt, zuviel Raum erfordern, wenn man alle Unrichtigkeiten (nur auf den ersten 64 Seiten) zusammenstellen wollte.

Um auch die formelle Unvollkommenheit des Buches etwas näher zu kennzeichnen, mögen einige Mustersätze hier angeführt werden. So heifst es z. B. S. 2: „Vergleicht man die beiden Gasmengen dem Gewichte nach, so wiegt das eine ... (soll heissen: so findet man, dafs ...) Ähnlich S. 5. „untersucht man die Verbindung des Sauerstoffs mit Schwefel, so enthält dieselbe". S. 46. „Denkt man sich in dem Phosphorsäurehydrat zwei Drittel des H durch Ca ersetzt, so erhält man den anderthalbsauren phosphorsauren Kalk" (anderthalb-phosphorsaures Calcium sagt man sonst). S 37. „Leitet man hierin Schwefelwasserstoff". S. 16 „Das Wachskerzchen ... läfst sich entzünden, um abermals zu erlöschen, (Zweck oder Absicht?) Eine besondere Vorliebe scheinen die Verfasser für veraltete Bezeichnungen zu haben, z. B. „salzsaures Gas" statt Chlorwasserstoff, „man heifst" statt „man nennt". Ein wahrer Unfug wird mit dem Worte „wesentlich" getrieben, z. B. „Die Leuchtkraft beruht wesentlich auf dem Glühen" (S. 32) „eine Gas- oder Kerzenflamme besteht wesentlich aus zwei Teilen" (S. 34) „das leicht schmelzbare französische Glas enthält wesentlich Natron und Calcium; (4 Zeilen weiter: „man unterscheidet wesentlich zwei Arten davon (statt desselben); auf der folgenden Seite: Braunstein, welcher wesentlich Mangansuperoxyd ist, u. s. w. Auch diese Ausstellungen bilden nur eine kleine Auslese aus der ersten Hälfte des Buches. Wer einige Seiten durchliest, wird sich überzeugen, dafs, ganz abgesehen von den groben Verstöfsen, fast überall didaktische Durcharbeitung des Stoffes, klare Definition der chemischen Begriffe (Atom, Molekul, Säure, Basis) und präcise Ausdrucksweise, ebenso konsequente Benutzung der neueren Bezeichnungsweise vermifst werden.

Nun findet sich also, wie schon oben bemerkt ist, in Nr. 49 des Jahrgangs 1881 vom literarischen Centralblatt eine Besprechung dieses Leitfadens. Der Recensent scheint aber leider so ziemlich auf derselben Stufe chemischer Bildung zu stehen, wie die Herrn Verfasser. Denn von all den groben Unrichtigkeiten und Unvollkommenheiten ist ihm nichts aufgefallen. Er hat „nur den darin eingeschlagenen Lehrgang zu tadeln," dafs nämlich nicht die in neuerer Zeit von manchen Verfassern von Lehrbüchern befolgte sogenannte „methodische" Anordnung des Stoffes beliebt worden ist. Den Grund hätte der Recensent leicht einsehen können, wenn er das Werk auch nur zum Teil einer eingehenden Prüfung unterworfen hätte.

Jänicke, Dr. Herm., Lehrbuch der Geographie für höhere Lehranstalten. 1. Teil. Mit 57 Illustrationen. Breslau, bei Ferdinand Hirt, 1882. VI u. 120 S. 8.*)

Im Verlage von Ferdinand Hirt in Breslau erscheint jetzt ein Lehrbuch der Geographie für höhere Lehranstalten von Dr. Hermann Jänicke. Als ich den bis jetzt erschienenen ersten Teil zugeschickt erhielt, fiel mir sofort eine Stelle aus der Rezension der Kirchhoffschen Schulgeographie von Denicke-Marienwerder ein (diese Zeitschrift 1882, Heft 5, S. 386 u. f.). Denicke wünscht nämlich dem Kirchhoffschen Buche, dafs es auf Jahre hinaus alle nachkeimende Produktion neuer geographischer Schulbücher unterdrücke. Dieser Wunsch ist nicht in Erfüllung gegangen. Da aber das Buch von Kirchhoff allseitig mit Jubel begrüfst worden, von der Kritik als eine epochemachende Thatsache auf seinem Gebiete bezeichnet, ein hervorragend brauchbares Schulbuch und das Buch der Zukunft genannt worden ist, ist es da nicht ein Wagnis zu nennen, wenn Jänicke schon nach Jahresfrist mit einem ähnlichen Werke an die Öffentlichkeit tritt? Oder hat die Kritik bei aller Anerkennung in der Kirchhoffschen Schulgeographie auch Mängel entdeckt? Berechtigung hat das Buch von Jänicke jedenfalls nur, wenn es die Vorzüge des Kirchhoffschen teilt und die Mängel desselben vermeidet. Sehen wir zu!

Bei Kirchhoff wird ganz besonders gerühmt „das Hervorheben der physischen gegenüber der auf das Notwendigste beschränkten politischen Geographie, die geistige Durcharbeitung des Stoffes vom Standpunkt der modernen Forschung“ und „dafs mehr Denk- als Lernstoff geboten wird.“ Jänickes Buch kann schwerlich anders charakterisiert werden. Das Buch basiert auf Kirchhoff, Guthe-Wagner und anderen gediegenen Werken der neuesten Zeit; ja man könnte den vorliegenden ersten Teil geradezu einen Auszug aus Kirchhoff nennen.

Vorgeworfen wird Kirchhoff, dafs er das politisch Verbundene um der physischen Zusammengehörigkeit willen auseinander reifst. Diesen Fehler hat Jänicke vermieden.

Ferner wird Kirchhoff der schwere Stil vorgeworfen und seine Vorliebe für eigenartigen Gebrauch oder Neubildung von Wörtern. Ich nehme keinen Anstand zu gestehen, dafs ich nach der ersten Durchsicht der Kirchhoffschen Schulgeographie das Gefühl hatte,

---

*) Wir geben diese uns unaufgefordert zugesandte Rezension dieses neuen uns noch unbekannten Schulbuchs, um die Lobes-Überschwenglichkeit, die sich in der Rezension des Kirchhoffschen Buches durch Denicke (VIII, 386 u. f.) unverhüllt ausspricht, ein wenig zu moderieren. Es dürfte sich bald herausstellen, dafs auch das sehr schätzenswerte und einen bedeutenden methodischen Fortschritt involvierende Kirchhoffsche Buch nicht frei von Mängeln ist, welche in den sehr anerkennenden Rezensionen übersehen oder verschwiegen worden sind. Red.

der Tertianer werde lieber Cäsar als Kirchhoff übersetzen. Urteile ich jetzt auch nicht mehr so hart, so bin ich doch immer noch der Ansicht, dafs die Härten des Stils ein empfindlicher Mangel des Buches sind. Auch diesen Fehler hat Jänicke vermieden.

Drittens weifs man nicht, wie man den von Kirchhoff gebotenen Stoff auf die einzelnen Klassen verteilen soll. Der Aufbau in der zweiten Lehrstufe, die den Stoff für Quinta bis Tertia incl. enthält, ist ein so einheitlicher, dafs es kaum möglich ist, ihn zu zerlegen, das Ganze ein solches Kunstwerk, dafs man sich scheut, es zu zergliedern. Näher darauf einzugehen brauche ich nicht, da Kirchhoffs Werk sich wohl in den Händen aller Fachgenossen befindet. Gegen diesen Mangel bei Kirchhoff scheint Jänicke ganz besonders Front gemacht zu haben. Er giebt sein Lehrbuch in drei Teilen heraus. Der erste Teil enthält das Pensum für die unteren Klassen und zerfällt in zwei Abteilungen; die erste ist für Sexta bestimmt und behandelt den ganzen geographischen Lehrstoff im Überblick (entsprechend der ersten Lehrstufe bei Kirchhoff). Die zweite Abteilung (für Quinta und Quarta) bietet eine kurzgefafste Darstellung der Länderkunde. Der zweite Teil soll das Pensum für die mittleren Klassen enthalten: eine kurze Geschichte der Entdeckungen und die Länderkunde in erweiterter Fassung mit Berücksichtigung der historischen Verhältnisse. Der dritte Teil wird die wichtigsten Lehren der astronomischen und physischen Geographie für die oberen Klassen bringen, und zwar in einem so engen Rahmen, dafs eine Durchnahme dieses Stoffes in dem der Geographie zugemessenen Zeitraum ermöglicht wird. Den Stoff genau nach Klassen zu gliedern, ist ein glücklicher Griff, und der Versuch damit ist in dem bis jetzt erschienenen ersten Teile als vollständig gelungen zu bezeichnen. Die Sprache ist dem Verständnis der unteren Klassen angemessen. Klarheit ist meist erreicht. Von Versehen kann ich nur anführen, dafs auf Seite 24 Tsad-See und Tsana-See verwechselt sind. Zahlreiche praktische Einrichtungen erleichtern den Gebrauch des Buches, so dafs ein alphabetisches Register nicht gerade vermifst wird. (Der zweite Teil wird hoffentlich nicht ohne ein solches erscheinen.)*) In der Einteilung folgt Jänicke fast völlig den Grundsätzen Kirchhoffs, wie dieser sie z. B. in der Zeitschrift für das Gymn.-Wesen 1877, Seite 384 niedergelegt hat. Wir bekommen, wie es Kirchhoff will, Erdfesten und Länderräume in der naturgemäfsen Anordnung geschildert, und die Subdivision dieser Hauptabschnitte erst gliedert sich nach den Kategorieen: Bodenbeschaffenheit und Ge-

*) Hier dürfte die Bemerkung am Platze sein, dafs der Mangel eines alphabetischen Registers bei Kirchhoff uns, und gewifs auch viele andere Leser, unangenehm berührt hat. Heutzutage sollte überhaupt kein wissenschaftliches Werk ohne dieses Orientierungsmittel erscheinen. Besonders schmerzlich vermifst man aber ein solches in einem geographischen (und geschichtlichen) Werke. Die Redaktion.

wässer, Klima und Naturprodukte, Bewohner, Staaten und Städte. Kirchhoff hat natürlich diese Kategorieen in seinem Buche auch, aber er macht sie nur durch Absätze kenntlich, während Jänicke jedesmal den Namen der Kategorie fett gedruckt an den Kopf des Absatzes stellt. Die Stoffauswahl ist zutreffend. Manchem Kollegen wird auch die Zahl der Städte, deren Erlernung Jänicke dem Quartaner zumutet, nicht zu grofs erscheinen, während ich in diesem Punkte lieber mit Kirchhoff gehe, der sich einer weisen Beschränkung befleifsigt hat. Jänicke verlangt an einigen Stellen schon vom Quartaner mehr Städtenamen, als Kirchhoff überhaupt gelernt wissen will. Teils im Text, teils am Ende des Buches befinden sich 57 Bilder, die zumeist den in demselben Verlage erschienenen geographischen Bildertafeln entnommen sind. Sie veranschaulichen die Bestrahlung der Erdoberfläche, die Verteilung von Wasser und Land, die Vegetationsgebiete der Erde, die Rassenunterschiede, oder enthalten Abbildungen von Kulturpflanzen und nutzbaren Bäumen oder Landschaften, die dem Schüler das Verständnis für Gletscher, Vulkane, Hochgebirge, Hügellandschaften und Ähnliches erschliefsen sollen. Geographische Kärtchen und Faustzeichnungen sind nicht beigegeben. Auf Seite 45 befindet sich ein Plan von Berlin, der wohl in den zweiten Teil gehört. Er zeigt die verschiedene Ausdehnung der Stadt in den Jahren 1640, 1842 und 1880. Die Höhen werden, wie jetzt meistens, nach Metern gegeben; ebenso aber auch, entsprechend einem Beschlusse des Geographentages zu Halle, die geographischen Entfernungen und Flächen nach Kilometern und Quadratkilometern. Kirchhoff hat noch die Meile. Doch wird er wohl, wie mir aus dem Bericht hervorzugehen scheint, den er in der Zeitschrift für Schulgeographie (IV, 1) über die schulgeographischen Verhandlungen des zweiten deutscheu Geographentages gegeben hat, bei der zweiten Ausgabe seiner Schulgeographie zur vollständigen Durchführung des Metermafses übergehen.*) Einen Vorwurf mufs ich allerdings dem Buche von Jänicke machen, der aber mehr die Verlagshandlung als den Verfasser trifft. Es befinden sich nämlich zwischen dem auf Seite 96 schliefsenden Text und den auf den Seiten 105—120 folgenden Bildern 8 Seiten, die mit Empfehlungen anderer, in demselben Verlage erschienener Bücher bedruckt sind. Was soll der Quartaner oder gar der Sextaner mit diesen Empfehlungen machen? Sie stören nur.**)

Dem Vorgesagten nach geht mein Urteil dahin, dafs das Lehrbuch von Jänicke dem Kirchhoffschen in wissenschaftlicher Beziehung nichts nachgiebt, den praktischen Bedürfnissen der Schule aber besser

*) Wir halten es für zweckmäfsig, dafs während des Übergangsstadiums noch einige Jahre lang beide Maafse nebeneinander (die Meilen immer in Klammern) angegeben werden. D. Red.

**) Wir halten dies — wenn auch nicht für eine Taktlosigkeit, doch — für ein Versehen der Verlagsbuchhandlung. D. Red.

entspricht. Abschliefsend kann das Urteil natürlich nicht sein, da abzuwarten ist, welche Ausdehnung Jänicke in dem zweiten Teile der Geschichte der Entdeckungen geben, und welchen Memorierstoff er in der erweiterten Länderkunde vom Tertianer verlangen wird; ebenso, ob sich, wie er verspricht, das Pensum für die oberen Klassen wirklich in den geographischen Repetitionsstunden durchnehmen lassen wird. Da aber der von ihm gemachte Anfang ein so günstiger ist, konnte ich es mir nicht versagen, die Fachgenossen schon jetzt auf das Buch aufmerksam zu machen.

Bromberg. Dr. MORITZ FRIEBE.
Gymnasial-Oberlehrer.

EGER, Gustav (Prof. a. d grofsherz. Hessischen techn. Hochschule zu Darmstadt und beeidigtem Übersetzer der grofsh. Ministerien), Technologisches Wörterbuch in englischer und deutscher Sprache. In zwei Teilen I. Teil: Englisch-Deutsch, technisch durchgesehen und vermehrt von Otto Brandes, Chemiker. Braunschweig, Vieweg und Sohn. 1882. VIII u. 711 S.

Die Verfasser geben hier „die Wörter und Ausdrucksweisen in Civil- und Militär-Baukunst; Schiffsbau; Eisenbahnbau; Strafsen-, Brücken- und Wasser-Bau; Mechanik und Maschinenbau; Technologie; Künste; Gewerbe und Fabrikindustrie; Landwirtschaft; Handel und Schiffahrt; Bergbau und Hüttenkunde; Geschützwesen, Physik; Chemie; Mathematik; Astronomie; Mineralogie; Botanik u. s. w. umfassend."*) Als Mitarbeiter sind aufser dem obgenannten Hr. O. Brandes (Braunschweig) angegeben: Dr. Pedson, Dr. Burghardt, Dr. Carnelly, Ward, (Architekt), alle vier in Manchester. Dr. Brütt-Hamburg, Hummel, Prof. in Leeds, Dr. Lange-Zürich, Dr. Lüroth-München, Schäffer, Ingenieur in Newcastle-upon-Tyne, Williams in Manchester (f. Naturgesch.).

Wir haben also hier ein ähnliches Buch vor uns, wie es vermutlich das Wörterbuch für das von uns (XII, 153) angezeigte englische naturwissenschaftlich-technische Lesebuch von Wershoven: „Technical Vocabulary", wenn auch in kleinerm Rahmen, sein will.**) Die im Vorwort genannten Mitarbeiter, besonders die englischen, dürften für die Korrektheit des Buches bürgen. Die Ausstattung ist, wie man bei Vieweg nicht anders gewohnt, elegant. Wir wollen mit dem Verfasser hoffen, dafs dieses Hilfsmittel zum Studium der englischen technischen Litteratur „zuverlässig" sein und „beim Gebrauche nicht im Stiche lassen" werde. Wir gedenken deshalb später, nach dem Gebrauche desselben, nochmals darauf zurück-

---

*) Worte des Titelblattes.

**) Wir kennen jedoch dieses Wörterbuch nicht, da wir es trotz unserer Bemühungen von der Verlagshandlung nie erhalten konnten, daher unser „vermutlich". D. Red.

zukommen. Vorläufig möge diese kurze Anzeige des verdienstlichen Werkes, dessen Ergänzung durch den 2. Teil (deutsch-englisch) hoffentlich nicht zu lange auf sich warten lassen wird, genügen.

H.

Kalenderschau.

I.

Es sind bei der Redaktion folgende Jahrbücher und Kalender eingelaufen:

I. Statistisches Jahrbuch*) der höheren Schulen Deutschlands, Luxemburgs und der Schweiz (Neue Folge von Mushackes' Schulkalender II. T.). Nach amtlichen Quellen bearbeitet. III. Jahrgang, I. Abt. das Königreich Preufsen enthaltend. Leipzig bei B. G. Teubner. 1882. LXIV u. 240 S.

Da der Inhalt dieses Jahrbuchs den Fachgenossen hinreichend bekannt sein dürfte, derselbe auch vom Jahrgange 1879 an bereits in einem frühern Bande ds. Z. (XI, 58) besprochen ist, so dürfen wir über dieses Werk uns kurz fassen. Nur das sei bemerkt, dafs unser a. a. O. ausgesprochener Wunsch, es möchte diesem Buche eine statistische Übersicht der höheren Schulen beigegeben werden, hier — was im Jahrgange 1880 noch nicht war — insofern erfüllt ist, als wenigstens für das Königreich Preufsen eine solche mit Rücksicht auf die neue Schulorganisation gegeben ist. Die zweite Abteilung, die höhern Schulen der übrigen deutschen Staaten (nebst Luxemburg und der Schweiz) enthaltend, ist nachträglich auch noch erschienen und enthält aufser dem Verzeichnis der Programmabhandlungen von 1881 (inclus. der Gymnasien Österreichs) auch die für ein solches Nachschlagebuch unumgänglich nötigen alphabetischen Register des Lehrerpersonals sowie der Schulorte. Wegen dieses, beiden Abteilungen gemeinsamen Registers empfiehlt es sich auch, für den praktischen Gebrauch, beide Abteilungen zusammenbinden zu lassen. Zu wünschen wäre, dafs die für Preufsen gegebene statistische Übersicht d. höh. Schulen im nächsten Jahrgange auch auf die übrigen Staaten Deutschlands ausgedehnt würde.

II. Universitäts-Kalender*) für das Studien-Jahr Michaelis 1882 bis 1883 Michaelis. Verzeichnis der in den Universitäten deutscher Zunge lehrenden Professoren, Dozenten und Lectoren. Herausgegeben von Paul Emil Richter (Sekretär a. d. öffentl. Bibliothek in Dresden). 1. Jahrgang. Berlin 1883. Wilhelm Baensch Verlagsbuchhandlung.

Dieser Kalender enthält 5 Abteilungen:

Abt. 1. ein astronomisches Kalendarium, enth. Wochentage, Fest- und Erinnerungstage, Sonnenauf- und S.-Untergang, Mondwechsel (M.-Phasen) S. 1—16; sodann (S. 17—138) einen Notizkalender enth. die Geburtstage und das Geburtsjahr der im Universitätskalender aufgeführten Gelehrten, soweit dieselben bekannt sind, mit freiem Raum für jeden Tag des Jahres zu Notizen; hierauf (S. 139—150) auch einen Monats-Notizkalender fürs nächste Jahr (1884).

Abt. 2. ein alphabetisches Verzeichnis von Name, Vornamen, Rang, Fakultät, Universität aller Professoren, Docenten, Lectoren mit Angabe von Geburtsort und Jahr, soweit bekannt. S. 151—260.

Abt. 3. dasselbe Verzeichnis nach den Fakultäten alphabetisch geordnet (kleinerer Druck). S. 261—283.

Abt. 4. dasselbe Verzeichnis nach den Universitätsstädten und den Fakultätswissenschaften geordnet. S. 284—302.

---

*) Diese Kalender wurden der Redaktion in schön gebundenen Exemplaren überlassen.

Abt. 5. Verzeichnis der bei den Universitäten fungierenden Herren Curatoren, Richter und Sekretäre, S. 303—304.

Zum Schlusse folgen noch 2 Seiten Veränderungen, die bis zum 30. September 1882 eingetreten sind. Das Format des Kalenders ist das handliche eines Taschenbuchs (10 cm Blattbreite und $15^1/_2$ cm Bl.-Höhe), als welches ja der Kalender auch gelten will, während das Format des „deutschen Universitätskalenders von Ascherson" (Berlin b. Simion), von welchem uns nur ein Exemplar vom Wintersemester 1879/80 II. T. vorliegt, $9:13^1/_2$ beträgt.

Wir wollen an diese Übersicht noch einige Bemerkungen knüpfen: Ob ein „Universitäts-Kalender" nicht noch manches andere enthalten müsse, z B. eine Übersicht der Stiftungsjahre der Universitäten (Alter drslb.), Berichte über Frequenzen, über wissenschaftliche Anstalten (Museen, Bibliotheken, Institute, Sternwarten etc.) derselben, eine Zusammenstellung der hauptsächlichsten wissenschaftlichen Zeitschriften und ihrer Redakteure u. s. w. — und daſs er nicht bloſs ein Personalverzeichnis sein dürfe, das möchten wir dem Herrn Herausgeber zur Erwägung anheimgeben.

In der 4. Abt. hätte die Angabe der Universitäten am Kopfe der Seiten die Orientierung erleichtert. Daſs der Herausgeber nicht auch die technischen Hochschulen mitaufgenommen hat, erscheint uns als ein Mangel, da es gerade über diese an einem Orientierungsmittel fehlt, seit dem der Aschersonsche Kalender für polytechnische Hochschulen eingegangen ist (XI, 60). Der Absatz des Buches dürfte hierdurch geschmälert worden sein. Wenn wir auch nicht glauben, daſs dieses Taschenbuch, welches vorzugsweise für Lehrer an Hochschulen bestimmt ist, von unsern Fachgenossen viel gebraucht werden wird, da ihre Bedürfnisse durch den II. T. des Mushackeschen Schulkalenders befriedigt werden, so möchten wir das Buch doch als Hand- und Nachschlagebuch für die Bibliotheken der höheren Schulen und der Redaktionen von Zeitschriften und Zeitungen empfehlen. H.

(Fortsetzung folgt.)

B. Programmschau.

Mathematische und naturwissenschaftliche Programme des Königreichs Sachsen. Ostern 1881.

Referent: Prof. Dr. Meutzner in Meissen.

1. **Dresden.** Gymnasium zum heiligen Kreuz. Progr. Nr. 462. Heger: *Die Konstruktion einer Fläche zweiter Ordnung aus neun gegebenen Punkten, und verwandte Konstruktionen.*

Verf., der bereits früher einen denselben Gegenstand behandelnden Aufsatz in der Schlömilchschen Zeitschrift veröffentlichte, verfolgt mit der vorliegenden Arbeit vor allem den Zweck, eine ausführliche Zusammenstellung der wichtigsten Lösungen obgenannter Konstruktionsaufgabe zu geben. Demgemäſs werden der Reihe nach mit dem Verf. eigentümlichen Modifikationen besonders besprochen die Lösungen von Hesse, der die Aufgabe zuerst stellte und ausführte, von Seydewitz (mittels reziproker Bündel), Chasles, v. Staudt, Reye, Schröter und Serret. Verf. läſst es sich dabei angelegen sein, die zum Verständnis der Konstruktionen erforderlichen Sätze zu entwickeln. Dies führt nicht nur weiter auf die Konstruktion der Durchdringungskurve zweier Flächen zweiter Ordnung aus 8 gegebenen Punkten und des achten Schnittpunktes dreier Flächen zweiter Ordnung aus 7 gegebenen Punkten, sondern leitet auch hin zu einer groſsen Zahl geometrischer Schluſsfolgerungen betreffs der Flächen

zweiter Ordnung. Auch das Chaslessche Problem der Homographie ist unter zu Grundelegen der Cremonaschen Analyse behandelt und ein Teil der von Sturm bei eben dieser Gelegenheit synthetisch gewonnenen Theoreme analytisch entwickelt.

2. Zwickau. Gymnasium. Progr. Nr. 474. Tammen: *Über die unifilar aufgehängte Drehwage.*

Die Ruhelage oszillierender Apparate pflegt man durch Beobachtung einer von der Gröfse des Dekrementes abhängigen ungeraden Anzahl von Umkehrpunkten zu bestimmen. Bei solcher Bestimmung ergiebt sich, dafs die Ruhelage einer unifilar aufgehängten Drehwage sich anfangs sehr stark und noch nach Jahren merklich stets in demselben Sinne verlegt. Zu diesen Wanderungen erster Art der Ruhelage kommt nach Kohlrauschs und Wiedemanns Versuchen eine solche zweiter Art: die wirkliche Ruhelage oszilliert um die experimentell bestimmte in Schwingungen, welche den Schwingungen der Drehwage isochron sind. Verf. hat noch eine dritte Wanderung erkannt: es wandert nämlich die Ruhelage der Drehwage bei abnehmenden Amplituden in einer und derselben Schwingungsreihe in entgegengesetztem Sinne zu demjenigen, in welchem sie sich infolge andauernder oder vermehrter Belastung bewegt, und zwar um so augenfälliger, je länger die Drehwage benutzt worden ist. Gleichzeitig mit diesen Wanderungen treten folgende Änderungen des logarithmischen Dekrementes auf: 1. eine Abnahme desselben mit der Zeit, vom Momente der Belastung des Drahtes an gerechnet; 2. eine Abnahme desselben in einer und derselben Schwingungsreihe mit der Abnahme der Amplitude; 3. eine Zunahme desselben für gleiche Amplituden mit der Gebrauchszeit der Drähte. — Die Erklärung dieser paarweise zusammengehörigen Erscheinungen bildet das Thema der Arbeit, indem Verf. der Ansicht ist, dafs man zuerst eine sinnlich vorstellbare Erklärung von den Vorgängen in und an den Körpern zu geben habe, ehe man versucht, sie mit dem ganzen Apparat analytischer Berechnung quantitativ zu bestimmen. Nach kritisierender Besprechung der von Streintz, Schmidt u. a. vertretenen Anschauungen, sucht Verf. die genannten Erscheinungen durch die Annahme zu erklären, dafs die Drähte gemäfs der Art ihrer Herstellung wenigstens an ihrer Oberfläche teilweise eine spiralförmige Anordnung der Fasern besitzen müssen. Daraus folgt zunächst die Wanderung erster Art im Sinne der Abwickelung der Drahtwindungen. Bei der sodann durch die Belastung bedingten Streckung des Drahtes erleidet die Faserstruktur eine Auflockerung; dies bewirkt eine Verminderung der inneren Reibung und also eine Abnahme des Dekrementes. Die Erscheinungen zweiter Art findet Verf. bedingt durch eine Art Spaltenbildung zwischen den Faserbündeln infolge der verschiedenen Torsionen des Drahtes: die hervorragenden Enden von zersprungenen Fäserchen verhindern vermöge ihrer Biegungstorsion das Zusammenlegen der Spaltenwände beim Nachlassen der Torsion. Die Erscheinungen der dritten Art, für welche zunächst der experimentelle Beweis ihres Vorhandenseins erbracht wird, werden dadurch hervorgerufen, „dafs sich die Flächenreibung zwischen den einzelnen Fasern beim Zudrehen der spiralförmig gelagerten Bündel nicht eher bemerkbar machen kann, als bis durch die fortschreitende Lockerung zwischen den einzelnen Fasern so viel Fläche klar gelegt und gleichzeitig der bis zum Bruch zweifelsohne noch fortdauernde Verbrauch an Energie zur Blofslegung von Fasern so herabgemindert ist, dafs der durch die Reibung zwischen den Fasern bedingte Verbrauch an Energie in den Schwingungen nicht mehr zum Vernachlässigen klein genug ist gegen den Gesamtverbrauch an Energie in den Schwingungen.“ Nachdem nun durch die fortgesetzten Torsionen und Detorsionen einzelne Fasern von den benachbarten sich völlig gelöst haben, bilden sich bei den ferneren Schwingungen Knoten

in den Fasern, welche die Reibung zwischen den einzelnen Fasern erheblich vermehren: das logarithmische Dekrement wächst also.

3. Dresden-Neustadt. Realschule erster Ordnung. Progr. Nr. 484. Hickmann: *Ein Beitrag zum Rechenunterrichte in den unteren Klassen der Realschule.*

Sieht man von dem recht sonderbaren Schlufsworte ab, — erster Zweck der „Programmarbeiten" sei gegenwärtig, dafs der Verfasser sich durch dieselben dem Elternhause, wenigstens der überwiegenden Mehrheit seiner Schüler vorstellt, nämlich betreffs seiner Anschauung über seinen Unterricht resp. seine Ansprüche an die Hausarbeit!! — so ist der Arbeit nachzurühmen, dafs sie das gestellte Thema in einer recht ansprechenden Weise behandelt, wenngleich nach Lage der Verhältnisse man in ihr wirklich neue Ideen nicht finden, aber wohl auch nicht suchen wird. Nach allgemeinen Bemerkungen über die Zwecke des Rechenunterrichtes in den Unterklassen der Realschule — Rechenfertigkeit, formales Bildungselement, Vorschule der Arithmetik — in denen sich manche beherzigenswerte Winke finden (Kopfrechnen fleifsig zu üben, um Gewandtheit in der Lösung von Aufgaben des täglichen Verkehres zu erzielen; Selbstbilden solcher Aufgaben durch den Lehrer, gewissenhafte Korrektur der sorgfältig einzuschreibenden Hausarbeiten; baldige Einführung der dezimalen Schreibweise der Münzen, Mafse und Gewichte; Genauigkeit des mündlichen und schriftlichen Ausdruckes; klare Auffassung der jeweils anzuwendenden Rechnungsoperationen; Einführung der wissenschaftlichen Nomenklatur und der üblichen mathematischen Rechenzeichen von Sexta an) giebt Verf. die Verteilung des rechnerischen Lehrstoffes für Sexta, Quinta und Quarta der Realschule mit vielen recht praktischen Bemerkungen. Wir heben hervor: Gruppenteilung grofser Zahlen zur Erleichterung des Lesens (keine Kommata oder Punkte); Ergänzungs- (oder österreichische) Methode bei der Subtraktion (schon öfter in d. Z. warm empfohlen); Ein- und Ausrücken der Partialprodukte bei Multiplikationsaufgaben; frühe Einübung von Rechenvorteilen aller Art. Die Methode des Verfassers: allenthalben schon die späteren arithmetischen Lehrsätze vorzubereiten, verdient die volle Beachtung der betreffenden Kollegen. — Wenn es wirklich ohne sehr peinliche Reibungen ausführbar wäre, die Rechenlehrer der Unterklassen der Kontrole des ersten Mathematikers zu unterstellen, so liefse sich wohl mancher Übelstand im mathematischen Anfangsunterrichte vermeiden. — Mit Recht werden fehlerhafte Ausdrücke wie 16 mal mehr und ähnliche, gemischte Brüche etc. getadelt, doch hat sich Verf. selbst im Gebrauche des Gleichheitszeichens auch hin und wieder Fehler zu schulden kommen lassen, z. B. p. 25, Z. 8 u. 9 v. u. oder p. 27, wo man liest:

$$0{,}444\ldots \cdot 10 = 4{,}444\ldots - 1 \cdot 0{,}444\ldots = 4 \text{ u. ö. ä.}$$

4. Freiberg. Realschule erster Ordnung. Progr. Nr. 486. Trommer: *Die Vegetationsverhältnisse im Gebiete der oberen Freiberger Mulde (mit einer geologischen Karte der Umgebung von Freiberg).*

Die Abhandlung stellt sich als Vorarbeit für eine spätere, eingehende botanische Untersuchung des oben bezeichneten Gebietes dar. Ohne dafs aus den gewonnenen Resultaten eine Lokalflora zusammengestellt ist, erhält man doch ein deutliches Bild der Vegetationsverhältnisse des Distriktes. Eingestreute, der Behandlung einzelner Vegetationsformen angeschlossene, ästhetische Exkurse, die mit der Sache eigentlich nichts weiter zu thun haben, wünscht Verf. von pädagogischem Standpunkte aus beurteilt zu sehen. Ebenfalls Schulzwecke, wenigstens in erster Linie, verfolgt die beigegebene geognostische Übersichtskarte des behandelten Gebietes. Der Gegenstand ist in zwei einleitenden und einem dritten Kapitel folgendermafsen behandelt: I. Umfang und Bodenverhältnisse. Orographischer Überblick. Geognostischer Überblick. A. das Grundgestein.

B. Die Krume des Bodens, (ob die hier benutzten Thurmannschen Termini, z. B. Gneis ist **pelopsammogen**, sein Detritus ist pelopsammisch; Gneisboden ist mehr **eugeogen** als Granit, wirklich mehr als eine wissenschaftliche **Verschnörkelung** sind?). II. Klimatische Verhältnisse. III. Übersichtliche Charakteristik der Vegetation. Allgemeines. Vegetationsformen: Der Wald. Die Wiesenflora. Die Flora der Gewässer. Die Flora des Acker- und Gartenlandes. Die Nachbarfloren in Süd und Nord und ihr Einfluſs auf die Vegetation des Gebietes. Anhang (die in Freibergs Anlagen etc. sich findenden ausländischen Pflanzen beh.).

5. Leipzig. Realschule erster Ordnung. Progr. Nr. 490. **Weinmeister:** *Die Flächen zweiten Grades nach elementar-synthetischer Methode bearbeitet.* Zweiter Teil.

Über den ersten Teil dieser sehr verdienstlichen Arbeit haben wir bereits im vorigen Jahrgange d. Z. p. 382 fd. referiert. Der hier dargebotene zweite Teil behandelt in gleich eleganter Weise mit ganz geringem Aufgebote von Rechnungen folgendes:

IV. Der allgemeine Kegel. 1. Der schiefe Kreiskegel und der gerade elliptische Kegel. Verhältnis der Seitenlinien des ersteren. 2. der Polarkegel. Die Schnittfigur einer beliebigen Ebene mit dem allgemeinen Kegel. 3. Fokaleigenschaften des Kegels und deren polare Beziehungen. Der Kegel als geometrischer Ort. 4. Spezielle Kegel. Der gleichseitige und der orthogonale Kegel. 5. Sphärische Kegelschnitte. 6. Die reziproke Polare eines Kegels in Beziehung auf eine Kugel. 7. Allgemeine Fokalgebilde des ebenen Kegelschnittes. *α*. Am Kegel. — Konstruktion der eigentlichen Brennpunkte am Kegel für den Fall, daſs die Ebene des Kegelschnittes senkrecht auf der Axenebene steht. *β*. In der Ebene.

V. Die allgemeine Fläche. 1. Diskussion der allgemeinen Fläche. 2. Sätze über die allgemeine Fläche (Verallgemeinerung des Quetelet-Dandelinschen Theoremes). 3. Das einschalige Hyperboloid als Linienfläche. 4. Das allgemeine hyperbolische Paraboloid (ebene Schnitte im allgemeinen; Hauptschnitte; das h. Paraboloid als Linienfläche). 5. Das gleichseitige hyperbolische Paraboloid. Anhang: Kubatur von Räumen, welche durch Flächen zweiten Grades und Ebenen begrenzt werden mittels des Cavalierischen Princips.

6. Pirna. Realschule zweiter Ordnung. Progr. Nr. 498. **Fritsche:** *Das Deltoid. Eine geometrische Studie.**)

Verf. ist dem Ref. bereits durch ein höchst unpraktisches, für den Schulunterricht unbrauchbares, krystallographisches Schriftchen nicht eben vorteilhaft bekannt; leider ist vorliegende Studie nichts weniger als geeignet, für den Verf. ein günstigeres Urteil zu erwecken. Das beste ist am Ende die Absicht des Verf., „die Herren Kollegen zu veranlassen, bei ihrem Unterrichte in der Geometrie dem Deltoide dieselbe Aufmerksamkeit zu schenken, wie den symmetrischen Trapezen", obwohl es scheint (vergl. d. Z. XIII. p. 303 Z. 6 v. u., u. p. 328 Z. 4 v. u.), als würde diesem Gegenstande schon die gebührende Beachtung zu teil;**) auch Ref. hat z. B. öfter gute Obertertianer unter Darreichung einiger Andeutungen zu einer kleinen „Studie" über dieses Thema mit befriedigendem Erfolge veranlaſst. Sonach erscheint uns der Gegenstand, noch vielmehr aber die

---

*) Dieses Programm wurde uns alsbald nach seinem Erscheinen von einem andern sächs. Schulmann zugesandt, und wurden wir auf die Mängel desselben, wie ganz besonders darauf hingewiesen, daſs solche Programmschriften nicht geeignet seien, die **sächsischen** Fachgenossen bei den **auſsersächsischen** in Achtung zu setzen resp. darin zu erhalten. Wir haben jedoch darüber geschwiegen und das Urteil dem Herrn Programm-Referenten anheimgestellt. Die Redaktion.

) Auch der Herausgeber ds. Z. hat in seiner (leider viel zu wenig gekannten!) „Vorschule der Geometrie**" (Halle, Nebert) §. 40 das **Deltoid** für den propädeutischen Unterricht eingehend behandelt. (Man sehe dort S. 128 u. f.) Die Redaktion.

Darstellung, für eine Programmabhandlung unterwertig. Wenn man für Mathematiker schreibt, ist ein Satz wie „Wird ein ebenes Dreieck aus seinen 3 Seiten konstruiert, so können 2 Dreiecke entstehen, die eine Seite gemeinschaftlich besitzen und aufserdem in Gestalt und Gröfse vollkommen übereinstimmen oder mit einander (!) kongruent sind", womit die Studie beginnt, stilistisch recht anstöfsig, nicht minder die 2 (!) symmetrisch gleichen (!) Hälften (S. 3 Z. 9). Dazu kommen aber auch noch fehlerhafte Sätze, z. B. „In einem Deltoid können nicht mehr als 2 Winkel stumpf sein" (p. 4, Z. 8 v. o.); oder in „§ 6. Stellung des Deltoids in der Gruppierung der hohlwinkligen Vierecke" steht: I. Parallelogramm. (Sämtliche (!!) Gegenseiten sind parallel.) Sehr breit und recht überflüssig ist die Untersuchung über die Stücke, welche ein Deltoid bestimmen. Ebenso dient wohl nur zur Füllung des Papieres § 7 „das Deltoid im Raume", a. als Polyederfläche; b. das rotierende Deltoid. Als entsetzlich ungeschickt mufs man es bezeichnen, dafs zur Berechnung der dem Ikositetraeder eingeschriebenen Oktaederkante der Kosinussatz und dann $1 - \cos\delta = 2\sin^2\frac{\delta}{2}$ angewandt wird.

7. Wurzen. Städtische Realschule erster Ordnung. Progr. Nr. 505. Riefs: *Über die Bewegung einer Flüssigkeit in einem cylindrischen Gefäfse.*

Führt man ein rechtwinkliges Koordinatensystem ein, dessen xy-Ebene mit der Gleichgewichtsoberfläche der Flüssigkeit, desse z-Axe mit der in die Richtung der Schwerkraft gelegten Cylinderaxe zusammenfällt, so ist unter Annahme eines Geschwindigkeitspotentiales die Bedingungsgleichung der Inkompressibilität dargestellt durch

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2} = 0.$$

Hierzu treten noch die Gleichungen, welche dem Gleichgewichte zwischen den gegebenen Druck- und Reaktionskräften entspringen. Es handelt sich nun um Ermittelung der Funktion φ, die, weil sie aufser von den Koordinaten der Flüssigkeitsteilchen von der Zeit t abhängt, in der Form $\varphi = U \cdot T$ angenommen wird; hier ist U nur von x, y, z; T nur von t abhängig. Nachdem durch diese Substitution T ermittelt ist, wird U in ähnlicher Weise durch $Z \cdot W$ dargestellt, so dafs W eine Funktion von x, y, Z von z ist. Hierdurch gelingt es ferner, die Differentialgleichung für Z zu integrieren. W hat noch der Gleichung zu genügen:

$$\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + \gamma^2 W = 0.$$

Bei der Annahme, dafs diese Funktion nur von der Entfernung der Flüssigkeitsteilchen von der Cylinderaxe abhängt, läfst sich mittels Besselscher Funktionen erster Art die Differentialgleichung vollständig lösen, wodurch man zur Bestimmung von γ eine transzendente Gleichung erhält. Es handelt sich weiter um den Wert gewisser Intergrationskonstanten, die aus dem Anfangszustande berechnet werden. Die so gefundene Lösung für φ stellt einen recht komplizierten Ausdruck dar. Durch weitere, vereinfachende Annahmen gelangt man von hier zu einer mit $\frac{2\pi}{k}$ periodischen Schwingungsbewegung der Flüssigkeit, es werden Schwingungsdauer, gröfste Elongation, Geschwindigkeit der Hebung und Senkung an einer bestimmten Stelle, Bewegung einer beliebigen Stelle der Flüssigkeit und die von den Teilchen beschriebenen Bahnen der Berechnung unterworfen.

Bibliographie.

November. December 1882.

Erziehungs- und Unterrichtswesen.

Droese, 30 pädag. Aufsätze. (208 S.) Langensalza, Schulbuchh. 1,80.
Erler, Prof., Die Direktorenkonferenzen der preufs. höheren Lehranstalten in den Jahren 1879—81. (131 S.) Berlin, Wiegandt. 2,75.
Herbst, Prof. Dir. Dr., Aus Schule und Haus. Populäre pädagog. Aufsätze. (311 S.) Gotha, Perthes. 5.
Senckel, Schulinsp., Jugend- und Schulsparkassen. Eine Denkschrift. (233 T.) Frankfurt a. d. O., Harnecker. 1,60.
Wegweiser bei der Berufswahl. Zusammenstellung der Berufszweige rücksichtlich der Berechtigungen der Zeugnisse sämtlicher höherer Lehranstalten. (36 S.) Breslau, Leuckart. 0,60.
Forchhammer, Dr. P. W., Zur Reform des höheren Unterrichtswesens. (24 S.) Kiel, Univ. Buchh. 1.
Kämmel, Schulr. Prof., Geschichte des deutschen Schulwesens im Übergange vom Mittelalter zur Neuzeit. (444 S.) Lpz., Duncker & Humblodt. 8,40.
Keferstein, Die Verantwortlichkeit der Schule nach Seiten der gesundheitlichen Volksinteressen. (104 S.) Berlin, Habel. 2.
Vorschriften über die Prüfung der öffentlich anzustellenden Landmesser. Vom 4. IX. 82. (16 S.) Berlin, v. Decker. 0,20.
Frick, Dir., Das Seminarium praeceptorum an den Francke'schen Stiftungen zu Halle. Ein Beitrag zur Lösung der Lehrerbildungsfrage. (62 S.) Halle, Waisenhaus. 1,20.
Schreber, weil. Dir. Dr., Das Buch der Erziehung an Leib und Seele. Durchgesehen und erweitert von Prof. Dr. Hennig. (245 S.) Lpz., Fleischer. 6.
Verhandlungen der Direktoren-Versammlungen in den Provinzen des Königr. Preufsen. 13. Bd. Sechste Direktoren-Vers. in der Prov. Schlesien. (192 S.) Berlin, Weidmann. 3.

Mathematik.

A. Reine Mathematik.

1. Geometrie.

Cremona, Dir. Prof., Elemente der projektivischen Geometrie. Unter Mitwirkung des Verf. übertragen von Trautvetter. (311 S. mit 214 Fig.) Stuttgart, Cotta. 5.
Scheffler, Dr. H., Die magischen Figuren. Allgemeine Lösung und Erweiterung eines aus dem Altertume stammenden Problems. Mit 2 Taf. (112 S.) Lpz., Teubner. 2,40.

2. Arithmetik.

Lackemann, Oberl. Dr., Lehrbuch für den Unterricht in der Algebra an höh. Bürgerschulen. (44 S.) Düsseldorf, Bagel. 0,60.
Schlepps, Die Logarithmen. (48 S.) Lpz., Scholtze. 1,50.
Hermes, Dr., Gleichungen 1. und 2. Grades, schematisch aufgelöst in ganzen Zahlen. (87 S.) Lpz., Teubner. 1,60.
Kniess, Reall., Lehrbuch der Arithmetik, nebst einem Anh. mit Übungsbeisp. München, Kellerer. 2,80.
Henrici, Vierstellige logarithmisch-trigon. Tafeln. (12 S.) Lpz., Teubner. 0,80.

B. Angewandte Mathematik.

(Astronomie. Geodäsie. Mechanik.)

Zajíček, Lehrbuch der praktischen Meſskunst. Mit 170 Holzschn. und 4. Taf. (206 S.) Wien, Braumüller. 5.

Schneider, Karte des nördlichen Sternhimmels. Unter Kontrole des Observ. Dr. Weinek entworfen. Lpz., Dietz & Zieger. 1,50. Rotierend mit einfacher Transparenz 75. Mit 5facher Transp. 80. Mit einf. Transp. und Uhrwerk 100.

Hoffmann, Dr. F., Die neuesten Entdeckungen auf dem Planeten Mars. Berlin, Habel. 0,80.

Weinek, Dr., Anleitung zum Gebrauch der von Schneider unter Kontrole von Dr. Weinek entworfenen rotierenden Sternkarte des nördlichen Himmels. Lpz., Dietz & Zieger. (16 S.) 0,30.

Gallenmüller, Gymn.-Prof., Kurze Anleitung zur Kenntnis der im mittleren Europa sichtbaren Fixsterne. Mit einer lithogr. Sternkarte. (47 S.) Speyer, Kleeberger. 1,60.

Physik.

Jacob, Dr., Die Kräfte in der Natur, insbes. über einige Wirkungen der Kraft der Cohäsion und Adhäsion bei Stoffmischungen. (92 S.) Würzburg, Stahel. 2,20.

Puluj, Dr., Strahlende Elektrodenmaterie und der sog. 4. Aggregatzustand. (86 S.) Wien, Gerold. 2,80.

Fischer, Die Sonnenflecken und das Wetter. Erfurt, Villaret. 3.

Maxwell, Lehrbuch der Elektricität und des Magnetismus. Übers. von Dr. B. Weinstein. (528 S.) Berlin, Springer. 12.

Merling, Telegr. Dir., Die elektrische Beleuchtung in systematischer Behandlung. (504 S.) Braunschweig, Vieweg. 16.

Haeuſsler, Beiträge zur mechanischen Wärmetheorie, insbesondere die mathemat. Behandlung der von der Wärme geleisteten inneren Arbeiten. (76 S.) Lpz., Teubner. 1,20.

Zahn, Dr. v., Untersuchungen über Contaktelektricität. (59 S.) Ebda. 2.

Chemie.

Schultz, Privatdoc. Dr., Die Chemie des Steinkohlentheeres. (1087 S.) Braunschweig, Vieweg. 32.

Zaengerle, Prof. Dr., Grundriſs der Chemie und Mineralogie, nach den neuesten Ansichten der Wissensch. für den Unterricht an Mittelschulen, bes. Gewerbe-, Handels- und Realschulen bearb. 1. Tl. Anorgan. Chemie und Mineralogie. Braunschweig, Vieweg. 4.

Hosaeus, Dr., Elemente der Chemie. Ein Hilfsmittel für den chem. Unterr., insbes. an Gymnasien. (72 S.) Lpz., Quandt & Händel. 1.

Winkler, Bergrat Prof. Dr., Die Maſsanalyse nach neuem titrimetrischen System. Kurzgefaſste Anleitung zur Erlernung der Titrirmethode, der chem. Anschauung der Neuzeit gemäſs bearb. (98 S.) Freiberg, Engelhardt. 4.

Arnold, Dr., Kurze Anleitung zur qualitativen chemischen Analyse. Mit 12 Tab. (74 S.) Hannover, Ey. 2,40.

Beschreibende Naturwissenschaften.

1. Zoologie.

Haeckel, Prof. Dr. E., Die Naturanschauung von Darwin, Göthe und Lamarck. Vortrag auf der 55. Vers. deutscher Naturf. zu Eisenach. (64 S.) Jena, Fischer. 1,50.

Strasser, Dr., Die Ortsbewegung der Fische. (124 S.) Stuttgart, Enke. 4.

Vogt, Carl und F. Specht, Die Säugetiere in Wort und Bild. In ca. 25 Lfgn. München, Bruckmann. à 1,50.

2. Botanik.

v. Dalla Torre, Anleitung zum Beobachten und zum Bestimmen der Alpenpflanzen. (320 S.) München, Lindauer. 4.

Frank, Prof. Dr., Grundzüge der Pflanzenphysiologie. (132 S.) Hannover, Hahn. 2.

Goettig, Dr., Boden und Pflanze. (72 S.) Gieſsen, Roth. 1,60.

Sachs, Jul., Vorlesungen über Pflanzenphysiologie. (991 S.) Lpz., Engelmann. 22.

Pollner und Hammerschmidt, Die vorzüglichsten eſsbaren Pilze der Prov. Westfalen und der anstoſsenden Gebiete. Mit 18 col. Tafeln. (20 S.) Paderborn, Schöningh. 2,40.

3. Mineralogie.

Zaengerle s. oben unter Chemie.

Wehnen, Dr., Boden und Steine. Leitfaden der Mineralogie, Geologie und Bodenkunde. (226 S.) Berlin, Parey. 4.

Kinkelin, Dr., Kurzer Abriſs der Mineralogie einschl. Darstellung der wichtigsten geol. Erscheinungen. (82 S.) Wiesbaden, Bergmann. 1,60.

Quenstedt, Prof. Dr., Die Schöpfung der Erde und ihre Bewohner. Mit 22 Illustr. (59 S.) Stuttgart, Wildt. 1.

4. Biographisches.

Moleschott, C. R. Darwin. Denkrede, geh. im Collegio Romano im Namen der Studierenden der Hochschule zu Rom. (47 S.) Gieſsen, Roth. 1.

Riecke, Dr., Pythagoras. Zeit- und Lebensbild aus dem alten Griechenland. (168 S.) Lpz., Spamer. 3.

Geographie.

Herr, Landesschulinspektor, Lehrbuch der vergl. Erdbeschreibung für die unteren und mittleren Klassen der Gymnasien, Realschulen etc. etc. Wien, Gräser. 6,32.

Jaenicke, Dr., Lehrbuch der Geographie für höhere Lehranstalten. 1. Tl. für Sexta, Quinta und Quarta. (120 S.) Breslau, Hirt. 1,25.

Rohmeder, Dr. und Wenz, Methodischer Atlas für bayerische Schulen. 3. Tl.: Europa. (8 Karten.) München, Schulbücherverlag. 0,50.

Joest, Aus Japan nach Deutschland durch Sibirien. (331 S.) Köln, Du Mont-Schauberg. 7.

Landsdell, Durch Sibirien. Aus dem Engl. v. Dr. Müldener. (370 S.) Jena, Costenoble. 8.

Orientreise, Die, des Kronprinzen Rudolf. Wien, Bondy. 10.

Jung, Dr. C. E., Der Weltteil Australien. (303 S.) Lpz., Freytag. 1.

Fleischmann, Reisebilder aus Spanien. (216 S.) Kaiserslautern, Kayser. 3,50.

Sellin, Das Kaiserreich Brasilien. Eine geographisch-statist. Skizze. (133 S.) Lpz., Friese.

Andree, Rich., Der Kampf um den Nordpol. Geschichte der Nordpolfahrten von 1868—1882. Mit 19 Tonbildern und 2 Karten. (428 S.) Bielefeld, Velhagen. 6.

Bark, Wanderungen in Spanien und Portugal 1881—82. (352 S.) Berlin, Wilhelmi. 5.

Schneider, Dr., Die Siedelungen an Meerbusen in ihrer Abhängigkeit von den geographischen Bedingungen. (59 S.) Halle, Niemeyer. 1,50.

Squier, Peru. Reise- und Forschungserlebnisse in dem Lande der Jncas. Ins Deutsche übertragen von Prof. Dr. Schmick. Mit 260 Illustr. Lpz., Georgi. 20 Lfgn. à 0,80.

Neue Auflagen.

1. Mathematik.

Arendt, Gymn.-Prof., Die Regeln der Bruchrechnung. 2. Aufl. (140 S.) Berlin, Herbig. 1,20.

Braune, Dir., Vollständige kaufmänn. Arithmetik für Real-, Handels- und Gewerbeschulen. 5. Aufl. (328 S.) Lpz., Hirt. 4.

Böhm, weil. Dir. Dr., Kleines logarithmisch-trigonom. Handbuch. 4. Aufl. (73 S.) Innsbruck, Wagner. 1.

Wittstein, Prof. Dr., Fünfstellige log.-trigonom. Tafeln. 10. Aufl. (136 S.) Hannover, Hahn. 2.

Behse, Rektor Dr., Die darstellende Geometrie für Real- etc. etc. Schulen. 4. Aufl. Mit 214 Fig. (119 S.) Lpz., Knapp. 3.

Steck und Dr. Biermayr, Sammlung von arithm. Aufg. in systematischer Ordnung. 7. Aufl. (136 S.) Kempten, Kösel. 1,30.

—, Resultate zu vor. (32 S.) Ebda. 0,45.

2. Naturwissenschaften.

Lorscheid, Prof. Dr., Lehrbuch der anorg. Chemie nach den neuesten Ansichten der Wissenschaft. 9. Aufl. (354 S.) Freiburg, Herder. 3,60.

Michelet, Die Welt der Vögel. 2. Aufl. Mit 180 Illust. (296 S.) Minden, Bruns. 9.

Glaser-De Cew, Die magnetelektrischen und dynamoelektrischen Maschinen. 2. Aufl. (263 S.) Wien, Hartleben. 3.

Städeler, weil. Prof. Dr., Leitfaden für die qualitative chemische Analyse anorganischer Körper. 8. Aufl. Neu durchgesehen und ergänzt von Prof. Dr. H. Kolbe. (39 S.) Zürich, Orell. 1,60.

Pokorny, Dir. Dr., Illustrierte Naturgeschichte der 3 Reiche. 1. Tl. Tierreich. 16. Aufl. mit 521 Abb. Ausg. für das Deutsche Reich in der amtlich festgestellten Rechtschreibung. (272 S.) Lpz., Freytag. 2.

Berge's Schmetterlingsbuch. Gänzl. umgearbeitet von v. Heinemann. Neu durchgesehen und ergänzt von Dr. Steudel. 6. Aufl. (231 S.) Stuttgart, Thienemann. 18.

Schellen, Dir. Dr., Der elektromagnetische Telegraph. 6. gänz. umgearb. Aufl. 1. und 2. Lfg. Braunschweig, Vieweg. 6.

3. Geographie.

Dobert und Helmcke, Wandkarte der Prov. Sachsen. 1:200 000. 2. Aufl. Lpz., Siegismund. 10.

Pädagogische Zeitung.

Berichte über Versammlungen, Auszüge aus Zeitschriften u. drgl.

Bericht über die Thätigkeit der mathematisch-naturwissenschaftlichen Sektion der 36. Versammlung deutscher Philologen und Schulmänner zu Karlsruhe.

(27.—30. September 1882.)

Von Prof. P. Treutlein in Karlsruhe.

I.

Einleitend sei hier daran erinnert, daſs im Jahre 1864 zu Hannover unsere als „mathematische Sektion" von der pädagogischen Sektion der Philologen- und Schulmänner-Versammlung abgezweigt wurde, daſs sie sich dann, nachdem sie 1865 in Heidelberg ganz ausgefallen war, 1867 aber in Halle getagt hatte, im Jahre 1868 in Würzburg in eine „mathematisch-naturwissenschaftliche" verwandelte; auch im darauffolgenden Jahre erfreute sich die genannte Sektion in Kiel einer lebhaften Beteiligung, so daſs sie von da ab (1869) den Statuten der Versammlung zufolge zu den ständigen Sektionen derselben gehört. In der That hat sie auch — von Innsbruck (1874) abgesehen — bei allen folgenden Versammlungen getagt: 1872 in Leipzig, 1875 in Rostock, 1876 in Tübingen, 1877 in Wiesbaden, 1878 in Gera, 1879 in Trier und zuletzt 1880 in Stettin.

Die Themata, welche bei diesen Versammlungen innerhalb unserer Sektion verhandelt wurden, sind nicht so weit aus einander liegend, daſs sie nicht hier in Kürze im Überblick vorgeführt werden könnten.

Von rein wissenschaftlichen Themen, die nicht unmittelbar auf das Schulleben Bezug nahmen, kamen nur wenige zur Besprechung: so die Vergleichung der indischen und der chinesischen Auflösungsmethode unbestimmter Gleichungen, die Lehre von den Quaternionen, die Temperaturverhältnisse im Bohrloche zu Speremberg, die optischen Täuschungen und die Theorie des Sehens.

Die dem Gebiete der Schule entnommenen Verhandlungsgegenstände aber waren in ganz geringer Zahl nur naturwissenschaftlichen Inhaltes, weit überwiegend beschäftigten sie sich mit Fragen des Unterrichts in Mathematik: in Kiel schon und dann in Leipzig wurde die Stellung der Mathematik zu den übrigen Disciplinen des Gymnasialunterrichtes besprochen, man empfahl eine obere und eine untere Grenze für den mathematischen Unterricht festzustellen, es wurden Vorschläge gemacht zur Einführung schärferer Begriffsbestimmung im mathematischen Unterricht, auch Zahl und Art der mathematischen Aufgaben für das Abiturientenexamen fand Erwähnung.

Was im besonderen den arithmetischen Unterricht betrifft, so wurde die Lehre von den inkommensurabeln nicht minder als die von den imaginären Zahlen und auch von den Determinanten nur eben gestreift, eingehender

wurde die methodische Behandlung der Sätze von Wurzel- und Logarithmenrechnen, von trinomischen Gleichungen und die der Gleichung $x^y = y^x$ besprochen.

Nun aber der geometrische Unterricht! Da fand Art und Weise der Lösung geometrischer Aufgaben ihre Besprechung: der propädeutische Unterricht als Ausgang und der Unterricht in sphärischer Trigonometrie als Ende und die Verlegung der ebenen Trigonometrie nach Obersekunda wurden geradezu in Gestalt von Resolutionen gefordert; aber auch radikalere Änderungen wurden verlangt. Jeder weifs, dafs der geometrische Unterricht in einer Umwandelung begriffen ist, in einer je nach dem Standpunkte nur schwach erkennbaren oder gefürchteten, selbst verabscheuten oder sehnlichst erstrebten Umbildung. Dem entsprechend wurde auch keine Frage häufiger und eingehender besprochen als die, die sich zusammendrängt in die Alternative: Euklid oder nicht? Fortschritt oder Stillstand?

Alles Gedeihen in der Schule hängt in erster Reihe vom Lehrer selbst ab; so ist es naturgemäfs, dafs die Teilnehmer unserer Sektion sich auch mit der Kardinalfrage der Lehrerbildung beschäftigten, mit seiner Vorbildung sowohl als seiner Fortbildung. Freilich das erstere Thema wurde nur gestreift*). Die Fortbildung des Lehrers aber, zumal im Sinne wissenschaftlicher Weiterbildung, fand zwar nicht häufige, dafür aber z. B. in Wiesbaden eine recht anregende und dankenswerte Behandlung, und wenn man zum eben erwähnten Thema auch die Frage betreffs der Beteiligung an den Versammlungen der Schulmänner rechnen will, so wurde auch diese Frage besprochen und wäre auch in Karlsruhe wieder zur Besprechung gelangt, wenn die Kürze der Zeit es nicht verhindert hätte.

Die mathematisch-naturwissenschaftliche Sektion konstituierte sich in Karlsruhe am Mittwoch den 27. September Vormittags 11 Uhr, nach Beendigung der ersten allgemeinen Sitzung, in einem Klassenzimmer des Gymnasiums, in dessen Räumen auch die sämtlichen Sitzungen der übrigen fünf ständigen Sektionen und der einen noch nicht ständigen Sektion stattfanden. Prof. Treutlein, vom Präsidium der diesjährigen Versammlung zum Einführenden der Sektion bestimmt, begrüfst die erschienenen Herren, bedauert, dafs trotz seiner Verwendung für andersartige Gestaltung die Sektionen wiederum alle zu gleicher Zeit (von 8 bis 10 Uhr morgens) tagen, macht die Mitteilung, dafs im anstofsenden Zimmer eine Ausstellung von neueren physikalischen Schulapparaten der Firma Sickler in Karlsruhe statthabe, dafs Herr Prof. Fiedler in Zürich zu Handen der Teilnehmer der Sektion zehn Exemplare eines Aufsatzes „Zur Geschichte und Theorie der Abbildungsmethoden" übersandt habe, um „den Anteil, welchen er an den Verhandlungen der Sektion nehme und seinen Respekt für die Mitglieder derselben auszudrücken", und endlich fordert der Einführende dazu auf, Herrn Prof. Helmes (früher in Celle, z. Z. in Freiburg i. B.) zum Vorsitzenden und Herrn Dr. Wiener (Karlsruhe) zum Schriftführer der Sektion zu erwählen. Die Wahl geschieht durch Akklamation.

Helmes übernimmt den Vorsitz und verliest die Themata der angemeldeten Vorträge. Dieselben sind: 1) Helmes: Die Behandlung der schriftlichen mathematischen Hausarbeiten der Schüler; die Unerläfslichkeit solcher Arbeiten und die Unerträglichkeit ihrer schriftlichen Korrektur. Eine Mitteilung aus alter Erfahrung. — 2) Prof. Dr. Günther (Ansbach): Über gnomonische Kartenprojektion. — 3) Dr. Sachse (Strafsburg i. E.): Über einige Sätze vom vollständigen Viereck. — 4) Prof Dr. Bauer (Karlsruhe): Vorführung einiger physikalischer Apparate. — 5) Prof. Rebmann (Karlsruhe): Der naturgeschichtliche Unterricht im Gymnasium. — 6) Ober-

*) Freilich nur bei dieser Versammlung; nicht so bei der Naturforscherversammlung. Man sehe nur unsere im vorigen (XIII.) Jahrgang S. 488/9 in Erinnerung gebrachten Thesen, die man nachlesen wolle in VI (1875) S. 351 u. f. Red.

lehrer Dr. Simon (Strafsburg i. E.): Über eine elementare Behandlung der Lehre von der Ellipse. — 7) Prof. Dr. Strack (Karlsruhe): Über mathematische Terminologie.

Da Günther wegen Krankheit am Erscheinen verhindert ist, Simon aber seine Ankündigung zurücknimmt, so fallen die obigen Numern 2 und 6 aus; es kommt aber hierzu das jetzt erst angemeldete Thema des Herrn Oberlehrers Dr. Slawyk (Strafsburg i. E.): Zu den Polareigenschaften der ebenen Kurven dritter Ordnung.

Es wird beschlossen, die erste Sitzung am Donnerstag den 28. morgens 8 Uhr zu halten und in derselben die oben als Nr. 1 und 4 aufgezählten Vorträge zu hören, diese Sitzung aber soll wegen der zu benutzenden Apparate im Realgymnasiumsgebäude stattfinden.

Erste Sitzung.*)

Donnerstag den 28. September, morgens 8 Uhr.

Vor Eintritt in die Tagesordnung bringt Treutlein zur Kenntnis der Teilnehmer, dafs Herr Hoffmann, der Redakteur dieser Zeitschrift, die Absicht gehabt habe, die Versammlung zu besuchen, aber durch ungünstige Verhältnisse daran verhindert worden sei. Hoffmann wünsche aber, dafs auf die von ihm in der Zeitschrift zur Diskussion vorgeschlagenen Themata Rücksicht genommen werde. Treutlein verliest dem entsprechend diese Themata (vgl. diese Zeitschrift 1881, XII, 411 und 1882, XIII, 420) und wünscht sie wenigstens zum Teil auf die nächste Tagesordnung gesetzt.

Strack verweist auf den Wortlaut des von ihm angekündigten Themas und glaubt, dafs sich mit der Diskussion seines Vortrages auch die der Hoffmann'schen Thesen ergebe**). Die Sektion ist damit einverstanden und wünscht die Vereinigung beider Gegenstände.

Es folgt nun als

Erster Vortrag

von Prof. Helmes:

Die Behandlung der schriftlichen mathematischen Hausarbeiten der Schüler; Unerläfslichkeit solcher Arbeiten und die Unerträglichkeit ihrer schriftlichen Korrektur. Eine Mitteilung aus alter Erfahrung.

Helmes meint, es könne fast vermessen erscheinen, dafs er als Invalide

---

*) Diese und die folgende Sitzung waren dauernd von etwa 30 bis 40 Mitgliedern besucht. Die Namen der Teilnehmer sind in der folgenden Liste enthalten:

Teilnehmer-Liste.

1. Dr. Edmund Freyhold, Prof. in Pforzheim.
2. Treutlein, Prof. Karlsruhe.
3. Simon, Oberlehrer, Strafsburg.
4. Dr. K. L. Bauer, Prof. am Realg. Karlsruhe.
5. Rebmann, Prof. Karlsruhe.
6. Dr. Slawyk, Oberlehrer Strafsburg.
7. Öhler, ordentl. Lehrer Strafsburg.
8. J. Helmes, Prof. a. D. Freiburg i. B.
9. G. Mohr, Prof. Lahr.
10. W. Vogelgesang, Director von Mannheim.
11. Dr. P. Platz, Prof. Karlsruhe.
12. M. Wacker, Prof. Durlach.
13. Dr. Wiener, Lehramtspraktikant Karlsruhe.
14. Dr. H. Kossmann, Hofrat Karlsruhe.
15. Dr. Suhle Gymnasialdirector, Dessau.
16. Bernhard, Prof. Hall (Württemberg).
17. Treiber, Prof. Heidelberg.
18. Finzer, Prof. Tauberbischofsheim.
19. Bolza, Volontair, Freiburg.
20. Koch, Professor Freiburg i. B.
21. Zepf, Lehramtspr. Pforzheim.
22. Dr. Klein, Lehramtspr. Karlsruhe.
23. Dr. Müller, Lyceum, Metz.
24. J. Durler, Lehramtspr. Freiburg i. B.
25. A. Maier, Prof. Karlsruhe.
26. Strack, Prof. Karlsruhe.
27. Dr. Schönfliess, Oberlehrer, Kolmar.
28. Fleischer, Gymnasialoberlehrer, Mühlhausen i. E.
29. Schäfer, Oberlehrer, Kolmar.
30. Rosshirt, Kolmar.
31. Behrle, Professor, Offenburg.
32. Dr. Grohe, Professor, Pforzheim.
33. Mühlhäusser, Mannheim.
34. Dr. Hardeck, Geh. Leg. Rat Karlsruhe.
35. V. Adam, Professor in Karlsruhe.
36. Milinowski Oberlehrer, Weifsenburg.
37. Dr. Sachse Lyceallehrer, Strafsburg.

**) Doch nur die Thesen XIII, 420, nicht aber die XII, 411! Diese stehen ja mit Stracks Thema in gar keiner Beziehung! Wie konnte denn die Sektion „damit einverstanden" sein?! Red.

sich in den Streit der Jungen mische; aber auch nach seiner Zuruhesetzung, in seiner zweiten Heimat (Freiburg i. B.) liegen ihm die Angelegenheiten seines früheren Berufes immer noch am Herzen, und als von der Geschäftsführung an ihn die Aufforderung zu einem Vortrage ergangen, habe er geglaubt, es sei verzeihlich, weil nützlich, eigene Erfahrungen den neuen wie alten Bekannten mitzuteilen, und so habe er das angegebene Thema angekündigt.

Er glaube, sich kürzer fassen zu können über die Unerläfslichkeit der schriftlichen mathematischen Schularbeiten und über die Unerträglichkeit ihrer schriftlichen Korrektur durch den Lehrer, glaube aber eingehender die Art der Behandlung solcher Arbeiten besprechen zu müssen.

Betreffend die Beweisführung der Unerläfslichkeit solcher Arbeiten wolle er sich nicht auf das Verfahren solcher Kollegen berufen, welche im allgemeinen den Hauptnachdruck auf schriftliches Arbeiten legen, auf die Durcharbeitung von Aufgabensammlungen, und zwar dies nicht, weil er meine, dafs solche Kollegen einen specifischen Vorzug des mathematischen Unterrichtes gefährden, den nämlich, vor den Augen des Schülers den Aufbau der Wissenschaft zu vollziehen, einen Vorzug, welchen mit der Mathematik nur die Grammatik teilt, und diese nur in beschränkterem Sinne, weil der Aufbau der mathematischen Wissenschaft einfacher sei, sich leichter vollziehe und in sich doch vollendeter sei. Aber auch wenn der Unterricht prinzipiell nicht in wesentlich schriftlicher Thätigkeit des Schülers bestehe, selbst dann seien schriftliche Arbeiten unerläfslich, und die Unerläfslichkeit derselben sei hinlänglich erwiesen dadurch, dafs er sage, sie seien dasselbe, was die Exercitien im sprachlichen Unterrichte sind, sie unterstützen das Wissen durch Können, sie lassen Kopf und Hand einander helfen. Nur einiges wolle er hier noch hervorheben: diese Arbeiten seien leicht, weil die Leichtigkeit Lust an der Arbeit erzeuge, sie seien nicht zu zahlreich und seien ihrer Einkleidung nach Lust erweckend. Doch soll eine Stunde wöchentlich ihrer Bearbeitung zugewiesen werden. Er wolle dabei völlig absehen von gröfseren sog. Vierteljahrsaufgaben; zu solchen habe er niemals Zeit gefunden.

Dafs solche Arbeiten vom Lehrer korrigiert werden müfsten, sei notwendig, weil in der Kontrole des Lehrers ein wesentlicher Antrieb für den Schüler liege, und um zu verhüten, dafs nicht jene Arbeitshefte Lagerstätten von Fehlern werden. Aber ist die Korrektur nach des Vortragenden eigener Erfahrung schon schwer bei sprachlichen Exercitien, noch schwerer bei deutschen Aufsätzen, so sei sie doch am schwersten bei mathematischen Arbeiten, und zwar vor Allem wegen des netzartigen Zusammenliegens der Auflösungsteile einer solchen Arbeit, wegen der grofsen, vom Lehrer selbst zu pflegenden Freiheit des Überganges von einer Masche des Netzes zur anderen. Sei die Korrektur also mühselig, ja unerträglich, so müsse man doch wohl unterscheiden den jungen Lehrer vom alten erfahrenen Schulmanne. Der angehende Lehrer soll freudig das Kreuz der Korrektur auf sich nehmen und geduldig tragen, ja der dabei für ihn sich ergebende Gewinn ist so grofs, dafs von Geduld eigentlich nicht die Rede sein kann: erschreckt durch die scheinbar ungeheure Dummheit seiner Schüler wird er lernen sich ihrem Verständnisse anzubequemen und er wird in Ausübung treuer Korrektur die manchfaltige Individualität seiner Schüler kennen lernen, um so in gesegneter Wirksamkeit weiter zu schreiten. Aber hat der Lehrer die ersten Stufen der praktischen Handhabung seiner Kunst überschritten, so werden ihm die vielen Korrekturen zur Last, und er sieht sich um nach Abhilfe. Eine solche fand der Vortragende im folgenden Verfahren, auf welches er durch die doppelte Rücksicht geführt wurde, einmal dem Schüler ein Impelle zu geben und dann seine Arbeiten nicht zur Lagerstätte von Fehlern werden zu lassen, ein Verfahren zugleich, das sich ihm in langjähriger Praxis bewährt und die Billigung der Behörden gefunden hat.

Der theoretische Unterricht wird wöchentlich durch eine fest bestimmte sog. Arbeitsstunde unterbrochen. Für diese hat der Schüler zwei Hefte, das so zu nennende Übungsheft und das Reinheft. In das erste, nur für den mathematischen Unterricht bestimmte, werden die etwa behandelten Paragraphen des Lehrbuches notiert, auch Diktate eingeschrieben, hauptsächlich aber werden darein die für die nächste Woche zu behandelnden Arbeiten notiert und deren Auflösungen zu Hause vom Schüler mit Tinte eingeschrieben. Dieses Arbeitsheft ist in die genannte Arbeitsstunde mitzubringen und hier wird erfragt, ob jemand und wer die zwei (höchstens drei) Aufgaben nicht oder nicht ganz hat lösen können und welche nicht; hierauf wird die richtige Lösung durch passende Schüler an der Schultafel durchgeführt und während dessen auf ev. verschiedene Lösungsweisen Rücksicht genommen. Die korrekte Auflösung ist dann möglichst am selben Tage noch, jedenfalls aber unter diesem Datum in das Reinheft einzutragen und zwar um so sorgfältiger, als dieses Reinheft fortlaufend von Untertertia bis Oberprima beizubehalten ist. Aber wie? wird man fragen — erwächst so dem Lehrer durch Korrektur dieser Reinhefte nicht neue andere Last, weil doch die möglichen Fehler oder Täuschungen, Veruntreuungen u. s. w. geahndet werden müssen? Dies zu vermeiden, bzw. die Arbeit auf ein Minimum zurückzuführen wendet sich der Vortragende zur Angabe des letzten Hilfsmittels. Am Ende jedes Quartales oder nach dem Abschlusse eines gewissen Pensums wird eine (mehrstündige) Klausurarbeit geschrieben, deren Gegenstand eben aus den im Reinhefte stehenden Arbeiten des Quartales entnommen wird; die Reinhefte selbst werden zuvor abgegeben. Diese Klausurarbeiten verfolgt der Lehrer korrigierend bis in die Einzelheiten und beurteilt sie genau; auf sie gründet sich das zu erteilende Zeugnis. Falls sich bei Einzelnen Fehler finden, so werden deren Reinhefte aufgeschlagen und entsprechend geprüft; die Reinhefte aller übrigen werden nur durchgeblättert auf Sauberkeit, Vollständigkeit und dgl. Alsdann werden mit den Arbeiten auch die Reinhefte zurückgegeben, letztere ohne jegliche schriftliche Korrektur, damit nicht die Meinung entstehe, Alles, was darin stehe, sei unbedingt richtig; wohl aber werden jetzt nochmals die Hauptfehlerquellen aufgezählt und besprochen.

Helmes will sich nicht vermessen, in dem angegebenen Verfahren eine allgemeine Norm haben geben zu wollen, eingedenk des Wortes „Eines schickt sich nicht für Alle“; aber mutatis mutandis glaube er doch, dafs sich jeder so von der Last befreien könne, welche der Frische des Geistes beim Lehrer so wesentlich Eintrag thue.

Treutlein verhehlt sein Bedenken nicht, dafs auf die vorgetragene Weise nur schon behandelte Aufgaben nochmals behandelt werden, bemerkt aber, dass an manchen Anstalten, z. B. am Karlsruher Gymnasium, auch die Korrektur von sprachlichen Arbeiten wesentlich vermindert werde dadurch, dafs die betreffende Übersetzung zuerst mündlich durchgearbeitet und dann erst aufgeschrieben werde oder auch dadurch, dafs die sofortige schriftliche Übersetzung erst nach gemeinsamer Durcharbeitung vom Schüler selbst korrigiert und dann erst die Reinschrift dem Lehrer zur Korrektur vorgelegt werde. Die Hauptsache sei eben, dafs der Schüler das Unrichtige seiner Arbeit einsehe und so künftig Fehler vermeiden lerne.

Vogelgesang hat als Direktor des Realgymnasiums Mannheim dort dasselbe Verfahren eingeführt und so nicht blos die Fehlerzahl gemindert, sondern auch den Wechselverkehr zwischen Lehrer und Schülern und zwischen den letzteren selbst reger gefunden. Auch im mathematischen Unterricht sei dasselbe Verfahren empfehlenswert.

Bernhard will nur die eine Bemerkung beifügen, dafs er die Lösungen der zeitweise gestellten Aufgaben in Gestalt kleiner Aufsätze verlange, dafs also die einzelnen mathematischen Bestandteile durch zusammenhängende Sätze mit einander verbunden werden.

Nachdem noch Treutlein in Anknüpfung an eine Äufserung des Vortragenden von diesem die Auskunft erhalten, dafs er nicht gegen den Gebrauch von Aufgabensammlungen sich habe aussprechen wollen, dankt Bauer dem Vortragenden für seine Mitteilung und führt seinerseits die Tagesordnung weiter.

Zweiter Vortrag

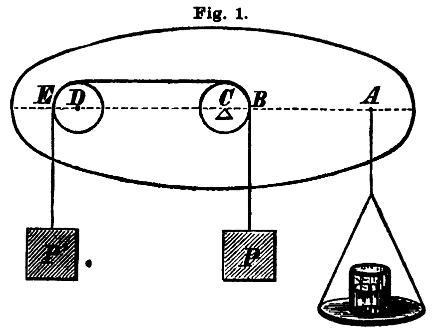
von Professor Bauer:

Vorführung einiger physikalischen Apparate.

Bauer knüpft an die Ausstellung der mechanischen Werkstätte von Sickler (Karlsruhe) an, bemerkt, dafs letztere, seit Jahrzehnten schon durch ihre vorzüglichen geodätischen Instrumente bekannt, seit einigen Jahren auch mit Herstellung physikalischer Apparate sich beschäftige, dafs er selbst an manchen derselben habe Verbesserungen habe anbringen lassen und dafs er nun einige dieser verbesserten Apparate hier vorführen wolle.

1) Poggendorff'sche Fallmaschine. — Vor 30 Jahren etwa habe Poggendorff in den Monatsberichten der Berliner Akademie und in seinen Annalen die Beschreibung einer Fallmaschine veröffentlicht, der freilich eine Figur nicht beigegeben war; sie sei wenig bekannt geworden, und unter den bekannteren Physikbüchern enthalte nur eines, das von Reis, die Erwähnung des wichtigen Apparates. Dieser wird vorgezeigt: Zweielliptische gegen 1 m lange und 1 dm breite Eisenbleche (von welchen das vordere in der Fig. 1 weggelassen) sind durch Querstäbe verbunden und bilden einen um C drehbaren gleicharmigen Hebel. Zwischen den Eisenblechen sind zwei

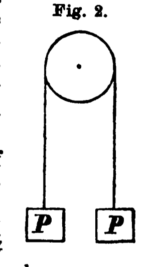
Fig. 1.



gleichgrofse Rollen C und D angebracht und über diese ist ein Faden gelegt, an dessen Enden gleiche Gewichte P und P' hängen. Der ganze Hebel ist durch passende Tara in A (wo $AC = CD$) ins Gleichgewicht gebracht. Wird nun zu P ein Übergewicht p zugefügt, so könnte man erwarten, dafs der Wagebalken auf der Seite A sinkt — in der That aber steigt er hier. Warum?

Der Vortragende erklärt dies wie folgt. Über eine Rolle (Fig. 2) sei ein Faden gelegt, an welchem beiderseits gleiche Gewichte (Zugkräfte) P mit den Massen M wirken. Nun werde zu P das Übergewicht p hinzugefügt, dessen Masse m sei. Es tritt hierdurch eine Bewegung ein, deren Beschleunigung a sei, und durch Beachtung der durch das Übergewicht in der Zeiteinheit hervorgebrachten Bewegungsmenge ergebe sich die Gleichung $p = (2M + m)\cdot a$, woraus $a = \frac{p}{2M+m}$. Das Gewicht P' steigt mit der Beschleunigung a, der nach aufwärts darauf ausgeübte Zug ist also $= M\cdot a$, so dafs im Faden die Spannungszunahme $= M\,.\,a = M\cdot\frac{p}{2M+m} = \frac{p}{2+\frac{m}{M}}$ auftritt. Letzterem Ausdruck läfst sich die doppelte Form geben:

Fig. 2.



$$\frac{p}{2+\frac{p}{P}} \quad \text{oder} \quad \frac{P}{1+\frac{2P}{p}};$$

die erste bezw. zweite derselben sagt aus, daſs die Spannungszunahme stets kleiner ist als die Hälfte des Übergewichtes und stets kleiner als eines der vorhandenen Gewichte P, zugleich auch, daſs sie je nach verschwindendem Werte von $\frac{p}{P}$ oder von $\frac{P}{p}$ gleich der Hälfte des Übergewichtes bezw. gleich dem vorhandenen Gewichte P ist.

Wird also in Fig. 1 zu P das Übergewicht p aufgelegt, so erscheint als Gesamtwirkung ein Drehungsmoment $= M \cdot a \cdot CE - M \cdot a \cdot BC = M \cdot a \cdot CD$, d. h. eben so viel, als ob $M \cdot a$ in D angebracht wäre: es muſs also der Wagebalken bei A steigen, wie der Versuch zeigt.

Soll derselbe horizontal bleiben, so hat man dem Vorigen zufolge in A etwas weniger als die Hälfte des Übergewichtes p aufzulegen. Auch dies bestätigen Versuche, bei welchen p zwischen 1 g und 20 g variiert. Auch das zeigt die Probe, daſs es gleichgültig ist, ob das Übergewicht zu P oder zu P' zugefügt wird, obwohl natürlich der erstere Versuch überraschender ist.

2) Zur Atwood'schen Fallmaschine wählt Bauer das eine Gewichtchen so, daſs der Fallraum in der ersten Sekunde 0,5 m beträgt und verwendet weiter einen Gewichtssatz, bei welchem jedes folgende Gewichtchen halb so schwer ist als das vorangehende.

3) Zum Nachweis der Veränderung der magnetischen Inklination bei Wechsel der geographischen Breite verwendet Bauer einen etwa 1 m langen Magnet, auf dem eine Messinghalbhülse verschiebbar ist; letztere trägt eine Gabel mit Inklinationsnadel, bei welcher aber der Einfluſs der Erde durch ein mit Schraube festgehaltenes Messinggewichtchen eliminiert ist.

4) Betreffs des Nachweises, daſs die Elektricität nur auf der Oberfläche sich finde, verwirft Bauer den bekannten Apparat (vgl. Wüllner, 3. Aufl., IV, 220) als fast unbrauchbar, und zeigt dafür eine Abänderung desselben derart, daſs über eine auf Glasfuſs stehende Messinghalbkugel mit federndem Stifte eine andere Messinghalbkugel übergestülpt wird.

5) Ein sehr instruktives sog. Neumann'sches Modell der Brückenwage läſst die Zerlegung in Seitenkräfte bestens nachweisen.

6) Der Wiedemann'sche Geysirapparat wurde von Wiedemann schon in Karlsruhe konstruiert, wo Bauer dessen Assistent war; in die Physikbücher (z. B. Eisenlohr) gingen nach falschen Skizzen des Apparates falsche Zeichnungen über, die wohl nach Wiedemanns Veröffentlichung (Annalen 1882, Bd. XV, 173) verschwinden werden. Bauer zeigt eine etwas bequemere Konstruktion vor und zeigt die Wirksamkeit des Apparates.

7) Der Apparat zur annäherungsweisen Bestimmung des Volumens (und spec. Gewichtes) von Körpern und zum Nachweis des Archimedischen Satzes betreffs schwimmender Körper zeigt sich ebenfalls als recht empfehlenswert.

Alle Darlegungen und Versuche des Vortragenden fanden allseitigen Beifall.

(Schluſs folgt im nächsten Heft.)

Neue Einläufe.

(vom 16. XI 1882 ab)

Beiträge.

Stammer-Düsseldorf. a) Zur Entwickelung von $\lim \left(1+\frac{x}{m}\right)^m$ für $m=\infty$. b) Multiplikation zweier Reihen und c) Stetigkeit der Exponentialreihe.
Holzmüller i. H. Aufsatz über die „Beziehungen d. isogon. Verwandtschaft zu der darstellenden Geometrie“ gewiſs recht interessant, weil Neues bietend und daher erwünscht.
Schlegel-Waren: Die Ausdehnungslehre als Mittel zur Analysis geometr. Aufgaben.
Aufgaben-Repertorium. Stammer-Düsseldorf. Aufl. zu Nr. 242. Sievers-Frankenberg: Nr. 259, 251, 252 gelöst.
Schlömilch: Lehrsatz und Aufgabe die Ellipse betreffend nebst Aufgabe aus der Schuldentilgungsrechnung und Auflösung.

Bücher.

Mathematik.

Kniess und Bachmann, Aufgabensammlung für das Rechnen mit bestimmten Zahlen. 1 T. München 1883, Max Kellerer.
Koch, Aufgaben f. schriftl. Rechnen. Heft 1—6. Berlin 1882. Oehmigke.
Peschka, Darstellende und projektive Geometrie. 1. Band. Mit Atlas. Wien 1883. Gerolds Sohn.
Gaebler, Spezialatlas der berühmtesten und besuchtesten Gegenden und Städte etc. Deutschlands etc. I. Band 3. Lief. (Gotthardtunnel, Bodensee, Erzgebirge 1. Bl., Leipzig mit Umgegend).
Weineck, Anleitung zum Gebrauche der von M. Schneider unter Kontrole des Astronomen Dr. Weineck entworfenen Rotierenden Sternkarte des nördlichen Himmels. Leipzig, bei Dietz und Zieger.

Physik und Chemie.

Emsmann, physikalische Aufgaben und Auflösungen. 4. Aufl. Leipzig 1882. Otto Wigand.
Schellen, der elektromagnetische Telegraph. 6. Aufl. 2. Lief. bearbeitet von Kareis. Braunschweig 1882. View. u. S.
Zaengerle, Grundriſs der Chemie und Mineralogie. 2. T. Organische Chemie. Braunschweig 1882. Vieweg u. S.
Höhnel, allgemeine Waarenkunde und Rohstofflehre. 1. Bd. Die Stärke und Mahlprodukte. Kassel und Berlin 1882.
Gretschel-Wunder, Jahrbuch der Erfindungen. 18. Jahrgang. Leipzig. 1882. Quandt-Händel.
Pelchrzim, Die Sonne mit ihren Planeten und Monden etc. und Anw. der Spektralanalyse, der Jugend in Gesprächen eines Vaters m. s. Kindern erzählt. Berlin 1883, b. W. H. Kühl.
Deutscher Schülerfreund, Notizkalender für Gymnasiasten und Realschüler für 1883. Vom Oberlehrer Koch (7. Jahrg.) 3. Aufl. Leipzig. Siegesmund und Volkening.

Naturgeschichte.

Meigen, die deutschen Pflanzennamen (Separat-Abdruck aus der „Festschrift zur Feier der Einweihung des neuen Gymnasialgebäudes in Wesel.“ Oct. 1882).
Frank, Grundzüge der Pflanzenphysiologie (Separatabdruck der von ihm bearbeiteten Pflanzen-Physiologie aus der Synopsis der Botanik von Leunis). Hannover 1882. Hahn.

Kober, Leitfaden der Naturgeschichte. 2. Heft: Botanik. 3. Auflage. Grofsenhain 1883. Hentze.

Leunis, Synopsis der drei Naturreiche. 1. T. Zoologie I. Bd. 1. Abt. (Bg. 1—33). Dritte gänzlich umgearbeitete Auflage bearbeitet von Prof. Dr. Hub. Ludwig in Giefsen. Hannover 1883. Hahn.

Zeitschriften.

Öst. Zeitschr. f. d. R.-W. VII, 11.
Päd. Archiv XXIV, 10.
Nouv. Ann d. Math. I. Novbr. u. December 1882. Januar 1883.
Journal de Math. élém. et spécial. VI, 11. (Nov.) u. 12. (Dec.)
C.-O. X., 11—12. (Schlufs).
Schlömilch etc. Zeitschr. f. Math. u. Phys. XXVIII, 1.

Briefkasten.

1. Die Redaktion bringt den Einsendern von Beiträgen mit Figuren in Erinnerung, dafs die Figuren auf besonderm Blatt sauber, deutlich und in geeigneter Gröfse (Raum $^1/_2$ Druckblattbreite i. Q.) gezeichnet sein müssen, mit genauer Angabe der Stelle im Aufsatze, an die sie kommen sollen.

2. Die Herren Programm-Autoren werden wiederholt dringend ersucht, ihre Programmartikel rechtzeitig an die betr. Programmreferenten ihres Landes (i. Provinz) zu senden und nicht abzuwarten, bis jene durch die Centralstelle (B. G. Teubner) den Referenten zugesandt werden.

3. Indem der Herausgeber die Leser auf die Mitteilung der Verlagshandlung über die Erweiterung des Umfangs ds. Ztschr. noch besonders hinweist, dankt er zugleich für die ihm von vielen Seiten dargebrachten Neujahrswünsche.

Berichtigung.

Heft 6 des vor. Jhgs. S. 434 Zl. 2 v. u. mufs es heifsen „wo zu dem nämlichen y zwei etc. (statt „drei“).

Die Ausdehnungslehre als Mittel zur Analysis elementar-geometrischer Aufgaben.

Von Dr. V. Schlegel in Waren.

(Mit 2 Fig. i. T.)

Unter den verschiedenen Methoden, welche zur Auflösung ganzer Klassen geometrischer Konstruktionsaufgaben dienen, nimmt, wie bekannt, die algebraische einen hervorragenden Platz dadurch ein, dafs die eigentliche Schwierigkeit der Aufgabe schon mit der Aufstellung der Gleichungen überwunden ist, ferner dadurch, dafs das mit Sicherheit erkennbare Ziel, welches in diesen Gleichungen gesteckt ist, das unsichere Hinundhertasten des Arbeitenden auf ein weit geringeres Mafs einschränkt, als bei Anwendung der rein geometrischen Analyse, endlich durch ihre ausgedehnte Verwendbarkeit. — Bei Aufgaben, welche die Wahl zwischen rein geometrischer und algebraischer Behandlungsweise gestatten, fällt allerdings die aus der letzteren hervorgehende Konstruktion regelmäfsig umständlicher aus, läfst sich aber auch oft durch Anpassung an die gegebene Figur dermafsen vereinfachen, dafs schliefslich die algebraische Methode nur als bequemes Mittel erscheint, eine versteckte rein geometrische Konstruktion aufzufinden. Natürlich hängt die Möglichkeit einer solchen Vereinfachung sowohl von der Wahl der Beziehungen ab, die den Stoff zu den Gleichungen geben, als auch von der Wahl der zu konstruierenden unbekannten Strecke. Im Ganzen scheint mir bei rein geometrischen Analysen die Bethätigung des Spürsinnes, bei algebraischer Behandlung die des methodischen Denkens mehr in den Vordergrund zu treten.

Um nun zu dem eigentlichen Gegenstande dieser Zeilen zu kommen, will ich zunächst auf die Schwierigkeit hinweisen, welche bei Aufstellung der Gleichungen allemal dann erwächst, wenn unter den gegebenen Stücken der Aufgabe isolierte Punkte

sich befinden. Es kommt ja dann bekanntlich darauf an, diese Punkte durch Strecken zu ersetzen, und von der richtigen Wahl derselben hängt die Lösung der Aufgabe ab. In solchen Fällen nun können sich die Gleichungen der Ausdehnungslehre als nützlich erweisen, da dieselben nicht nur, wie die algebraischen, Beziehungen zwischen Strecken, sondern auch solche zwischen Punkten darstellen können, und sich leicht in algebraische verwandeln lassen, übrigens auch ganz allgemein sind, insofern sie alle möglichen Fälle umfassen. Ich wähle als Beispiele die unter dem Namen *Sectio rationis* und *Sectio spatii* des Apollonius bekannten Aufgaben, nebst einer dritten damit verwandten, deren verschiedene sonstige Lösungen Hr. v. Lühmann im Programm Königsberg i. d. N. 1882 zusammengestellt hat, und bemerke von vornherein, dafs ich als Vorzug der unten befolgten Methode nur ihre Unmittelbarkeit und die daraus folgende Leichtigkeit, zu einer Lösung zu gelangen, ansehe, während, wie der Vergleich zeigt, die von Hrn. v. Lühmann zusammengestellten Methoden schwieriger aufzufinden sind, aber zu einfacheren Konstruktionen führen. Die an derselben Stelle behandelte Sectio determinata läfst sich auch ohne Anwendung der Ausdehnungslehre auf eine Streckengleichung zurückführen.

1. *Sectio rationis* und *Sectio spatii.* Auf zwei in C sich schneidenden Geraden sind die Punkte A und B gegeben, und aufserhalb dieser Geraden der Punkt P. Eine durch P gezogene Gerade soll CA in X und CB in Y so schneiden, dafs entweder

$$AX \cdot BY = m \,.\, n \text{ (Sectio spatii)}$$

oder

$$AX : BY = m : n \text{ (Sectio rationis)}$$

ist.

Seien die Strecken

$$C - A = a, \; C - B = b, \; X - A = x, \; Y - B = y$$

gesetzt, so ist

$$\frac{X - A}{C - A} = \frac{x}{a}; \quad \frac{Y - B}{C - B} = \frac{y}{b};$$

also

$$1) \quad aX = xC + (a - x)A;$$

$$2) \quad bY = yC + (b - y)B.$$

Sei ferner

3) $P = \alpha A + \beta B + \gamma C$ und $\alpha + \beta + \gamma = 1$,

worin α, β, γ bekannte Streckenverhältnisse sind, deren Konstruktion unten gezeigt werden wird, so ergiebt sich durch äufsere Multiplikation der drei Gleichungen 1), 2), 3) (wobei jedes Produkt verschwindet, welches denselben Punkt zweimal enthält):

$$ab(XYP) = x(b-y)\alpha(CBA)$$
$$+ (a-x)y\beta(ACB) + (a-x)(b-y)\gamma(ABC)$$

oder, da

$$(CBA) = (ACB) = -(ABC) \quad \text{ist;}$$
$$ab(XYP)$$
$$= [-x(b-y)\alpha - (a-x)y\beta + (a-x)(b-y)\gamma](ABC).$$

Nun verschwindet das Produkt (XYP), da die drei Punkte X, Y, P in gerader Linie liegen, nicht aber das Produkt (ABC); also mufs der Koeffizient desselben Null sein, woraus folgt

4) $$\frac{\alpha x}{a-x} + \frac{\beta y}{b-y} = \gamma.$$

Diese Gleichung, in Verbindung mit einer der Bedingungsgleichungen

5) $xy = mn$ oder $x : y = m : n$,

dient zur Konstruktion einer der Strecken x oder y.

Um die Bedeutung von α, β, γ zu erkennen, schreiben wir 3) in der Form

$$\alpha(P-A) + \beta(P-B) + \gamma(P-C) = 0,$$

und subtrahieren diese Gleichung von der Identität

$$\alpha(P-C) + \beta(P-C) + \gamma(P-C) = (P-C).$$

Dann bleibt

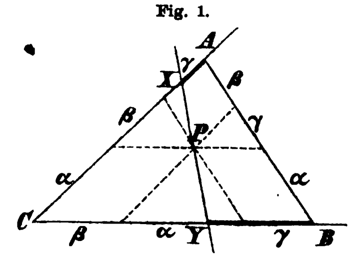
(6) $$\alpha(A-C) + \beta(B-C) = (P-C).$$

Demnach ist $(P-C)$ Diagonale eines Parallelogramms, dessen Seiten auf $(A-C)$ und $(B-C)$ liegen, und α und β sind die Verhältnisse dieser Seiten zu $(A-C)$ resp. $(B-C)$. Da aus (6) zwei weitere Gleichungen durch circuläre Vertauschung aller Buchstaben (ausgenommen P) folgen, so erhält man die Streckenverhältnisse α, β, γ in dreifacher Gestalt, wenn man durch P die

6*

Parallelen zu den Seiten des Dreiecks ABC zieht, wie Fig. 1 zeigt. (Zu jeder durch α, β, γ bezeichneten Strecke dieser Figur hat man sich die ganze Dreiecksseite, auf der sie liegt, als Nenner zu denken.)

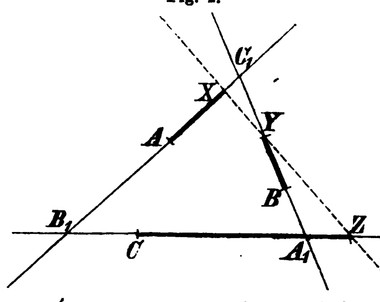
Fig. 1.



Soll P ein unendlich ferner Punkt, d. h. soll XY einer gegebenen Geraden parallel sein, so hat man in 3) nur $\alpha + \beta + \gamma = 0$ anzunehmen.

2. Auf drei Geraden sind die Punkte A, B, C gegeben. Eine vierte Gerade soll die erste in X, die zweite in Y, die dritte in Z so schneiden, dafs

Fig. 2.



$$AX : BY : CZ = m : n : p$$

(v. Lühmann l. c. § 8).

Sind A_1, B_1, C_1 die Schnittpunkte der gegebenen Geraden (Fig. 2), so stellen wir die (mit 1) und 2) der vorigen Aufgabe analogen) Gleichungen auf:

$$(1) \begin{cases} X = x_1 B_1 + (1 - x) C_1; \\ Y = y C_1 + (1 - y) A_1; \\ Z = z A_1 + (1 - z) B_1; \end{cases} \qquad (2) \begin{cases} A = \alpha B_1 + (1 - \alpha) C_1; \\ B = \beta C_1 + (1 - \beta) A_1; \\ C = \gamma A_1 + (1 - \gamma) B_1. \end{cases}$$

Durch äufsere Multiplikation der Gleichungen (1) erhält man

$$(XYZ) = xyz\,(B_1 C_1 A_1) + (1 - x)(1 - y)(1 - z)(C_1 A_1 B_1)$$

oder, da

$$(C_1 A_1 B_1) = (B_1 C_1 A_1)$$

ist:

$$(XYZ) = [xyz - (x - 1)(y - 1)(z - 1)]\,(B_1 C_1 A_1).$$

Nun verschwindet das Produkt (XYZ), da die drei Punkte X, Y, Z in gerader Linie liegen, nicht aber das Produkt $(B_1 C_1 A_1)$; also mufs der Koeffizient desselben Null sein, oder

$$(3) \quad xyz = (x - 1)(y - 1)(z - 1).$$

Ferner findet man, wenn man (2) von (1) subtrahiert und

$$(B_1 - C_1) = a, \; (C_1 - A_1) = b, \; (A_1 - B_1) = c$$

setzt:

$$(X - A) = (x - \alpha)a;$$
$$(Y - B) = (y - \beta)b;$$
$$(Z - C) = (z - \gamma)c;$$

daher mit Berücksichtigung der ursprünglichen Bedingungsgleichung:

$$(4) \quad \begin{cases} \dfrac{(x - \alpha)a}{(y - \beta)b} = \dfrac{m}{n}. \\ \dfrac{(y - \beta)b}{(z - \gamma)c} = \dfrac{n}{p} \end{cases}$$

Durch die Gleichungen (3) und (4) aber sind die Streckenverhältnisse x, y, z*) bestimmt. — Man bemerkt, dafs Formel (3) den Satz des Menelaus darstellt, für den übrigens ein noch kürzerer Beweis in meinem „System der Raumlehre", Tl. I. S. 82 u. 83 gegeben ist.

Beiläufig mag noch gezeigt werden, wie der von Hrn. v. Lühmann zur Lösung der Sectio determinata benutzte Satz: „Hat ein Kreis O_3 mit zwei anderen O_1 und O_2 eine gemeinschaftliche Potenzlinie, so stehen die in Bezug auf O_1 und O_2 genommenen Potenzen eines jeden seiner Peripheriepunkte in einem konstanten Verhältnisse, nämlich in demselben, in welchem sein Mittelpunkt O_3 die Verbindungsstrecke $O_1 O_2$ der beiden anderen Mittelpunkte teilt" mittelst der Ausdehnungslehre bewiesen wird.

Die Potenzen eines Punktes X in Bezug auf die drei Kreise O_1, O_2, O_3 sind der Reihe nach

$$(1) \quad \begin{cases} F_1 = (X - O_1)^{\underline{2}} - r_1^{\underline{2}}; \\ F_2 = (X - O_2)^{\underline{2}} - r_2^{\underline{2}}; \\ F_3 = (X - O_3)^{\underline{2}} - r_3^{\underline{2}}, \end{cases}$$

worin $^{\underline{2}}$ das Quadrat des numerischen Wertes einer Strecke angiebt. (System der Raumlehre I, S. 131.)

Ist also z. B. $F_3 = O$, so liegt X auf der Peripherie des Kreises O_3.

Ferner sagt die Gleichung

$$(2) \quad (\alpha_1 + \alpha_2) F_3 = \alpha_1 F_1 + \alpha_2 F_2,$$

dafs der Kreis O_3 durch die Schnittpunkte der Kreise O_1 und O_2 geht. Denn wenn X einer dieser Schnittpunkte, also $F_1 = F_2 = 0$

*) $x = \dfrac{X - C_1}{B_1 - C_1}$; $y = \dfrac{Y - A_1}{C_1 - A_1}$; $z = \dfrac{Z - B_1}{A_1 - B_1}$.

ist, so folgt aus (2), dafs auch $F_3 = 0$ ist, d. h., dafs X auch auf der Peripherie von O_3 liegt.

Aus (2) folgt aber (System der Raumlehre II, S. 106), dafs auch

$$(3) \quad (\alpha_1 + \alpha_2) O_3 = \alpha_1 O_1 + \alpha_2 O_2$$

ist, oder

$$(4) \quad \frac{(O_3 - O_1)}{(O_3 - O_2)} = -\frac{\alpha_2}{\alpha_1}.$$

Ist nun $F_3 = 0$, d. h., liegt X auf der Kreislinie O_3, so folgt aus (2)

$$(5) \quad \frac{F_1}{F_2} = -\frac{\alpha_2}{\alpha_1} = \frac{(O_3 - O_1)}{(O_3 - O_2)};$$

d. h.: die Potenzen von X in den Kreisen O_1 und O_2 verhalten sich wie die Strecken, in welche die Verbindungsstrecke der Mittelpunkte O_1 und O_2 durch den Mittelpunkt O_3 geteilt wird, w. z. b. w. — Das Wesentliche dieses Satzes und seines Beweises findet sich übrigens bereits a. a. O. Tl. II, S. 107.

Sprech- und Diskussions-Saal.

Der vierdimensionale Raum.

Herr Dr. SCHLEGEL-Waren schreibt uns bei Gelegenheit der Zusendung eines Artikels Folgendes:

„Bei dieser Gelegenheit möchte ich fragen, ob wir denn keinen Programmberichterstatter für die Provinz Sachsen haben.*) Diesem Herrn würde ich eine Stelle in der vorjährigen Programmabhandlung der Realschule 1. Ordg. in Magdeburg (Progr. Nr. 234) „Beiträge zur Methodik des mathematischen Unterrichts mit Berücksichtigung der Determinantenfrage" zu besonderer Berücksichtigung empfehlen. Über den sonstigen Jnhalt der, wie mir scheint, recht verdienstlichen Arbeit will ich mir weiter kein Urteil anmaſsen; aber auf S. 29 wird in einer Anmerkung über vierdimensionale Untersuchungen vom hohen Pferde herab ein absprechendes Urteil gefällt, welches beweist, daſs der Verfasser von der eigentlichen Bedeutung derartiger Untersuchungen für die Mathematik gar keine Ahnung hat. Vor allem ist er in dem weit verbreiteten Miſsverständnis befangen, als sollten dem Weltraum mehr als 3 Dimensionen zugeschrieben werden. Daran denkt kein Mathematiker, der sich mit diesen Untersuchungen beschäftigt. Für ihn ist das vierdimensionale Gebiet ein Gebiet, wie Gerade, Ebene, Raum, innerhalb dessen sich geometrische Beziehungen auffinden und ideale Konstruktionen ausführen lassen. Die Frage nach der reellen Existenz dieses Gebietes beschäftigt ihn gar nicht, hat überhaupt mit der reinen Mathematik gar nichts zu thun. Anders der Philosoph, der diese Dinge in der Wirklichkeit aufsucht, und daher voreilig sagt: „Jeder uns wahrnehmbare Körper ist die dreidimensinale Projektion eines vierdimensionalen Hyperkörpers." Richtig kann man nur sagen: „Jeder uns wahrnehmbare Körper kann angesehen werden als etc." Ebenso voreilig ist es aber auch, wenn man, wie der Vf. obiger Abhandlung und der von ihm citierte Herr von Kirchmann, den Mathematikern, die sich mit solchen

---

*) Ja, ein Fachkollege in Naumburg und einer in Sondershausen haben sich dazu erboten aber die Sache ist noch nicht geordnet.

Red.

Fragen beschäftigen, Schmeicheleien wie „Ausgeburten überspannter mathematischer Köpfe“ oder „unvorsichtiges Spiel des abstrakten Denkens“ an den Kopf schleudert, und sie mit den Spiritisten in einen Topf wirft. Die Herren richten sich an eine falsche Adresse, und fechten gegen Windmühlen, sobald die Mathematik hier in Betracht kommt, thäten überhaupt wohl, sich, ehe sie solche Urteile drucken lassen, in der Literatur über diesen Gegenstand gründlich umzusehen, wenigstens doch vor allem sich zu orientiren, um was es sich bei diesen Untersuchungen handelt.

Beiläufig nur will ich erwähnen, dafs auch die Geometrie der Ebene und des Raumes, sowie die Funktionstheorie aus vierdimensionalen Untersuchungen Nutzen ziehen, sowie, dafs ich selbst räumliche Modelle von mathematischen Körpern hergestellt habe, die nachweislich nichts anderes sind und sein können als die dreidimensionalen Projektionen vierdimensionaler Gebilde, worüber eine demnächst in den Nova Acta der Leop. Carol. Akademie erscheinende Abhandlung das Nähere mitteilen wird. Jch verwahre mich aber ausdrücklich gegen die Unterstellung, als hielte ich meine Modelle für Projektionen reeller vierdimensionaler Gebilde. Mit bestem Grufs
Ihr ergebenster Dr. V. Schlegel.

Nachschrift der Redaktion. Die im Vorstehenden ausgesprochene Ansicht unsers geschätzten Herrn Mitarbeiters dürfte vielleicht durch folgende (übrigens in ds. Zeitschr. schon einmal irgendwo angeführte) Stelle aus Drobisch's Logik (3. Aufl. S. 15) eine Bestätigung resp. Jllustrierung finden:

„Die Objekte der Logik sind an sich nichts mehr, als Gedankendinge, denen zwar reale Objekte entsprechen können, aber nicht müssen. Die Fabelwesen der Mythologie lassen sich, so gut wie Naturkörper definieren, klassifizieren, vergleichen, sie haben ebensogut, wie diese eigentümliche Merkmale und abgeleitete Eigenschaften u. s. f. Der Mathematiker kann durch Schlüsse die Gestalt der Bahnen bestimmen, welche die Planeten beschreiben müfsten, wenn die Sonne sie im umgekehrten cubischen Verhältnis der Entfernungen anzöge, obgleich es eine solche Anziehung nicht giebt, ja er kann sogar (wie Lobatschewski in Crelle's Journal XVII, 295) die Consequenzen der Voraussetzung eines ebenen Dreiecks, in dem die Winkelsumme weniger als zwei Rechte beträgt, untersuchen, obgleich ein solches Dreieck nur imaginär ist.“

So, — meint der Verfasser der vorstehenden Zurechtweisung, wenn wir ihn recht verstehen — kann und darf der Mathematiker auch die Consequenzen der Eigenschaften eines vierdimensionalen Raumes untersuchen, obschon wir Menschen von einem solchen Raume eine Vorstellung schlechterdings (absolut) nicht haben und nicht haben können, da wir im dreidimensionalen Raume „leben und weben.“

Ob aber denn doch nicht gegen die Berechtigung dieser Lehre resp. dieser Ansicht gewichtige Einwendungen sich erheben lassen, das möchten wir der Diskussion derjenigen Leser anheimgeben, deren wissenschaftlicher Tummelplatz das „Grenzgebiet der Philosophie und der Mathematik" ist. Sollte jedoch keiner dieser Herren im Laufe dieses Jahrganges das Wort hierüber ergreifen, so werden wir später unsere eigene Ansicht mitteilen.

Entgegnung.*)

Auf die Bemerkungen des Herrn Dr. Diekmann (XIII, 442) erwidere ich Folgendes:

Die von mir gebrauchte Wendung (ib. 5. Heft. S. 356): „Man kann nicht in Abrede stellen, dafs die Auflösungsmethode, für welche Diekmann plädiert, kurz und bequem ist, dafs die Bedingung, unter welcher ein Kegelschnitt zu zwei Geraden degeneriert, am einfachsten durch Determinanten dargestellt wird", bezeichnet diejenigen Punkte aus Hrn. Dr. Diekmanns Aufsatz („Fortschritt oder Stillstand"), in welchen ich mit ihm übereinstimme und welche ich betonen will.

Der folgende Passus: „Dies beweist jedoch gar nichts für die Determinanten, denn zur Erreichung dieser Vorteile bedarf man nicht erst einer grofsen Maschinerie" giebt an, worin ich mit ihm nicht übereinstimme.

Indem ich auf diese Behauptung noch etwas näher eingehe, während ich zugleich meine Übereinstimmung mit Bardey bereits vorher ausgesprochen habe, so motiviere ich durch beides die Ansicht, dafs in Bezug auf Determinanten (beim Schulunterricht) der geistige Gewinn in keinem Verhältnis zur aufgewandten Arbeit steht. —

Wenn trotzdem Herr Dr. Diekmann die Alternative hinstellt, dafs ich seinen Aufsatz entweder nicht gelesen habe, oder ihn einfach ignoriere, wenn er hierbei auf die Pflicht der Objektivität und der litterarischen Höflichkeit hinweist, wenn er von unbewiesenen Behauptungen und autoritativem Auftreten spricht, so ist dies, ganz abgesehen von der nicht glücklich gewählten Form, dem Inhalte nach nicht zutreffend.

Parchim. H. Gerlach.

*) Vergl. Jahrg. XIII, Heft 6, S. 443. Red.

Zum Aufgaben-Repertorium.

Redigiert von Dr. Lieber-Stettin und von Lühmann-Königsberg i. d. N.

A. Auflösungen.

222. (Gestellt von Weinmeister XIII_3, 205). Gegeben Ebene E und auf der einen Seite derselben die Punkte A und B. Eine veränderliche Kugel gehe durch A und B und berühre E in X. 1. Welches ist der Ort für X? 2. Welches ist der Ort für den Mittelpunkt M? 3. Wie kann man das gefundene Resultat verwerten, um die Schnittfigur eines Rotationsparaboloides mit einer Ebene zu untersuchen?

Auflösung. 1. AB treffe E in C, so ist $CX = \sqrt{CA \cdot CB}$. Der gesuchte Ort ist daher ein Kreis um C mit dem Radius $\sqrt{CA \cdot CB}$. 2. M liegt senkrecht über X und mithin in dem Rotationscylinder, dessen Basis der Kreis um C ist; da aber M aufserdem auf der Ebene liegt, welche AB senkrecht halbiert, so ist der gesuchte Ort die Schnittfigur des Cylinders mit der Ebene und mithin eine Ellipse. 3. Das Rotationsparaboloid ist der Ort eines Punktes, welcher von einem Punkt A und einer Ebene E gleichweit entfernt ist. Ist die Schnittebene S, und ist B der Spiegelpunkt von A in Beziehung auf S, so enthält die Schnittkurve alle von AB und E gleichweit entfernten Punkte M. Sie ist daher eine Ellipse, deren Normalprojektion auf die Leitebene ein Kreis ist.

Artzt (Mainz). Fuhrmann (Königsberg i. Pr.).
Stegemann (Prenzlau). Weinmeister I. (Leipzig).

223. Gestellt von Weinmeister XIII_3, 205). Es soll der Satz: „Jeder Parabelsektor zwischen zwei Brennstrahlen hat halb so grofsen Flächeninhalt, als das ihm zugehörige gemischtlinige Trapez, welches den Bogen jenes Sektors, die aus den Endpunkten desselben auf die Leitlinie gefällten Perpendikel, und das zwischen diesen liegende Stück der Leitlinie zu Seiten hat" (Steiner I, Kap. 5, Schlufs) mittelst Affinität erweitert werden.

1. Auflösung. Es sei P ein beliebiger Punkt im Innern der Parabel, PS das Stück seines Durchmessers bis zur Kurve (Absc.), und PQ (parallel der Tangente an S) die zugehörige Ordinate. Errichtet man nun auf SP das Lot $PQ_1 = 2SP$, ersetzt hierauf die Ordinaten aller übrigen Parabelpunkte durch solche, welche sich zu den alten wie $PQ_1 : PQ$ verhalten und stellt sie senkrecht zum Durchmesser, so erhält man eine neue der ursprünglichen affine Parabel, welche P zum Brennpunkt hat. Da nun das Flächenverhältnis durch Affinität nicht gestört wird, so gilt der Satz auch dann, wenn man statt des Brennpunktes einen beliebigen Punkt im Innern, statt der Leitlinie seine Polare und statt der Perpendikel Parallelen zur Achse wählt. Weinmeister I.

2. Auflösung. O sei der Scheitel, F der Brennpunkt, A und B zwei Punkte der Parabel, CD die Direktrix, AC und $BD \perp CD$, so ist $AFB = \frac{1}{2} ACDB$. Ist nun H ein beliebiger Punkt der Achse, I auf der letzteren so gewählt, dafs $OI = OH$, und wird eine durch I zu CD gezogene Parallele von AC und BD in K und L getroffen, so ist, wie leicht zu sehen, $AHB = \frac{1}{2} AKLB$, wobei KL die Polare von H ist. — Wird auf diese Figur Parallelprojektion angewendet und werden die entsprechenden Punkte mit kleinen Buchstaben bezeichnet, so ist $hab = \frac{1}{2} ablk$, wo Punkt h beliebig und kl seine Polare ist; ak und bl sind parallel dem Durchmesser hi, also auch der Achse. Hieraus folgt der in der ersten Auflösung ausgesprochene Satz. Artzt.

224. (Gestellt von Böklen XIII$_3$, 206). Ein Dreieck (Tetraeder) zu konstruieren aus 3 (4) Punkten, die auf den oberen Abschnitten der Schwerpunktstransversalen liegen und dieselben nach gegebenen Verhältnissen teilen.

1. Auflösung. Das gesuchte Dreieck sei XYZ, S der Schwerpunkt; es sei ferner $SA:AX = m_a:n_a$, $SB:BY = m_b:n_b$, $SC:CY = m_c:n_c$, und ABC gegeben. BC und YZ schneiden sich in A_1 etc., AS und BC in X_0 etc., endlich AS und YZ in X_1 etc. $\triangle SAB$ wird durch XYC_1, $\triangle SXY$ durch ABC_1 geschnitten. Daraus ergiebt sich nach dem Satze des Menelaus $AC_1:BC_1 = n_a(m_b + n_b) : n_b(m_a + n_a)$, wodurch C_1 bestimmt ist, und $XC_1:YC_1 = m_b n_a : m_a n_b$, und hieraus $Z_1X:Z_1C = m_a n_b - m_b n_a : m_a n_b + m_b n_a$. Wird nun AXC_1 durch SZ_0Z_1 geschnitten, so ergiebt sich $AZ_0 : C_1Z_0 = m_a(m_a n_b - m_b n_a) : (m_a + n_a)(m_a n_b + m_b n_a)$, so dafs Z_0 bestimmt ist. Analog findet man X_0, Y_0 und somit S. Auch ergiebt sich $AZ_0 : Z_0B = m_a(m_b + n_b) : m_b(m_a + n_a)$. — Das gesuchte Tetraeder sei $XYZU$, S der Schwerpunkt, A, B, C, D die gegebenen Punkte. $\triangle SXY$ wird durch AB in A, B, C_1 geschnitten. C_1 läfst sich nach dem vorigen leicht bestimmen. Schneidet nun die Ebene SZU die Gerade AB in N_{12}, so wird N_{12} genau wie vorher Z_0 bestimmt. Wir erhalten folgendes System von Punkten: N_{12} und N_{34}, N_{13} und N_{24}, M_{14} und M_{23}. Diese Punkte, in der angegebenen Zusammenstellung verbunden geben den Schwerpunkt S.

Fuhrmann.

2. Auflösung. Die Bezeichnungen bleiben wie in der vorigen Auflösung. R sei die Mitte von XY. Es seien AG und $BH \parallel XY$ gezogen und treffen SR in G und H. Aus $AG:XR = m_a : m_a + n_a$ und $RY:HB = m_b + n_b : m_b$ findet man durch Multiplikation $AG : BH$, also auch $AZ_0 : Z_0B = m_a(m_b + n_b) : m_b(m_a + n_a)$. Dadurch wird Z_0 bestimmt. Zur Konstruktion wähle man S' beliebig und ziehe die Strecken $S'AX'$, $S'BY'$, $S'CZ'$ so, dafs $S'A:AX' = m_a$

$: n_a$ etc. R' sei die Mitte von $X'Y'$. Dann mufs AB durch $S'R'$ auch im Verhältnis $m_a(m_b + n_b) : m_b(m_a + n_a)$ geteilt werden, d. h. $S'R'$ trifft AB in Z_0. Ebenso findet man X_0 und Y_0, somit auch S. — Bestimmt man für das Tetraeder S', X', Y', Z', R' ähnlich, wie es hier für das Dreieck geschehen ist, so ergiebt sich analog, dafs die Ebene CSD die Strecke AB in demselben Punkte trifft, in welchem AB von SR' getroffen wird. Analoges gilt für die entsprechenden Punkte von BC, CA etc. Eine einfache stereometrische Betrachtung ergiebt dann, dafs, wenn O und O' bezüglich die Schwerpunkte von XYZ und $X'Y'Z'$ sind, SO und $S'O'$ die Ebene ABC in demselben Punkte treffen, der dadurch konstruiert werden kann. Ebenso konstruiert man die entsprechenden Punkte auf $\triangle ACD$, BCD, BAD, und dann S. v. Lühmann.

3. Auflösung (für das Tetraeder). Es sei $\frac{SA_1}{SA} = \alpha$ u. s. w.; dann ist $SABC = \alpha\beta\gamma \cdot SXYZ = \frac{1}{4}\alpha\beta\gamma \cdot XYZU$ und $SBCD = \frac{1}{4}\beta\gamma\delta \cdot XYZU$; daher $SABC : SBCD = \alpha : \delta$. Wird also AD von der Ebene SBC in F geschnitten, so ist $AF : DF = \alpha : \delta$. Durch B, C und F ist somit ein Ort für S gegeben u. s. w.

Artzt.

225. (Gestellt von Fuhrmann XIII_3, 206.) Ein Dreieck trigonometrisch zu berechnen aus c, γ, $\angle(t_a t_b) = \lambda$. ($t_a$ und t_b sind Mittellinien).

1. Auflösung. In jedem Dreieck ist $(2t_c)^2 = c(c + 4h_c \cot\gamma)$. Zieht man durch C Parallele zu t_a und t_b, welche AB in E und F schneiden, so ist $EF = 3c$ und $\angle ECF = \lambda$. Die Dreiecke ABC und EFC haben dieselbe Mittellinie und dieselbe Höhe der Grundseite, also ist $(2t_c)^2 = c(c + 4h_c \cot\gamma) = 3c(3c + 4h_c \cot\lambda)$; folglich $c + 4h_c \cot\gamma = 9c + 12h_c \cot\lambda$ und $h_c = \frac{2c}{\cot\gamma - 3\cot\lambda}$.

Determination. $tg\frac{1}{2}\lambda \geqq 3tg\frac{1}{2}\gamma$.

von Schaewen (Posen).

2. Auflösung. Im $\triangle ABC$ ist $a^2 + b^2 - c^2 = 2ab\cos\gamma = 2ch_c\cot\gamma$ (1); und im $\triangle EFC: 4t_a^2 + 4t_b^2 - 9c^2 = 2h_c \cdot 3c\cot\lambda$ oder $2b^2 + 2c^2 - a^2 + 2a^2 + 2c^2 - b^2 - 9c^2 = a^2 + b^2 - 5c^2 = 2ch_c \cdot 3\cot\lambda$ (2) Durch Subtraktion von (1) und (2) erhält man $4c^2 = 2ch_c(\cot\gamma - 3\cot\lambda)$, also die obige Gleichung.

Artzt.

3. Auflösung. Bezeichnet man $\frac{1}{2}(p-q)$ mit x, wo p und q die durch h_c auf c gebildeten Abschnitte sind, so ist, wenn man den Kreis um $\triangle ABC$ beschreibt, $x^2 + (h_c - \frac{1}{2}c\cot\gamma)^2 = \left(\frac{c}{2\sin\gamma}\right)^2$; und

wenn man den Kreis um $\triangle EFC$ beschreibt: $x^2 + (h_c - \frac{3}{2} c \cot\lambda)^2 = \left(\frac{3c}{2\sin\lambda}\right)^2$. Durch Subtraktion beider Gleichungen erhält man $2c^2 = ch_c(\cot\gamma - 3\cot\lambda)$. Artzt.

Anmerkung. Herr Fuhrmann drückt $\frac{c}{h_c}$ durch α und β aus und erhält zur Bestimmung dieser Winkel aus der vorigen Gleichung die folgende: $2(\cot\alpha + \cot\beta) = \cot\gamma - 3\cot\lambda$.

4. Auflösung. Es ist $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$ (1); $\frac{9}{4}c^2 = t_a^2 + t_b^2 - 2t_a t_b \cos\lambda$ (2); $b^2 + c^2 = \frac{1}{2}a^2 + 2t_a^2$ (3); $a^2 + c^2 = \frac{1}{2}b^2 + 2t_b^2$ (4). Drückt man t_a und t_b aus (3) und (4) aus, setzt diese Werte in (2) ein, so erhält man mit Berücksichtigung von (1): $a^2b^2(\sin\lambda^2\cos\gamma^2 - 9\cos\lambda^2\sin\gamma^2) - 4abc^2\sin\lambda^2\cos\gamma + 4c^4\sin\lambda^2 = O$ und hieraus

$$ab = \frac{2c^2\sin\lambda}{\sin\lambda\cos\gamma - 3\cos\lambda\sin\gamma} = \frac{2c^2\sin\lambda}{2\sin(\lambda-\gamma) - \sin(\lambda+\gamma)},$$

da nur das obere Zeichen zulässig ist. Hieraus findet man den Inhalt $\triangle = \frac{c^2\sin\lambda\sin\gamma}{2\sin(\lambda-\gamma) - \sin(\lambda+\gamma)}$. Zur Bestimmung der Winkel gelangt man durch $\frac{ab}{c^2} = \frac{\sin\alpha\sin\beta}{\sin\gamma^2} = \frac{\cos(\alpha-\beta) + \cos\gamma}{2\sin\gamma^2}$; mithin

$$\cos(\alpha-\beta) = \frac{4\sin\lambda\sin\gamma^2}{2\sin(\lambda-\gamma) - \sin(\lambda+\gamma)} - \cos\gamma.$$

Glaser (Homburg v. d.. Höhe).

226. (Gestellt von Fuhrmann XIII_3, 206). Ein Dreieck trigonometrisch zu berechnen aus c, γ, $t_a : t_b = k$.

1. Auflösung. Aus (3) und (4) der 4. Aufl. von 225 ergiebt sich $k^2 = \frac{2c^2 + 2b^2 - a^2}{2c^2 + 2a^2 - b^2} = \frac{2\sin\gamma^2 + 2\sin\beta^2 - \sin\alpha^2}{2\sin\gamma^2 + 2\sin\alpha^2 - \sin\beta^2}$; mithin

$$\frac{3(1+k^2)}{1-k^2} = \frac{4\sin\gamma^2 + \sin\alpha^2 + \sin\beta^2}{\sin\alpha^2 - \sin\beta^2} = \frac{8\sin\gamma^2 + 1 - \cos 2\alpha + 1 - \cos 2\beta}{\cos 2\beta - \cos 2\alpha}$$

$= \frac{4\sin\gamma^2 + 1 + \cos\gamma\cos(\alpha-\beta)}{\sin\gamma\sin(\alpha-\beta)}$, woraus $\alpha - \beta$ zu berechnen ist.

Fuhrmann. Glaser.

2. Auflösung. Man konstruiere aus den drei Mittellinien $\triangle GHI$, so dafs $HI = t_a$, $GI = t_b$ und $GH = t_c$ ist; ziehe die Mittellinien GM und HN, welche sich in L schneiden, so ist $\angle GIH = 180^0 - \lambda$ (wo $\lambda = \angle(t_a t_b)$ ist und $\angle GLH = 180^0 - \gamma$. Fällt man noch die Höhe IO, so ist $t_a^2 + t_b^2 = t_c^2 - 2t_c \cdot IO\cot\lambda$ und $t_a t_b = \frac{t_c \cdot IO}{\sin\lambda}$. Durch Division beider Gleichungen erhält man $k + \frac{1}{k} = \frac{t_c}{IO}\sin\lambda - 2\cos\lambda$. Ähnlich wie in 225, Aufl. 1, 2, 3

findet man $\frac{t_c}{IO} = \frac{3}{2}\cot\gamma - \frac{1}{2}\cot\lambda$; mithin $k + \frac{1}{k} = \frac{3}{2}\cot\gamma\sin\lambda - \frac{5}{2}\cos\lambda$, woraus λ und dann h_c wie 225 zu berechnen ist.

Artzt.

Herr Stoll (Bensheim) hat 225 und 226 analytisch gelöst, indem er den Mittelpunkt der gegebenen Seite als Anfangspunkt von Polarkoordinaten nimmt, für die beiden Kreise, welche über der gegebenen Seite beschrieben sind, und von denen einer durch die gegenüberliegende Ecke, der andere durch den Durchschnittspunkt der Mittellinien geht, die Gleichungen aufstellt und zwar unter Berücksichtigung, dafs der Radius vektor des einen Kreises $^1/_3$ von dem des anderen ist, und dann aus beiden Gleichungen die Amplitude eliminiert; er findet so den Wert für t_c und successive die übrigen Stücke.

227 bis 235. Lehrsätze über die Segmentärpunkte und den Brocard'schen Kreis.

Bezeichnungen wie in XII_2, 107; XII_4, 263; XIII_3, 203; XIII_5, 357—360; XIV_1, 26—27.

Zu diesen Sätzen bemerken wir Folgendes: Schneiden sich drei Ecktransversalen eines Dreiecks in einem Punkt und zieht man ferner von jeder Ecke aus eine neue Transversale so, dafs sie mit einer der anstofsenden Dreiecksseiten denselben Winkel bildet, wie die ursprüngliche mit der anderen, und dafs beide Transversalen gleichzeitig innerhalb oder aufserhalb des Dreiecks fallen, so schneiden sich die neuen Transversalen ebenfalls in einem Punkt. Zwei solche Punkte sollen im Folgenden nach dem Vorschlage von Kiehl (Kiehl, Zur Theorie der Transversalen, Programmabhandlung, Bromberg 1881) Winkelgegenpunkte genannt werden. In französischen Schriften werden sie points arguésiens genannt. Die entsprechenden Ecktransversalen nennt Kiehl Gegentransversalen.

227. (Gestellt von Stoll XIII_3, 206). P, Q, R seien die Mitten der Seiten BC, CA, AB; P', Q', R' die von $B'C'$, $C'A'$, $A'B'$. Dann schneiden sich PP', QQ', RR' in einem Punkte S (der Mitte von OO').

1. Beweis. $\triangle AA'E \sim PP'E$, da $AE : PE = 2 : 1 = A'E : P'E$ (nach Aufgabe 201). Daher $PP' \parallel AA'$. Da sich nun die drei Ecktransversalen AA', BB', CC' in demselben Punkte D schneiden (vgl. Aufg. 183, 4 oder 200), so schneiden sich nach bekanntem Satze auch die ihnen parallelen durch die Mittelpunkte der Dreiecksseiten gehenden Transversalen PP' u. s. w. in einem Punkte, der auf der Verlängerung von DE liegt und dessen Abstand von E $= \frac{1}{2} DE$ ist; nach Aufg. 202 ist dies der Punkt S.

Artzt. Fuhrmann. Kiehl.

2. Beweis. Die Gleichung des Punktes P sei $\eta + \zeta = 0$; die von $B' : \xi c^2 + \eta b^2 + \zeta a^2 = 0$, die von $C' : \xi b^2 + \eta a^2 + \zeta c^2 = 0$;

mithin die von $P' : \xi(b^2 + c^2) + \eta(a^2 + b^2) + \zeta(a^2 + c^2) = 0$. Die Abstände des Punktes 0 von den Seiten sind: $\frac{c \sin \vartheta^2}{\sin \beta}$, $\frac{a \sin \vartheta^2}{\sin \gamma}$, $\frac{b \sin \vartheta^2}{\sin \alpha}$; daher seine Gleichung: $\xi a^2c^2 + \eta b^2a^2 + \zeta c^2b^2 = 0$; und entsprechend die von $O' : \xi a^2b^2 + \eta b^2c^2 + \zeta c^2a^2 = 0$; daher die Gleichung von $S : \xi a^2(b^2 + c^2) + \eta b^2(c^2 + a^2) + \zeta c^2(a^2 + b^2) = 0$; und diese Gleichung ist identisch mit der für S in Aufgabe 202 gefundenen. KIEHL. STOLL.

228. (Gestellt von Stoll XIII₃, 206). PA', QB', RC', schneiden sich in H, dem Mittelpunkt des um ABC beschriebenen Kreises.

Beweis. Die Mittelsenkrechten des Dreiecks ABC gehen durch A', B', C'. ARTZT. FUHRMANN. KIEHL. STOLL.

229. (Gestellt von Stoll XIII$_3$, 206). AP', BQ', CR' schneiden sich in einem Punkte S', dessen trimetrische Koordinaten die reciproken Werte der Koordinaten von S sind.

1. Beweis. $\triangle AOO' \sim AB'C'$ und zwar liegen OO' und $B'C'$ antiparallel. Daher haben die von A ausgehenden Mittellinien AS und AP' eine symmetrische Lage zur Halbierungslinie von $\angle OAO'$, welche auch $\angle BAC$ halbiert. Dasselbe gilt von den Transversalen BS und BQ', CS und CR'. Da sich nun AS, BS, CS in einem Punkte S schneiden, so schneiden sich auch die Gegentransversalen in einem Punkte S'. Die Abstände zweier Winkelgegenpunkte von den Seiten stehen aber im umgekehrten Verhältnis. Es werde $\angle CAS$ mit α_1 und BAS mit α_2 bezeichnet; ferner seinen SB_0 und $S'B'_0 \perp AC$, SC_0 und $S'C'_0 \perp AB$. Dann ist $SB_0 : SC_0 = \sin \alpha_1 : \sin \alpha_2$. und $S'B'_0 : S'C'_0 = \sin \alpha_2 : \sin \alpha_1$; und hieraus $SB_0 \cdot S'B'_0 = SC_0 \cdot S'C'_0$.

ARTZT. FUHRMANN. KIEHL.

2. Beweis. Die Koordinaten des Punktes A sind: h_a, 0, 0; die des Punktes P' verhalten sich wie $\frac{b^2 + c^2}{a} : \frac{c^2 + a^2}{b} : \frac{a^2 + b^2}{c}$. Daher die Gleichung der Transversale $AP' : yb(a^2 + c^2) - zc(a^2 + b^2) = 0$. Durch cyklische Vertauschung erhält man die Gleichung von $BQ' : zc(b^2 + a^2) - xa(b^2 + c^2) = 0$ und die von $CR' : xa(c^2 + b^2) - yb(c^2 + a^2) = 0$. Da die linke Seite der ersten Gleichung identisch ist mit der Summe der linken Seiten der beiden anderen Gleichungen, so schneiden sich die drei Transversalen in einem Punkte. Auch folgt aus der ersten Gleichung, dafs die Koordinaten y und z sich verhalten wie $\frac{1}{b(a^2 + c^2)} : \frac{1}{c(a^2 + b^2)}$, während die entsprechenden von S sich verhalten wie $b(a^2 + c^2) : c(a^2 + b^2)$. (Vrgl. 227, 2. Bew.). KIEHL. STOLL.

230. (Gestellt von Neuberg XIII$_3$, 206.) Die Segmentärpunkte O und O' sind Brennpunkte einer in das Dreieck ABC beschrie-

benen Ellipse, deren Berührungspunkte die Schnittpunkte der Seiten mit den Linien sind, welche die Ecken mit dem Punkt K verbinden.

Beweis. Die Fuſspunkte der Ecktransversalen durch K seien K_a, K_b, K_c. Dann ist $\triangle OBK_a \sim O'CK_a$, denn $\angle OBK_b = O'CK_a = \vartheta$ und die einschlieſsenden Seiten sind proportioniert, da $OB = \frac{c \sin\vartheta}{\sin\beta}$ und $O'C = \frac{b \sin\vartheta}{\sin\gamma}$, also $OB : O'C = c^2 : b^2 = K_aB : K_aC$ (vrgl. XIII_3, 203); folglich $\angle OK_aB = O'K_aC$, also auch $O'K_aB = OK_aC$; daher sind OK_a und $O'K_a$ gegen BC gleich geneigt. Konstruiert man nun die Ellipse, welche O und O' zu Brennpunkten hat und durch K_a geht, so ist BC eine Tangente. Zieht man alsdann von B aus die zweite Tangente, so bildet sie (vrgl. Salmon art. 197) mit dem einen Brennstrahl $O'B$ denselben Winkel, wie die erste Tangente BC mit dem anderen Brennstrahl OB; dieser Winkel ist ϑ, folglich fällt die zweite Tangente mit BA zusammen. Artzt. Kiehl.

Herr Fuhrman beweist, daſs K_a Berührungspunkt ist auf folgende Weise: Fällt man von O und O' die Senkrechten OX und $O'X'$ auf BC und teilt XX' durch X_0 im Verhältnis $OX : O'X'$, so muſs X_0 Berührungspunkt sein. Er weist ferner nach, daſs sich $BX_0 : CX_0 = c^2 : b^2$ verhält und daſs folglich X_0 mit K_a zusammenfällt.

231. (Gestellt von Brocard XIII_3, 206). $\angle KAB = EAC$ u. s. w.; E Schwerpunkt der Dreiecke ABC und $A'B'C'$ (vrgl. Aufg. 201, XIII_5, 360).

Beweis. Die trimetrischen Koordinaten von K verhalten sich wie die Seiten, die von E wie die reciproken Werte der Seiten; daher sind K und E Winkelgegenpunkte, mithin $\angle KAB = EAC$.

Artzt. Fuhrmann. Kiehl. Stoll.

232. (Gestellt von Neuberg XIII_3, 206). Die Projektionen der Segmentärpunkte O und O' auf die Seiten des Dreiecks geben sechs Punkte, welche auf einem Kreise liegen.

1. Beweis. Die Projektion von O auf BC sei O_a, die von O' auf BC sei O'_a u. s. w. Da OA und $O'A$ symmetrisch zu AB und AC liegen, so ist $\triangle AOO_b \sim AO'O'_c$ und $\triangle AOO_c \sim AO'O'_b$; mithin $AO : AO' = AO_b : AO'_c = AO_c : AO'_b$; also liegen O_b, O'_c, O_c, O'_b auf einem Kreise. Die Mittelsenkrechte sowohl von $O_bO'_b$, wie auch von $O_cO'_c$ muſs durch die Mitte von OO' gehen; daher ist der Mittelpunkt S von OO' auch der Mittelpunkt dieses Kreises. Ebenso giebt es einen Kreis durch O_b, O'_b, O'_a, O_a mit demselben Mittelpunkt. Beide Kreise sind identisch. Kiehl. Stoll.

2. Beweis. BC, CA und AB sind Tangenten einer Ellipse, deren Brennpnnkte O und O' sind. Fällt man aber von den Brennpunkten eines Kegelschnittes die Senkrechten auf die Tangenten, so liegen die Fuſspunkte in dem Kreise, dessen Durchmesser die Hauptachse ist. Artzt. Fuhrmann.

Herr Stoll findet durch Rechnung den Radius dieses Kreises $\varrho = r \sin \vartheta$. Nach Salmon art. 198 ergiebt sich die erste Behauptung von 230. Die halbe grofse Achse ist dem Radius des Kreises gleich, also $r \sin \vartheta$ (vrgl. Aufg. 233). Der Wert für b_1 ergiebt sich aus leichter Rechnung, desgleichen die zweite Behauptung von 230.

Anmerkung. Da sich der Beweis nur auf die eine Eigenschaft der Punkte O und O' stützt, dafs die durch dieselben gehenden Ecktransversalen symmetrisch zu den Dreiecksseiten liegen, so gilt der Satz allgemein von je zwei Punkten, welche diese Eigenschaft haben. Specielle Fälle sind der Satz vom Feuerbachschen Kreise und der von den Berührungskreisen. KIEHL.

Auf dieselbe Eigenschaft macht auch Herr Fuhrmann aufmerksam und weist noch darauf hin, dafs auch Lehrsatz 230 gilt, wenn statt O und O' beliebige Winkelgegenpunkte genommen werden.

233. (Gestellt von Brocard und Neuberg XIII_2, 206). Die Halbachsen der Ellipse sind $a_1 = r \sin \vartheta$ und $b_1 = 2r \sin \vartheta^2$, wo r der Radius des um ABC beschriebenen Kreises ist.

Beweis. Das Produkt aus den Abständen der Brennpunkte von einer Tangente ist gleich dem Quadrat der kleinen Halbachse (Salmon art. 195). Es seien nun OX und $O'X' \perp BC$; dann ist $OX = \frac{c \sin \vartheta^2}{\sin \beta}$ und $O'X' = \frac{b \sin \vartheta^2}{\sin \gamma}$; also $OX \cdot O'X' = \frac{bc \sin \vartheta^4}{\sin \beta \sin \gamma}$ $= 4r^2 \sin \vartheta^4$; folglich $b_1 = 2r \sin \vartheta^2$. Ferner ist die doppelte Excentricität $OO' = 2\sqrt{a_1^2 - b_1^2} = 2r \sin \vartheta \sqrt{1 - 4 \sin \vartheta^2}$ (Aufg. 198, XIII_5, 359); woraus sich $a_1 = r \sin \vartheta$ ergiebt.

ARTZT. FUHRMANN. KIEHL.

234. (Gestellt von Brocard XIII_3, 207). Es sei D das Projektionscentrum der Dreiecke ABC und $A'B'C'$; Punkt D' sei der Winkelgegenpunkt zu D; so ist D' Pol der Sehne OO' des Brocardschen Kreises.

1. Beweis. Die trimetrischen Koordinaten von D sind $\frac{1}{\sin \alpha^3}$, $\frac{1}{\sin \beta^3}$, $\frac{1}{\sin \gamma^3}$; die von D' sind daher $\sin \alpha^3$, $\sin \beta^3$, $\sin \gamma^3$; folglich sind die Gleichungen der Punkte von D', K, S und H der Reihe nach: $\xi_1 \sin \alpha^4 + \xi_2 \sin \beta^4 + \xi_3 \sin \gamma^4 = 0$, $\xi_1 \sin \alpha^2 + \xi_2 \sin \beta^2 + \xi_3 \sin \gamma^2 = 0$, $\xi_1 \left(\frac{1}{\sin \beta^2} + \frac{1}{\sin \gamma^2}\right) + \xi_2 \left(\frac{1}{\sin \gamma^2} + \frac{1}{\sin \alpha^2}\right) + \xi_3 \left(\frac{1}{\sin \alpha^2} + \frac{1}{\sin \beta^2}\right) = 0$, $\xi_1 \sin 2\alpha + \xi_2 \sin 2\beta + \xi_3 \sin 2\gamma = 0$. Multipliciert man die zweite dieser Gleichungen mit $1 + \cos \alpha \cos \beta \cos \gamma$ und die vierte mit $\frac{1}{2} \sin \alpha \sin \beta \sin \gamma$, so erhält man nach leichter Rechnung durch Addition die dritte und durch Subtraktion die erste. Folglich bilden die 4 Punkte eine harmonische Punktreihe, womit der Satz bewiesen ist. STOLL.

2. Beweis. Ist P', wie früher, Halbierungspunkt von $B'C'$, und F der vierte harmonische Punkt zu $A'EP'$, so ist $A'E:FE = 1:2 = HE:H'E$ (siehe 235); folglich $H'F \parallel HA'$ oder $H'F \perp BC$, d. h. $H'F$ ist Höhe des Dreiecks ABC und geht durch A. Vertauscht man nun jeden der vier harmonischen Strahlen $A(A'EP'F)$ mit seinem symmetrischen, so sind auch die neuen Strahlen harmonisch; AA' oder AD symmetrisch zu AD' nach Defin.; AE zu AK nach Aufg. 231; AP' oder AS' zu AS nach 229; AF oder AH' zu AH, wie bekannt. Also wird HK durch S und durch den Schnittpunkt mit AD' harmonisch geteilt. Da dieselben Herleitungen für BD' und CD' gelten, so liegt D' auf HK und ist Pol zu OO'.

Kiehl.

Auf ähnlichen Principien beruht ein Beweis von Fuhrmann.

3. Beweis. $OO'C'B'$ ist ein Sehnenviereck. $O'C'$ und OB' schneiden sich in A'', und OO' und $B'C'$ in A'''; also sind A, A'' und A''' die drei Diagonalpunkte des Vierecks, daher ist AA'' die Polare von A'''. Da nun OO' durch den Pol A''' von AA'' geht, so liegt ihr Pol auf AA''. Ebenso liegt derselbe auch auf BB'' und CC'', wo B'' und C'' Diagonalpunkte in $OO'C'A'$ resp. $OO'A'B'$ sind. Nun sind AA'' und AA' oder auch AD Gegentransversalen; denn CO und CO' sind Gegentransversalen, ebenso BO' und BO. Da nun CO, BO' und AA'' sich in einem Punkte schneiden und auch CO', BO und AA', so sind AA'' und AA' Gegentransversalen. Nun sind auch BB'' und BB', so wie CC'' und CC' Gegentransversalen; der Durchschnittspunkt D' von AA'', BB'', CC'' ist also einerseits Pol von OO', andererseits ist $\angle DBA = D'BC$ u. s. w.

Artzt.

235. (Gestellt von Brocard XIV_8, 207.) Ist H' der Durchschnittspunkt der Höhen des Dreiecks ABC, so ist $HD' \parallel H'D$.

Beweis. Es ist HEH' eine gerade Linie und $HE:H'E = 1:2$; nach Aufgabe 202 (XIV_1, 27) ist DES eine gerade Linie und $SE:DE = 1:2$; daher $DH' \parallel SH$ oder $D'H$.

Artzt. Fuhrmann. Kiehl.

Herr Stoll beweist diese Eigenschaft analytisch-geometrisch.

Bemerkungen. Der in den Aufgaben über die Segmentärpunkte und den Brocardschen Kreis wiederholt erwähnte Punkt K wird in französichen und belgischen Schriften „Grebe'scher Punkt“ genannt, weil Grebe, Gymnasiallehrer in Kassel*), die Eigenschaften

*) Über Herrn Grebe ist uns durch seinen Sohn, den Herrn Oberlehrer Grebe in Kassel, folgendes gütigst mitgeteilt:

Dr. Ernst Wilhelm Grebe war am 30. Aug 1804 zu Michelbach bei Marbach (Oberhessen) geboren, wo sein Vater Prediger war. Er besuchte das Herzogliche Gymnasium in Weilburg; studierte Theologie in Bonn, Leipzig und Marburg, wo er alsdann das Examen pro licentia concionandi und später pro ministerio ecclesiastico machte und ordiniert wurde. Nach weiterem Studium und vorausgegangenem Examen bei der philosophischen

dieses Punktes zuerst genauer untersucht hat. („Das geradlinige Dreieck in Beziehung auf die Quadrate der Perpendikel, welche man von einem Punkt seiner Ebene auf seine Seiten fällen kann, betrachtet.“ Grunerts Archiv 9. Teil, 3. Heft 1847).

Ferner bemerken wir, dafs Herr Dr. G. Emsmann in Frankfurt a. Oder bereits vor längerer Zeit über die Segmentärpunkte eine Abhandlung geschrieben hat: „Über einen merkwürdigen Punkt im Dreieck“. Halle 1854. Verlag von Berner.

B. Neue Aufgaben.

276. Schneiden sich drei Ecktransversalen eines Dreiecks in einem Punkte, so schneiden sich auch in einem Punkte 1) die drei Verbindungslinien ihrer Halbierungspunkte mit den Halbierungspunkten der zugehörigen Dreiecksseiten, 2) die drei Verbindungslinien der Halbierungspunkte ihrer oberen Abschnitte mit den Halbierungspunkten der zugehörigen Dreiecksseiten.

Dr. Kiehl (Bromberg).

277. Die kreuzweise gezogenen Verbindungslinien zweier Ecken eines Dreiecks mit den Halbierungspunkten der von ihnen ausgehenden Höhen schneiden sich auf einem Eckradius des umgeschriebenen Kreises. Dr. Kiehl (Bromberg).

278. Welche Beziehung findet zwischen zwei Punkten statt, welche die Eigenschaft haben, dafs die Fufspunkte der von ihnen auf die Seiten eines Dreiecks gefällten Senkrechten zwei ähnliche Dreiecke bilden? Dr. Kiehl (Bromberg).

Zur Erweiterung von 121—124. (XII_2 109).

Es sei ABC ein beliebiges (spitzw.) Dreieck; A', B', C' seien die Höhenfufspunkte; D, E, F resp. die Mittelpunkte von $B'C'$, $C'A'$, $A'B'$. Es schneide ferner EF die Seite BC in A_0, FD die Seite CA in B_0, DE die Seite AB in C_0. Dann ergiebt sich:

279. A_0, B_0, C_0 liegen in einer Geraden und zwar in der Chordale, die bestimmt ist durch den umgeschriebenen Kreis und durch Kreis M, welcher durch die Punkte $GHJKLN$ geht, die

---

Fakultät erhielt er am 13. Mai 1829 in Marburg die philosophische Doctorwürde und die venia legendi. Bis zum Frühjahr 1831 war er Privatdocent an der Universität Marburg, dann Lehrer an den Gymnasien in Rinteln, Marburg, Kassel, wieder in Marburg und dann erster Lehrer an der alten Realschule in der Ludwigstrafse in Kassel, beauftragt mit dem Rektorat derselben und später Rektor. Seitdem lebte er vielfach kränkelnd im Pensionszustande, bis der Tod am 14. Januar 1874 seinen Leiden ein Ende machte. — Er hat sich vielfach schriftstellerisch beschäftigt; Aufsätze von ihm finden sich in Grunerts Archiv in den Bänden 2, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 16, 17; ferner enthalten folgende Programme Arbeiten von ihm: Kassel 1847, Marburg 1856; Kassel 1856, 1858, 1862, 1865, 1866.

durch die Verlängerung der Seiten des Dreiecks DEF bis zu den Seiten des Dreiecks ABC erhalten werden.

280. Die Verbindungslinien AD, BE, CF schneiden sich in dem Punkte K, von dem einige Eigenschaften in Aufgabe 183 (XIII_3, 203) angegeben sind.

281. Bezeichnet man die Schnittpunkte einer Seite mit der Verbindungslinie der Höhenfufspunkte auf den anderen Seiten resp. mit $A''B''C''$, so sind A' und A'', B' und B'', C' und C'' die Doppelpunkte der Involutionen, die auf den Seiten des Dreiecks durch den umgeschriebenen Kreis und den Kreis M bestimmt werden.

FUHRMANN (Königsberg i. Pr).

282. Eine Tangentialebene an einen Wulst schneidet ihn in einer Kurve mit einem Doppelpunkt. Die Tangenten im Doppelpunkt konstruiert man mit Hülfe eines Oskulations-Hyperboloides; giebt es keine einfachere Konstruktion?

Dr. H. BÖKLEN (Reutlingen).

283. Durch die Durchschnittskurve zweier Flächen zweiten Grades lassen sich vier Kegel zweiten Grades legen, also durch die Durchschnittskurve zweier Kegel oder zweier Cylinder noch zwei Kegel; die Aufgabe, die Koordinaten der Spitzen der letzteren zu finden, führt also auf eine Gleichung zweiten Grades, wie lautet sie?

Dr. H. BÖKLEN (Reutlingen).

Arithmetische Sätze.

Bezeichnet T_n die Anzahl der Teiler der ganzen Zahl n, so ist nach einer bekannten von Lambert herrührenden Bemerkung ($x^2 < 1$ vorausgesetzt) $\frac{x}{1-x} + \frac{x^2}{1-x^2} + \frac{x^3}{1-x^3} + \cdots = T_1 x + T_2 x^2 + T_3 x^3 + \cdots$, wonach der Koefficient 2 nur denjenigen Potenzen von x zukommt, deren Exponenten Primzahlen > 1 sind. Hieraus lassen sich folgende Sätze ableiten:

284. Für die Entwicklung $\frac{x}{1+x} + \frac{x^2}{1+x^2} + \frac{x^3}{1+x^3} + \cdots = U_1 x + U_2 x^2 + U_3 x^3 + \cdots$ sind ungerade und gerade n zu unterscheiden; im ersten Falle ist $U_n = T_n$; im zweiten kann man n unter der Form $2^k q$ darstellen, wo k eine ganze, q eine ungerade Zahl bedeutet; es ist dann $U_n = -(k-1)\, T_q$.

285. Dieselbe Unterscheidung macht sich nötig bei der Entwickelung $\frac{x}{1+x} - \frac{x^2}{1+x^2} + \frac{x^3}{1+x^3} - \cdots = V_1 x + V_2 x^2 + V_3 x^3 + \cdots$; für ungerade n ist $V_n = T_n$; für $n = 2^k q$ wird $V_n = (k-3)\, T_q$. Beiläufig folgt hieraus, wenn p eine Primzahl > 1 bedeutet, dafs V_n nicht nur für $n = p$, sondern auch für $n = 16p$ den Wert 2 erhält.

SCHLÖMILCH.

286. Wenn ein Kapital bei Zinsesverzinsung jährlich um p% seiner jeweiligen Gröfse wächst, wieviel Procent (π%) höchstens kann dann sein Zinsfufs mit Rücksicht auf etwaige Ratenzahlung der Zinsen niedriger sein? O. FLEISCHHAUER (Gotha).

287. Wie müfsten sich bei verschiedenen Zinsfüfsen und verschiedenen Zinsperioden die letzteren ihrer Dauer nach zu einander verhalten, wenn die Verzinsung zu verhältnismäfsig gleichwertigen Resultaten führen sollte? O. FLEISCHHAUER (Gotha).

C. Aufgaben aus nichtdeutschen Fachzeitschriften.

Geometrische Aufgaben.

139—142. Aufgaben gestellt bei der Aufnahmeprüfung in das dänische Polytechnikum.

139. Ein Tangentenviereck $ABCD$ zu zeichnen aus $a - b$, $\gamma - \alpha$ und den Verhältnissen $MB : MD$ und $MA : MC$ (M Mittelpunkt des eingeschriebenen Kreises).

Analysis.† Man trage BC auf BA ab $= BE$ und DC auf DA ab $= DF$; dann ist $AE = AF = a - b$; $\triangle MEB \cong MCB$; daher $\angle MEB = \frac{1}{2}\gamma$, und da er Aufsenwinkel zum $\triangle AEM$ ist, so ist $\angle AME = \frac{\gamma - \alpha}{2}$; ferner $ME = MC$. Daher $\triangle AEM$ bestimmt durch AE, $\angle AME$ und $AM : ME$; also auch ϱ, der Kreis und die Richtungen von AB und AD. Als Aufsenwinkel der Dreiecke AMB und AMD ist $\angle BMD = \alpha + \frac{\beta}{2} + \frac{\delta}{2} = 180^0 - \frac{\gamma - \alpha}{2}$; da aufserdem $MB : MD$ gegeben, so ist $\triangle BMD$ der Gestalt nach bestimmt. Wir legen nun $\triangle MB'D' \sim MBD$ so hin, dafs eine Ecke in M zu liegen kommt, während die anderen auf AD liegen; es sei $MB'D'$; an MB' in B' tragen wir $\angle MD'B'$ an; dann mufs der freie Schenkel durch B gehen, da $BMDB'$ ein Sehnenviereck ist. D ist bestimmt durch $\angle BMD$.

140. In einen Kreissektor ABC (C Mittelpunkt) einen ähnlichen Sektor $A'B'C'$ (A' auf BC, B' auf AC) so einzuschreiben, dafs C' in einen gegebenen Punkt des Bogens AB fällt.

Analysis.† Man lege $\triangle DEC' \sim ABC$ so hin, dafs DE auf AC zu liegen kommt; dann ist $\angle B'EC' = B'A'C'$, daher $B'EA'C'$ ein Sehnenviereck, also $\angle CEA' = B'C'A' = ACB$; mithin A' bestimmt.

141. Ein Viereck zu zeichnen, wenn die beiden Geraden FH und GJ (F auf AB, G auf BC, H auf CD und J auf DA) gegeben sind, welche die Mitten der gegenüberliegenden Seiten verbinden, der von ihnen gebildete Winkel FEG und 1) zwei benachbarte Winkel α und β, 2) zwei gegenüberliegende Winkel α und γ.

Anal.† Das Parallelogramm $FGHJ$ ist bestimmt aus FH, GJ und $\angle FEG$. 1) Die Kreise um die Dreiecke AFJ und BFG sind bestimmt; dann ist durch F eine Doppelsehne so zu ziehen, dass $FA = FB$ ist. 2) Die Kreise um die Dreiecke AFJ und CGH sind bestimmt; dann ist zwischen den Peripherieen beider Kreise eine Gerade parallel FG und $= 2FG$ zu ziehen. (Ist M der Mittelpunkt des Kreises um $\triangle AJF$, so ziehe von M zu FG eine Parallele $MN = 2FG$, so mufs $NC = MA$ sein.)

142. Gegeben Kreis K und zwei Gerade L und L'; man soll eine Gerade von gegebener Richtung, welche den Kreis in A und B, die Geraden L und L' resp. in A' und B' trifft, so ziehen, dafs $AA' = BB'$ ist.

Anal.† $KG \perp AB$ treffe L in C; nimmt man auf CK den beliebigen Punkt F an und zieht durch F eine Parallele zu AB, welche L in D und CB' in E trifft, so kennt man CD, mithin auch CE; folglich B' bestimmt als Durchschnittpunkt von L' und CE.

Ist statt des Kreises eine Ellipse gegeben, so tritt an die Stelle von CK der zu der gegebenen Richtung konjugierte Durchmesser.

143. Ein Dreieck zu konstruieren aus c, α und dem Punkt D von AB, durch welchen der von C gezogene Durchmesser des umgeschrieben Kreises geht.

Anal.† AD und DB sind bekannt; da ferner $\angle DCB = 90^0 - \alpha$ ist, so hat man zwei Örter für C. Journ. élém.

144. Ein Dreieck, in welchem $\alpha = 2\beta$ ist, zu konstruieren aus c und h_c.

Anal.† Es sei $CD = h_c$; ferner trage man DA auf DB ab $= DE$ und errichte auf AB in A eine Senkrechte $AF = 2h_c$; dann ist $\triangle BAF$ bestimmt. Da EC verlängert durch F geht, so ist $CF = CE = EB$, mithin $EF = 2EB$. Nimmt man auf EB den beliebigen Punkt G an und zieht $GH \parallel EF$, so ist $GH = 2GB$; mithin H bestimmt, da BG willkürlich angenommen werden kann. Journ. élém.

145. Ein Dreieck zu konstruieren aus c, α, $a + h_c$.

Anal. Man verlängere $DC = h_c$ über C bis E, so dafs $CE = CB$ ist; $EF \parallel AB$ treffe die Verlängerung von AC in F; dann ist F bestimmt. Zieht man ferner von A eine Parallele zu BC, welche FB in G trifft; da $\triangle ADC \sim FEC$, so ist $AC : CF = CD : CE$, mithin auch $AF : CF = DE : CB$; ferner $AF : CF = AG : CB$, daher $AG = DE$. Da die Richtung von FB bestimmt ist, so ist auch G bestimmt. Journ. élém.

146. Gegeben ein rechtwinkliges Dreieck ABC und auf der Höhe CD Punkt P; durch P eine Gerade so zu ziehen, dafs der zwischen den Katheten liegende Teil derselben durch die Hypotenuse halbiert wird.

1. Anal. Die Gerade durch P treffe die Verlängerung von AC in X, AB in Z und CB in Y, so dafs $XZ = ZY$ ist; man verlängere CD über D bis E, so dafs $ED = CD$ ist, dann ist Z Mittelpunkt eines Kreises, der durch X, C, Y, E geht; mithin $\angle XZE = 180^0 - 2\alpha$, also $\angle ZXE = \alpha$; und da PE bekannt, so ist auch X bestimmt.

2. Anal.† Für ein beliebiges Dreieck, so wie für eine beliebige Lage des Punktes P. Man lege $\triangle ZYB$ so an ZX, dafs Y auf X, also $\angle\ YZB$ auf AZX fällt; Punkt B falle auf B'; dann ist $XB' \parallel BC$, mithin $AC : BC = AX : B'X = AX : BY$ u. s. w. (vergl. Lieber und v. Lühmann Geom. Konstr. Aufg. 6. Aufl. § 73, 14).

Journ. élém.

147. Im $\triangle ABC$ ist $\angle ACB$ durch CD und CE in drei gleiche Teile geteilt, so dafs auf AB die Abschnitte AD, DE und EB entstehen. $\angle ACB$, sowie AD und EB sind der Gröfse nach gegeben. Das Dreieck ist zu konstruieren.

Besonderer Fall der Aufgabe 89 (XI_4, 269). Journ. élém.

148. Auf der Verlängerung einer Sehne AB einen Punkt P so zu bestimmen, dafs, wenn man die Tangente PE zieht und auf PE die Senkrechten AC und BD fällt, $AC \,.\, BD = q^2$ ist.

Anal. Es sei $EF \perp AB$, so ist $\triangle EFP \sim BDP$, mithin $BD : EF = BP : EP$; ferner $\triangle EFP \sim ACP$, also $AC : EF = AP : EP$. Folglich $BD \,.\, AC : EF^2 = BP \,.\, AP : EP^2$; und da $BP.AP = EP^2$ ist, so ist $BD \,.\, AC = EF^2 = q^2$. Journ. élém.

149. Ein Trapez $ABCD$ durch eine Parallele XY zu den parallelen Seiten AB und CD in zwei ähnliche Trapeze zu teilen.

Anal.† AD und BC schneiden sich in E. Es ist $ABYX : XYCD = XY^2 : CD^2$ und $XYE : DCE = XY^2 : CD^2$; mithin $ABE : XYE = XY^2 : CD^2$; und da auch $ABE : XYE = AB^2 : XY^2$, so ist $AB : XY = XY : CD$; mithin auch $AE : EX = EX : ED$. Aus dem vorhergehenden folgt auch $ABYX : XYCD = AB : CD = ABC : ACD$. Journ. élém.

150. Innerhalb eines Vierecks $ABCD$ einen Punkt O so zu bestimmen, dafs, wenn man ihn mit den Mitten E, F, G, H der Seiten (E auf AB, F auf BC u. s. w.) verbindet, das Viereck in vier gleiche Teile geteilt wird.

1. Anal. Da $AEH + EOH = CFG + FOG$ ist und diese Dreiecke gleiche Grundseiten $EH = FG$ haben, so müssen auch die Summen ihrer Höhen gleich sein; zieht man daher durch A und C Parallelen zu EH und FG oder BD, und fällt von O auf diese Linien die Senkrechten OJ und OK, so ist $OJ = OK$; mithin ist ein Ort für O eine Parallele zu BD, welche in der Mitte zwischen den durch A und C zu BD gezogenen Parallelen liegt; ebenso ist ein zweiter Ort eine Parallele zu AC. O ist daher der Durchschnittspunkt der Diagonalen eines Parallelogramms, welches man erhält, wenn man durch die Ecken des Vierecks Parallelen zu seinen Diagonalen zieht.

2. Anal.† Es ist $AEH = \frac{1}{4}ABD$ und $CFG = \frac{1}{4}BCD$; mithin $AEH + CFG = \frac{1}{4}ABCD$; da ferner $AEH + HEO = \frac{1}{4}ABCD$ ist, so ist $\triangle CFG = HEO$. Da diese Dreiecke gleiche Grundseiten haben, so sind auch ihre Höhen gleich, mithin die Senkrechte von O auf EH gleich der von C auf FG; da letztere bekannt ist, so hat man einen Ort für O; einen zweiten findet man in ähnlicher Weise.

3. Anal. Es ist $\triangle CFO = \frac{1}{2}BCO$ und $CGO = \frac{1}{2}CDO$; mithin $CFOG = \frac{1}{2}BCDO$ und da $CFOG = \frac{1}{4}ABCD$, so ist $BCD + BDO = \frac{1}{2}ABCD$. Zieht man nun durch O eine Parallele zu BD, welche AC in L trifft, so ist auch $BCD + BLD = BCL + DCL = \frac{1}{2}ABCD$; also mufs L die Mitte von AC sein; und eine durch L zu BD gezogene Parallele ist ein Ort für O; der zweite ist die durch die Mitte M von BD zu AC gezogene.

Math. Visitor.

151. Ein Dreieck zu konstruieren aus der Höhe $CD = h_c$, $\angle ACB = \gamma$ und der Summe der von D auf BC und AC gefällten Senkrechten $DE + DF = s$.

1. Anal.† Der über CD als Durchmesser beschriebene Kreis mit dem Mittelpunkt M, welcher auch durch E und F geht, ist bestimmt, da sein Radius $\frac{1}{2}h_c$ ist. Durch $\frac{1}{2}h_c$ und γ ist EF bestimmt. Fällt man nun von M eine Senkrechte auf EF und verlängert dieselbe, bis sie den Kreis auf der Seite, auf welcher D liegt, in H trifft, und verlängert ferner FD über D hinaus um DE bis G, so ist $\angle FHE = 180^0 - \gamma$ und $\angle FGE = 90^0 - \frac{1}{2}\gamma$, daher $\angle FGE = \frac{1}{2}FHE$; da aufserdem $\triangle FHE$ gleichschenklig ist, so ist H Mittelpunkt eines Kreises, welcher durch E, F und G geht, und dieser ist ein Ort für G, der zweite Ort ist der Kreis mit FG um F; FG schneidet den Kreis um M in D, CD bestimmt als Durchmesser und $AB \perp CD$.

Eine ähnliche Analysis findet sich auch in der Geometrical Analysis von Benjamin Hallowell in Philadelphia.

2. Anal.† HM über M verlängert treffe den Kreis noch in L, so ist L Mittelpunkt des Bogens ECF. Fällt man nun $LJ \perp DE$ und $LK \perp DF$, so ist $DJ = DK = \frac{1}{2}s$; und da $\angle KDJ = 180^0 - \gamma$ ist, so ist $DJLK$ bestimmt. Ein Ort für C ist die auf DL in L errichte Senkrechte, ein zweiter der Kreis mit DC um D. A und B bestimmt als Durchschnittspunkte der Tangente an den Kreis in D und der Senkrechten von C auf DK und DJ. Journ. élém.

Litterarische Berichte.

A) Rezensionen.*)

TREUTLEIN (Prof. am Gymnasium in Karlsruhe), Übungsbuch zum Rechenunterricht. 1. u. 2. Teil. Lahr, bei Moritz Schauenburg.

Der Lehrer, welcher gerade von der Universität kommend, Arithmetikunterricht erteilen mufs, hat anfangs mit nicht geringen Schwierigkeiten zu kämpfen. Seit wenigstens neun Jahren hat er sich (ausgenommen vielleicht als Privatlehrer) nicht mehr mit diesem Gegenstande beschäftigt. Die mathematischen Disziplinen, die akademischen Vorlesungen, denen er in der Zwischenzeit sich zuwendete, gaben ihm keinerlei Anhalt über den Standpunkt, den er als Arithmetiklehrer noch ganz jungen Schülern gegenüber einehmen sollte. Nur den einen Wunsch machte seine Beschäftigung mit höherer Mathematik rege, auch auf der ihm zugewiesenen unteren Stufe den Unterricht nicht ganz in mechanischer Weise und unwissenschaftlich zu erteilen. Dabei aber nicht über das Fassungsvermögen der Schüler hinauszugehen, gleichweit fern zu bleiben vom Abrichten und vom Dozieren; das ist die Schwierigkeit, welche wohl selten ein Lehrer im ersten Anlaufe vollständig überwindet. Dazu könnte ihm nur ein sehr gutes Lehrbuch verhelfen, welches die arithmetischen Lehren vollständig und ganz einfach entwickelt.

Ein solches liegt in den oben angezeigten 2. Bändchen vor, welche das Pensum der drei untersten Gymnasial-Klassen behandeln. Immer an der Hand von Beispielen, meist durch aufgestellte Fragen wird Schritt für Schritt jeder Begriff, jedes Gesetz, jede Regel abgeleitet. Während sonst auch die allereinfachsten Bücher einer Interpretation an die Schüler bedürfen, kann hier der Lehrer fast nichts besseres thun, als die Worte des Buches in den Mund zu nehmen und nur durch die lebendige Sprache die erklärende Wirkung zu steigern. Es kann daher das genannte Buch den Arithmetiklehrern zur Durchsicht, zum Studieren und zum

*) Bei Rezensionsexemplaren, deren Preis uns von den Verlagsbuchhandlungen oder Verfassern nicht angegeben wurde, lassen wir künftig denselben immer weg, um das bis jetzt übliche aber störende Zeichen „Preis ?“ zu vermeiden. Vgl. VII, 129. Anm. D. Red.

Anhalt für ihren Unterricht nicht genug empfohlen werden, wenn auch manche Einzelnheiten in demselben zu beanstanden sein dürften. — Man spricht gewöhnlich weniger gewählt, als man schreibt; was sich deutlich und schön anhört, ist gelesen oft weitschweifig und schlecht stilisiert. Da nun das vorliegende Büchlein so gut den Ton des mündlichen Unterrichtes trifft, ist manchmal in ihm eine allzugrofse Ausführlichkeit nicht vermieden, und selbst auf Trivialitäten kann man stofsen. In § 1—2 ist der Begriff der Zahl, das Bildungsgesetz der zwei-, drei-, vierziffrigen Zahlen und zuletzt allgemein das Decimalsystem behandelt. Dabei findet sich folgende nicht ganz in ein Lehrbuch passende Anmerkung: „Man nennt Einheiten auch Zahlen nullten Ranges — ganz wie gemeine Soldaten auch Soldaten ohne Rang heifsen.“ Am Ende des Paragraphen folgen Aufgaben über andre als dekadische Zahlen. Derartiges dürfte besser erst in das Gymnasium zur allgemeinen, mathematischen Behandlung des Zahlensystems passen. Nun folgt § 3 das Addieren. Die hierfür gegebene Definition, welche auf dem Begriff der Zahlenreihe fufst, ist zu schwierig für den Unterricht an 9—10jährige Knaben. Überhaupt gehört die Einführung des genannten Begriffes wohl besser an den Schlufs der Elementarmathematik, zur Einleitung in die Funktionenlehre. — Besonders durch den ersten Teil des Buches ziehen sich viele Regeln in ungenauer Fassung; die erste derselben lautet so: „Eine Summe wird addiert, indem man ihre einzelnen Summanden addiert.“ In dieser Zeitschrift wurde unlängst die Frage lebhaft diskutiert, wie weit man die Ausführlichkeit arithmetischer Regeln auf Kosten der Vollständigkeit beschränken dürfe.*) Nach der Ansicht des Ref. darf auch kein Jota in Bezug auf Genauigkeit der Kürze zum Opfer fallen. Erstens verbieten ästhetische Rücksichten, etwas nur halb zu sagen. Unzählige Worte werden in der Sprache gebraucht, die nicht absolut notwendig zum Verständnis sind, sondern nur zur Abrundung der Sätze dienen. Und nie fafst man, weder schriftlich, noch mündlich einen Gedanken in eine Form, in der nur Neues, und nicht auch Selbstverständliches vorkommt. Zweitens verlangen besonders technische Gründe die gröfste Strenge in der Fassung der Regeln. Hat der Arithmetik-Unterricht auch nur ein einigermafsen wissenschaftliches Gewand, so stellt er an die jungen Schüler sehr hohe Anforderungen. Der Begriff der Zahl und die arithmetischen Gesetze verlangen von demselben eine Abstraktion, wie gar kein andrer Lehrgegenstand auf dieser Stufe. Durch jede Ungenauigkeit im Ausdruck wird die Oberflächlichkeit gefördert, und Abstraktion und Verständnis erschwert, ja, unmöglich gemacht! Macht dem Schüler vielleicht auch anfangs der exakte Wortlaut einer Regel mehr Schwierigkeit, nur durch diesen wird er dieselbe in ihrer ganzen Bedeutung würdigen können. Der § 4, „das Subtrahieren“

*) Man sehe XIII_1, 21 u. f. und XIII_2, 115. Red.

giebt nur zu einer neuen Bemerkung Veranlassung, die aber weniger dieses Buch speziell, als eine ziemlich allgemeine arithmetische Mode betrifft. Fast überall hört man die Subtraktion 8 — 3 = 5 so ausführen: „3 und 5 ist 8“. Warum dies? Sollte das etwa leichter sein, als „3 von 8 bleibt 5“?*) Soll dadurch daran erinnnert werden, dafs die Subtraktion eine Umkehrung der Addition ist? Aber das kann durch besondere Beispiele geschehen, denn bei Ausführung einer Rechnung denkt kein Mensch an die Bedeutung und Ableitung aller angewendeten Regeln. Dann müfste man auch konsequent die Rechnung 72 : 8 = 9 aussprechen: „8 mal 9 ist 72“. Nirgends in der Welt kommt es sonst vor, dafs man anders liest als geschrieben steht. Die Klarheit der Begriffe wird durch ein solches Verfahren gewifs nicht gefördert. — Bei vielen Additions- und Subtraktionsbeispielen sind die Addition- und Subtraktionszeichen ausgelassen. Im § 5 ist, wohl um ein Quinquennium verfüht, der Begriff der Potenz eingeführt. Die Multiplikation von links nach rechts ist — sehr zur Freude des Ref. — als die beste empfohlen; die Gleichheitszeichen bei den Multiplikationsbeispielen sind ausgelassen. Der § 6, „das Dividieren“ giebt zu keiner Bemerkung Veranlassung. Die §§ 7—29 handeln vom Rechnen mit mehrfach benannten Zahlen. Sehr empfehlenswert ist dabei schon die Bezeichnung von 1,35 Mk. und 1,24 m als abkürzend für 1 Mk. 35 Pf. und 1 m 2 dcm 4 cm angewendet. Das Beispiel Seite 80 über den Kaffeeverbrauch einer Hausfrau möge die Veranlassung bieten, hier auch der Frage über die Wahl der passenden Beispiele nahe zu treten. Die allgemeine Tendenz ist gegenwärtig gegen „die trivialen Aufgaben, die nach Stall und Küche riechen,“ gerichtet. Ganz wird man dieselben nie vermeiden können. Denn es ist natürlich, dafs die Elemente des Rechnens auf die einfachsten Verhältnisse des Lebens zuerst angewendet werden. Und es sind einmal die Anfänge jedes Wissens unpoetisch, das Einmaleins so gut, als das Deklinieren. Auch antike Rechenaufgaben werden da nicht viel Abhilfe schaffen, da ein Medimnos kaum etwas vor einem Hektoliter, und eine Drachme kaum etwas vor einer Mark voraus hat. Spottet ja schon ein alter Dichter: Romani pueri longis rationibus assem discunt in partes centum diducere. Aber Aufgaben, die den Schüler unmittelbar an häusliche Vorgänge, wie das Kaffeekochen erinnern, und not-

*) Allerdings! Das fühlt schon jeder Kellner und jede Ladenmamsell. Wenn z. B. 63 Pf. zu zahlen sind, und auf 1 Mk. herauszugeben ist, so zählt man drauf: „und 7 macht 70 und 30 (dazu) macht 100!“ Man bedient sich hier nämlich statt des Abziehens (Subtrahierens) der sogen. „Probe“, welche das Addieren oder Ergänzen erfordert. Wir haben grade über diese Art der Subtraktion, welche dann bei der „kurzen Division“ ihre Anwendung findet, in ds. Z. schon viel gesprochen. Red.

Anm. d. Ref. hierzu: Auch in der „kurzen Division“, welche Ref. ebenfalls für die allein berechtigte hält, kann man ebenso schnell „abziehen“, wie „aufzählen“. (? Red.) Schmitz.

wendig seine Heiterkeit erregen müssen, sollte man vermeiden. Ebenso die Darstellung einer Rechnung über Spezereiwaaren, wie sie vielleicht am nämlichen Tage den Eltern des Schülers zugeschickt wurde. — Die Lehre von den gemeinen Brüchen ist § 30—39 ausführlich und deutlich entwickelt, aber Aufgaben wie (Seite 43) Wieviel Mk. sind $7^1/_7$ Pf.? sind unpassend. Die Gesamtdarstellung der Lehre von den Brüchen geht darauf hinaus, dieselben als eine Erweiterung der Zahlenreihe zu bezeichnen. Viel einfacher als mit diesem verfrühten Verfahren würde sich die genannte Lehre gestalten, wenn man, wie dies auch in den Elementen der Algebra geschieht, die Definition ausspräche, dafs ein Bruch ein unentwickelter Quotient sei. Dadurch würden sich auch die Decimalbrüche sehr einfach und naturgemäfs an die gemeinen anschliefsen. Diese letztern sind § 40—49 vollständig und einfach, wie alles Andre behandelt. Nur Kleinigkeiten dürften vielleicht zu verbessern sein. Der Name „Decimalzahl mit Komma“ für Decimalbruch ist nicht besonders schön. Dafs „das Abrunden der Decimalzahlen“ durch den § 44, „Gegenseitige Verwandlung der Decimalbrüche und der gemeinen ineinander“ von der „Abkürzung der Rechnungsarten“ getrennt ist, scheint auch weniger geeignet zu sein. Dafs endlich statt „1 qm 2 qdm 3 qcm“ geschrieben wird „1 qm 2 dcm 3 cm“, weil das eine selbstverständliche Abkürzung sei, ist durchaus nicht zu rechtfertigen. In keinem Rechenbuch, und auch in diesem nicht, hat der Ref. eine Regel gefunden über die Bestimmung des Decimalzeichens bei der Multiplikation eines Decimalbruches mit einer ganzen Zahl.*) Und doch fände namentlich bei der Multiplikation unvollständiger Zahlen diese Regel sehr häufig Anwendung, und würde zu einer Abkürzung der langen Regeln über das Abstreichen der Decimalen führen. Die Ergebnisse wären auch recht symmetrisch:

1) Das Produkt zweier ganzen Zahlen hat soviel Nullen am Ende, als die beiden Faktoren zusammen.

2) Das Produkt zweier Decimalbrüche hat soviel Decimalen, als die beiden Faktoren zusammen.

3) Das Produkt aus einem Decimalbruch und einer ganzen Zahl hat soviel Decimalen (oder Nullen) weniger, als die ganze Zahl Nullen (oder der Decimalbruch Decimalen) hat.

Das besprochene Büchlein ist im Ganzen sehr gut und kann grofsen Nutzen stiften; nur deshalb hat sich der Referent so viele Bemerkungen erlaubt; ein schlechtes hätte er ganz kurz als unbrauchbar bezeichnet.

Neuburg a/D. SCHMITZ.

---

*) Ist denn eine solche nötig, da sie doch in der allgemeinen Regel (s. oben Nr. 2) enthalten ist, indem der eine der zwei Faktoren keine (= 0) Dezimalen hat? Red.

Fuhrmann, Dr. Arwed (o. Professor am k. Polytechnikum zu Dresden). Aufgaben aus der analytischen Mechanik. Ein Übungsbuch für Studirende der Mathematik, Physik, Technik etc. Zweiter Teil: Aufgaben aus der analytischen Dynamik fester Körper. Mit in den Text gedruckten Holzschnitten. Zweite, verbesserte und vermehrte Auflage. Leipzig, Druck und Verlag von B. G. Teubner. 1882. VI u. 222 S. Preis 3,60 *M.*

Nachdem von der wohlbekannten Aufgabensammlung Fuhrmanns der erste Teil (Statik) schon 1879 (vgl. unsere Anzeige in dieser Zeitschrift*) wieder aufgelegt worden war, erscheint nunmehr auch der die Dynamik enthaltende zweite Teil in neuer Ausgabe. Grofs und einschneidend sind die daran angebrachten Veränderungen nicht, doch werden sie einem aufmerksamen Beschauer nicht entgehen, und da die ganze Anordnung des Buches bei Lehrern und Lernenden vollsten Anklang gefunden hatte, so war zu tiefer gehenden Modifikationen auch gar kein Anlafs gegeben. Die Aufgaben über die geradlinige Bewegung eines freien Punktes haben dadurch eine Vermehrung erfahren, dafs nach Aufgabe 51 ein Problem eingeschaltet ward, welches dem Fall einer proportional dem Centralabstand in einem Medium vor sich gehenden Bewegung angepafst ist, wenn der Widerstand des Mittels proportional dem Quadrate der Geschwindigkeit sich ändert. Die Lösung von Aufgabe 61 (früher 60) ist mit Erläuterungen versehen worden. Neu ist ferner Aufgabe 148, welche die Berechnung des Trägheitsmomentes der Kettenlinie fordert; anhangsweise sind auch die Formeln für das Trägheitsmoment eines parabolisch gekrümmten Stabes mitgeteilt. Auch der kurze, von dem Trägheitsmoment doppelt gekrümmter Curven handelnde Abschnitt ist durch ein neues Beispiel vermehrt worden. Endlich begegnen wir noch einer Vermehrung in Nr. 193, welche zwischen die Nummern 189 und 190 der alten Auflage eingeschaltet wurde. Da die beiden Schlufskapitel, welche der Lehre von der Drehung und der Bewegung materieller Systeme im Allgemeinen (D'Alembert'sches Princip u. s. w.) gewidmet sind, keine nennenswerten Änderungen erfahren haben, so enthält also die zweite Auflage vier ganz neue Aufgaben mehr, als ihre Vorgängerin. Die Bezeichnung ist consequent in einem bestimmten Sinne durchgeführt, was angesichts der von Culmann der Mechanik erteilten Anregungen und angesichts des Delegirtentages der Vertreter technischer Hochschulen (Berlin 1880) nur gebilligt werden kann. — In unserer Anzeige der zweiten Auflage der statischen Aufgaben*) erwähnten wir, dafs es doch wünschenswert sei, die complicirten Exponentialausdrücke durch die gefügigeren Hyperbelfunktionen ersetzt zu sehen, und diesem Wunsche geben wir hier erneuten Ausdruck, nicht allein betreffs der Ketten-

*) Man sehe XI, 53. Red.

linien-Fragen, sondern auch im Interesse der Erleichterung gewisser Reduktionen und Interpretationen. So wäre z. B. (Seite 45) der Ausdruck $(e^{-(\alpha-\beta)t} - e^{-(\alpha+\beta)t})$ für eine allfallsige numerische Berechnung höchst ungeeignet; setzt man aber dafür

$$\mathfrak{Cof}(\alpha-\beta)t - \mathfrak{Sin}(\alpha-\beta)t - \mathfrak{Cof}(\alpha+\beta)t + \mathfrak{Sin}(\alpha+\beta)t = \\ = -2\,\mathfrak{Sin}\,\alpha t\,\mathfrak{Sin}\,\beta t + 2\,\mathfrak{Cof}\,\alpha t\,\mathfrak{Sin}\,\beta t = 2\,\mathfrak{Sin}\,\beta t\,e^{-\alpha t},$$

so hat man einen höchst bequemen Ausdruck bekommen. Da in dem Fuhrmann'schen Buche auf Eleganz der Berechnungsweisen und Resultate ein grofser Wert gelegt wird, so darf ihm eine Ergänzung im beregten Sinne um so mehr anempfohlen werden.

Ansbach. Dr. S. Günther.

Günther, Dr. S. **Parabolische Logarithmen und parabolische Trigonometrie.** Leipzig, Teubner. 1882. 98 S. Preis 2,80 ℳ.

Dieses Buch bildet gewissermafsen eine Ergänzung zu des Verf. gröfserem Werke über Hyperbelfunktionen, welches bereits früher in dieser Ztschr. besprochen wurde.*) Die Hauptsache darin ist der Nachweis, dafs die von dem englischen Mathematiker Booth unter dem Namen „Parabolische Trigonometrie“ aufgestellten symbolischen Operationen sich durch Rechnungen mit Hyperbelfunktionen ersetzen lassen und dafs die letzteren den naturgemäfsen und daher einfachsten Zugang zu einer Theorie bilden, welche für alle Eigenschaften der Logarithmen überraschend einfache geometrische Interpretationen liefert. Um diese Thatsache aber gruppiert sich eine Fülle von beachtenswerten und eleganten Beziehungen aus dem Gebiete der Kurvenanalogie, sozwar, dafs der Leser ein wohlgeordnetes Gesamtbild älterer und neuerer Studien auf diesem Gebiete erhält. Mit gleicher Sicherheit und überzeugender Klarheit, wie in früheren Werken des Verf., ist auch hier jeder Einzelleistung der rechte Platz angewiesen, sind auch hier die Fäden aufgedeckt, welche scheinbar entfernt liegende Gegenstände und Arbeiten mit einander verknüpfen.

Das erste der fünf Kapitel, in welche der Inhalt geteilt ist, zeigt, wie die Studien über gemeinsame metrische Eigenschaften von Kurven sich von den einfachsten Anfängen aus entwickelt haben, und wie die hierauf bezüglichen Probleme allmählig in immer allgemeinerer Fassung gestellt wurden. Hierbei führt uns der spezielle Zusammenhang zwischen der Quadratur der gleichseitigen Hyperbel und der Rektification der Parabel in den eigentlichen Gegenstand der Untersuchung ein, indem die geometrische Darstellung der natürlichen Logarithmen nicht nur durch hyperbolische Flächen-

*) Man sehe XII, 438 u. f. D. Red.

räume, sondern auch durch Parabelbogen erfolgen kann. Das zweite Kapitel enthält eine kurze Ableitung der Hauptformeln der Hyperbelfunktionen; doch wird hier, abweichend von dem Lehrbuche des Verf., der die gleichseitige Hyperbel in den Schnittpunkten berührende Kreis dazu benutzt, um in besonders einfacher Weise die Beziehungen zwischen den Funktionen des „gemeinsamen" und des „transcendenten Winkels" zu ermitteln. Als vorläufige Anwendung wird die Ableitung von Sätzen der Lemniskate gegeben. Im dritten Kapitel wird in ähnlicher Weise, aber ausführlicher, die logocyklische Kurve behandelt (auch Strophoïde genannt), deren (von Booth nicht allgemein ausgeführte) Rektifikation vom Verf. auf diejenigen der gleichseitigen Hyperbel und der Lemniskate zurückgeführt wird. Nach diesen vorbereitenden Untersuchungen wendet sich das vierte Kapitel zum Hauptgegenstande. Den Ausgangspunkt bildet das Additionstheorem der elliptischen Integrale erster Gattung für den Fall $\varkappa = 1$. Es lautet nämlich alsdann

$$(1) \qquad \int \sec\varphi\, d\varphi + \int \sec\psi\, d\psi = \int \sec\chi\, d\chi,$$

während aufserdem

$$(2) \qquad \sec\chi = \sec\varphi \sec\psi + \operatorname{tg}\varphi \operatorname{tg}\psi$$

ist. Nun tritt einerseits die in (1) enthaltene Integralform sowohl bei der Rektifikation der Parabel, wie bei derjenigen der logocyklischen Kurve auf, andrerseits geht die Gleichung (2), welche das Fundament von Booths parabolischer Trigonometrie bildet, durch Einführung der gemeinsamen Winkel in eine der Hauptformeln der Hyperbelfunktionen über. Indem der Verf. zunächst bei der letzteren Thatsache verweilt, leitet er die von Booth gewonnenen Resultate in abgekürzter Weise ab, einschliefslich der geometrischen Anwendungen auf die Geometrie der Parabel und Kettenlinie. Im fünften Kapitel endlich wird die graphische Darstellung der natürlichen Logarithmen durch eine logocyklische Kurve und die ihr adjungierte Parabel gezeigt, sowie die Darstellung beliebiger Logarithmensysteme mittelst homofokaler Parabeln, wobei, wie schon Eingangs bemerkt, die Eigenschaften der Logarithmen ihre geometrische Veranschaulichung finden. Ein die Hauptresultate zusammenfassendes Schlufswort nebst einigen Nachträgen findet sich am Ende. Wir empfehlen die kleine Schrift (hinsichtlich deren eleganter und korrekter Herstellung nur an den Namen des Verlegers erinnert zu werden braucht), nicht nur den Kennern der „Hyperbelfunktionen", sondern auch allen anderen Mathematikern, da sie nicht nur ohne weitere Vorbereitung gelesen werden kann, sondern auch durch die Fülle eleganter Resultate reichen Genufs gewährt, und zum Studium der „Hyperbelfunktionen" anregen und vorbereiten wird.

Waren. Dr. V. Schlegel.

Freyhold, Dr. E. v. **Lehrbuch der Botanik für alle Klassen Höherer- und Mittel-Schulen, Lehrerseminarien sowie zum Selbstunterricht.** Freiburg i. B., bei Ad. Kiepert. 1882. IV u. 218 S.*)

Die letzten Jahre sind nicht eben arm gewesen an Versuchen, den naturwissenschaftlichen Lehrstoff für den Schulunterricht in Form von Lehrbüchern etc. zu verarbeiten. Eher wäre vielleicht eine Warnung vor einer Ueberproduktion angezeigt und der Wunsch nicht unberechtigt, dass nicht geradezu jeder Lehrer der Naturgeschichte auch ein eigenes Lehrbuch verfasse. Wenn man davon absieht, dass manche der Bücher mit den Grundsätzen einer gesunden Pädagogik, manche mit der Wissenschaft, manche auch mit beiden auf gespanntem Fusse stehn, so findet sich, dass jedes seine bestimmten Vorzüge hat. Doch sind die Pfade, welche die meisten wandeln, nicht mehr ganz neu. Die Herren Verfasser halten es meist für nötig und passend, beim geneigten Leser eine specielle Visitenkarte in Form einer Vorrede abzugeben. Daraus erfährt man — wenn man es nicht etwa vorher wissen oder aus dem Buche selbst ersehen sollte — dafs der Zweck des naturgeschichtlichen Unterrichts (ich denke dabei ausschliefslich an Zoologie und Botanik) der ist, dem Schüler die Einsicht in den Bau und die Thätigkeit des tierischen und pflanzlichen Organismus und eine Uebersicht über die Hauptformen des Tier- und Pflanzenreichs zu vermitteln. Das ist gewifs ein sehr löbliches Ziel, aber ich behaupte, es ist in seinem zweiten Teil unerreichbar und schon deswegen falsch. Damit wird nämlich die mechanische Systematik, dieses Schmerzenskind des naturwissenschaftlichen Unterrichts, in den Vordergrund geschoben. Diese selbst ist aber in der Wissenschaft durch die Lehre von der Artkonstanz zu Grabe getragen. Die neuen Anschauungen präsentieren sich auch schon äufserlich in neuer Ausstattung in Form von mehr oder weniger abenteuerlichen Stammbäumen. Mag man sich den neueren Theorieen gegenüber verhalten, wie man will, so hat auf alle Fälle die ungeheure Vermehrung des Materials eine stets weitergehende Zersplitterung grösserer Organismenkreise in Reihen von wenig divergierenden kleinern Gruppen zur Folge gehabt. Ist nun die Schule im Stande, dieser Bewegung zu folgen? Gewifs nicht.

---

*) Diese Recension wurde uns **unaufgefordert** zugeschickt, ohne dafs wir das Buch kannten; ein Recensions-Exemplar erhielten wir erst auf unsere Reklamation durch den Herrn Referenten. Wir bitten daher für zukünftige ähnliche Fälle die Herren Recensenten: die betreffenden Verlagshandlungen zu veranlassen, der Redaktion ebenfalls ein Exemplar des besprochenen Buches einzusenden. Unsere Verantwortlichkeit nöthigt uns, von den recensirten Werken persönlich Kenntnifs zu nehmen, da nicht selten sogar die Titel der Bücher v. d. Ref. ungenau angegeben werden. Die eingesandten Bücher können dann gerne wieder an die betreffenden Firmen (durch ihre hiesigen Vertreter) zurückgegeben werden. D. Red.

Es wird wohl Niemand im Ernst wagen wollen, auf die alten Linné-schen Gruppen zurückzugreifen. Wie aber im Elementarunterricht 15 Ordnungen Säuger, 16 Ord. Vögel, 12 Ord. Fische u. s. w. überwältigt werden sollen — von den Evertebraten oder gar den endlosen Reihen der Pflanzenfamilien ganz zu schweigen — das ist mir ein ungelöstes Rätsel. Und doch kranken beinahe sämtliche Schulbücher an dem Versuch, dieses Unmögliche möglich zu machen. Man sagt nun wohl, die Systematik bilde einen Kasten mit vielen Fächern, in die ein jedes Geschöpf säuberlich eingefacht werden kann. Das Bild ist nicht übel, aber ich fahre darin fort und behaupte, dieser Kasten ist ein so compliciertes Kunstwerk, dafs sein Aufbau die ganze verfügbare Zeit verschlingt, dafs das Übermafs von Kategorieen, Abteilungen u. s. w. die beabsichtigte Wirkung illusorisch macht und beim Lehrer die Geduld und beim Schüler Lust und Liebe zur Sache zerstört. Also endlich einmal fort aus der Schule damit! Anstatt dem Schüler das System fertig zu geben, lasse man ihn systematisch gruppieren und anstatt des gewohnten künstlichen Systematisierens nach Beispielen eine feste Ordnung der Dinge nach wissenschaftlichen Prinzipien gewinnen. Zu erreichen ist dies nur, wenn man dem Schüler einen tiefern Einblick in Bau und Leben der Organismen am einzelnen Individuum gewährt, als es nach der früheren Methode der Fall war, d. h. wenn man Morphologie resp. vergleichende Anatomie in den Mittelpunkt des naturwissenschaftlichen Unterrichts stellt. Auch legt man auf diesem Wege allein die Grundlagen einer naturwissenschaftlichen Weltanschauung.

An Lehrbüchern, welche den Lehrstoff von diesem Gesichtspunkte aus für den Schulgebrauch verarbeiten, hat es bisher vollständig gefehlt.*) Für die Zoologie existiert meines Wissens überhaupt noch kein derartiges Buch, in der Botanik ist das zu besprechende Werk von E. v. Freyhold das erste; dessen erster Teil, die Morphologie der Pflanzen enthaltend, liegt mir vor. Der Verfasser beherrscht seinen Stoff vollständig, er hat auf diesem Gebiete schon wissenschaftlich gearbeitet. Nur bei einer solchen Vertrautheit mit dem Stoffe konnte die Auswahl und Verarbeitung für die Schule in einer so glücklichen und meisterhaften Weise geschehen. Bis in die allerneuesten Zeiten sind die Kapitel über Pflanzenmorphologie in unseren Schulbüchern eine wahre Lagerstätte von leerem ödestem Formalismus; kein einziges hat sich davon frei zu

---

*) Sollten die — auch in ds. Zeitschrift besprochenen — Bücher von Behrens, Botanik. (1. Aufl. XII, 296 u. f., 2. Aufl. XIII, 381 u. f.) und Keller, Zoologie (XII, 371 u. f.) diese Forderungen nicht wenigstens annähernd erfüllen? D. Red.

Anm. d. Ref. Die beiden angeführten Bücher sind ausgezeichnete Hilfsmittel für die Hand des Lehrers, aber keine Schulbücher, können also hier nicht in Betracht kommen. E. R.

machen gewufst. Man mufs allerdings gestehen, dafs der Standpunkt, welcher die Morphologie lediglich in den Dienst der Systematik stellt, zu einer Würdigung des Werths der Morphologie überhaupt nicht gelangen konnte. Es ist eine wahre Freude, zu sehn, wie unser Verfasser erst den allergröfsten Teil der bisherigen Terminologie über Bord wirft und nun in vollständig systematischem Aufbau die verschiedenen Elementarorgane (Wurzel, Stengel, Blätter) deren Modificationen und gegenseitige Verhältnisse behandelt (Spross, Stacheln, Dornen, Ranken, Frucht, Blütenstände, Blattstellung, Verwachsungen, Insertion, Knospenverhältnisse). Die Morphologie der Kryptogamen ist mit richtigem pädagogischem Takt auf nicht ganz zwei Seiten beschränkt. Besonderen Dank von Seiten der Lehrer wird der Verfasser für die jedem Abschnitt vorangesetzte Zusammenstellung des Unterrichtsmaterials ernten. Eine Reihe von Beschreibungen soll als Muster für die Verwendung des jeweils bisher gewonnenen Stoffs dienen. Abbildungen giebt das Buch keine; ich halte das für vollständig richtig.*) Zur Bibliothek eines jeden Knaben gehört auch ein naturgeschichtliches Lesebuch und je reicher dieses illustrirt ist, um so besser. In Schulbüchern dagegen sollte man mit Abbildungen sehr vorsichtig sein, in botanischen Schulbüchern sind sie jedenfalls zu verwerfen. Morphologische und anatomische Verhältnisse sind, soweit sie sich zur bildlichen Darstellung eignen, im Anfang vom Lehrer an die Tafel vorzuzeichnen, später vom Schüler selbständig im Bild zu entwerfen. Pflanzenbilder in Holzschnitt sind aus Schulbüchern zu verbannen, da das für Kinder so wichtige Moment der Farbe dabei nicht zur Geltung gelangt; zudem steht lebendes Material in reichster Fülle wohl überall zur Verfügung.

Das vorliegende Buch muss im Ganzen als ein entschiedener Fortschritt auf dem Gebiet der naturwissenschaftlichen Schulliteratur bezeichnet werden. Jeder Lehrer wird mit freudigem Staunen bemerken, wie viel wertvoller Unterrichtsstoff zum erstenmale nutzbar gemacht worden ist und wie eine Menge bekannter Thatsachen durch die Art der Behandlung und unter einer neuen Beleuchtung erhöhten Werth gewonnen haben. Ich bin mit dem Verfasser überzeugt, dafs das Buch selbst den Beweis dafür erbracht hat, dafs die Morphologie in den Mittelpunkt des botanischen Unterrichts gestellt werden kann und mufs.

So sehr ich mit der Tendenz und Ausführung des Buchs einverstanden bin, so gelungen die Behandlung des Details in nahezu allen Punkten ist, so glaube ich doch, dafs die Auswahl und das Ausmafs des Stoffs nicht an allen Stellen in gleichem Mafs geglückt sind. So könnte der Abschnitt über Blattstellung, zum Teil auch der über Sprossenverhältnisse zum Vorteil des Buchs ganz wohl er-

*) Wird es sich aber dann auch „zum Selbstunterricht“ eignen? Wir meinen natürlich nur schematische Figuren. D. Red.

hebliche Kürzungen ertragen. Bei einzelnen Partieen (z. B. über „höhere spiralige Blattstellungen") mufs man sich fragen, ob sie sich überhaupt zur Behandlung in der Schule eignen. Es scheint mir, als ob hier wie auch in einigen sonstigen Einzelheiten der Pädagoge dem Botaniker etwas zu weit gehende Concessionen gemacht habe. Dasselbe gilt von den Beschreibungen, gegen die ich Bedenken zu äussern nicht unterlassen kann. Dieselben sind allerdings Muster von exakten Pflanzenbeschreibungen. Indessen ist eine Prägnanz der Sprache, wie sie darin zu Tage tritt, eine derartige Häufung in der Wiedergabe von sinnlichen Eindrücken dem jugendlichen Geiste, der noch mit dem Ausdrucke ringt, nicht conform. Auch dürfte eine etwas wärmere Färbung im Ton gerade der scientia amabilis nicht schlecht zu Gesicht stehen. Schliefslich darf man nie und nirgends vergessen, dafs der naturgeschichtliche Unterricht in hervorragendem Mafse auch Sprachunterricht ist, und dafs wir Lehrer der Naturgeschichte uns vor Blöfsen in diesem Punkte besonders sorgfältig zu hüten haben.

Diese Ausstellungen ändern an meinem Urteil über den Wert des Buches nichts. Sie erklären sich ja leicht daraus, dafs die Vorarbeiten gänzlich mangelten und der Verfasser geradezu Alles neu von Grund aus aufbauen mufste. Ich darf vielleicht hoffen, dafs sie bei einer neuen Auflage Berücksichtigung finden werden. Damit wünsche ich dem mir schon lieb gewordenen Buche alles Glück auf den Weg! *)

Karlsruhe im Januar 1883. E. Rebmann.
(Gymnasiallehrer.)

Naturwissenschaftliche Töchterschulen-Litteratur.

I. Krebs, Leitfaden der Physik und astronomischen Geographie für Mittelschulen, insbesondere für höhere Töchterschulen. Mit 231 Abbildungen im Text u. einer Spektraltafel. Leipzig. Veit & Co. 1881. 2,20 ℳ

II. Kinkelin, Leitfaden der Chemie für Mittelschulen, insbesondere für Töchterschulen. Mit 50 Abbildungen und einer Spektraltafel. Leipzig. Veit & Co. 1881. 1,40 ℳ

III. Fricke, Leitfaden der Chemie für den Unterricht in Bürger- und Töchterschulen und zum Selbstunterricht Osterwieck a. Harz. A. W. Zickfeld 1879.

„Auch für die Töchterschule ist das Beste gerade gut genug." Dieser Satz mag es rechtfertigen, wenn ich an die obigen Lehr-

*) Mit Bezug auf unsere in ds. Z. oft erhobene Klage, z. B. auch bei den Schulgeographien von Kirchoff und Jänicke (s. Hft. 1, S. 59, Anm.), sei bemerkt, dafs hier ein „alphabetisches Sachregister" beigegeben ist. Red.

bücher denselben strengen Maſsstab anlege, wie an ein Lehrbuch, das ausschlieſslich den Zwecken der Realschule oder der Hochschule gewidmet ist. Für alle Fälle muſs in erster Linie verlangt werden, daſs der Autor seinen Stoff beherrscht und nicht thatsächlich Falsches im Buche bietet.

In dieser Beziehung gebührt nun alles Lob den auf dem Gebiete der Physik bestens bekannten Verfasser, von

I. Ich selbst habe nach seinem Lehrbuche der Physik und Mechanik (Wiesbaden, Kreidels Verlag) mehrere Jahre an einem Lehrerinnen-Seminare unterrichtet und ich darf deshalb wohl mir das Urtheil erlauben, auch seinen, inhaltlich dem Lehrbuche verwandten Leitfaden für die Zwecke der Töchterschule als sehr brauchbar zu bezeichnen. Mathematische Formeln sind dabei vollständig vermieden, aber dennoch sind alle seine Deduktionen klar und leicht verständlich, wohl deshalb, weil der Autor den Stoff als sein geistiges Eigentum vollkommen beherrscht. Leider läſst sich nicht gleiches Lob von den unter II. und III. angeführten Büchern sagen.

II. Auf mich machte die Chemie von Kinkelin*) den Eindruck, als ob er selbst diese Wissenschaft noch nicht in das Bereich energischer Studien herangezogen hätte. Seine gezeichneten Apparate zeigen, daſs er selbst noch sehr wenig experimentiert hat, oder daſs er anders experimentiert, als er gezeichnet hat. In Fig. 4 muſs eine Vorlage vorhanden sein, weil sonst Gefahr besteht, daſs sich Quecksilber unten an der Biegung der Röhre verdichtet und das Ausströmen des Gases verhindert. Der Apparat für Schwefelsäureanhydrid ist in dieser Form absolut unbrauchbar, weil die Dämpfe den Hrn. Dr. Kinkelin und die „Töchter“ bald vertreiben würden, statt sich in der abgekühlten Vorlage zu verdichten. Ebenso fürchte ich, daſs es beim Apparat 48, wenn keine Vorrichtung zum Ablauf des Kühlwassers vorhanden ist, eine unangenehme Überschwemmung geben wird. Warum hat Herr Dr. Kinkelin seinen Apparat, der doch sonst die Kopie von Figur 101 aus dem Krebs'schen Leitfaden ist, in einer so verpfuschten Zeichnung wiedergegeben?

S. 28 giebt Kinkelin eine Zersetzungsformel bei der PH_3-Bildung, die mir vollständig neu ist, weil ich die Formel der unterphosphorigen Säure bis jetzt immer PO_2H_3 geschrieben habe. So viel ich weiſs, sind bis jetzt noch keine triftigen Gründe gefunden worden, hier eine Meta-Säure anzunehmen. Mein Ceterum censeo aber in dieser Angelegenheit ist nur, daſs ich diejenigen

---

*) Man sehe die ähnliche Beurteilung dieses Buches in Heft 1, S. 54 u. f. Wir glaubten, zur Unterstützung bezw. Bestätigung jener Rezension, zumal da sie anonym war, dieser nichtanonymen die Aufnahme nicht verweigern zu sollen. Wir wollen aber gleich hier bemerken, daſs gegen die erste Rezension eines „preuſsischen Schulmannes“ eine energische Verteidigung resp. Entgegnung von Dr. Krebs eingelaufen ist, welche das nächste Heft bringen soll. D. Red.

„Töchter“ von Herzen bedauere, welche man überhaupt mit derlei Zeug quält. Wer die Chemie nicht blos ein wenig gelernt, sondern auch etwas verdaut hat, der wird andere chemische Themata aus dem Alltagsleben kennen, die gerade in der Töchterschule die dankbarste Lernbegierde finden. Allerdings mufs dann der Herr Lehrer selber wissen, dafs das Kohlenoxydgas ein geruchloses Gas ist, das, zum Glück für uns, allerdings meist in Gesellschaft übelriechender Produkte der trocknen Destillation auftritt. Ebenso falsch ist es, wenn Herr Kinkelin noch an die alte Fabel glaubt, dafs durch unsere eisernen Öfen CO-Gas durchgeprefst wird. Bei Wein verrät sich Hr. Kinkelin noch als Anhänger der Lehre von der Generatio äquivoca, wenn er, um das Auftreten der Hefe im Moste zu erklären, sagt: „Als Gährungserreger oder Ferment hat hier das im Traubensafte enthaltene Eiweifs gewirkt, indem es zu Hefe wurde, die sich schliefslich zu Boden setzte.“ Weinsäure, Herr Kollege! enthalten nicht blofs die gefälschten Weine, in natürlichen finden Sie, so unwahrscheinlich es Ihnen klingt, Äpfelsäure, Bernsteinsäure etc.!! Einen bedeutenden Fehler haben Sie dann noch gemacht mit der Angabe, dafs beim Mälzen das Stärkemehl in Dextrin und hauptsächlich in Zucker übergeht. Das hat man früher geglaubt; wer aber einen Leitfaden schreibt, der darf selbst nie den Faden der Forschung und ihrer Resultate aufser Acht lassen. Sie werden nun einsehen, dafs es für Sie noch verfrüht war, eine „Chemie für Töchterschulen“ zu schreiben; sollten Sie es auf Grund dieser wenigen Beweise nicht glauben, so bin ich bereit, Ihnen weitere Belege zur Verfügung zu stellen. Für mein hartes Urteil aber müssen Sie mich entschuldigt halten mit den eingangs erwähnten Worten. Ich hasse eben den Dilettantismus in der Schule überhaupt und greife ihn deshalb rücksichtslos auch in Töchterschulen und Lehrerseminaren an, weil er gerade hier noch die sichersten Schlupfwinkel hat. Besonders sind es Volksschullehrer, die in einem oft heillosen Gröfsenwahn glauben, es bedürfe weiter nichts, als Fleifs, ein gutes Zahlen- und Namengedächtnis, um in Naturwissenschaften dozieren zu können.

Mir ist es vorgekommen, dafs ein solcher Volksschullehrer am Samstag den Antrag erhielt, Mineralogie zu lehren; am Sonntag war er bei mir, um mich um Rat zu fragen, was er am Montag dozieren solle. Ich stellte ihm die Verantwortlichkeit seines Schrittes vor Augen, sagte ihm dann, er solle mit den Steinkohlen, wie im Buche beginnen, über die Entstehung derselben, ihre Verwendung sich verbreiten etc. „Davon weifs ich bis jetzt selber nichts“ meinte der offenherzige Schulmeister; sprachs, ging und hielt am nächsten Tage — Unterricht in der Mineralogie — in einem Lehrerinnen-Seminar.*)

*) Dies ist ein köstlicher Beitrag zu unsern „Proben aus dem mathem. und naturw. Unterricht an Seminaren und Volksschulen“. D. Red.

So wirtschaftet man noch in solchen Schulen mit dem Talente des weiblichen Geschlechtes. Je unselbständiger der Lehrer ist in seinem eignen Wissen, desto mehr zwingt ihn die Not „Naturwissenschaften auswendig lernen zu lassen“ und die Mädchen zu quälen — und gegen diesen himmelschreienden Unfug rede ich und schreibe ich, solange ich eine Zunge und Finger an meiner Hand habe.*) Nun noch zu

III. Auf der Gegenseite des Tittelblattes steht zwar geschrieben: „Das Übersetzungsrecht in fremde Sprachen ist vorbehalten“, aber Autor und Verleger werden nun nach Ablauf von 2 Jahren sich gestehen, dafs das unnütze Liebesmühe war. Zudem findet sich in dem Buche nichts Neues oder Originelles in der Darstellung. Doch halt, damit ich es nicht verschweige, eine neue Idee habe ich doch in dem Heftchen gefunden; Fricke beginnt nämlich seinen chemischen Unterricht mit der ausführlichen Betrachtung der 4 Elemente der Alten. Einen Nutzen konnte ich dieser Methode nicht entnehmen, ich habe nur gefunden, dafs unnütze Wiederholungen im Text ebenso unverständlich sind, als sie störend wirken.

S. 31 steht ein Satz, der in solcher Allgemeinheit nicht hergestellt werden darf, weil gerade hervorragende Autoritäten auf dem Gebiete der Hygiene ihn läugnen; der Satz heifst: Ein Wasser, . . . kann sogar, wie neuere Untersuchungen bewiesen (?) haben, epidemische Krankheiten, deren Ende oft der Tod ist, herbeiführen.

Falsch ist S. 41 der Satz: „Alle Säuren röten den blauen Lackmusfarbstoff, alle Basen machen den durch Säuren geröteten wieder blau“. In Wasser unlösliche derartige Verbindungen reagieren nicht in dieser Weise.

S. 46 findet sich noch ein Satz, der zum Glück aus den meisten chemischen Lehrbüchern verschwunden ist. „Rein kommt der Kohlenstoff vor als Diamant und Graphit, mehr oder weniger verunreinigt als Anthracit, Steinkohle, Braunkohle, . . .“ Mir kommt es immer vor, als ob solcher Schreibweise die Ansicht zu Grunde läge, dafs der Kohlenstoff in den Steinkohlen (wahrscheinlich die Coaks) verunreinigt seien mit verschiedenen Kohlenwasserstoffverbindungen.

Über die Reihenfolge, in welcher die Metalle abgehandelt werden, will ich keine Worte verlieren, aber charakterisieren möchte ich den Wert des Leitfadens noch mit dem Hinweise, dafs von den wichtigen Legierungen nur Erwähnungen gefunden haben, das Schnelloth der Klempner, die Legierung zu Orgelpfeifen (sehr interessant für die „Töchter“) und die Legierung zu Lettern. Messing, Neusilber, Bronce haben natürlich in der Schule keine Beachtung zu beanspruchen, weil man ohnehin sie täglich im Leben benützt.

---

*) Wir auch, wenn der „Unfug“ erwiesen ist! D. Red.

Dafs doch Bismarck noch nicht auf die Idee gekommen ist, für lehrbuchschreibende Schulmeister, die keinen Beruf dazu haben, eine recht hohe Luxussteuer auszusetzen.*) Das Reich könnte davon nur Nutzen ziehen — entweder ist eine reiche Geldquelle eröffnet, oder die unerschöpfliche Tintenquelle etwas verstopft!

Memmingen. Vogel.

Kalenderschau.

II.

(Fortsetzung von Heft 1. S. 63.)

Deutscher Schülerfreund. Notizkalender für Gymnasiasten und Realschüler für 1883. Herausgegeben von Oberlehrer Dr. F. Koch. VII. Jahrg. Mit dem Porträt und der Biographie Th. Körners. 3. Aufl. (Ausgabe mit Wochentagen.) Leipzig, Verlag von Siegesmund u. Volkening.

Dieser Kalender erfährt in ds. Zeitschr. zum ersten Male eine Besprechung und deshalb wolle man die scheinbar zu grofse Ausführlichkeit derselben entschuldigen.

Hinter einem übersichtlichen Kalendarium d. J. 1883 (enthaltend auch die „Finsternisse", Anfänge der Jahreszeiten und einer Ostertabelle bis 1892), einem Jnhaltsverzeichnis (auch der früheren Jahrgänge 1877—1881) folgt ein Notizbuch (S. 3—185) mit immer nur 2 Tagen auf je einer Seite, so dafs genügender Raum zu Notizen bleibt. Den Tagen sind beigefügt: Geburts- und Sterbetage (* u. †) bedeutender Männer, Daten geschichtlich merkwürdiger Ereignisse. Dann folgen (S. 186—189) vier Stundenplantabellen, ein Lehrer- und Mitschülerverzeichnis (S. 190—195), ein Geburts- und Namenstags-Kalender**) (196/7), Tabellen zur Notierung erhaltener Censuren (198—200), Tabelle zum Verzeichnen ge- und verliehener Bücher (—205), Notizen für Turner und Vorturner (—207), Tabellen für Ferienaufgaben und Ferientagebuch, Schulbücher- und Taschengelder-Verzeichnisse. Dann folgen statistische Notizen: Flächeninhalt von deutschen Ländern und Städten, Schulstatistik (darunter auch die Frequenz der Universitäten); ferner: die wichtigsten Erfindungen aus dem Gebiete der reinen und angewandten Naturwissenschaften (—223). Von hier ab sind ca. 16 Blätter unbeschriebenes Papier eingeheftet.

Der Anhang enthält eine Biographie des Dichters Theodor Körner, dessen Bildnis das Titelblatt ziert (257—263). Hierauf folgt ein buntes Durcheinander von vielem Wissens- und Nichtwissenswerten: Umlaufszeit, Entfernung und Gröfse der Sonne und Planeten (hätte doch hinter das Kalendarium kommen sollen!), römische und deutsche Kaiser, Päbste. Leider sind die folgenden Beiträge förmlich gespickt mit Büchertiteln wie z. B. S. 222. 263. 267. 271. 273 u. ä., wo nur irgend ein leeres Plätzchen blieb. Das heifst denn doch die Reklame nach amerikanischer Sitte zu weit treiben. Wir halten es für ordnungsgemäfser, die Bücheranzeigen an das Ende des Buchs zu verweisen, obschon es scheinen will, als ob die betr. Annonce immer als Trabant zu ihrem voranschreitenden Planeten gehöre, z. B. S. 271 „Deutsche Sterne" zu den „Kaisern" u. S. 273 „die

---

*) Sehr gut! D. Red.

**) Diese „Namenstage" sind wohl meist nur für katholische Länder. In Wien B. wird der Namenstag mehr gefeiert als der Geburtstag. In Sachsen und wohl auch n ganz Norddeutschland haben die Namenstage wenig oder gar keine Bedeutung.

nationale Erziehung" hinter „den Päbsten" (?). Damit aber auch der Humor nicht fehle (denn auch ihn braucht der Schüler mitunter), sind zwischen die „Kaiser" und „Päbste" die „fremden Geldsorten" und ihr Wert in Reichswährung eingeschaltet, vielleicht um darauf anzuspielen, daſs Kaiser und Päbste immer viel Geld brauchten. Dem Artikelchen „Einiges über Geschwindigkeit" (— 274) folgt „die Naturgeschichte in Präparationen"; ob hiermit vielleicht angedeutet werden soll, wie „geschwind" man in der Naturgeschichte durch „Präparation" Kenntnisse erlangt, ist uns nicht klar. Dann folgen: „die höheren Schulen und ihre Berechtigungen" (leider fehlt Süddeutschland —274). Zwischen „die Cultur der Haselnuſs" und die „Erntezeit auf der Erde" sind die „Sprachunterrichtsbriefe in sieben Sprachen" eingeschlossen, vielleicht zum Hinweis für den Schüler, daſs wenn man die Sprachen cultiviert, man auch früher oder später „erntet" mit leiser Andeutung auf die Hilfe des Haselnuſsstockes. Soweit der versteckte Humor. Nun kommt der offene. Denn es folgt noch als Zugabe eine Schülerhumoreske mit vielen (auch lateinischen) Citaten „Schülerliebe" (283—300), entnommen den „auserwählten Erzählungen" aus Franz Freih. v. Gaudys Werken, die den Schülern gleich dahinter empfohlen werden. Dann folgen wieder Bücheranzeigen und, damit des Humors ja nicht zu wenig sei, noch ein „humoristisches Allerlei" aus dem Schülerleben, endlich ein „Mathematisches Rätsel" in Verse eingekleidet, zugleich mit Lösungen und Lösern der Rätsel des vorigen Jahrgangs. Fürwahr, ein auſserordentlich reicher Inhalt, nur leider ein gar zu buntes Allerlei, wenig planvoll zusammengestellt und mit Ungehörigem vermischt. Wir wünschen daher dem nächsten Jahrgange eine tüchtige Revision und Läuterung von diesen Schlacken, damit das verdienstliche Werkchen immer mehr Schülerfreund werde.

Für eine Zusammenstellung von den Schüler betreffenden oder interessierenden Verordnungen, Gesetzen, Einrichtungen (unter die auch d. Stipendien gehören) giebt der österr. Schülerkalender (v. Czuberka) ein Vorbild.

Auf jeden Fall sind aber die Bücheranzeigen an den Schluſs auf besondere Blätter zu verweisen. H.

Nachträgliche Bemerkung zu der Besprechung des Richterschen Universitätskalenders. Heft 1. S. 62/63.

Einen Mangel dieses „Personalverzeichnisses" — denn das ist es im Wesentlichen — haben wir noch darin entdeckt, daſs bei keinem der einzelnen Dozenten das Lehrfach, das er vertritt, angegeben ist. Wir suchen z. B. den Prof. Rein (Geographen in Marburg) finden aber (S. 225) nur OPr. Phil. Fac., nicht aber sein Lehrfach: die Geographie; und so bei allen. — H.

B) Programmschau.

Mathematische und physikalische Programme des Königreichs Bayern aus dem Schuljahr 1881/82.*)

Referent: Prof. Dr. S. Günther in Ansbach.

1) Augsburg. Gymnasium St. Stephan. *Die Lehre vom Unendlichen bei Aristoteles mit Berücksichtigung früherer Lehren über das Unendliche,* dargestellt von Gymnasialassistent Dr. Remigius Stölzle. 80 S.

Dieses Programm, das auch als selbständige Schrift ausgegeben worden ist, stellt nur einen Teil einer von der Universität Würzburg preisgekrönten

*) Wir halten es hier für ersprieſslich, im Interesse nicht-bayrischer Leser eine kurze Bemerkung über die mit dem anderen Deutschland vielfach nicht übereinstimmende Ein-

Arbeit vor. Aristoteles bildet allerdings den eigentlichen Mittelpunkt, doch werden auch die vor ihm lebenden Philosophen, die Ionier, Platoniker und Eleaten, mit behandelt, und ebenso wird den getreuen Schülern des Stagiriten im Mittelalter, den Scholastikern, ein nicht unerheblicher Raum gegönnt. Die sehr umfassende Quellenuntersuchung belehrt uns darüber, wie trotz angestrengtester Geistesarbeit hervorragender Männer der philosophische und physikalische Begriff des Unendlichen noch weit davon entfernt ist, ein durchaus klarer zu sein, wie auch das sogenannte kosmologische Problem seine Lösung durchaus noch nicht gefunden hat. Mit dem Mathematisch-Unendlichen beschäftigt sich der Verf. nicht speziell, obwohl mathematische Schlüsse in seiner Schrift nicht eben selten vorkommen, denn er nimmt mit Recht an, dafs die Mathematiker in der glücklichen Lage seien, sich keine Skrupel mehr über das Unendlichgrofse und Unendlichkleine zu machen, und in der That haben unter den wirklichen Vertretern der Wissenschaft seit der korrekten Fixierung des Grenzbegriffes durch Cauchy keine Zweifel mehr über diese Punkte obgewaltet. Sehr wahr ist es deshalb auch, wenn (S. 20) gesagt wird, dafs Derjenige, der „eine kleinste Gröfse" in die Mathematik einführen wollte, an deren Fundamenten rüttle. Das mögen sich jene sonderbaren Heiligen merken, die eine unendlich kleine als eine „der Null nächst anliegende" Gröfse definieren!*)

2) Bamberg. Lyceum. *Örtliche und internationale Bedeutung der meteorologischen Station Bamberg.* Von Professor Dr. Theodor Hoh. 32 S.

Der Verf., als Meteorolog wohl bekannt, schildert hier die allmähliche Ausbildung eines regelmäfsigen Dienstes der Witterungsbeobachtungen; Bamberg gehört seit 1876 zu den 24 deutschen Hauptstationen von internationalem Charakter, welche dreimal täglich ihre Aufzeichnungen zum Zwecke der Veröffentlichung machen. In dem speziellen bayrischen Beobachtungsnetz figuriert Bamberg als Station zweiter Ordnung, und zwar beteiligt es sich in Gemeinschaft mit Kaiserslautern und Passau durch tägliche Telegramme an der Prognose, welche das Münchener Centralobservatorium für das Königreich zu liefern hat. Die Luft- und Wärmemittel, welche der Verf. nach den Ergebnissen der letzten Jahrzehnte mitteilt, erachtet er einer grofsen Genauigkeit noch nicht für fähig; dagegen verdienen die Monat- und Jahreszeitenmittel der Temperaturvariabilität (im Sinne Hanns) mehr Vertrauen. Hierauf zur allgemeinen klimatographischen Beschreibung der Gegend sich wendend, erklärt der Verf., dafs er jeden kosmischen Einflufs auf irdische Witterungsverhältnisse ablehne; die verschiedenen mehr anomalen Erscheinungen, welche in der letzten Zeit in Bamberg wahrgenommen worden sind, lassen sich vollständig aus den bekannten Gesetzen der neueren Meteorologie begreifen. Der bezügliche Abschnitt der Schrift, in welchem insbesondere auch die Nicht-Existenz eigentlicher Kälte-Centren nachgewiesen wird, ist selbst für den Theoretiker von einigem Interesse. Zum Schlufs wird noch kurz

---

richtung unseres Mittelschulwesens zu machen. Das humanistische Gymnasium („Studienanstalt") und das Realgymnasium entsprechen natürlich den entsprechenden Anstalten anderer deutscher Länder. Das „Lyzeum" dient der Ausbildung katholischer Theologen, kann aber, da es mit einer philosophischen Abteilung versehen ist, von jedem Abiturienten eines Gymnasiums während des ersten Studienjahres mit demselben Rechte frequentiert werden, als wenn er Vorlesungen an einer Hochschule gehört hätte. Die „Realschule", die in gröfseren Städten sechs, gewöhnlich aber nur vier Kurse zählt, ist eine höhere Bürgerschule ohne Latein; an sie schliefst sich die den früheren preufsischen Provinzialgewerbschulen ähnelnde „Industrieschule", welche in zweijährigem Kurse absolviert werden kann und ihre Abiturienten unmittelbar an die technische Hochschule — jedoch ohne Anspruch auf Staatsanstellung — abgiebt.

*) Wir erlauben uns hierzu die Bemerkung, dafs über den Begriff des Unendlichen soeben eine kleine Schrift von Prof. Cantor in Halle die Presse verläfst, welche über diesen Begriff wichtige Untersuchungen enthält und neue Perspektiven eröffnet.

Red.

von den sekundären meteorologischen Faktoren (Wind, Bewölkung, Dunstspannung, Ozongehalt der Luft) gehandelt und auch eine kleine Beobachtungsreihe über den Gang der Bodentemperatur mitgeteilt, welche mit Hülfe des Wollny'schen Erdthermometers angestellt wurde.

3) **Hof.** Gymnasium. *Aufgaben der sphärischen Astronomie.* Von Professor Joseph Mayenberg. 20 S. 3 Tafeln.

Da für das Sommersemester der bayrischen Gymnasialprima die astronomische Geographie in mathematischer Behandlung als Hauptlehrgegenstand vorgeschrieben ist, wird dieses Programm dem Lehrer gute Dienste leisten können. Es enthält wesentlich eine gründliche Diskussion der für die Sphärik maſsgebenden Dreiecke Zenith-Pol-Stern und Ekliptikpol-Himmelspol-Stern, indem je aus drei bekannten Stücken eines solchen Dreieckes die übrigen gefunden werden. Weiter folgen dann noch einige Aufgaben über die Berechnung von Tagesbogen, Dämmerungsdauer u. s. f.; die Transformation aus einem sphärischen Coordinatensystem ins andere (z. B. aus Rektascension und Deklination Länge und Breite zu ermitteln) hätten wir lieber noch etwas systematischer abgehandelt gesehen.

4) **Landau i. d. Pf.** Gymnasium. *Die Naturwissenschaft des Paracelsus,* dargestellt von Professor Dr. Leonhard Jörg. 30 S.

Es ist gewiſs erfreulich, daſs solche geschichtliche Darstellungen vergangener Zeiten, wie uns hier eine geboten werden soll, mehr und mehr in Aufnahme kommen. Theophrastus Paracelsus ist in der That eine der interessanten Erscheinungen des XV. Jahrhunderts, und eins stetes Dringen auf unmittelbares Befragen der Natur, mit Beiseitesetzung aller scholastischen Buchweisheit, hat zweifellos eine mächtige Anregung bei seinen Zeitgenossen hinterlassen. Es will uns indeſs bedünken, als ob der Verf. die freilich sehr massenhaften Sonderbarkeiten, die man in den Schriften des Paracelsus findet, etwas zu sehr in den Vordergrund gestellt habe; er sagt freilich selbst im Eingang, „Ein Bild von der Naturkunde der mittelalterlichen Zeit zu entwerfen und damit den Lesern eine belehrende und vielleicht auch einige Erheiterung bereitende Lektüre zu bieten, ist der Zweck dieses Programms", allein dabei gelangt der merkwürdige deutsche Naturforscher, dessen Leistungen gekennzeichnet werden sollen, nicht zu seinem vollen Rechte. Es ist zu bedauern, daſs dem Verf. eine Quelle anscheinend unbekannt geblieben ist, aus der er sehr mit Vorteil hätte schöpfen können, nämlich der treffliche Vortrag, welchen Dr. Kerschensteiner vor dem Plenum der Salzburger Naturforscherversammlung gehalten hat. Dort sind auch die positiven Erfolge des Paracelsus gehörig hervorgehoben: wie er den Arzneischatz durch eine Anzahl wirklich nutzbarer Präparate bereicherte, wie er auf die sanitäre Bedeutung der Mineralwässer hinwies, wie er die Geisteskrankheiten mit den anderen Krankheiten auf gleichen Boden stellte, wie er endlich in seiner Beschreibung der „Bergsucht", d. h. der in Metallbergwerken so häufig auftretenden Krankheitsformen als Beobachter ersten Ranges erscheint. Wir würden Jedem, der den medizinischen Reformator wirklich gründlich kennen zu lernen wünscht, den Rat geben, den Kerschensteiner'schen Vortrag neben dem Jörg'schen Programm zu lesen.

5) **Nürnberg.** Gymnasium. *Auflösungen von Aufgaben aus der Trigonometrie,* II. Teil. Von Professor Theodor Schröder. 40 S.

Über die erste Abteilung dieser Anleitung zur eleganten Lösung von Aufgaben der ebenen Trigonometrie ist in der vorigen Programm-Schau berichtet worden. Hier erhalten wir zunächst zehn Dreiecksaufgaben, und zwar, wenn wir die jetzt wohl allseitig adoptierte Bezeichnungsweise

wählen, die folgendenden: 1. Geg.*) r, w_c und $\frac{c}{a+b} = \frac{m}{n}$; 2. Geg. r, ϱ, c; 3. Geg. ϱ, c, h_c; 4. Geg. ϱ, a, h_c; 5. Geg. c, ϱ, ϱ_c; 6. Geg. a, ϱ, ϱ_c; 7. Geg. $c, a, \varrho - \varrho_c = d$; 8. Geg. $\varrho + \varrho_c = s, a - b = d, a$; 9. Geg. $\varrho, \varrho_a, \varrho_b$; 10. Geg. c, m_c, g. Hierauf folgen noch zwei hübsche Vierecksaufgaben und dann noch zwei der Goniometrie angehörige Beispiele, bei denen es sich um Eliminationen handelt. Durchgehends ist die gründliche Diskussion der Lösungen zu loben. Wie schon früher sucht der Verf. von all den rechnerischen Operationen, die oft recht verwickelter Natur sind, sich auch immer geometrisch Rechenschaft zu geben und möglichst an die Figur anzuknüpfen. In einzelnen Fällen würden wir allerdings noch weiter gehen, wie er, und die analytische Behandlung unmittelbar mit der geometrischen Konstruktion verbinden. So löst man z. B. gewiſs die obige Aufgabe 10 am Einfachsten dadurch, daſs man über c den Kreisbogen beschreibt, welcher $\sphericalangle\, \gamma$ als Peripheriewinkel faſst, und nun um den Mittelpunkt von c mit m_c als Radius einen Kreisbogen beschreibt, der jenen Kreis im gesuchten Punkt C schneidet. Diese Construktion kleidet sich ganz von selbst algebraisch ein, wenn man vom Mittelpunkt des umbeschriebenen Kreises ein Lot y auf die Höhe h_c fällt, durch welches diese in einen oberen Teil x und in einen unteren Teil p zerlegt wird. Denn nun hat man sofort

$$p = \frac{c}{2} \operatorname{cotang} \gamma, \quad r = \frac{c}{2 \sin \gamma},$$

$$x^2 + 2px + p^2 + y^2 = m_c^2, \quad x^2 + y^2 = r^2,$$

$$x = \frac{m_c^2 - r^2 - p^2}{2p},$$

somit nach einfacher Reduktion

$$x = \frac{4 m_c^2 \sin^2 \gamma - c^2 (1 + \cos^2 \gamma)}{4 \sin \gamma \cos \gamma}$$

und

$$h_c = x + p = \frac{4 m_c^2 \sin^2 \gamma - c^2 - c^2 \cos^2 \gamma + 2 c^2 \cos^2 \gamma}{4 \sin \gamma \cos \gamma} = \frac{\sin^2 \gamma\, (4 m_c - c^2)}{4 c \sin \gamma \cos \gamma}$$

$$= \frac{(4 m_c^2 - c^2) \operatorname{tang} \gamma}{4c}.$$

Dann aber ist auch

$$a = \sqrt{h_c^2 + \left(\frac{c}{2} + y\right)^2} \text{ und } b = \sqrt{h_c^2 + \left(\frac{c}{2} - y\right)^2}$$

unmittelbar bekannt.

6) **Würzburg.** Gymnasium. *Über Reflexion des Lichtes im Inneren einaxiger Krystalle.* Von Gymnasialassistent Robert Geigel. 38 S. 1 Tafel.

Der Umstand, daſs ein Prisma, mit welchem der Verf. zu anderen Zwecken experimentell beschäftigt war, in hellem Sonnenlichte farbige Interferenzstreifen zeigte, bewog den Verf., dem Ursprung dieser Erscheinung weiter nachzuspüren. Er lieſs also, indem er den Einfalls-

*) w_c bedeutet die Halbierungslinie des Winkels γ, gerechnet bis zur Gegenseite.

winkel entsprechend abänderte, einen Lichtstrahl ein- bis fünfmal an den Wänden des Prismas reflektiren und studierte die hierdurch sich ergebenden Bilder. Um sich theoretisch über dieselben klar zu werden, verfolgt er unter möglichst allgemeinen Voraussetzungen den Gang der beiden Lichtstrahlen, des ordentlichen und des aufserordentlichen, im einaxigen Krystall und findet so die Resultate im Wesentlichen bestätigt, zu welchen ihn seine Versuche am Quarzprisma geführt hatten. So liefert z. B. schon die erste Spiegelung drei Bilder, das mittlere unpolarisiert, die beiden äufseren dagegen senkrecht zu einander polarisiert. Auch die Interferenzphänomene nach zwei- und dreimaliger Reflexion, die jedoch in beiden Fällen auf sehr verschiedenen Grundlagen beruhen, gelingt es befriedigend zu erklären. Etwas störend wirkt die falsche Schreibweise Huyghens statt Huygens.

7) **München.** Realgymnasium. *Über die Natur der Elemente und die Beziehungen der Atomgewichte derselben zu einander und zu den physikalischen und chemischen Eigenschaften.* Von Professor Dr. Max Zängerle. 19 S. 2 Tafeln.

Die Grundidee dieser Arbeit besteht darin, dafs die sogenannten Elemente der Chemie nicht lauter wirkliche Grundstoffe seien, sondern dafs es möglich sein müsse, die ersteren aus einer sehr kleinen Anzahl wirklicher Urstoffe durch Zusammensetzung aufzubauen; ja in letzter Instanz gebe es nur eine einzige solche Fundamentalmaterie, den „Weltäther“, und alle uns bekannten Stoffe seien Composition. Vier Urstoffatome liefern den Urwasserstoff, fünf dergleichen den Ursauersteff. Verbinden sich die Moleküle dieser beiden Körper in verschiedenen Gewichtsverhältnissen mit einander, so entstehen elektropositive und elektronegative Verbindungen, je nachdem die Menge des ersten oder des zweiten Bestandteiles die gröfsere ist; diese Verbindungen werden resp. Hidrogenoide und Oxygenoide genannt. Jede Familie zerfällt in Gruppen, jede Gruppe wieder in zwei Reihen, deren Glieder sich durch ihr Volumgewicht wie durch ihren elektrochemischen Charakter von einander unterscheiden. Mit diesen Reihen nun, die er auf der ersten der beigefügten Tabelle zusammenstellt, beschäftigt sich der Verf. vorzugsweise; verschiedene Gesetze werden für die ein und derselben Reihe angehörenden Glieder aufgestellt, von welchen wir nur das eine anführen wollen, dafs innerhalb der einen Reihe bei der Wasserstoff-, Kohlenstoff- und Stickstoff-Familie mit steigendem Atomgewichte der Schmelzpunkt sinkt, bei der Sauerstoff-Familie dagegen steigt. Ähnliches wird vom Siedepunkt ausgesagt. Hat man die Reihen gebildet, so kann man durch die einfachsten rechnerischen Operationen für einen gegebenen Stoff die charakteristischen chemisch-physikalischen Konstanten ableiten, und zwar stimmen dieselben weitaus in den meisten Fällen mit den durch das Experiment erhaltenen Zahlen überein. Die Anhänger der neuerdings in der Chemie vorherrschenden dogmatisch-konstruierenden Richtung werden diese Abhandlung nicht unbeachtet lassen dürfen.

8) **Kaiserslautern.** Industrieschule. *Vom Körper höherer Dimension. Beiträge zu den Elementen einer n-dimensionalen Geometrie.* Von Professor Kaspar Rudel. 56 S.*)

Wir hatten schon bei Gelegenheit einer früheren Programmschau einer Schrift des nämlichen Autors Erwähnung zu thun**), in welcher mit Glück der Versuch gemacht ward, rein geometrisch für die vierfach ausgedehnte Mannigfaltigkeit gewisse fundamentale Gesetze festzustellen.

*) Auch als selbständige Schrift in Kommission bei Hermann Kaysers Verlagsbuchhandlung in Kaiserslautern erschienen

**) Vgl. diese Zeitschrift, IX. Jahrg. S. 324

Die vorliegende Arbeit geht auf dem damals betretenen Wege weiter fort und zieht nunmehr wesentlich den Körper von mehr als drei Dimensionen in Betracht. Die Entstehung eines solchen kann man sich, sobald man höhere Mannigfaltigkeiten — natürlich nur als fiktiven mathematischen Begriff — zuläfst, folgendermafsen denken. Das Einfachste ist der Punkt, der Körper K_0 von nullter Dimension; zwei verschiedene K_0 bestimmen den eindimensionalen Körper K_1, wird dieser aus einem aufserhalb gelegenen K_0 projiziert, so entsteht das zweidimensionale Gebilde K_2, dieses von einem willkürlichen Punkte aus projiziert liefert den wirklichen dreidimensionalen Körper K_3, und verfährt man in der angegebenen Weise weiter, so gelangt man zunächst zum vierdimensionalen Körper („Allkörper") K_4. Fafst man blos die bei diesen Projektionsakten sich ergebenden begrenzten Gebilde ins Auge, so sind 2_1, 3_2, 4_3, 5_4 die entsprechenden Symbole dafür. Auch mit den Mitteln der abzählenden Geometrie läfst sich dieser Entwickelungprozefs anschaulich darstellen. Bezeichnet man, nachdem der Körper K_n entstanden, mit z_n die Anzahl sämtlicher Dimensionen, mit z_{0n}, z_{1n} etc. die Anzahl der an diesem K_n vorkommenden K_0, K_1 etc., so bestehen die Relationen

$$z_n = \sum_{\mu=0}^{\mu=n} Z_{mr} = 2^{n+1} - 1, \quad \sum_{\mu=0}^{\mu=n} (-1)^{\mu} Z_{\mu n} = 1.$$

Wenn man den Analogieschlufs ferner konsequent durchführt, so überzeugt man sich, dafs immer beim Übergang zu einer höheren Dimension eine neue Mafsgröfse auftritt: zuerst die Strecke, sodann Winkel und Fläche, weiterhin Keil, räumliche Ecke und Volumen; sobald man also aus dem gewöhnlichen Anschauungsgebiete heraustritt, kommen vier neue Begriffe hinzu. Der Verf. formuliert nun für diese mehrdimensionalen Körper einige allgemeine Theoreme, deren eines als Spezialfall den bekannten Lehrsatz von Euler in sich schliefst, den übrigens für einen etwas spezielleren Körperbegriff bereits Durège von der Stereometrie auf die Mannigfaltigkeitslehre zu übertragen gelehrt hatte. Alsdann zeigt der Verf., wie man auch auf andere Weise, indem man von irgend einem regelmäfsigen Polygon ausgeht, zu Körpern von höherer Dimension aufsteigen kann; die Rechnungen, durch welche die für diese Körper mafsgebenden Bestimmungs-Elemente gefunden werden, bestehen wesentlich in der geschickten Umformung von Binominalkoëffizienten. Die weiteren sehr detaillirten Untersuchungen über höhere Körper sind einer Darstellung im Auszuge nicht wohl fähig; betont möge nur die neue und verallgemeinerte Fassung werden, welche der Verf. dem Euler'schen Lehrsatze erteilt: „Die Gesamtzahl aller mit einem Elementarkörper auftretenden paardimensionalen Körper ist stets um die Einheit gröfser, als die Gesamtzahl der mit ihm auftretenden unpaardimensionalen Körper". Höchst interessant ist auch der Versuch, diejenigen vierdimensionalen Körper auszumitteln, welche den regulären Vielecken der ebenen und den platonischen Körpern der räumlichen Geometrie als Analoga entsprechen; die unseres Wissens das gleiche Thema behandelnden Arbeiten des Amerikaners Stringham scheint Herr Rudel nicht berücksichtigt zu haben, wodurch dann allerdings seiner eigenen Leistung der Vorzug gröfserer Unmittelbarkeit gesichert ist. Wir erfahren, um auf diesen wichtigen Punkt aufmerksam zu machen, dafs alle regulären Polyeder — nur das einzige Ikosaeder ausgenommen — zur Bildung regelmäfsiger Allkörper sich in eben dem Sinne eignen, wie man aus 4, 8, 20 gleichseitigen Dreiecken, 6 Quadraten, 12 regelmäfsigen Fünfecken die bezüglichen dreidimensionalen Körper zusammensetzen kann. — Ein Anhang behandelt noch kurz einige spezielle Fragen der vierdimensionalen Geometrie, mit

besonderer Beziehung auf den von Milinowski in der Schlömilch'schen Zeitschrift (23. Jahrg.) erhobenen Einwand gegen das Kreuzen zweier Ebenen im „All". Uns will bedünken, dafs Herr Rudel hier im Rechte ist und dafs man, wenn man einmal den abstrakten Induktionsschlufs von der uns bekannten auf eine unbekannte Welt für zulässig erachtet, mit demselben Recht für eine vielfach ausgedehnte Mannigfaltigkeit das gänzliche Auseinanderliegen zweier Ebenen zugestehen mufs, mit welchem wir innerhalb unseres Raumgebietes von der windschiefen Lage zweier geraden Linien sprechen.

9. **Bamberg.** Realschule. *Über Relationen zwischen Klassenzahlen binärer quadratischer Formen von negativer Determinante.* Von Reallehrer Dr. Joseph Gierster. 50 S.

Diese Abhandlung ist ein Sonderabdruck aus dem 19. Bande der „Mathematischen Annalen". Sie knüpft an an die rationale Invariante des elliptischen Integrales erster Gattung, welche die Eigenschaft hat, wenn das Periodenverhältnis ω irgend einer rationalen Transformation

$$\omega' = \frac{\alpha\omega + \beta}{\gamma\omega + \delta}, \quad \begin{vmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{vmatrix} = 1$$

unterliegt, ungeändert zu bleiben. Hat die soeben angeschriebene Determinante statt 1 den Wert n, so hat man es mit einer Transformation $n$ter Ordnung von ω zu thun. Von diesen Substitutionen und ihrer geometrischen Repräsentation in der komplexen Zahlenebene wird nun hier eingehend gehandelt; wer sich für diese schwierigen Probleme interessiert und die erforderlichen Vorkenntnisse aus der Lehre von den Modulargleichungen sowie auch aus der Zahlentheorie (Legendre-Eulersches Reciprocitätsgesetz u. s. w.) mitbringt, wird die Arbeit gewifs mit grofsem Nutzen studieren. In ihrer Eigenschaft als Programm wäre ihr dagegen eine den Leser etwas mehr vorbereitende Einleitung sehr zu wünschen.

10. **Freising.** Realschule. *Das Imaginäre in der analytischen Geometrie und das Problem der stationären Strömung in der unendlichen Ebene.* Von Rektor Wilhelm Friedrich Schüler. 28 S.

Versteht man unter x und x' die Koordinaten zweier auf der Abscissenaxe liegender Punkte, so repräsentiert für ein reelles a die Gleichung $xx' = a$ eine involutorische Punktreihe, deren Ordnungselemente durch $\pm\sqrt{a}$ bestimmt sind. Für ein positives a sind dieselben reell, für ein negatives imaginär. In diesem Falle mufs entweder die bekannte Deutung aushelfen, welche v. Staudt dem Geometrisch-Imaginären verliehen hat, oder man erweitert mit dem Verf. den Begriff eines Punktes. Während in der gewöhnlichen Raumgeometrie drei unabhängige Gröfsen (Koordinaten) die Lage eines Punktes fixieren, verlangt der Verf. dafür sechs Bestimmungsstücke, drei für den Ort, zwei für die Richtung, in welcher der Punkt sich fortbewegend gedacht werden kann, eins für die Strecke, welche er bei dieser Bewegung beschreibt, die sogenannte „Potenz". Nun lassen sich auch die komplexen Punkte $(a \pm bi)$ entsprechend interpretieren: sie sind repräsentiert durch das Centrum der Involution, versehen mit der Richtung der x-Axe und resp. die Potenz $\pm bi$. Auf den Raum übertragen heifst dies: Ein Punkt mit den Koordinaten $x = a_1 + b_1 i$, $y = a_2 + b_2 i$, $z = a_3 + b_3 i$ hat die rechtwinkligen Koordinaten a_1, a_2, a_3, die durch die Verhältnisse $b_1 : b_2 : b_3$ charakterisierte Richtung und endlich die Potenz

$$\sqrt{-(b_1^2 + b_2^2 + b_3^2)}.$$

Hat man nun eine Gleichung zwischen x und y, wobei die Veränderlichen resp. als Involutionen auf der x- und y-Axe aufzufassen sind, so kann man

diese Involutionen durch das Centrum, versehen mit der zugehörigen Potenz, d. h. als Potenzpunkte darstellen. Alle diese Punkte erfüllen eine Fläche, welche statt der bekannten Riemannschen Fläche als das Bild von $f(x, y) = o$ gelten kann. Dieser „Potenzfläche" sowie der zu ihr in reciproker Beziehung stehenden „Axenfläche" wird eine eingehende Betrachtung gewidmet. Für den Spezialfall der Kreisgleichung erhält man ein und dieselbe Fläche, einerlei ob der Kreis als Punkt- oder als Tangentengebilde aufgefaſst wird. Schlieſslich zeigt der Verf., daſs seine Potenzfläche sich ebensogut dazu eignet, den Verlauf algebraischer Funktionen zu studieren, wie die Riemannsche Fläche, und wendet sich nunmehr zur Behandlung des Strömungsproblemes. Es gelingt ihm, die Gleichungen der Niveaukurven und Strömungslinien explicit hinzuschreiben und für Elektrodendrähte von kreisförmigem und elliptischem Querschnitt die betreffenden Differentialgleichungen zu integrieren. Namentlich dieser letzte Abschnitt, in welchem einer neuerdings so viel ventilierten Frage entschieden auch eine neue Seite abgewonnen wird, dürfte der Abhandlung zahlreiche Leser zuführen.

11. **Kitzingen.** Realschule. *Die Vorübergänge der Venus vor der Sonne mit besonderer Berücksichtigung des Vorüberganges am 6. Dezember 1882 elementar behandelt* von Rektor Gottlieb Effert. 22 S.

Eine für Schüler, die mit den Elementen der ebenen Trigonometrie hinlänglich vertraut sind, sehr zweckentsprechende Darlegung der Verhältnisse, von welchen die Bestimmung der astronomischen Fundamentalkonstante abhängt. Nach einer geschichtlichen Einleitung bespricht der Verf. die Umlaufszeit der Venus, erörtert die Bedingungen, unter denen überhaupt nur ein Durchgang stattfinden kann, wenn nämlich Venus bei ihrer unteren Konjunktion sich in der Nähe eines Knotens befindet. Durch Kettenbruchentwickelung wird die Periodicität und die Länge einer Periode bestimmt. Endlich wird auch noch gezeigt, wie man die Dauer eines Vorüberganges mit groſser Annäherung finden könne. Nachdem so einige allgemeine Daten für Durchgänge überhaupt eruiert sind, bespricht der Verf. speziell das Phänomen vom 6. Dezember 1882, berechnet den kürzesten Abstand des Planetencentrums vom Sonnencentrum und die Zeit der vier wichtigen Berührungen beider Scheiben beim Ein- und Austritt. Auch wird durch unmittelbare Vergleichung mit den durch strengere Rechnung erhaltenen Zahlen der Nachweis geführt, daſs die Annahme einer geradlinigen Venusbahn zu keinen nennenswerten Fehlern geführt habe. Auf einem Kärtchen werden die geographischen Sichtbarkeitsverhältnisse der verschiedenen Phasen des Ereignisses vor Augen gestellt. Zum Schluſs wird gezeigt, in welcher Beziehung die Sonnenparallaxe zu den sonstigen Umständen eines Planetendurchganges steht, wie also durch genaue Verfolgung eines solchen auch ein Wert für erstere sich ergibt. Die neueren Untersuchungen von Deichmüller und Peter sind vom Verf. ebenfalls, soweit es möglich war, für seine Zwecke verwertet worden.

12. **Würzburg.** Realschule.*) *Abhandlungen aus dem Gebiete der Mathematik.* Von Rektor Friedrich Mann. 43 S.

Die zwei Abhandlungen, welche uns hier geboten werden, sind ganz verschiedener Natur. Die erste, welche sich als Beitrag zur Philosophie der Mathematik einführt, hat den Titel: „Über das Umformen der geometrischen Eigenschaften". Von einem erfahrenen Lehrer wird uns hier eine Reihe didaktischer Aphorismen geboten, die unser volles Interesse auf sich zu ziehen wohl geeignet sind. So verbreitet sich der Verf. zuerst

* Zugleich Gratulationsschrift der Realschule und des polytechnischen Centralvereines für Unterfranken zum 300jährigen Jubiläum der Würzburger Universität.

über „gleichgeltende", „mehrgeltende" und „mindergeltende" Eigenschaften einer Figur und bringt dieselben mit der Frage, ob ein bestimmter Satz die Umkehrung zulasse, in Verbindung: „Bei allen richtigen Lehrsätzen, die durch Umkehrung unrichtig werden, ist die Voraussetzung im Vergleiche zur Behauptung eine mehrgeltende Eigenschaft." Diese Betrachtungen über Umkehrbarkeit und Nichtumkehrbarkeit, welche auch in dem folgenden Abschnitt („Differenz geometrischer Eigenschaften") fortgeführt werden, sind zwar schon von Hauber zu einem abstrakten logischen Lehrsatze verdichtet worden, allein in der hier gegebenen konkreten Form haben sie für sich den Vorzug gröfserer Übersichtlichkeit. Es wird dann weiter an passenden Beispielen gezeigt, wie durch das Umformen der geometrischen Eigenschaften Lehrsätze bewiesen und Aufgaben gelöst werden können; sehr hübsch ist hier dargethan, wie eine gewisse planimetrische Aufgabe am einfachsten durch Verzeichnung einer Ellipse aufgelöst werden kann, wie man aber den gesuchten Punkt dieses Kegelschnittes mit Lineal und Cirkel ermitteln und sich somit von der Ellipse, die lediglich die Bedeutung einer Zwischen- oder Hilfsfigur hatte, wieder unabhängig machen kann. Daran reiht sich noch eine hübsche heuristische Diatribe über Viereckswinkel und eine lesenswerte Schlufsbetrachtung. — Die zweite Abhandlung gibt „die einfachste graphische Lösung der axonometrischen Grundaufgaben". Zu diesem Zwecke dient gewöhnlich das bekannte Theorem von Pohlke, allein gerade von ihm will der Verf., um ganz auf elementarem Felde zu bleiben, keinen Gebrauch machen. In der That gelingt ihm die Herleitung der Weisbachschen Formeln blos mit Hilfe der ebenen Trigonometrie, während Weisbach selbst die sphärische nicht entbehrlich gefunden hatte.

Anhang.

Die Beteiligung der k. Kreis-Realschule zu Nürnberg an der bayrischen Landes-Industrie-Gewerbe- und Kunst-Ausstellung in Nürnberg 1882. 32 S. 2 Tafeln.

Die Beteiligung der k. Industrieschule zu Nürnberg an der bayrischen Landes-Industrie-Gewerbe- und Kunst-Ausstellung in Nürnberg 1882. 41 S. 1 Tafel.

Obwohl diese beiden Programme nicht in aller Strenge den wissenschaftlichen zuzurechnen sind, so erscheint es doch angesichts ihres vielfach interessanten Inhaltes angezeigt, derselben hier anhangsweise zu gedenken. Beide Schulen, die Real- und die Industrieschule, sind unter dem gemeinsamen Rektorat des Professors Füchtbauer vereinigt, aus dessen Feder auch die Jahresberichte stammen. Der Verf. beginnt jedesmal damit, in kurzen Zügen dem Leser die ziemlich verwickelte Geschichte jeder Anstalt vorzuführen, dann gibt er statistische Nachrichten über den augenblicklichen Stand derselben und schliefslich verbreitet er sich über die Anteilnahme der ihm unterstellten Schulen an der Nürnberger Ausstellung, deren Ruf sich jetzt durch alle deutschen Lande verbreitet hat. Ausgestellt wurden Pläne mit einer graphischen Schulstatistik, ferner die Freihandzeichnungen der Schüler, die Übungen im Linear- und im Konstruktions-Zeichnen, von seiten der Industrieschule noch besonders praktisch-mechanische Arbeiten, schöne chemische und krystallographische Präparate, die ihre Entstehung dem von Prof. Dr. Kaemmerer trefflich geleiteten Anstalts-Laboratorium verdanken, und zahlreiche architektonische Entwürfe. Aufmerksamkeit erregten die physikalischen Apparate, zum Teil geschichtlich interessante, wie von Fraunhofer und G. S. Ohm, zum Theil neue und in Zeitschriften noch nicht beschriebene Demonstrationsvorrichtungen nach den Angaben des Rektors. Dieser letztere hatte

noch ferner ein vortreffliches Lehrmittel ausgestellt, dem wir nur möglichste Vervielfältigung und Verbreitung wünschen möchten. In der Erwägung nämlich, daſs Engel-Schellbachs darstellende Optik besser als alle Beschreibungen und Berechnungen über die Grundgesetze der Katoptrik und Dioptrik orientiert, daſs jedoch dieses kostbare Werk zum eigentlichen Schulgebrauche sich weniger eignet, hat Herr Füchtbauer durch den Assistenten Ehrmann auf schwarzem Papier mit farbigen Ölkreidestiften neun groſse optische Zeichnungen ausführen lassen. Fünf dieser Tafeln versinnlichen den Verlauf der Katakaustik und Diakaustik, drei das Wesen der Farbenzerstreuung im Prisma und den Achromatismus, eine Tafel endlich ist der Theorie des Regenbogens gewidmet. — Die Jury hat die verdienstlichen Leistungen der technischen Mittelschulen Nürnbergs voll anerkannt und die Ausstellung der Kreis-Realschule mit der silbernen, diejenige der Industrieschule aber mit der goldenen Medaille ausgezeichnet.

Pädagogische Zeitung.

(Berichte über Versammlungen, Auszüge aus Zeitschriften u. drgl.)

Bericht über die Thätigkeit der mathematisch-naturwissenschaftlichen Sektion der 36. Versammlung deutscher Philologen und Schulmänner zu Karlsruhe.

(27.—30. September 1882.)

Von Prof. P. TREUTLEIN in Karlsruhe.

(Fortsetzung und Schlufs.)*)

Zweite Sitzung.

Freitag den 29. September, morgens 8 Uhr.

Dritter Vortrag

von Professor REBMANN:

Der naturgeschichtliche Unterricht im Gymnasium.

Der naturgeschichtliche Unterricht in der Schule hat seit Rofsmäfsler, dessen verdienstvolle Schrift „Der naturgeschichtliche Unterricht" noch heute als grundlegend angesehen werden mufs, nur geringe sichtbare Erfolge aufzuweisen. Seine Fortschritte stehen aufser allem Verhältnis zu den Fortschritten der Naturwissenschaften selbst.**) Die Methodik zeigt noch allenthalben Lücken, die naturgeschichtlichen Schulbücher lassen in ihrer grofsen Mehrzahl auch bescheidene Ansprüche unerfüllt. Die Hauptgründe dieses Stillstands sind erstens Mangel an geeigneten***) Lehrkräften, zweitens Überfülle an Material, und drittens geringer Zusammenhang der einzelnen Disziplinen untereinander und mit dem übrigen Lehrstoff. Abhilfe für den ersten Punkt ist erst zu erwarten von dem Reichtum an Lehrkräften†), der voraussichtlich aus der jetzigen Überflutung der Gymnasien mit jungen Lehramts-Kandidaten hervorgehen wird. Den zwei letzten Punkten gelten die folgenden Vorschläge.

Die Lehrpläne für den naturgeschichtlichen Unterricht zeigen innerlich und äufserlich grofse Verschiedenheiten. Der am weitesten verbreitete

---

*) S. d. 1. Art. in Hft. 1 S. 72.

**) Dies ist auch kein Wunder, wenn die jungen Herren, die aus den botanischen, zoologischen etc. etc. Universitäts-Instituten hervorgehen, ihre Professoren in der Vortrags- oder Lesemethode nachahmen oder vielmehr — „nachäffen", wie wir nächstens an einem Leipziger Exemplar zeigen werden. Red.

***) Dafs sie nicht „geeignet" sind, daran trägt der Mangel an Lehrerbildungsanstalten bei Universitäten (pädagogischen Hochschulseminaren mit Übungsschulen) die Schuld. Red.

†) Davon nicht allein, sondern auch von der soeben erwähnten Errichtung und Einrichtung geeigneter Hochschulseminare. Red.

Plan arbeitet in den unteren Klassen durch Beschreibung und Vergleichung von Naturkörpern dem Hauptziel der Systematik der drei Naturreiche vor. Meist ohne innern Zusammenhang schliefst Anthropologie das Ganze. Dieses Ziel ist ein falsches, einmal, weil es den ganzen Unterricht in eine verkehrte Bahn lenkt, dann weil die Systematik mit der eben sich vollziehenden Zerstörung des Artbegriffs ihre Basis verloren hat, und eine neue Grundlage erst geschaffen oder gefunden werden mufs. An ihre Stelle soll in Botanik und Zoologie Morphologie, resp. vergleichende Anatomie Angelpunkt des ganzen Unterrichts bilden. Beide Disziplinen lassen sich, natürlich in gradueller Steigerung durch alle Klassen hindurch verwenden, nicht erst wie die Systematik in den obersten, schärfen in viel höherem Grade die Beobachtung und fördern die Erkenntnis der Gestaltungsgetze. Die botanische Morphologie gestattet selbständig wissenschaftlichen Aufbau („Botanik“ von Dr. v. Freyhold*)). Die vergleichende Anatomie findet ihren Abschlufs in der Anthropologie, deren anatomischer Teil ganz vom vergleichend anatomischen Standpunkt aus zu behandeln ist. Beschreibung und Vergleichung hängen in den unteren Klassen nicht mehr in der Luft, sondern dienen als Hilfsmittel für die Erkenntnis morphologischer Verhältnisse. Der Unterricht wird in allen seinen Teilen Anschauungsunterricht, während Systemkunde nicht anschaulich gelehrt werden kann. Im Besonderen mufs die Botanik an die erste Stelle treten, Zoologie an die zweite. Histiologie und Chemie der Pflanzen wie alles, was sich makroskopisch nicht darstellen läfst, ist auszuschliefsen, der übrige Stoff mehr als bisher auf experimenteller Basis aufzubauen. Wertvollen Lehrstoff enthält die Biologie der Pflanzen. — Die Sysematik ist in Botanik viel mehr als in Zoologie auf das äufserste Mafs zu beschränken. Das Linné'sche Pflanzensystem ist zum Zweck des Bestimmens von Pflanzen so lang unentbehrlich, als nicht eine für den Schüler ebenso verständliche und durchsichtige Bestimmungstabelle existiert; so lange ist der Übelstand des Nebeneinanders von zwei Systemen nicht zu vermeiden. In der Zoologie empfiehlt sich eine energische Ausnützung alles verwendbaren lebendigen Materials. In geringem Mafs kann tierische Physiologie bei der Anthropologie zur Besprechung kommen. Mineralogie kann erst gelehrt werden, wenn Chemie und Physik ihr Verständnis ermöglichen.

Seine richtige Stellung und Würdigung erhält der naturgeschichtliche Unterricht aber erst dann, wenn er mit der Erdkunde systematisch verbunden und in eine Hand gelegt wird. Geographie als Naturgeschichte der Erde ist eine naturwissenschaftliche Disziplin und mufs der Hauptsache nach physikalische Geographie sein. Ihr Zusammenhang mit den historischen Wissenschaften ist gering und kann beim Unterricht erst in zweiter Linie in Betracht kommen. Die äufserliche Verknüpfung mit dem Geschichtsunterricht mufs baldigst und endgültig gelöst werden. Die politische Geographie soll innerhalb gewisser Grenzen berücksichtigt werden, ebenso bestimmte nationalökonomische und ethnographische Momente; doch darf der Geographieunterricht nicht bezwecken die Atlanten überflüssig zu machen. Kartenzeichnen zur Unterstützung des Gedächtnisses ist zu empfehlen, doch mufs durchaus das Verständnis der Kartenbilder auf praktische Terrainaufnahmen aufgebaut werden. — In diesen Rahmen, den die Naturgeschichte des Erdkörpers bildet, fügen sich ganz von selbst die übrigen Zweige der Naturgeschichte ein, auch kommt nebenbei der physikalische Unterricht in den unteren Klassen zur Bedeutung. Damit bildet denn auch der naturgeschichtlich-geographische Unterricht ein einheitliches Ganzes.

Platz spricht, als Ergebnis 33jähriger Lehrthätigkeit, seine Ansicht dahin aus, dafs der naturgeschichtliche Unterricht einer entschiedenen Erweiterung bedürfe. Er beklagt es deshalb auch, dafs in Baden seit

*) Man vergl. die Rezension dieses Buches in diesem Hefte S. 112 u. f. Red.

einigen Jahren für den naturgeschichtlichen Unterricht eine Rückverweisung in die unteren Klassen stattgefunden habe. Früher, wo der bezügliche Unterricht bis in Sekunda fortgesetzt worden, konnte eine Erkenntnis der Gestaltungs- und Lebensgesetze organischer Wesen vermittelt werden; jetzt sei es ein vergebliches Abmühen, den Schülern der Tertia wissenschaftliche Naturgeschichte beizubringen, der Erfolg stehe nicht im Verhältnis zur aufgewendeten Kraft. Was die Verbindung von Geographie und Naturgeschichte betreffe, so stimme er hierin ganz mit Rebmann überein: die Geographie sei als Naturwissenschaft und nicht als Hilfswissenschaft der Geschichte aufzufassen. Bezüglich des vor zwei Jahren in Baden bei der Naturforscherversammlung angeregten Streites über den Vorrang der Botanik vor der Zoologie als Unterrichtsgegenstand könne er aber nicht mit Rebmann derselben Ansicht sein, er glaube nicht, dafs die Botanik in den Vordergrund zu stellen sei.

Freyhold, dessen Bestrebungen auf dem Gebiete des naturgeschichtlichen Unterichtes Rebmann warme Anerkennung gezollt hatte, dankt zunächst für die freundliche Erwähnung seiner zwei Schriften, will auf weitere von Rebmann erhoffte morphologische Erläuterungen verzichten, will aber seine Meinung begründen, warum in der That der Botanik vor der Zoologie ein gewisser Vorzug einzuräumen sei. Unsere sämtlichen Unterrichtsgegenstände auf höheren Schulen lassen sich in drei Gruppen abteilen. Erstens seien da die naturgemäfs dogmatisch verfahrenden, wie die sprachlichen Fächer und die Geschichte. Hier seien die Schüler nicht an die Quellen der wirklichen Forschung heranzuführen; kritiklos stehe der Lernende dem Lehrer gegenüber, er verhalte sich ganz rezeptiv — man dürfe nur an die konfessionellen Fragen denken — und könne selbst Falsches für richtig nehmen. Eine zweite Art von Unterrichtsfach sei die Mathematik: hier sei es möglich, vor den Augen des Schülers, ja durch ihn selbst das ganze Lehrgebäude aufzuführen; man verfahre ganz synthetisch und eigene Kritik sei erwünscht, ja werde absichtlich herangebildet. Der Mathematik fehle aber das Element der Anschauung, da nicht an sinnlich Wahrgenommenen Schlüsse anzustellen seien. Gerade dies sei aber das Hauptelement des naturgeschichtlichen Unterrichtes, und mache man von dieser Auffassung Anwendung auf den botanischen und zoologischen Unterricht, so sei seine Eingangs aufgestellte Behauptung leicht zu erweisen. Für den zoologischen Unterricht sei das Unterrichtsmaterial nur schwer zu beschaffen, zumal dasjenige, welches allseitig zu untersuchen wäre; die wenigen ausgestopften Tiere in unseren Schulsammlungen, die der Zahl nach, oft auch der Beschaffenheit nach dürftigen Spirituspräparate, und gar die Abbildungen seien durchaus nicht ausreichend, um das für den wichtigen Unterricht nötige Material zu liefern, während eine in Bezug auf Flora noch so dürftige Gegend hinreichend Ausbeute liefere. Ein zweiter Punkt sei wohl auch noch recht sehr der Beachtung wert, nämlich die Rücksichtnahme auf das Geschlechtsleben der Tiere, diese müsse sich die Schule völlig versagen. Und doch sei das Geschlechtsleben von gröfster Wichtigkeit, da sowohl systematischer Aufbau (vgl. Placentalia u. s. w.) als auch manche Erscheinung im täglichen Leben nur mit Bezugnahme darauf zu verstehen sei; die Schule aber mufs das alles mit Stillschweigen übergehen. Was sei aber ein botanischer Unterricht wert, der etwa die Bedeutung der Blüte vernachlässigen wollte? Endlich müsse er freilich zugeben, dafs die Beobachtung der Teile einer Pflanze oft schwieriger sei; aber sie sei auch nutzbringender. Verwechslungen können vermieden werden durch korrekte Vorführung des Materials.

Treutlein wendet sich gegen Platz' Äufserung betreffs der Gestaltung des naturgeschichtlichen Unterrichtes in den badischen Gymnasien. Vor 1869 hatten die drei unteren Klassen gar keinen naturkundlichen Unterricht, Tertia erhielt Physik, Sekunda Naturgeschichte und Prima wieder Physik. Seit 1869 wurde auch für Sexta, Quinta und Quarta Naturge-

schichte bestimmt. Die Erfahrung habe ihn belehrt, dafs bei solch stetem Wechsel ungemein wenig erreicht werden könne; er habe deshalb mit dahingewirkt (vgl. ds. Ztschr., Jahrg. 1876, Bd. VII, 272 ff.), dafs, wenn vorerst auch nicht naturgeschichtlicher Unterricht durch das ganze Gymnasium hindurchgehe, doch wenigstens die gegebenen Stunden möglichst ausgenützt würden: dies geschehe aber durch fünfjährige Betreibung der Naturgeschichte (was Berücksichtigung von physikalischen Grundthatsachen nicht ausschliefse) und darauf folgende vierjährige Behandlung der Physik, was zudem den Vorteil gewähre, auch die Grundlage chemischen Wissens mit aufnehmen zu können.

Simon will an die formale Seite der Sache anknüpfen; er wolle die ketzerische Ansicht aussprechen, dafs es ziemlich gleichgültig sei, was gelehrt, die Hauptsache sei, wie gelehrt werde, Alles hänge von der Natur des Lehrers ab. Es sei nicht festzustellen, ob Botanik oder Zoologie den Vorzug verdiene; es sei dies reinste Machtfrage und solle darum unerörtert bleiben.

Slawyk macht bezüglich des geographischen Unterrichts darauf aufmerksam, dafs in Elsafs die Sache so geordnet sei, dafs er im Prinzip dem Lehrer der Naturgeschichte zugewiesen worden, dafs dies aber faktisch nirgends statthabe. Der Grund liege nicht fern: es gebe nur wenige Lehrstühle für Geographie, die betreffenden Fachprofessoren schwelgten in dem Wahne, dafs Geographie reine Naturgeschichte sei und liefsen die historische Geographie ganz bei Seite; die von ihnen gebildeten Lehrer, zudem meist berufen ihre Nachfolger zu werden, wissen, in die Mittelschulen gestellt, mit dem auf der Hochschule Gelernten nichts oder nicht viel anzufangen. Würde der von Rebmann gestellten Forderung genügt, so müsse eben auch historische Geographie gelehrt werden, damit die Schüler z. B. wenigstens lernen, dafs Strafsburg die Hauptstadt von Elsafs sei.

Platz weist die hierin liegende Übertreibung zurück und meint, dafs es Niemand einfalle, nur physikalische Geographie treiben zu wollen.

Freyhold wendet sich gegen den einen Vorredner, der die vorliegende Streitfrage, welche Disziplin etwa zu bevorzugen sei, eine Machtfrage genannt habe, deren Diskussion nicht zeitgemäfs sei. Er müsse dabei beharren, dafs die Verhandlung hierüber höcht wichtig sei, und zwar dies, so lange nicht der Nachweis erbracht werde, dafs wie das Pflanzenreich so auch das ganze Tierreich vorgeführt werden könne, dafs genügendes Anschauungsmaterial in die Hand des Schülers kommen könne und dafs das gesammte wissenschaftliche Material in Zoologie ebenso verstandesbildend sei wie in Botanik.

Gelzhorn bemerkt, dafs ihm Rebmanns Vortrag, zumal in Bezug auf Geographie, ganz aus der Seele gesprochen sei.

Der Präsident erklärt die Diskussion für geschlossen.

Vierter Vortrag

von Dr. A. Sachse:

Über einige Sätze vom vollständigen Viereck.

Herr Dr. Sachse hatte eine Figurentafel lithographieren lassen und jedem der Anwesenden ein Exemplar zugestellt. Diese Tafel hier zu reproduzieren geht nicht an; ohne sie aber ist der Gesamtinhalt des interessanten Vortrages nicht verständlich zu machen, so dafs wir auf dessen Wiedergabe hier leider verzichten müssen. Der Vortrag wird aber ausführlich im officiellen Versammlungsberichte erscheinen, auf den wir also den Leser verweisen.

Nach Beendigung des Vortrages von Herrn Sachse war der Zeitpunkt bereits überschritten, an welchem die allgemeine Sitzung der Versammlung begann. Die Teilnehmer unserer Sektion zogen es vor, die Sektionssitzung

fortzusetzen, um die weiter angemeldeten Vorträge zu hören und zu discutieren, da wegen der Abreise mancher Mitglieder am gleichen Tage noch und wegen des am Abend stattfindenden Kommerses auf ein sicheres Zustandekommen der Sektionssitzung am Samstage nicht zu rechnen war.

Es trat also eine Pause von einer Viertelstunde ein, und um halb 11 Uhr folgte

Fünfter Vortrag

von Prof. Strack:

Über mathematische Terminologie.

Der Vortragende hatte schon tags zuvor erklärt, als Einheimischer rückstehen zu wollen, will sich der vorgeschrittenen Zeit wegen hier auch nur auf einen Teil seines ganzen Themas beschränken, nämlich auf die Benennung der beim Schnitt zweier Geraden (Parallelen) durch eine dritte entstehenden Winkelpaare. Die Unterscheidung der acht hohlen Winkel in innere und äufsere u. A. sei ein logischer Fehler, nur für den Fall paralleler Geraden zulässig; ebenso sei es unzulässig, von zwei solchen Winkeln zu sagen, „sie haben einerlei Lage in Bezug auf die Geschnittenen" oder gar „sie liegen oberhalb der Geschnittenen". Zwei andere logisch richtige Klassifikationen finden einen Einteilungsgrund in der Richtung des mit den Transversalen zusammenfallenden Schenkels, während der zweite im ersten Falle in der Lage des nicht mit den Transversalen zusammenfallenden Schenkels dieser gegenüber und im zweiten Fälle in der Richtung derjenigen Drehung liege, durch welche der Winkel erzeugt werden könne. Mit Rücksicht auf letzteres sei es empfehlenswert, die Transversale als „Basis" zu benennen. So komme man auf rechts- und linkswendige Winkel und auf gleich- und gegenwendige Winkelpaare.

Helmes spricht für die viel verbreitete Benennung als innere, äufsere, korrespondierende Gegen- bzw. Wechselwinkel.

Treutlein will diese weitläufigen Benennungen und Unterabteilungen durchaus vermieden sehen: er giebt an, wo überhaupt diese Winkel zur Verwendung kommen und findet, dafs man in allen diesen Fällen auskomme mit der Unterscheidung in gleichwendige und gegenwendige Winkel, dafs diese Unterscheidung sich aber auch als einfache Folge ergebe der grundlegenden Benutzung der Bewegung zur Erzeugung geometrischer Gebilde.

Behrle hebt wie Treutlein den Vorzug hervor, dafs so auch das Wort Gegenwinkel zu sonstiger so sehr erwünschter Benutzung frei werde, wünscht auch, dafs der Begriff des Winkels von dem der Gröfse der Fläche unabhängig gemacht werde.

Suhle spricht seine Überraschung aus, dafs Spieker's Buch 30 Jahre lang den Winkel als Richtungsunterschied erklärt, nun aber in der neuesten Auflage ihn wieder als Fläche auffafst.

Da die Diskussion sich zu verzetteln droht, stellt Treutlein den **Antrag**, einzig den Begriff der „gleich- und gegenwendigen Winkel" zu benutzen — und von gegen 30 Anwesenden stimmen 27 dem vollständig zu.

Der Präsident stellt nun zur Diskussion die von Hoffmann gestellte Frage,*) 1) ob $\widehat{ABC}$ oder $\angle$ oder $\measuredangle$ oder $<$ als Zeichen für „Winkel ABC" zu benutzen sei.

Treutlein glaubt, dafs das erste Zeichen sich durch die Rücksicht auf den Buchdruck verbiete**), dafs das zweite und vierte Verwechselungen

*) s. XIII, 420. Red.

**) Wir erlauben uns, hierzu zu bemerken, dafs die „typische" Möglichkeit unsrer Bezeichnung ($A\hat{O}B$) durch unsere Vorschule (Halle 1874 S. 37 u. 42 Anm.) erwiesen wird. Sollten dabei aber dennoch technische Schwierigkeiten vorhanden sein, so schlagen wir

mit „kleiner als“ ermögliche, dafs also nur das dritte übrig bleibe, was übrigens meist gebraucht werde.

Alle stimmen dem zu.

Der Präsident erwähnt weiter, dafs Hoffmann frage, 2) ob die „zweite Potenz von $\cos\alpha$“ durch $(\cos\alpha)^2$ oder durch $\cos\alpha^2$ oder durch $\cos^2\alpha$ zu bezeichnen sei?

Slawyk spricht für die letzte Bezeichnung.

Bauer führt für die zweite Bezeichnungsweise die Autorität von Gaufs an und nennt die dritte sinnlos.

Treutlein wendet sich gegen die letzte Äufserung: ebensowohl könne man sagen, Cosinus sei sinnlos, da es doch nur einen complementi sinus gebe; über die Bezeichnung, wenn sie im Einklang bleibe mit sonst gewählter Bezeichnung, könne man frei verfügen.

Helmes spricht sich gegen $\cos^2\alpha$ aus, da dies ja heifsen würde „Cosinus von $\cos\alpha$“. Eine Umfrage zeigt, dafs sich von den Anwesenden 5 für $\cos\alpha^2$ und 17 für $\cos^2\alpha$ entscheiden.

Unterdes war die zwölfte Stunde des Tages herangerückt, und da Herr Slawyk seinen angekündigten Vortrag zurückzieht, die weiteren von Herrn Hoffmann aufgestellten Themata wegen der vorgeschrittenen Zeit nicht mehr behandelt werden können, so erklärt der Präsident diese Sitzung und die Sektionssitzungen überhaupt für geschlossen.

Nachmittags um $^1/_2$4 Uhr folgte eine gröfsere Zahl von Sektions-Mitgliedern der freundlichen Einladung des Herrn Hofrats Dr. Wiener, Professors der darstellenden Geometrie am Polytechnikum, und besah sich hier die zahlreichen schönen geometrischen Karton-, Gyps- und Fadenmodelle, welche teils von Herrn Wiener selbst, teils auf seine Anregung durch seine Schüler angefertigt wurden. Herr Wiener erläuterte in mehr als einstündigem Vortrage diese die Theorie der Kurven und Flächen verdeutlichenden Modelle und darf des Dankes aller Zuhörer gewifs sein.

Auf Wiedersehen denn im nächsten Jahre in Dessau!

Karlsruhe den 12. Oktober 1882.

Erklärung.

Bezügl. unserer Anm. S. 74 d. 1. H. schreibt uns Hr. Dr. Strack-Karlsruhe, er habe bei seinem Antrage (a. a. O.) nur jene Thesen des Herausgebers gemeint, welche die Benennung der Winkelpaare b. d. P. betreffen (XIII, 420) und deshalb könne ihn der Vorwurf der „Anmafsung“ oder „Oberflächlichkeit“ nicht treffen. (Den haben wir auch gar nicht erhoben!) Der Berichterstatter — meint er — hätte zu den Worten „die der H. Thesen“ noch hinzufügen sollen „über die Benennung der Winkelpaare etc.“ Hiermit ist diese Angelegenheit erledigt. Die Redaktion.

Die (55.) Naturforscher-Versammlung in Eisenach (Septbr. 1882).

II.*)

(Die allgemeinen Vorträge.)

Wir stellten in Heft 6 des vorigen Jahrganges (S. 483), da von der nicht zustande gekommenen „Sektion für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht“ nichts zu berichten war, eine Mitteilung über die Naturforscher-Versammlung im allgemeinen in Aussicht, natürlich mit besonderer Berücksichtigung der Lehrobjekte für höhere Schulen. Von den 23 im Tageblatte der Naturforscher-Versammlung (S. 4) angeführten Sektionen stehen mit der unsrigen (der 12ten) natürlich nur einige in naher

---

vor, den mittlern (oder Scheitel-) Buchstaben etwas kleiner zu wählen ($A\acute{o}B$). Diese Schreibweise hat jedenfalls den (auch bereits von andern Seiten anerkannten) Vorzug, dafs damit auch die gestreckten und die convexen Winkel ($A\bar{o}B$ und $A\check{o}B$) bezeichnet werden können. Der Herausgeber.

*) Man sehe den I. Artikel in XIII_6, 481 u.

verwandtschaftlicher Beziehung, nämlich die vier ersten: 1) Mathematik, reine und angewandte (Astronomie und Geodäsie), 2) Physik mit Meteorologie, 3) Chemie, 4) Mineralogie mit Geologie und Paläontologie; ferner die 6te bis 8te: 6) Geographie mit Ethnologie, 7) Botanik, 8) Zoologie, und endlich die 10te: Entomologie. Von den übrigen medizinischen Sektionen (13—23) dürften uns höchstens noch interessiren die 22ste (öffentliche Gesundheitspflege) wegen der Schulhygieine.

Die genannten naturwissenschaftlichen Sektionen hatten nach dem Tageblatt ihre Sitzungen fast sämtlich zu derselben Zeit (9—11 Uhr vormittags), eine Zeit, die auch für die pädagogische*) bestimmt war. Die mathematische jedoch fiel von 11—1 Uhr. Daraus ist auch erklärlich, warum die pädagogische Sektion nicht zustande kam, weil die „Lehrer" natürlich durch das Interesse an jenen Sektionen von 9—11 Uhr gefesselt waren.**) Es wäre (aus andern Gründen von den Nachmittagsstunden abgesehen) etwa nur die Zeit von ½8—9 Uhr vormittags übrig geblieben, und so hätte sich bei ernstlichem Willen wohl die pädagogische Sektion ermöglichen lassen.***) Für die Vorstände oder Einführenden dieser Sektion bei künftigen Naturforscher-Versammlungen dürfte sich hieraus die Lehre ergeben, eine passendere Zeit ausfindig zu machen, zu welcher die andern Sektionen nicht tagen.

Das Hauptinteresse unserer Fachgenossen sowie jedes Besuchers der Versammlung mufsten natürlich, wie immer, die allgemeinen Vorträge, soweit sie nicht speziell medizinischer Natur waren, beanspruchen, und diese allgemeinen Vorträge waren gerade diesmal recht interessant und lehrreich. Unter allen leuchtet hier hervor der berühmte Vortrag Haeckels-Jena: I. „Über die Naturanschauung von Darwin, Goethe und Lamarck", welcher zugleich als Gedächtnisrede auf den in vorigem Jahre verstorbenen Darwin gelten konnte. Wir werden daher diesen gehaltvollen und lehrreichen Vortrag, da auch das gediegenste Excerpt ihn nur verstümmeln müfste, in einem der nächsten Hefte unverändert abdrucken und ihn so gleichsam als ein Denkmal jener Männer im Ehrensaale unserer Zeitschrift aufstellen, um so mehr, als er auch viele Anknüpfungspunkte und Winke für den naturwissenschaftlichen Unterricht bietet. Aber auch die andern allgemeinen Vorträge sind mit Ausnahme des nur für Anatomen und Chirurgen bestimmten II. „Über antiseptische Wundbehandlung" von v. Bergmann (S. 117 des Tageblatts) für unsere Fachgenossen höchst anregend und lehrreich, wenn auch immerhin der letztgenannte Vortrag von Lehrern der Naturgeschichte, besonders der Zoologie, welche dem Arzte am nächsten stehen, mit Nutzen gelesen werden dürfte.

Schon mehr als dieser rein fachwissenschaftlich medizinische resp. chirurgische Vortrag dürfte unsere Fachgenossen interessieren der freilich immer noch medizinische des Swinemünder Sanitätsrats Dr. Wilhelmi (S. 91 und folg. des Tageblatts): III. „Über den Eisenacher Arzt Chr. Fr. Paullini (1643—1712)". Hier wird ein vielgesuchter und sehr verdienter Arzt und bedeutender Mensch des 17./18. Jahrhunderts vorgeführt, der eine aufserordentliche litterarische Thätigkeit entfaltete, aber durch ein einziges Buch, weil es in deutscher Sprache geschrieben war

---

*) So wollen wir der Kürze halber die „Sektion für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht" nennen.

**) Man vergleiche hiermit die Bemerkungen des Referenten Prof. Weifsenborn in XIII, 483.

***) „Lehrer" waren hierzu in Eisenach genug, nach dem Tageblatt mindestens 30. Vergl. unsere Bem. in Art. I (S. 483). Wir wollen (abgesehen von den Eisenachern, welche vielfach in den Ausschüssen in Anspruch genommen waren) nur folgende wenige anführen Kefsler, Oberlehrer, Kassel; Erfurth, Seminarlehrer, Weimar; Burbach, Seminarlehrer, und Lafswitz, Gymnasiallehrer, Gotha; Krumme, Direktor, Braunschweig Mösta, Oberlehrer, Eschwege; vieler anderer, die ihren Stand nicht angegeben, sondern sich nur als Prof. oder Dr. bezeichnet haben nicht zu gedenken.

und zu viel hinter die Koulissen schauen liefs, in Verruf kam und sich den Hafs fast der gesamten deutschen ärztlichen Welt zuzog. Dieses vielbespöttelte Buch hies: „heylsame . . . . . . Dreckapotheke"*), worin Paullini nachweisen will, wie ope stercoris et lotii**) „fast alle, ja auch die schwersten, giftigsten Krankheiten und bezauberten Schäden vom Haupt bis zu den Füfsen in- und äufserlich glücklich kuriert worden". Dabei giebt er aber nicht etwa eigene, sondern völlig objektiv die von den berühmtesten und gesuchtesten Ärzten vor ihm verordneten und in den Pharmokopöen vorgeschriebenen absonderlichen Heilmittel an. Es ist daher das Buch ein wichtiger Beitrag zur Geschichte der Therapie früherer Jahrhunderte. Aus dem Vortrag ist uns nicht klar geworden, ob nicht etwa Paullini durch dieses Buch jene ganz absonderliche Heilkunst hat verspotten und an den Pranger stellen wollen. Doch scheint dem zu widersprechen der „nützliche Vorbericht an den redlich-teutschen Leser", den er zu einer notwendig gewordenen zweiten Auflage seines Buches, welches von hoch und niedrig viel gelesen und begehrt wurde, schrieb. In diesem „Vorbericht" führt er eine sehr derbe und drastische Sprache. Er erwartet, „dafs mancher träge Bankbruder und dünkelwitziges Stumpfhirn abermals über seinen neuvermehrten heilsamen und deshalb ernstlich verlangten stercus die Nase rümpfen werde"

„Hoc scio pro certo, quod, si cum stercore certo,
Seu vinco aut vincor, semper ego maculor."

„Was schnarcht denn Kurt Sammetbart dawider, was geifert Hein Rotzmaul, ich hätte Lateinisch schreiben sollen, dann wäre es nicht so gemein geworden? Lateinische Sprache versteht man übern gantzen Erdboden, aber nicht die Teutsche, dafs also dieser Nickel wohl hätte die Schnauze halten mögen." Er beruft sich auf den Ausspruch des Galenus: „medicus sane optimus ignorare non debet medendi rationem per stercora." „Gebt Acht, ihr Struntzer und Plunderärzte", schaltet er ein. Doch habe er, sagt er weiter, „bei Vermögenden oder Ekelhafften (soll wohl heifsen Eklen, Ref.) sich dergleichen nie bedient, mafsen solche andre Mittel bezahlen können." Er will den Armen helfen ohne grofse Arzneikosten, er weist darauf hin, dafs schon die ältesten Ärzte von Hippokrates ab solche Mittel gebraucht haben und spricht schliefslich mit Emphase die Überzeugung aus, durch Abfassung und Herausgabe dieses Buches eine Gott wohlgefällige Handlung verrichtet zu haben. (Er scheint also wirklich an die Heilkraft seiner stercora geglaubt zu haben.) Sehr schön ist der von edler Pietät getragene Schlufs dieses Vortrags, den wir daher hier mitzuteilen uns nicht enthalten können:

„Ich bin am Schlusse, meine geehrten Anwesenden! Es hat wohl etwas überaus Erhebendes, jezuweilen hinauszugehen auf alte Friedhöfe, auf welchen wir die einen oder anderen längst schlafend wissen, zu denen ihre Zeitgenossen ehrfurchtsvoll hinaufgeschaut, weil sie je und je Gutes gewirkt haben für sie und kommende Geschlechter, oder sie erfreut und erquickt haben mit ihrem geistigen Schaffen. An den morschen Kreuzen, an den umwucherten Denkmälern, auf den eingesunkenen Leichensteinen unter altersgrauen Trauerweiden, mit deren langem Gehänge der Wind spielt wie mit gerissenen tonlosen Saiten einer zerbrochenen Harfe, lesen wir die verwitternden Inschriften, und untergegangene Zeiten werden uns lebendig: was längst verhallt und verklungen war, wird in der Seele wach. Und es kommen Tage und Ereignisse, welche uns den einen oder den andern Schläfer lebhafter ins Gedächtnis zurückrufen, und wir gehen wohl hinaus und legen einen Blütenkranz — so reich oder so dürftig, als wir

*) Der vollständige Titel ist im Vortrag nicht angegeben.

**) Diese Worte lassen sich zwar im Deutschen treffend und drastisch wiedergeben aber die Ausdrücke sind nicht anständig und salonfähig!

ihn eben zu geben vermögen — auf die verlassene und verfallene, von der Hand der Liebe schon lange nicht mehr gepflegte Ruhestätte. Solche Tage und ein solches Ereignis sind ja aber eben für uns gekommen dadurch, dass wir dermalen hier versammelt sind, und es ist wohlgethan, wenn wir heute im Geiste einen solchen Gang gemacht haben, und um das Andenken eines berufsverwandten Toten zu ehren, der seinen Koaeven mit voller Begründung so lieb und wert gewesen, im Geiste herangetreten sind an sein fast vergessenes Grab.“ —

Weit mehr an das Gebiet des Lehrers der Naturwissenschaften an höheren Schulen grenzen die beiden folgenden Vorträge: IV. „Über Physiologie und Kantianismus.“ Von Prof. Rehmke aus St. Gallen (S. 98 des Tageblatts), und V. „Der Staub in der Atmosphäre und seine Wirkungen. Von Dr. Afsmann, Vorstand der Wetterwarte in Magdeburg (S. 106 u. f.):

Der Rehmkesche Vortrag will den Unterschied nachweisen, der zwischen der „Empfindung der Physiologie“ und derjenigen des „Kantianismus“ stattfindet, und schliefst mit den Worten:

„Aus den entwickelten Gründen ist klar, dafs von einer Blutsverwandtschaft des Kantianismus und der Physiologie nicht die Rede sein kann, und dafs Physiologie weder eine Entwickelung noch eine Bestätigung der Kantianischen Empfindungslehre ist. Der Kantianismus darf sich daher in seinen Nöten nicht an die Rockschöfse der Physiologie hängen, denn sie beide pflügen auf Einem Felde ebensowenig mit Einem Pfluge, als Naturforschung und Philosophie überhaupt. Die Orientierung über die Welt ist Sache der Philosophie, in welche keine Naturforschung, auch nicht die Physiologie, sich hineinspielen kann, und die Orientierung in der Welt ist Sache der Einzelwissenschaft, also auch der Naturforschung, in die sich keine Philosophie, auch nicht der Kantianismus, hineinmischen darf.

Aber trotzdem kann ein und derselbe Mensch Naturforscher und Philosoph zugleich sein, ja es ist dies sogar die normale und allseitige Entwickelung desselben, denn nicht ohne Grund ist dem Menschen der Doppeltrieb eingepflanzt zur Orientierung über die Welt und in der Welt.“

Dieser Vortrag dürfte sonach auch von Lehrern, welche die philosophischen Fächer in höhern Schulen vertreten — obschon das Gebiet derselben äufserst eng ist — mit Nutzen gelesen werden.

Der Vortrag Afsmanns (Nr. V) ist besonders lehrreich und interessant für Lehrer der Naturgeschichte. Er weist im allgemeinen nach, dafs der Staub in der Atmosphäre ein Faktor sei, der sowohl in meteorologischer und morphologischer als auch in phänologischer und hygieinischer Beziehung einen gewaltigen Einflufs auf die Bewohner des Erdballs ausübt. Vom atmosphärischen Staube werden der Reihe nach behandelt: 1) das Wesen (Eigenschaften), 2) Ursprungsorte und Quellen (Küsten, Vulkane, kosmischer Staub, menschliche Willkür), 3) Wirkung auf anorganische und organische Welt. Man findet in dem Vortrage trefflich zusammengestellt, was alles über den „Staub“, dieses Kreuz für Gesunde und Kranke, beobachtet und untersucht worden ist, u. a. auch eine recht hübsche Schilderung der Entstehung und Wirkung des Moorrauchs (S. 110 des Tageblatts). Der Vortrag gibt eine Anregung und bietet ein Muster zu ähnlichen Vorträgen in Vereinen (Gewerbevereinen), weshalb wir ihn unsern Fachgenossen, von denen ja gewifs viele solche Vereine leiten oder unterstützen, besonders empfehlen.

Soweit die allgemeinen Vorträge. Über die Vorträge in den Sektionen, soweit sie interessant genug und mitteilbar sind, behalten wir uns einen weitern Artikel für das nächste Heft vor.

(Fortsetzung folgt.)

Denkschrift*) des preufs. Unterrichtsministeriums, die zweite (praktische) Prüfung der Kandidaten des höhern Lehramts betreffend**).

In der Revision der Lehrpläne für die höheren Schulen, welche nach erfolgter Bewilligung der dazu erforderlichen Mittel mit dem Beginne des gegenwärtigen Schuljahres in Geltung gesetzt ist, hat die Unterrichtsverwaltung vornehmlich den Zweck verfolgt, aus der Lehreinrichtung dieser Schulen, ohne Beeinträchtigung der Höhe ihrer allgemeinen Bildungsaufgabe, alles zu beseitigen, was zu übermäfsigen Ansprüchen an die geistige Anstrengung unserer Jugend und dadurch zu einer Gefährdung ihrer körperlichen und geistigen Entwickelung Anlafs geben kann. Von der Frage der Uderbürdung der Jugend iu den höheren Schulen, welche gegenwärtig in allen Deutschen Staaten die Unterrichtsverwaltungen beschäftigt, ist hierdurch nur die eine Seite getroffen; zu erheblichem Teile wird in der Überzeugung der beteiligten Kreise der Anlafs der Überbürdung darin gesucht, dafs die Lehrer infolge mangelhafter Methodik diejenige Arbeit, welche sie selbst in den Unterrichtsstunden zu leisten hätten, den Schülern für deren häusliche Beschäftigung zuweisen. Diese Vorwürfe überschreiten zwar durch die Stärke und die Allgemeinheit, in welcher sie erhoben werden, nach dem Urteile kompetenter Beobachter bei weitem das Mafs der thatsächlichen Begründung; aber andererseits ist nicht zu verkennen, dafs das zwischen die Ablegung der wissenschaftlichen Lehramtsprüfung und die Erwerbung der Anstellungsfähigkeit gelegte Probejahr nach seiner jetzigen Einrichtung nicht die ausreichende Sicherheit für die didaktische und pädagogische Ausbildung der angehenden Lehrer gewährt. Die Unterrichtsverwaltung hat daher seit längerer Zeit im Zusammenhange mit der Revision der Lehrpläne die Revision der auf die praktische Vorbildung der Lehrer bezüglichen Einrichtungen eingehender Erwägung unterzogen.

Von schätzenswerten Seiten ist der Vorschlag gemacht und eindringlich befürwortet worden, wie die Volksschullehrer durch ihre Lehrthätigkeit an Seminarschulen unter der Anleitung von Seminarlehrern die Kunst des Unterrichtens erlernen, so sollte von Staatswegen eine ausreichende Zahl von Seminargymnasien und Seminarrelschulen errichtet werden, an denen in der gleichen Weise die Kandidaten des höheren Lehramtes zu der für diese Kategorien von Schulen angemessenen Kunst des Unterrichtens angeleitet würden, und nur durch die Ablegung eines zweijährigen praktischen Kursus an einer derartigen höheren Seminarschule solle die Anstellungsfähigkeit erworben werden.***) Eine Beanspruchung von Staatsmitteln in der Höhe, wie der bezeichnete Vorschlag sie erfordert, würde die Unterrichtsverwaltung nur in dem Fall glauben in Erwägung ziehen zu sollen, wenn sie die fragliche Einrichtung nicht nur für zweifellos zweckmäfsig, sondern für das einzige Mittel zur Erreichung des notwendigen Zweckes zu erachten hätte. Die Unterrichtsverwaltung ist aber, indem sie den auf den ersten Blick bestechenden Vorschlag in dem ganzen Umfang seiner Ausführung verfolgt hat, zu der Überzeugun^ gelangt, dafs bei der zu Grunde gelegten Analogie der praktischen Vorbildung der Volksschullehrer das gewichtigste Moment, die wesentliche Verschiedenheit der wissenschaftlichen Studien der Kandidaten des höheren Lehramtes von der Vorbildung der Volksschullehrer, nicht zu gebührender Würdigung gelangt

---

*) Dieses Dokument wurde uns durch die Güte des Dr. Kallius in Berlin mitgeteilt. Red.

**) Zu Kapitel 118, Titel 4 des Staatshaushaltsetats für 1. April 1883/4, betr. die Bestreitung der Ausgaben der Commissionen für die praktische Prüfung der Kandidaten des höhern Lehramts.

***) Hierher gehören auch unsere Vorschläge in den „Thesen, zur Errichtung und Einrichtung von Hochschulseminaren“ Bd. VI, 351; besonders unsere Bem. über das „Probejahr“ S. 362. Red.

ist, und dafs die prinzipielle Umgestaltung, welche durch den Vorschlag in Aussicht genommen wird, mit ungleich gröfserer Wahrscheinlichkeit einen nachteiligen, als einen förderlichen Einflufs auf den Entwicklungsgang unserer höheren Schulen erwarten läfst.*) Auf diesem Gebiete des Unterrichtswesens, ebenso wie auf andern, erscheint es als die Aufgabe der Gegenwart, nicht diejenigen Einrichtungen aufzugeben, in welchen wir die Arbeit und die Erfahrung unserer Vorfahren zu ehren haben, sondern sie in den Richtungen zu ergänzen und fortzusetzen, in welchen sie nicht zum Abschlusse gelangt sind oder der fortgesetzten Erfahrung sich als unvollständig erweisen.

In diesem Sinne hat die Unterrichtsverwaltung diejenigen Bedingungen, durch deren Erfüllung Kandidaten des höheren Lehramtes nach abgelegter wissenschaftlicher Lehramtsprüfung die Anstellungsfähigkeit erwerben, einer eingehenden Revision unterzogen; von der infolge hiervon vorbereiteten Anordnung sind folgendes die Hauptpunkte.

Die Verpflichtung zur Ablegung des **Probejahres** wird aufrecht gehalten; auch in der Einrichtung desselben, wie sie zuletzt durch die Cirkularverfügung vom 30. März 1867 (**Wiese**, Verordnungen etc. II. Seite 85—88) geregelt ist, hat sich zu wesentlichen Änderungen nicht Anlafs gefunden. Die Erreichung der durch das Probejahr erfolgten Absicht ist namentlich in dem letzten Jahrzehnt durch besondere Umstände beeinträchtigt worden. Der ungewöhnliche Bedarf an Lehrkräften hat dazu geführt, dafs das Probejahr nicht seiner Absicht gemäfs zur ersten allmählichen Einführung des Kandidaten in den Gang des Unterrichts verwendet, sondern der Probekandidat, sofort mit Unterrichtsstunden selbst bis zu dem Mafse der Pflichtstunden einer ordentlichen Lehrerstelle betraut, vielmehr zur Unterstützung der Lehranstalt benützt worden ist. Durch die inzwischen eingetretene erhebliche Zunahme der Zahl geprüfter Kandidaten ist dieser Uebelstand bereits auf ein geringes Mafs herabgesetzt und es wird infolge der erwähnten thatsächlichen Verhältnisse keiner Schwierigkeit unterliegen, ihn gänzlich zu beseitigen. — Den Vorwürfen dagegen, welche nicht blofs gegen die mangelhafte Ausführung des Probejahres, sondern allgemein gegen die Einrichtung selbst gerichtet sind, hat die Unterrichtsverwaltung nicht geglaubt Folge geben zu dürfen. Den zur Begründung des verwerfenden Urteils über die Einrichtung des Probejahres geltend gemachten Erfahrungen bezüglich seiner Erfolglosigkeit stehen die entschiedenen Erklärungen hochgeschätzter Schulmänner gegenüber, und es wird sich schwerlich statistisch feststellen lassen, ob jenen ungünstigen oder diesen günstigen Erfahrungen thatsächlich der gröfsere Umfang zukommt. Das Prinzip aber, auf welchem die Einrichtung des Probejahres beruht, dürfte kaum mit ausreichenden Gründen zu bestreiten sein. Die Methodik der einzelnen Unterrichtsgegenstände und des gesammten Lehrbetriebes an den höheren Schulen ist das Ergebnis des Nachdenkens und der Erfahrung der gesammten Vergangenheit; für ihre Entwickelung ist die Erhaltung und Überlieferung des bereits erworbenen Besitzes die erste Bedingung. Diese Tradition sichern und regeln zu helfen ist das Probejahr bestimmt und wird dadurch ein Mittel, den Schulen die hoch zu schätzende Kontinuität ihrer Entwickelung zu erhalten.

In zweierlei Hinsicht jedoch kann das Probejahr, auch unter der Voraussetzung seiner zweckmäfsigen Ausführung, nicht als die ausreichende Garantie der didaktischen Vorbildung der Kandidaten zur definitiven Übernahme des Lehramtes erachtet werden. Erstens erscheint die blofs einjährige Dauer einer Übungszeit nach dem Abschlusse der Universitätsstudien als zu kurz bemessen; zweitens bildet das im Wesentlichen auf

*) Gegen diese Argumentation dürften sich nicht unwichtige Einwände erheben lassen. Red.

das Urteil des betreffenden Direktors begründete Zeugnis über den mehr oder weniger befriedigenden Erfolg der Lehrthätigkeit des Kandidaten nicht einen solchen Abschlufs des Probejahres, welcher einen entscheidenden Antrieb zu möglichst zweckmäfsiger Benutzung der fraglichen Zeit enthielte.

Dem an erster Stelle bezeichneten Mangel dadurch in der einfachsten Weise abzuhelfen, dafs die Probezeit unter Beibehaltung der übrigens bisher dafür geltenden Einrichtung auf zweijährige Dauer erstreckt werde, erscheint nach den thatsächlichen Verhältnissen als ausgeschlossen und würde selbst dem Zwecke der didaktischen Ausbildung der angehenden Lehrer nicht vollständig entsprechen. Die Lehrer der höheren Schulen gehen auch jetzt noch grofsen Teils aus den minder bemittelten Schichten der Gesellschaft hervor. Viele der zukünftigen Lehrer müssen schon während der Studienzeit, die meisten während des Probejahres, durch eigenen Erwerb die vom Elternhause zu gewährende Unterstützung ergänzen oder ersetzen. Überdies ist für die zukünftigen Lehrer an höheren Schulen die Dauer der wissenschaftlichen Vorbereitungszeit erheblich gröfser, als nach den darüber bestehenden Normen vorausgesetzt zu werden pflegt. Das für die Zulassung zur Lehramtsprüfung erforderte Universitätstriennium reicht, obgleich dieser Kategorie der Studierenden Mangel an Fleifs im Allgemeinen nicht vorzuwerfen ist, für den Umfang der Studien fast ausnahmslos nicht aus, und die wissenschaftliche Lehramtsprüfung selbst läfst sich selten im Laufe eines Semesters zum Abschlusse bringen, sondern erfordert gewöhnlich die Dauer eines Jahres. Nur sehr wenige Kandidaten erreichen den Abschlus ihrer wissenschaftlichen Lehramtsprüfuug vor dem Ablaufe des fünften Jahres seit Ablegung der Reifeprüfung. Bei dieser Sachlage würde es nicht blofs eine harte, sondern voraussichtlich auch eine nachteilige Mafsregel sein, wenn durch Verdoppelung des Probejahres den Kandidaten des höheren Lehramtes die Kosten für ihren Unterhalt während eines noch hinzugesetzten Vorbereitungsjahres sollten auferlegt werden. Aber selbst sachlich würde eine solche Verdoppelung des Probejahres nicht zweckmäfsig sein. Das sehr beschränkte Mafs der Bethätigung am Unterrichte, welche unentgeltlich zu leisten die Probekandidaten verpflichtet sind, entspricht der Aufgabe der ersten Orientierung über den Lehrgang der Schule und der umfassenden Vorbereitung auf die eigene Erteilung des Unterrichts. Um die Zuversicht zu gewinnen, dafs einem Kandidaten mit definitiver Anstellung die volle Verpflichtung einer Lehrerstelle anvertraut werden kann, ist erforderlich, dafs derselbe sich überdies in selbständiger Erteilung des Unterrichts, möglicherweise auch in einer gröfseren Anzahl von Lehrstunden bewährt habe. Aus diesen Erwägungen ist in Aussicht genommen, auf das Probejahr ein Jahr kommissarischer Beschäftigung folgen zu lassen, in welchem der Kandidat mit der selbständigen Erteilung einer eventuell auch gröfseren Anzahl von Lehrstunden zu beauftragen ist und für diejenigen Lehrstunden, welche zur Erfüllung der durch die etatsmäfsigen Lehrer nicht gedeckten Erfordernisse des Lehrplanes dienen, Anspruch auf den ordnungsmäfsigen Betrag der Remuneration hat. Die Kandidaten erhalten auf diese Weise für das Jahr der kommissarischen Beschäftigung die Möglichkeit des Bezugs einer Remuneration; den Anstaltskassen erwachsen keine anderen Verpflichtungen, als die zur Bestreitung der Kosten der lehrplanmäfsigen Unterrichtsstunden, für welche durch den Etat jedenfalls gesorgt sein mufs.

Um andererseits der Probezeit einen bestimmten, ihren Erfolg konstatierenden Abschlufs zu geben, ist beabsichtigt, an das Ende des Jahres der kommissarischen Beschäftigung, also frühestens zwei Jahre nach Ablegung der wissenschaftlichen Lehramtsprüfung, eine praktische Lehramtsprüfung zu setzen, der Art, dafs erst durch das Bestehen dieser Prüfung die Anstellungsfähigkeit erworben werde.

Diese praktische Prüfung soll nicht eine Fortsetzung der wissenschaft-

lichen Lehramtsprüfung bilden, etwa um für die in derselben noch bemerkten Mängel der wissenschaftlichen Studien den Ersatz nachweisen zu lassen, sondern soll ausschliefslich bestimmt sein zu ermitteln, ob der Kandidat die Kunst des Unterrichtens sich im ausreichenden Mafse erworben und ob er sich diejenigen Kenntnisse angeeignet hat, welche zu dem Universitätsstudium des betreffenden wissenschaftlichen Gebietes hinzukommen müssen, damit eine erfolgreiche Erteilung des Unterrichts gesichert wird. Zu diesem Zwecke hat der Kandidat eine Probelektion zu halten und in einer mündlichen Prüfung zu erweisen, dafs er mit der Lehreinrichtung unserer höheren Schulen überhaupt und speziel mit der Methodik und den Lehrmitteln des von ihm zu vertretenden Unterrichtsgebietes sich genau bekannt gemacht hat. Entsprechend diesem Zwecke der Prüfung ist in jeder Provinz jährlich eine Prüfungskommission zu ernennen; der Vorsitz in derselben und die Leitung der Geschäfte ist dem technischen Rate für die höheren Schulen in dem betreffenden Provinzialschulkollegium, beziehungsweise, wenn deren mehrere in demselben Kollegium sich befinden, diesen in bestimmter Abwechslung zu übertragen; zu Mitgliedern sind Direktoren, erforderlichen Falles auch Oberlehrer an höheren Schulen von anerkannter didaktischer Tüchtigkeit zu berufen. In Anbetracht, dafs über Methodik und Lehrmittel eines bestimmten Unterrichtsgebietes nur derjenige ein kompetentes Urteil besitzt und zu prüfen berechtigt ist, der dasselbe sowohl wissenschaftlich beherrscht als auch durch seine eigene Lehrthätigkeit mit Erfolg vertritt, ist darauf Bedacht zu nehmen, dafs durch die Mitglieder der Kommission die Hauptgebiete des wissenschaftlichen Unterrichts an den höheren Schulen (also alte Sprachen und Deutsch, neuere fremde Sprachen, Geschichte und Geographie, Mathematik und Physik, Chemie und Naturbeschreibung, Religion und Hebräisch) ihre angemessene Vertretung finden. — Die Prüfungen werden, so weit es angeht, am Sitze des Provinzialschulkollegiums gehalten; nur in der Rheinprovinz und in Schleswig-Holstein bietet der Sitz der Provinzialbehörde nicht in ausreichendem Mafse höhere Schulen behufs Abhaltung der Probelektionen und zur Berufung von Direktoren oder Oberlehrern zu Mitgliedern der Kommission, so dafs die Abhaltung der Prüfung zweckmäfsiger voraussichtlich nach Köln, beziehungsweise Kiel gelegt werden wird.

Durch die beabsichtigte praktische Prüfung, deren Zweck und Einrichtung nach ihren Grundzügen im Obigen bezeichnet ist, erwachsen unvermeidlich Kosten, deren Bestreitung zum Teil auf Staatsmittel zu übernehmen sein wird. Den technischen Räten der Königlichen Provinzialschulkollegien, welchen der Vorsitz in den zu ernennenden Kommissionen und die Leitung ihrer Geschäfte aufzutragen ist, ferner den Direktoren oder Oberlehrern an höheren Schulen, welche zeitweise mit der Funktion als Mitglieder der Prüfungskommissionen betraut werden, kann diese Bethätigung nicht füglich als ein integrierender Teil ihrer Amtspflichten aufgetragen werden, sondern es ist in diesem Falle ebenso ein Anspruch auf Remuneration anzuerkennen, wie dies in den analogen Fällen geschehen ist. Überdies ist nicht beabsichtigt, die Wahl der Kommissionsmitglieder auf den dem Prüfungsorte selbst angehörigen Kreis von Direktoren und Oberlehrern zu beschränken; die Unterrichtsverwaltung würde durch eine solche Mafsregel auf die Verwendung wertvoller Kräfte verzichten, und zugleich die Lehrerkollegien der betreffenden Anstalten in unbegründeter und nachteiliger Weise zurücksetzen. Diesen eventuell von auswärts nach dem Prüfungsorte zu berufenden Kommissionsmitgliedern sind die ordnungsmäfsigen Reisekosten und Tagegelder zu bewilligen. Sollten diese gesamten Kosten durch die den Kandidaten aufzuerlegenden Prüfungsgebühren bestritten werden, so würde der Betrag derselben in einer Höhe bemessen werden müssen, welche mit den thatsächlichen Verhältnissen nicht vereinbar ist; vielmehr ist unter Berücksichtigung dieser Verhältnisse eine Prüfungsgebühr von 15 Mark in Aussicht genommen. Infolge dieser Erwägungen

hat die Staatsregierung in den Entwurf des Staatshaushaltes für 1883/84 unter Kapitel 118 Titel 4 einen Fonds im Betrage von 10 800 Mark eingestellt, dem eine Mehreinnahme von 3 900 Mark Kapitel 34 Titel 3 Position g gegenübersteht, so dafs es sich um eine Ausgabe von 6 900 Mark jährlich handelt. Die in den Etatsentwurf eingesetzte Ziffer beruht auf folgendem Überschlage.

1. Bei der grofsen Ungleichheit, in welcher die Arbeit der praktischen Lehramtsprüfung die verschiedenen Provinzen und wiederum innerhalb jeder einzelnen Kommission die Vertreter der verschiedenen Unterrichtsgebiete treffen wird, empfiehlt es sich, nicht in der Weise, wie dies bei den wissenschaftlichen Prüfungskommissionen bezüglich der Vorsitzenden und der ordentlichen Mitglieder in Geltung ist, einen Betrag der Remuneration im Voraus zu normieren, sondern denselben sowohl für die Vorsitzenden als für die Kommissionsmitglieder von der Anzahl der wirklich abgehaltenen Prüfungstermine, beziehungsweise Prüfungstage, abhängig zu machen.

2. Es ist beabsichtigt, dafs in jeder Provinz zweimal jährlich in den ersten Wochen des Sommer- und Wintersemesters die praktische Prüfung der Lehramtskandidaten stattfindet, ferner, dafs die Prüfung jedes Kandidaten, nämlich Abhaltung der Probelektion und mündliche Prüfung, an demselben Tage abgeschlossen wird, und dafs für denselben Tag zur Abhaltung der Prüfung höchstens fünf Kandidaten vereinigt werden. Mit Rücksicht auf die mögliche Verschiedenheit der Unterrichtsgebiete der zu prüfenden Kandidaten darf der überschläglichen Berechnung die Annahme zu Grunde gelegt werden, dafs für jeden Prüfungstag aufser dem Vorsitzenden fünf Kommissionsmitglieder beansprucht werden. Endlich empfiehlt es sich, als Durchschnitt vorauszusetzen, dafs in jeder Provinz sowohl zu dem Oster- als zu dem Michaelistermine der Prüfungen zwei nicht dem Prüfungsorte angehörige Kommissionsmitglieder einberufen werden.

3. Als die Gesamtzahl der Kandidaten, deren praktische Prüfung jährlich zu erwarten ist, hat sich aus den Nachweisungen über Ableistung des Probejahres in dem fünfjährigen Zeitraume 1876/80 als Durchschnitt 290 ergeben. Da schon infolge der Verteilung dieser Zahl auf die verschiedenen Provinzen nicht auf jeden Prüfungstag fünf Kandidaten vereinigt werden können, so sind jedenfalls 70 Prüfungstage als Erfordernis in Ansatz zu bringen.

4. Als Remuneration für jeden Prüfungstag wird nach den allgemein gültigen Normen für jedes dem Prüfungsorte angehöriges Kommissionsmitglied 12 Mark zu rechnen sein; der gleiche Betrag wird für jedes auswärtige Mitglied als Diäten zu rechnen sein, neben welchen eine Remuneration nicht gezahlt wird. Aufserdem sind für die auswärtigen Mitglieder der Kommission die Diäten für den Tag der Hinreise und den der Rückreise (à 12 Mark) und die Reisekosten selbst in Ansatz zu bringen; für die letzteren, einschliefslich der Beträge für Ab- und Zugang, ist mit Rücksicht darauf, dafs die höheren Schulen nicht ausnahmslos an Eisenbahnstrecken liegen, 60 Mark als Durchschnitt angenommen. — Für die Vorsitzenden der Kommission sind, mit Rücksicht auf die ungleich gröfsere, ihnen obliegende Arbeit, als Remuneration für jeden Prüfungstag 20 Mark angesetzt.

5. Die übrigen persönlichen und sächlichen Ausgaben der Prüfungskommissionen werden nicht erheblich sein, da die Registratur-, Sekretariats- und Kanzleiarbeiten füglich von dem Personal des betreffenden Provinzialschulkollegiums ohne Anspruch auf besondere Remuneration zu leisten sind. Immerhin jedoch ergeben sich einige sächliche Ausgaben dadurch, dafs die mündlichen Prüfungen aufserhalb der Amtsstunden dieser Behörden fallen (Beleuchtung, beziehungsweise Heizung des Prüfungslokals, Bedienung) und dafs insbesondere im ersten Jahre die Herstellung mancher Formulare erforderlich ist.

Hiernach setzt sich der Überschlag der Kosten, welche aus der Ausführung der praktischen Lehramtsprüfung erwachsen werden, aus folgenden Beträgen zusammen:

a)	Remuneration der Vorsitzenden der Prüfungskommissionen für 70 Prüfungstage à 20 Mark . . , . . .	1 400 ℳ
b)	Remuneration, beziehungsweise Diäten für 5 Kommissionsmitglieder à 12 Mark auf 70 Prüfungstage . .	4 200 „
c)	Reisekosten und Diäten für je 2 Kommissionsmitglieder zu jedem 2jährlich in jeder Provinz anzusetzenden Prüfungstermine (also 12. 2. 2. 84 Mark)	4 032 „
d)	Sächliche Ausgaben ca.	1 200 „
		10 832 ℳ

Als Einnahmen der Prüfungskommissionen würden die Prüfungsgebühren von 290 Kandidaten à 15 Mark unter Abzug des aus der Prüfungsgebühr zu bestreitenden Stempels von 1,50 Mark einzusetzen sein, also mit . . . . 3 915 Mark.

Hieraus ergiebt sich ein aus Centralfonds zu deckenden Erfordernis von 6 917 Mark oder rund 6 900 Mark.

Ärztliches Gutachten über das höhere Schulwesen Elsafs-Lothringens.*)

(Aus der Kölnischen Zeitung v. 18. IX. 82.)

Unter dem 11. April 1882 richtete der Statthalter in Elsafs-Lothringen einen Erlafs über wünschenswerte Reformen auf dem Gebiete der Unterrichtsverwaltung an den Staatssekretär, in welchem es unter anderm heifst: „Die körperliche Gesundheit und geistige Frische der die Schulen besuchenden Jugend darf nicht gefährdet werden. Wenn es sich darum handelt, welches Mafs der Ausdauer und Arbeit von den Schülern auf den verschiedenen Klassenstufen gefordert und namentlich wie hoch die Zahl der Unterrichts- und häuslichen Arbeitsstunden angesetzt werden soll, so ist vorweg die normale Leistungsfähigkeit der entsprechenden Altersstufen festzustellen.... Die Frage, welche Bedingungen innezuhalten sind, damit die Pflege der körperlichen Entwicklung der Schüler in den höhern Unterrichtsanstalten nicht gehemmt werde, ist eine wesentlich medizinische. Ich halte es deshalb für nötig, zunächst von einer Kommission von medizinischen Sachverständigen ein motiviertes Gutachten darüber einzuziehen, inwieweit die gegenwärtige Einrichtung des höhern Schulwesens in Elsafs-Lothringen den Grundsätzen entspricht, welche die medizinische Wissenschaft im Interesse der physischen und psychischen Entwicklung unserer Jugend aufzustellen hat, und welche Minimalforderungen auf dem genannten Gebiete zur Erhaltung und Förderung der Wehrbarkeit und der geistigen Frische der Nation von der ärztlichen Wissenschaft erhoben werden.“

Auf Grund dieses Erlasses wurde unter dem Vorsitze des Staatssekretärs eine Kommission von medizinischen Sachverständigen gebildet, bestehend aus den Herren: Dr. Boekel senior (Strafsburg), Prof. Dr. Hoppe-Seyler (Strafsburg), Prof. Dr. Jolly (Strafsburg), Kreisarzt Dr. Kestner (Mülhausen), Geh. Rat Prof. Dr. Kufsmaul (Strafsburg), Prof. Dr. Laqueur

---

*) Die Redaktion glaubt dieses Gutachten, das ebenso gut auch auf die höhern Schulen des übrigen Deutschlands Anwendung findet, zur Kenntnis der Leser d. Z. und besonders der Lehrer der Naturwissenschaften bringen zu sollen, da der Lehrer der Naturwissenschaften im Lehrerkollegium als Stellvertreter des Arztes gelten kann. D. Red.

(Strafsburg), Generalarzt Dr. Neubauer (Strafsburg), Kreisarzt Dr. Ruhlmann (Epfig), Ministerial-Rat Dr. Wasserfuhr (Strafsburg).

Dem von dieser Kommission erstatteten Gutachten entnehmen wir die folgenden Ausführungen:

1) Was die Arbeitslast der Schüler betrifft, so heifst es: Es kann keinem Zweifel unterworfen sein, dafs unser gesamtes Wissen heute viel breiter und tiefer geworden ist als vor vierzig Jahren, woraus von selbst folgt, dafs die wissenschaftliche Grundlage des heutigen höhern Schulunterrichts der ältern überlegen ist, und ebenso steht es zweifellos fest, dafs der Wissensschatz des heutigen Lehrerpersonals den des ältern im Durchschnitt weit übertrifft. Dennoch müssen wir ältern behaupten, dafs die jungen Mediziner, welche heutzutage als Praktikanten an das Krankenbett treten, geistig nicht besser geschult sind als die vor vierzig Jahren. Wenn trotz aller Fortschritte der Wissenschaft der intellektuelle Stand der Schüler sich nicht gehoben hat, so liegt der Schlufs nahe, die Schuld daran einem Mangel in der Unterrichtsmethode zuzuweisen, und in der That hat man geglaubt, durch eine Vermehrung der Wissensmenge die intellektuelle Ausbildung der Jugend zu fördern. Man hat zu dem Ende die Arbeitslast der Schüler vermehrt. Wie die Erfahrung zeigt, ist dieser Weg nicht der richtige. Die guten Köpfe mögen sich auf demselben ein reicheres Wissen aneignen, als ihnen früher möglich gewesen wäre. Die schwächeren laufen Gefahr, eher stumpf und verwirrt zu werden. Ob die körperliche Ausbildung der Begabten wie der Unbegabten unter der gröfsern Bürde nicht Schaden leide, darauf ist wenig Rücksicht genommen worden. Mit Recht haben übrigens Schulmänner darauf aufmerksam gemacht, dafs die Schule unmöglich alle Verantwortung treffen könne, wenn der erteilte Unterricht nicht allen erstrebten und möglichen Erfolg habe. Unser Familienleben ist im Vergleich zu früher ein so ganz anderes geworden, dafs manche Verpflichtungen des Hauses auf die Schule abgewälzt worden sind, ohne dafs man dieselbe mit Recht dafür in Anspruch nehmen kann. Vielfach steht der Erziehung der Schule die des Hauses nicht unterstützend und darum hemmend zur Seite. Endlich ist in der letzten Zeit der Andrang zu den höhern Schulen aus Gründen, auf die wir hier nicht einzugehen brauchen, übermäfsig gewachsen; die Schülerzahl ist deshalb, zumal in den untern Klassen, für einen gedeihlichen Unterricht in vielen Anstalten zu stark geworden, und viele laufen in dem grofsen Haufen mit, welche für Studien in den höhern Schulen weder die innern noch die äufsern Mittel, ruhiges Heim, passende Nahrung und dergleichen haben. Jeder beschäftigte Arzt wird uns zustimmen müssen, dafs die Schule um so eher zu allerlei Störungen der Verrichtungen unseres Körpers führt, je öfter und je länger sie den Schüler zur sitzenden oder gar zur gebeugten Haltung zwingt, je mehr sie die freie Bewegung überhaupt einschränkt, je mehr Ansprüche sie an das Akkommodations-Vermögen der Augen macht, je ausschliefslicher sie gewisse Muskeln des Rumpfes und der Extremitäten in oder aufser Thätigkeit setzt, je mehr sie das Gehirn durch zu frühzeitige, zu schwierige oder zu andauernde Denkarbeit anstrengt, überreizt und ermattet, endlich je schlechter für Licht, Luft und Wärme in ihren Räumen gesorgt ist. Aufserdem vermittelt die Schule Ansteckungen verschiedener Art; die körperlichen sind kaum die schlimmsten, verderblicher fast sind die moralischen, die am meisten da um sich greifen, wo zu erfrischender körperlicher Thätigkeit am wenigsten Zeit eingeräumt wird, und ein dem Idealen abgeneigter und auf die Erziehung des Charakters verzichtender Unterricht nur Gewicht auf die Einprägung des toten Wissens legt. Durch zweckmäfsige Einrichtung der Schulräume und Schulbänke, Beleuchtung, Lüftung, Heizung, Sorge für gute Haltung des Körpers und ein gut eingerichtetes Turnwesen kann zweifelsohne grofser Segen gestiftet werden. Alle diese vortrefflichen Dinge jedoch, denen man mit Recht in neuester Zeit viele Sorge gewidmet hat, sind

unserer Ansicht nach nicht ausreichend, um unsere Jugend und damit die ganze Nation vor Schaden zu bewahren. Was kann es auf die Dauer helfen, wenn der Knabe auch im geräumigsten, best beleuchteten und geheizten Saale auf dem sinnreichst konstruirten Subsellium fast Tag für Tag 6, ja, rechnen wir die Arbeitsstunden zu den Lehrstunden hinzu, 8 bis 10 und sogar 12 Stunden sitzen mufs, bald aufmerksam zuhörend, bald lesend, bald schreibend und zeichnend, immer aber in körperlicher Unthätigkeit, in geistiger Spannung? Damit sind wir zu der Frage vorgedrungen, die zu besonders lebhaften Erörterungen in den letzten Jahren geführt hat, zu der Frage von der Überbürdung der Schüler mit Unterrichtsstunden und häuslichen Aufgaben. Die Säle, in denen medizinische Versammlungen tagen, wie die Häuser der Abgeordneten des Reichs und der einzelnen deutschen Länder hallen wieder von lauten Klagen; Vereine bilden sich zum Schutz der bedrohten Jugend; eine ganze Flut von Flugschriften ist über uns hereingebrochen, teils für, teils wider die höheren Schulen Partei ergreifend; die Schulmänner selbst sehen sich genötigt, den Gegenstand der Überbürdung auf die Tagesordnung ihrer Versammlungen zu setzen. Prüft man ruhig das Ergebnis aller dieser Verhandlungen und litterarischen Leistungen, so kommt man zu der Überzeugung dafs, mögen auch viele Übertreibungen mit unterlaufen, doch der Vorwurf, der Überbürdung vielen der deutschen Schulen nicht ohne Berechtigung gemacht worden ist. Die Unterrichtsbehörden selbst haben in einer Anzahl von Verfügungen die Überbürdung zugestanden. Man hat bei Behandlung der Überbürdungsfrage zunächst zwei schwerwiegende Thatsachen ins Auge zu fassen, auf Grund deren nach unserer Ansicht mit Glück der Beweis geführt worden ist, dafs die Jugend in unsern höhern Schulen überlastet sei. Geh. Regierungsrat Dr. Finkelnburg teilt mit, dafs „von den zum freiwilligen Dienst qualifizierten, mithin eines gewissen höhern Unterrichts teilhaftig gewordenen jungen Männern mindestens 80 Proc. physisch unbrauchbar waren — die Beobachtung erstreckte sich auf fünf Jahre und auf 17246 eingestellte Freiwillige —, während von den übrigen Eingestellten nur 45 bis 50 Proc. teils für zeitig, teils für bleibend unfähig erklärt werden konnten“. Wenn wir auch den statistischen Wert dieser Ziffern dahingestellt sein lassen, so ist doch der Unterschied in den Procentsätzen so aufserordentlich grofs, dafs er auf eine Verschiedenheit in dem Gesundheitszustande der zwei Arten von Pflichtigen sicher hinweist. Es steht also gerade derjenige Teil der preufsischen Jugend, welcher in seiner Mehrheit aus den besser gestellten Klassen hervorgeht, hinter den übrigen jungen Männern an körperlicher Tüchtigkeit zurück, während man doch eher das Gegenteil erwarten sollte. Eine so auffallende Erscheinung legt die Erklärung nahe, dafs die höhern Schulen, an deren Besuch jene Berechtigung hauptsächlich geknüpft ist, mit Schuld tragen an der geringen körperlichen Tüchtigkeit ihrer Schüler. Zweitens ist durch zahlreiche Erhebungen der Augenärzte festgesellt, dafs in unsern Schulen die Kurzsichtigkeit von Klasse zu Klasse zunimmt, bis sie in der höchsten Klasse der Gymnasien und Realgymnasien eine solche Verbreitung gewinnt, dafs bis zu 60 Proc. der Schüler kurzsichtig sind. Nach der Zusammenstellung von H. Cohn beträgt der mittlere Procentsatz der Kurzsichtigen auf deutschen und schweizerischen Gymnasien 39 Proc. und in den beiden obern Klassen 52 bis 53 Proc. Dagegen fanden sich auf dem Gymnasium zu Lyon im Durchschnitt 22 Proc., in den höhern Schulen von New-York, Cincinnati und Boston 19,9 Proc., in den höhern Klassen der Pariser Gymnasien nur 14,7—16,6 Proc. Wenn diese Verhältnisse in Deutschland nach dem Gesetz der Vererbung sich weiter entwickeln sollten, so wäre zu befürchten, dafs die Kurzsichtigkeit, welche bis jetzt noch vorwiegend ein anerzogenes Gebrechen der Einzelnen ist, schliefslich zum ererbten Volksgebrechen werde. Es ist in der That hohe Zeit, dafs die Regierungen alles aufbieten, um die Augen der nachwachsenden Geschlech-

ter zu schützen. Ist aus dem bisher Gesagten mit ziemlicher Sicherheit der Schluſs zu ziehen, daſs überhaupt an den höhern Schulen Deutschlands und somit auch an denen Elsaſs-Lothringens eine Überbürdung vorhanden ist, so entnehmen wir den sichern und unmittelbaren Beweis dafür aus den hier gegenwärtig in Kraft stehenden Bestimmungen über die Zahl der Lehr- und häuslichen Arbeitsstunden, sowie aus den uns amtlich übergebenen Nachweis des thatsächlichen Zustandes in den einzelnen Anstalten. Für das 7. und 8. Lebensjahr (Nona und Oktava) sind zwischen 22 und 24 wöchentliche Unterrichtsstunden, für das 9. Lebensjahr (Septima) zwischen 23 und 26 in den einzelnen Anstalten festgesetzt. Darunter befinden sich 2 Turnstunden und eine, bezw. zwei, vielfach wieder nach halben Stunden verteilte Singstunden. Wir halten es zunächst für bedenklich, daſs weder über die Normalzahl der Lehrstunden, noch über das höchste zulässige Maſs der häuslichen Arbeit für diese Vorschulklassen eine Bestimmung besteht. Ist dieses Maſs ganz in das Belieben des Lehrers gestellt und teilen sich gar mehrere Lehrer in die Aufgabe des Unterrichts, so wird es schon in diesem Lebensalter der Schüler nicht ohne Überbürdung abgehen. Wir sind der Meinung, daſs für das 7. und 8. Lebensjahr über 18 wöchentliche Schulstunden (Sitzstunden), zu denen vier- bis fünfmal eine halbe Stunde Turnen und zweimal wöchentlich eine halbe Stunde Singen hinzukommen mag, nicht hinausgegangen werden sollte. Die häusliche Arbeit sollte werktäglich nicht mehr als eine halbe Stunde betragen. Für das 9. Lebensjahr (Septima) halten wir höchstens 20 wöchentliche Schulstunden für zulässig, zu denen gleichfalls 4 bis 5 halbe Turnstunden und 2 halbe Singstunden kommen. Dazu können 5 bis 6 häusliche Arbeitsstunden hinzutreten. Wir schlagen vor, die Gesamtzahl der Sitzstunden für Sexta und Quinta auf 24 zu ermäſsigen, die der Arbeitsstunden auf 8 wöchentlich, sodaſs hieraus 32 Stunden als äuſserste Zahl sich ergeben zu denen noch 2 bis 3 volle Stunden für Turnen und 2 für Singen kommen würden. Auf diese Weise kämen nicht ganz 6 Sitz- und Arbeitsstunden auf den Tag und es blieben noch 6 Stunden für körperliche Bewegung auſser der Schulzeit, d. h. abgesehen von den in der Schule erteilten Turnstunden. Im übrigen erachten wir es für unbedenklich, im Ausnahmefall 5 Lehrstunden auf die Zeit von 7—12 Uhr zu verlegen, unter der Voraussetzung, daſs zwischenein eine Turn- oder Singstunde falle und daſs um 11 Uhr eine Pause von 20 Minuten eintrete. Im 12., 13. und 14. Lebensjahre (Quarta, Tertia) beträgt die wöchentliche Stundenzahl gegenwärtig mindestens 32. Eingerechnet sind hierbei je 2 Turn- und Gesangstunden. Dazu können noch 2 fakultative Zeichenstunden treten. Die häusliche Arbeit soll das Maſs von 3 Stunden täglich nicht überschreiten, wobei der Sonntag nicht für Quarta, wohl aber für Tertia in Anschlag gebracht werden darf. Die jungen Leute sollen somit in Quarta an den Werktagen täglich mehr als 8 Stunden arbeiten, in der Tertia des Gymnasiums auch am Sonntag nicht ausruhen. Dies alles wird Knaben zugemutet, welche in die Pubertätszeit eintreten, in eine Zeit, in der frische Luft und reich zugemessene Bewegung dem Körper zur Entwickelung so notwendig sind, wie dem Fisch das Wasser. 8 bis 9 Tagesstunden geistiger Arbeit, noch dazu gröſstenteils in sitzender Haltung verbracht, sind für den ausgebildeten arbeitskräftigen Mann eine Leistung, die sich nicht ohne ermüdende Anstrengung und nur, wenn volle Sonntagsruhe gewährt wird, längere Zeit hindurch ohne Schaden ausführen läſst. Eine so übertriebene Thätigkeit, Kindern von 13 bis 14 Jahren zugemutet, muſs notwendig Störungen in den körperlichen Funktionen, insbesondere des Appetits, Schlafs und der Entleerungen, Überreizung des Gehirns und des ganzen Nervensystems überhaupt herbeiführen und die geistige Kraft wie die körperliche schwächen. Wir können daher unser Erstaunen darüber nicht verhehlen, daſs man es über sich gewinnen konnte, so unerhörte Forderungen an den kindlichen Organismus zu stellen. Denn nicht mit Jünglingen, sondern mit Kindern

hat man es im 13. und 14. Lebensjahre zu thun, die gerade im Begriffe sind, eine mit vielen Gefahren verbundene physiologische Entwicklung durchzumachen. Der preußsische Lehrplan gestattet in Quarta und Tertia der Gymnasien und Ober-Realschulen 30 Lehrstunden, ebenso in der Quarta der Realgymnasien, in der Tertia der Realgymnasien 32, dazu noch überall je 2 Turn- und Singstunden. Die Zahl 30 einschlieſslich der Turn- und Singstunden erscheint uns als die äuſserste, die überhaupt zulässig ist. Dazu können täglich noch 2 Arbeitsstunden kommen, also etwa 7 Stunden für den Tag. In Erwägung des Umstandes, daſs für Sekunda und Prima noch eine Reihe von fakultativen Lehrstunden vorgesehen ist, schlagen wir vor, festzusetzen, daſs für diese Klassen höchstens 30 bis 32 Sitzstunden (einschlieſslich der Sing-, ausschlieſslich der Turnstunden) erteilt werden dürfen, 4 häusliche Arbeitstunden neben den 5 Lehrstunden halten wir für zu viel und beantragen nur 2 bis 3 Stunden mit gänzlicher Freigebung des Sonntags, dessen Entheiligung einer Schulbehörde gewiſs nicht gut ansteht. Die Sonntagsruhe ist nicht allein ein religiöses, sondern auch ein physiologisches und hygieinisches Gebot, dessen andauernde Verletzung sich stets rächt. Wir legen besonders auch deshalb ein groſses Gewicht auf Verminderung der häuslichen Arbeitsstunden für die obligatorischen Unterrichtsfächer, damit für die wichtigen fakultativen Lehrstunden (Hebräisch für die künftigen Theologen, Französisch und Englisch) und für die selbständigen Neigungen der jungen Leute zu diesem oder jenem Fach einige Zeit häuslicher Arbeit erübrigt werde.

Die Erholungspausen schlagen wir vor, so einzurichten, daſs zwischen je 2 Lehrstunden 10 Minuten fallen. Folgen sich morgens 3 oder 4 Lehrstunden, so sollten zwischen der zweiten und dritten 15 Minuten Zeit zur Erholung gegeben werden. Die bestehende Einrichtung, daſs an dunklen Tagen im Winter der Schulschluſs um $3\frac{3}{4}$ Uhr erfolge, ist zweckmäſsig. Doch erscheint uns auch in diesem Falle eine Pause von 10 Minuten um 3 Uhr angezeigt zu sein. Hinsichtlich der Ferien beantragen wir die Verlegung der Herbstferien in der Art, daſs sie Anfang August beginnen und bis Mitte September dauern. Ferner haben wir den Wunsch hinzuzufügen, daſs über die kleinen Ferien zu Pfingsten und Weihnachten keine Hausarbeiten aufgegeben werden mögen. Mit den bestehenden Bestimmungen über Hitzferien können wir uns nur einverstanden erklären. Hinsichtlich der in den einzelnen Klassen zulässigen höchsten Schülerzahl haben wir vom ärztlichen Standpunkt aus nur zu betonen, daſs eine Überfüllung der Schulräume durch eine dem Umfang und der Ventilierbarkeit derselben nicht entsprechende groſse Schülerzahl, die zur Luftverderbnis führen muſs, sorgfältig zu vermeiden ist. Pettenkofer hat nachgewiesen, daſs für jeden Schüler in jeder Stunde die Zufuhr von 60 kbm. Luft nötig ist, wenn die Schulluft nicht mehr als das zulässige 1 pro Mille Kohlensäure enthalten soll. Die Beschaffung dieser Luftmenge von 60 kbm ist natürlich nur zu einem Teile möglich durch Herstellung groſser Räume, zum andern Teile muſs durch ausgiebige Ventilation darauf hingewirkt werden. Schon aus diesem Grunde ist dafür zu sorgen, daſs nach jeder Unterrichtstunde die Schüler das Zimmer auf mindestens 6 bis 8 Minuten verlassen, damit die alte verdorbene Zimmerluft durch frische gute Luft ersetzt werden kann.

2) Körperliche Übungen. Je näher die Schule dem edlen Ziele kommen will, den ganzen Menschen gleichmäſsig zu entwickeln, desto mehr wird sie auch auf die Übung des Leibes bedacht sein müssen, um durch dieselbe zugleich die geistige Kraft zu stählen. Nicht also bloſs zur Schadloshaltnng für groſse geistige Anstrengung, nicht bloſs als Stellvertreterin der nicht thätig genug eintretenden Familie, sondern um ihrer eigensten Aufgabe willen soll sich die Schule der körperlichen Erziehung annehmen und dieselbe als einen wesentlichen Teil ihrer Verpflichtungen ansehen. Das deutsche (Jahn-Eiselen'sche) Turnen, allgemein auf höhern

Schulen eingeführt, giebt allein eine völlig systematische Ausbildung der Muskeln und bietet unter allen körperlichen Übungen die gröfste Mannigfaltigkeit, erheischt dem entsprechend sorgfältigen Unterricht und Überwachung, kann durch zu früh und zu stark geübte Aufgaben nachteilig, in einigen Stücken sogar gefährlich werden. Die Spiefs'schen Gemeinübungen auf Befehl gestatten verhältnismäfsig leichte Leitung einer grofsen Anzahl von Schülern durch einen Lehrer, führen aber leicht zu einer Dressur, welche den Schüler abspannt und den Körper nicht wesentlich kräftigt. Turnübungen, welche aus beiden Systemen kombiniert und in wohlabgewogener Stufenfolge während des neunjährigen Aufenthalts auf der höhern Schule in wöchentlich 2 Stunden durchgeführt werden, genügen um die engern Zwecke des methodischen Turnunterrichts zu erreichen; für die körperliche Ausbildung des Schülers überhaupt reichen sie aber nicht aus. Vielmehr halten wir es für wünschenswert, dafs neben diesen obligatorischen Turnstunden noch wöchentlich 6 Stunden gemeinsamen körperlichen Übungen eingeräumt werden. Die Vereinigung kräftiger Muskelthätigkeit mit mäfsiger Wärme-Entziehung, wie sie beim Schwimmen in nicht zu kühlem Wasser herbeigeführt wird, hat, wie bekannt, eine besonders anregende und erfrischende Wirkung auf den gesunden Körper; unter allen den Übungen, welche nächst dem Turnen für die Erhaltung und Kräftigung der Gesundheit besonders zu empfehlen sind, steht das kalte Bad und das Schwimmen obenan. Für jede Jahreszeit, so lange nicht Regen, Schnee oder heftiger Wind dieselben verhindern, sind Spiele im Freien, unternommen von gröfsern Gesellschaften gleichaltriger Schüler, dringend zu empfehlen. Der Schule wird die Aufsicht dabei zufallen, damit Erkältungen und Ausbrüche des Übermuts oder Jähzorns thunlichst verhütet werden. Grofse Plätze mit Kiesboden oder kurzgehaltenem Rasen und mit schattengebenden Bäumen sollten in der unmittelbaren Nähe der Schulgebäude vorhanden sein. Den gleichen Gewinn bieten gemeinsame Ausflüge. Wenn bei dem Spiele Laufen, Werfen nach dem Ziel, Fangen und Ausweichen, auch Ringkampf gut verwandt werden können, so bietet sich auf dem Ausflug Gelegenheit zum Steigen und Klettern, verbunden mit der Übung der Ausdauer. Endlich mag das vorzüglich erfrischende Schlittschuhlaufen als winterliche Übung nicht vergessen werden. Passend sind die körperlichen Übungen dieser Art auf die spätern Nachmittagsstunden zu verlegen. Für diejenigen Unterrichtsfächer, in welchen starke Anforderungen an Nachdenken und Gedächtnis gestellt werden, bieten die Vormittage Raum genug. Ohne dafs eine Regel daraus gemacht werden soll, würden auf diese Weise die Sitzstunden in der Schule vorzugsweise auf den Vormittag fallen. Es mag dabei der Wunsch von ärztlicher Seite nicht unterdrückt werden, dafs die Schüler möglichst oft zur Unterbrechung der sitzenden Haltung genötigt werden, sei es durch irgend eine Übung in den untern Klassen, sei es durch das Aufstehen auch der Schüler in den obern Klassen, sobald die Frage an sie gerichtet wird.

3) Schutz des Sehvermögens. Eine Anzahl von Beobachtungen an Schülern, welche wir durch eine längere Reihe von Jahren — einzelne bis zu zehn Jahren — verfolgen konnten, haben ergeben, dafs die Kurzsichtigkeit in der Zeit vom 13. bis zum 18. Jahre am raschesten fortschreitet. Allein die verhältnismäfsige Seltenheit dieses Gesichtsfehlers bei jungen Leuten, welche nicht die höhern Schulen besucht haben, besonders bei Landleuten, beweist, dafs in dem Schulleben als solchem Schädlichkeiten liegen müssen, die ihn hervorbringen, womit nicht behauptet werden soll, dafs nicht auch aufserhalb der Schule, im Hause, schädliche Einflüsse in Betracht kommen mögen. Wenn ein normalsichtiges kindliches Auge kurzsichtig wird, so kann — von wirklich krankhaften Vorgängen abgesehen — der Grund nur darin liegen, dafs es zu lange dauernden und starken Akkommodations-Anstrengungen ausgesetzt wird. Dieselben treten

notwendig ein, wenn das Kind behufs Erkennung kleiner Gegenstände sich dauernd denselben mehr nähert, als unter günstigen Bedingungen erforderlich ist, und wenn der Akkommodations-Apparat nicht in angemessenen Pausen durch Sehen in die Ferne (d. h. auf Entfernungen von 5 m und darüber) entspannt wird. Sind also im Schulleben Schädlichkeiten vorhanden, welche zur Kurzsichtigkeit führen, so müssen sie von der Art sein, daſs sie den Schüler zu einer dauernden ungebührlichen Annäherung an sein Buch zwingen. Diese Wirkung aber kommt, wie die Theorie voraussehen läſst und die Erfahrung bestätigt hat, folgenden drei Umständen zu: der ungenügenden Beleuchtung, einer Konstruktion der Schulsubsellien (Bank und Tisch), die eine fehlerhafte Körperhaltung begünstigt oder notwendig macht, und endlich der ungenügenden Gröſse und Deutlichkeit der zu erkennenden Gegenstände. Was ist unter guter Beleuchtung zu verstehen? Ein solche, welche allen Plätzen des Schulzimmers so viel (von oben einfallendes) Licht vom blauen Himmel oder von hellen Wolken zuführt, daſs der Schüler an mittelheitern Tagen eine feine Diamantschrift — z. B. Jägers Schriftprobe Nr. 1 — noch auf eine Entfernung von 30 cm. bequem lesen kann. Einer vielfach verbreiteten Ansicht zufolge soll ein Schulzimmer das Licht nur von einer Seite her, und zwar durch Fenster, die zur Linken der Schüler gelegen sind, empfangen. Diese Art der Beleuchtung ist unzweifelhaft sehr zweckmäſsig, wo es sich um hohe und verhältnismäſsig schmale Räume handelt. Allein für ein Schulzimmer ist es keineswegs immer das geeignetste, weil es meist nicht ausreicht. Damit auf diesem Wege die erforderliche Lichtmenge einströme, müssen die Fenster sehr hoch hinaufreichen, dürfen die Pfeiler an der Fensterseite nicht breiter sein als $^3/_4$ der Fensterbreite, müssen ferner die Fensternischen abgeschrägt und die Tiefe des Zimmers (die Entfernung der Fensterwand von der gegenüberliegenden) nur 1, höchstens $1\,^1/_2$ m die Fensterhöhe übertreffen. Da die Fenster in den meisten Gebäuden nur auf 3,5—4 m hinaufreichen (in der Regel sogar weniger), so wird diese Beleuchtungsart nur für kleinere Klassenzimmer brauchbar sein, d. h. für solche, deren Tiefe die Zahl von 5—5,5 m nicht übersteigt. Für alle andern, also für die groſse Mehrzahl, ist die doppelseitige Beleuchtung durch Fenster an zwei einander gegenüber liegenden Seiten die geeignetere. Die Fenster sollen, um das wenig brauchbare und von unten einfallende Licht auszuschlieſsen, nicht tiefer als bis 1 m über dem Boden herabreichen. Daſs bei ihnen alle schattengebenden Teile, das Fensterkreuz und die Scheibeneinfassung, auf den geringst möglichen Umfang beschränkt sein sollen, versteht sich von selbst. Einen kleinern, aber nicht zu vernachlässigenden Anteil an der Lichtmenge hat auch das diffuse Licht, welches von den Wänden, von der Decke und von den Mobilien des Schulzimmers zurückgeworfen wird. Diese Teile dürfen nicht, wie wir vielfach gesehen haben, in dunklen Farben gehalten sein. Ein hellgrüner oder hellblauer (nicht weiſser) Anstrich der Wände, eine weiſse Tünchung der Decke und eine hellbraune Färbung der Subsellien (statt der üblichen schwarzen) dürften angemessen sein. Fensteröffnungen an der vordern (Katheder-) Seite sind unter allen Umständen zu verwerfen. Die Schüler haben dann das helle Fenster grade vor sich, werden bald geblendet und schützen sich unwillkürlich vor der Blendung, indem sie den Kopf nach vorn neigen, um das Auge durch die Stirn zu beschatten; so wird die ungebührliche Annäherung an das Buch und eine fehlerhafte Haltung des Oberkörpers gradezu herausgefordert. Licht von der Rückwand aus hinreichender Höhe einfallend würde eine ungenügende Seitenbeleuchtung wirksam unterstützen können, wenn es nicht den Nachteil hätte, die Augen des Lehrers zu blenden. Auſserdem wird es für die Schüler der hintern Bänke leicht den Schatten des Kopfes auf das Buch fallen lassen. Trotzdem kann unter besondern Umständen und genügend reguliert das Licht von der Rückseite manchmal nützlich verwertet werden; im allgemeinen können wir es aber

nicht empfehlen. Die wechselnden Verhältnisse der Witterung und Bewölkung machen es notwendig, Maſsregeln zu treffen, um die sonst in so groſsen Breiten schwankende Beleuchtungstärke einigermaſsen zu regulieren In einzelnen Klassen haben wir für diese Zwecke äuſsere Holzläden mit schief gestellten Paletten (sogenannte Persiennen) verwandt gefunden; dieselben sind, weil sie zu viel Licht wegnehmen, durchaus zu verwerfen. Auch das matte Glas ist aus den oben erwähnten Gründen nicht zu empfehlen. Der beabsichtige Zweck kann unseres Erachtens nur durch Rollvorhänge erreicht werden, die innen am Fenster so weit vor den Scheiben angebracht sind, daſs sie das Öffnen der Fensterflügel gestatten und so lang und breit sind, daſs sie die ganze Fensternische bedecken. Sie sollen aus einem dicht gewebten, aber nicht zu dicken grauen oder hellblauen Stoffe hergestellt sein und leicht und sicher aufgezogen und herabgelassen werden können. Weiſse Leinwand ist, als zu blendend, wenn von der Sonne beschienen, nicht zu gebrauchen. Es ist wünschenswert die Rollvorhänge so einzurichten, daſs sie in jeder Höhe befestigt werden können; jedoch muſs vermieden werden, nur die untern Scheiben freizulassen. Die an der Auſsenseite der Fenster an vielen Privathäusern gebräuchlichen sogenannten Markisen sind, weil sie das von oben kommende, also nützlichste Licht abhalten, bei Schulzimmern nicht zu verwenden. Eine besondere Beachtung verdienen noch helle Mauerflächen der benachbarten Gebäude. Dieselben wirken, wenn sie von der Sonne beschienen sind, äuſserst blendend, und viele unserer Klassen haben unter dieser unangenehmen Nachbarschaft zu leiden. Es muſs dafür gesorgt werden, daſs solche Mauerflächen einen dunklen Anstrich erhalten. Ist das Wetter so trübe, daſs man auf den dunkelsten Plätzen des Schulzimmers eine gewöhnliche Druckschrift nicht mehr bequem lesen kann, wie es an nebligen Herbst- und Wintertagen und hier und da auch im Sommer bei Gewittern vorkommt, so sind die Vorhänge herabzulassen und die künstliche Beleuchtung herzustellen. Diese ist dem Auge jedenfalls weniger schädlich als das Arbeiten bei ungenügendem Tageslicht. Es wird sich empfehlen, eine der Gröſse des Schulzimmers entsprechende Zahl von Gasflammen, und zwar von Rundbrennern mit Cylindern und Reflektoren (breiten, konischen Blechschirmen, die oben dunkel, unten weiſs lackiert sind), anzubringen. Offene Flammen, sogenannte Schnittbrenner, flackern leicht und erzeugen störende Schwankungen; nur durch Cylinder ist eine gleichmäſsige und ruhige Lichtquelle zu erzielen. Matte Glasglocken, welche die Flamme umgeben, sind, obwohl sie das Zimmer als Ganzes besser beleuchten, darum nicht zu empfehlen, weil sie zu viel Licht absorbieren und die Tische nicht hinreichend erhellen. Eine Gasflamme soll vor und über dem Katheder, die übrigen in zwei Reihen über den Plätzen der Schüler angebracht sein; alle in einer Höhe von mindestens einem Meter über den Köpfen der Schüler, um die belästigende strahlende Wärme der Flammen möglichst zu verringern. Wo Gasbeleuchtung nicht zur Verfügung stehen sollte, kann sie zweckmäſsig durch Petroleumlampen, die etwas niedriger hängen dürfen, ersetzt werden.

Eine ebenso groſse, vielleicht noch gröſsere Bedeutung als die schlechte Beleuchtung hat die fehlerhafte Konstruktion der Schulsubsellien bezüglich der Entwicklung der Kurzsichtigkeit. Der Schüler soll auf seinem Platze lesen, schreiben und während des Vortrags seines Lehrers bequem sitzen können, ohne eine widernatürliche Haltung einnehmen, d. h. ohne den Oberkörper weder seitlich noch nach vorn beugen zu müssen. Pädagogische Rücksichten verlangen auſserdem, daſs er vor seinem Tische aufstehen kann. Dieser Forderung zuliebe hat man bei den alten Schultischen alle Rücksichten auf die Gesundheit beiseite gelassen; sie haben sämtlich eine ansehnliche positive Distanz, d. h. der vordere Rand des Sitzes befindet sich hinter dem hintern Tischrande, und zwar so weit, daſs der Schüler in dem Zwischenraume zu stehen vermag. Schon um dieses

einen Fehlers willen sind sie durchaus verwerflich und um so schädlicher, je jünger die Kinder sind, die an ihnen zu arbeiten verurteilt werden. Hierzu kommen noch andere Fehler der gegenwärtig gebräuchlichen Subsellien: der Mangel oder die falsche Konstruktion der Rückenlehne, der Mangel des Fuſsbretts, eine ungenügende Breite der Bank und des Tisches, zu geringe Neigung der Tischplatte gegen den Horizont, Mangel an einer Vorrichtung, um der Tischplatte verschiedene Neigungen zu geben, und endlich eine unrichtige Differenz, d. h. eine der Körpergröſse des Schülers nicht angemessene Erhebung der Tischplatte über den Sitz. Subsellien, welche allen den oben genannten Anforderungen entsprechen, sind in neuerer Zeit mehrfach konstruiert worden. Die Schüler sitzen an ihnen in gerader Haltung und bequem; können, infolge einer sehr zweckmäſsigen Einrichtung am Sitze, leicht und geräuschlos aufstehen und sich wieder setzen; die Tischplatte läſst sich beim Lesen aufstellen, ohne daſs ein Einklemmen der Finger erfolgen kann; da nur zwei Sitze auf jeder Bank vorhanden sind, so ist der Zutritt zum Platze äuſserst leicht.

Keine der verschiedenen Beschäftigungen, denen unsere Schüler unterworfen werden, nimmt sie so lange Zeit in Anspruch wie das Lesen. Das Papier soll rein, weiſs, von glatter Oberfläche, aber nicht glänzend und so dick sein, daſs ein Durchschimmern des Drucks der andern Seite unmöglich ist. Dem Vorschlage, statt weiſsen Papiers graues zu wählen, können wir nicht beipflichten, weil bei letzterm der Gegensatz des schwarzen Buchstabens gegen den Grund vermindert wird, wenn wir auch zugeben, daſs sehr empfindliche Augen ein leicht graues Papier auf die Dauer angenehmer finden; es handelt sich hier aber um die als gesund vorausgesetzten Augen der Schuljugend. Hinsichtlich der Buchstabengröſse hat die Erfahrung gelehrt, daſs ein Druck mit Buchstaben, deren Höhe kleiner ist als 1,5 mm (es sind die kleinen, die Zeile weder nach oben noch nach unten überragenden gemeint), auf die Dauer nicht bequem gelesen werden kann. Für Schulbücher ist aber diese Höhe noch nicht ausreichend; hier möchten wir auf einer durchschnittlichen Höhe von 1,75 mm bestehen, welche für die Bücher der untern Klassen sogar als die untere Grenze der Buchstabengröſse angesehen werden muſs. Für die oberen Klassen darf sich die Buchstabengröſse in den Schulbüchern zwischen 1,75 und 1,50 mm bewegen. Dabei muſs der Druck hinreichend fett (dick) sein, d. h. die Strichelemente des Buchstabens müssen eine Dicke von wenigstens 0,25 mm besitzen. Als geringste Gröſse des in Schulbüchern zulässigen Durchschusses giebt H. Cohn 2,5 mm (zwischen den nicht überragenden Buchstaben) an, einen Wert, den wir ebenfalls billigen. Endlich kommt auch noch die Länge der Zeilen in Betracht. Als Normallänge der Zeilen in Schulbüchern möchten wir 80—90 mm empfehlen, als gröſste Länge 100 mm, welche nie überschritten werden sollte. Der breite, weiſse Rand zu beiden Seiten des Drucks hat seinen guten physiologischen Grund; er schafft eine breite, gegen den Druck wirksam abstechende Fläche und erleichtert das Überspringen auf die folgende Zeile sehr wesentlich. Sehen wir uns nun die Bücher, welche unsern Schülern in die Hände gegeben werden, auf die erwähnten Bedingungen hin an, so ergiebt sich, daſs kaum eines derselben vor einer strengen Prüfungen bestehen kann. Besonders die Wörterbücher, welche im Studium der Sprachen eine groſse Rolle spielen, sind meist gradezu als augenverderbend zu bezeichnen. Das Papier ist fast in allen Schulbüchern, die wir zu Gesicht bekommen haben, nicht dick genug; es ist durchscheinend und läſst den Druck der Rückseite durchschimmern. Die Gröſse der Buchstaben und die Dicke ihrer Striche bleiben in vielen Schulbüchern selbst im Texte, bei allen ihren Anmerkungen hinter dem oben geforderten geringsten Maſse zurück. Auch Approche und Durchschuss sind meist ungenügend; weit verbreitete Schulbücher haben entweder durchlagendes Papier oder unsern Forderungen durchaus nicht entsprechenden Druck, besonders was die Gröſse des Durchschusses anbetrifft.

Hinsichtlich der Zeilenlänge läfst sich in den meisten Büchern nichts erinnern. Die verwickelten und schnörkelhaften Buchstaben der Fraktur als nationale Eigentümlichkeit zu schätzen und darum beizubehalten, liegt kein Grund vor, da man weifs, dafs sie nichts anderes als Verunstaltungen der runden und gefälligen Antiqua sind. Auch im pädagogischen Interesse liegt es, unser doppeltes Alphabet aufzugeben und dem Schüler die Mühe zu ersparen, gleich beim Anfang des Lernens seinem Gedächtnis für jeden Laut des Alphabets 8 verschiedene Zeichen einzuprägen. Ist es auch natürlich sehr schwer, den ursächlichen Zusammenhang des Frakturdrucks mit der Häufigkeit der Kurzsichtigkeit zu erweisen, so ist doch die Schädlichkeit der Fraktur für das Auge nicht wohl zu bezweifeln, wenn auch die Gewohnheit vielfach noch zu einem entgegenstehenden Urteil führen kann. Schon die Wahrnehmung, dafs bei dem antiqua-lesenden Völkern die Kurzsichtigkeit viel weniger verbreitet ist als in Deutschland, läfst auf die ungemein hohe Bedeutung der landläufigen Schriftform für die Erhaltung der Sehkraft schliefsen.

Hinsichtlich des Schreibens glauben wir, dafs dasselbe den Augen viel weniger schädlich ist als das Lesen und insbesondere im Schulunterricht eine weniger bedeutende Rolle spielt. Die übliche Schrift mit schiefer Lage der Buchtaben gegen eine solche mit senkrechten Grundstrichen zu vertauschen, liegt unserer Meinung nach kein Grund vor. Die Neigung der Schrift von rechts oben nach links unten ist physiologisch begründet in der Bevorzugung der rechten Hand und in der gröfsern Leichtigkeit der Beugbewegungen gegenüber der Streckung. Mit der rechten Hand zu schreiben und die Buchstaben steil zu stellen oder gar nach rechts unten zu neigen, hat etwas Gezwungenes und Unnatürliches. Wünschenswert ist es, dafs beim Schreibunterricht die Schüler von vornherein daran gewöhnt werden, mit nicht zu kleinen Buchstaben zu schreiben. Die Übung der abgerundeten lateinischen Buchstaben verdient nach unserer Ansicht für das Auge ebenso den Vorzug vor der Beschäftigung mit den spitzen Zügen der deutschen Frakturschrift, wie dies oben für die gedruckten Buchstaben betont worden ist. Der Schiefertafel ist in neuerer Zeit der Vorwurf gemacht worden, dafs sie den Augen schädlicher sei als Papier und Tinte. Es ist zwar sicher, dafs die Schrift auf ihr sich gegen den meist etwas glänzenden Grund weniger abhebt; allein die Frage scheint uns ohne erhebliche Bedeutung zu sein, da die Schiefertafeln nur kleinen Kindern, bei denen die Entwicklung der Kurzsichtigkeit in der Regel noch nicht zu fürchten ist, in die Hand gegeben werden. Sie mögen daher, wiewohl nicht zu lange, beibehalten werden.

Der Lehrplan sollte thunlichst so eingerichtet werden, dafs nie mehr als höchstens zwei Stunden aufeinander folgen, in denen die Schüler vorwaltend mit Lesen beschäftigt werden. —

Sternwarten.*)

I.

Der grofse Refractor der neuen Wiener Sternwarte.

Aus der N. f. Presse No. 6538 (1882).

Grofs mufs der Zauber einer Wissenschaft sein, die in den Dämmerungstagen des Mittelalters, als Europa in dogmatischen und religiösen Streitig-

*) Die Redaktion beabsichtigt, in diesem und in den nächsten Jahrgängen d. Z. eine Reihe der neuesten und besten Sternwarten oder Einzelheiten derselben zu beschreiben und macht hiermit den Anfang.

keiten seine beste Kraft erschöpfte, selbst wenig gebildete Naturvölker in ihre Zauberkreise bannte, und fast wie ein Märchen klingt es, wenn wir hören, daſs des grausamen Städteverwüsters und Menschenschlächters Timurlenk's Enkel, der Mongolenfürst Ulugh Beg, um 1437 in seiner Residenz Samarkand Sterne beobachtete, um die Fehler der älteren Bestimmungen von Hipparch und Ptolemäus zu verbessern. So hoch indessen die Verdienste sind, welche sich unsere Altvordern um die Förderung der Theorie und Praxis erworben haben, so können wir doch die Vollendung der beobachtenden Astronomie erst unserm Jahrhunderte zuschreiben, als durch die vereinten Bemühungen der Optik und Präcisions-Mechanik wahre Kunstwerke von Beobachtungs-Instrumenten erstanden, die es erlaubten, eine bis in jene Tage ungeahnte Genauigkeit zu erlangen. Allein in dem Maſse, als sich Fortschritt in dieser Richtung kundgab, wurde auch das Bestreben geweckt, die Anzahl der Observations-Instrumente zu reduzieren; während Tycho de Brahe, Hevel und Andere ganze Bücher mit den Verzeichnissen ihrer Instrumente füllten, besitzen die hervorragendsten Sternwarten unserer Zeit nur zwei Sorten von Instrumenten: Meridiankreise und Äquatoreale.

Die Meridian-Instrumente stehen, wie schon der Name andeutet, in dem Meridiane des Observatoriums und sind deshalb von fundamentaler Bedeutung, weil sie absolute, d. h. solche Beobachtungen ermöglichen, zu deren Ausführung man auſserdem keines anderen Hilfsmittels bedarf, als einer richtig gehenden Uhr. Diesem Zwecke entsprechend müssen die Meridiankreise sehr gut gebaut und mit einem sorgfältig geteilten Kreise versehen sein, der es ermöglicht, den Winkelabstand des beobachteten Objektes vom Horizonte zu messen. Da nun in groſsen Fernrohren viele Fehlerquellen liegen, die sich absolut nicht vermeiden lassen, wie z. B. die Biegung des Rohres durch das eigene Gewicht, und da überdies ein gut geteilter Kreis, welcher der optischen Kraft des Fernrohres entspricht, mit kaum weniger Mühe hergestellt werden kann, als eine groſse Linse, so zieht man es vor, die Meridiankreise zu Gunsten gröſserer Stabilität und Vorzüglichkeit nur in mäſsigen Dimensionen herzustellen. Anders ist dies bei den sogenannten Äquatorealen, die nur dazu dienen, den Abstand eines Sternes von einem zweiten gleichzeitig im Gesichtsfeld befindlichen zu messen. Man erspart hier die fein geteilten Kreise, und auch die Biegung des Fernrohrs ist für die Beobachtung von keinem Einflusse, so lange sie sich in mäſsigen Grenzen hält. Da man aber durch die Bestimmung des Abstandes beider Objekte noch keineswegs ihren Ort am Himmel kennt, so muſs man den helleren von beiden Sternen erst an einem Meridiankreise beobachten, und dies ist das innige Verhältnis, das zwischen den Beobachtungen an beiden Instrumenten existiert und die Anwendung weiterer Instrumente erspart. Hiermit ist natürlich keineswegs gesagt, daſs damit die Einrichtung eines Observatoriums erledigt sein muſs; denn einmal paſst nicht für jede Sorte von Beobachtungen ein Fernrohr von denselben Dimensionen, und zweitens müssen für gewisse Beobachtungen eigene Instrumente konstruiert werden. Als Illustration zu dem eben Gesagten mag angeführt werden, daſs es einem Astronomen von Fach nie einfallen wird, Sonne und Mond mit einem groſsen Fernrohr zu betrachten, weil er die Gründe kennt, warum ihm Instrumente von mäſsigen Dimensionen viel schärfere und deutlichere Bilder, speziell von diesen zwei Objekten geben; Gründe, die einmal in klimatischen Verhältnissen (mangelhafte Reinheit und Ruhe der Atmosphäre), dann aber auch in der zu groſsen Helligkeit dieser beiden Himmelskörper und in vielen anderen, zwar kleinen, aber berücksichtigenswerten Thatsachen liegen. Auſserdem soll jedes gut eingerichtete Observatorium einen sogenannten Sweeping-Refraktor besitzen, ein Fernrohr, das zum Aufsuchen von Kometen und Nebelflecken dient.

Der groſse Refraktor der Wiener Sternwarte wurde von der öster-

reichischen Regierung im Jahre 1875 bei Howard Grubb in Dublin bestellt, der sich sowohl durch Konstruktion kleiner Instrumente, als auch namentlich durch die Herstellung des grofsen Melbourner Reflektors mit einem Spiegel von 48 Zoll Durchmesser einen geachteten Namen erworben hatte. Das Instrument ist als Äquatoreal montiert und dem entsprechend um zwei Axen drehbar, deren eine der Erd- oder Weltaxe parallel, die andere senkrecht darauf gestellt ist; es giebt eine solche Aufstellung ungefähr dieselben Bestimmungsstücke für ein himmlisches Objekt, wie sie auf der Erde zur Bestimmung der geographischen Lage verwendet werden: nämlich die Entfernung des Erdortes von einem ersten Meridian (Greenwich, Paris, Ferro etc.) und den Winkelabstand vom Äquator. Das erste Bestimmungsstück nennt man bei himmlischen Objekten Rektaszension,*) das zweite Deklination, und es entspricht demnach die Rektaszension der geographischen Länge, die Deklination der geographischen Breite.

Der mechanische Teil war bereits im Jahre 1878 vollendet, während die Beistellung des optischen Glases wie es für ein Fernrohr von 685 Millimetern Öffnung notwendig ist ziemliche Schwierigkeit bereitete. Seit Fraunhofers Tode sind es namentlich drei Firmen, welche sich mit der Erzeugung optischen Glases beschäftigen, nämlich Merz in München, der Nachfolger Fraunhofers, Chance in Birmingham und Feil in Paris. Letzterer übernahm die Lieferung des Glases für das Wiener Äquatoreal und sendete im Verlaufe der letzten drei Jahre mehrere Scheiben nach Dublin, von denen indessen nach erfolgtem Rohschliffe die meisten wieder als untauglich zurückgestellt werden mufsten, bis endlich Ende Oktober 1879 solche Stücke eintrafen, die für den Zweck die vollste Eignung besafsen. Bezüglich des mechanischen Teiles standen dem Konstrukteur teilweise die Erfahrungen zu Gebote, die man an dem grofsen Äquatoreale zu Washington gemacht hatte, welches fast in ebendenselben Dimensionen wie das Wiener Äquatoreal ausgeführt ist, nämlich: 26 Zoll freie Öffnung und 32 Schuh Länge. Allein Mr. Grubb liefs es sich nicht genügen, in der Kopie blofs die Fehler zu verbessern, er hat in dem Wiener Äquatoreale ein Werk geschaffen, das auch für kommende Zeiten als Muster dienen wird; denn während die Aufstellung des Washingtoner Refraktors fast nur eine Vergröfserung der Montierung ähnlicher Instrumente von kleineren Dimensionen ist, kann man von Grubbs Werke behaupten, dafs aufser dem Prinzipe nichts nach dem alten Systeme daran geblieben ist, dafs vielmehr fast jede Einrichtung nicht weniger originell als praktisch sich erweist. Die Ausgleichung des Gewichtes ist so ausgeführt, dafs trotz der 90 Centner, welche der bewegliche Teil des Fernrohrs wiegt, zur Bewegung desselben eine Kraft von 10 Kilogramm hinreicht. Ein bedeutender Vorteil liegt in der Art, wie man das Fernrohr auf ein Objekt einstellen und die geteilten Kreise ablesen kann. Bei Fernrohren von kleineren Dimensionen genügt es, die Einstellung mit Hilfe einer Handlampe unmittelbar vom Boden aus zu bewerkstelligen; allein hier, wo der Beobachter auf seinem Stuhle mehrere Fufs vom Boden entfernt ist, wäre diese Art nicht nur sehr unbequem, sondern, was mehr sagen will, sehr zeitraubend. Diese Schwierigkeit hat Mr. Grubb auf sinnreiche Weise umgangen, indem er den Beobachter in den Stand setzt, vom Okulare aus mit Hilfe von Fernrohren die beleuchteten Teilungen abzulesen und zugleich die Bewegungen des Fernrohres zu leiten. Gleichzeitig ist bei dem Okulare der Vereinigungspunkt der elektrischen Leitungsdrähte, um für spektroskopische Untersuchungen bequem einen elektrischen Strom erzeugen zu können. Eine grofse Sorgfalt ist auf die Feinbewegung des Fernrohres und auf das Uhrwerk verwendet, welches die gewaltige Masse bewegen soll. Es ist bekannt, dafs der Mond den übrigen Sternen gegenüber eine ziemlich rasche Bewegung hat, die sich schon in wenigen

*) Ist österreichische Schreibart. Red.

Minuten mit einem Fernrohre konstatieren läfst. Um diesem Umstande Rechnung zu tragen, hat Mr. Grubb einen doppelten Mechanismus eingeführt, der es ermöglicht, sowohl den Sternen als auch dem Monde in ihrer Bewegung zu folgen.

Die letzte Besonderheit des Wiener Aquatoreals ist sein ausgezeichnet funktionierendes Triebuhrwerk. Für spektroskopische Untersuchungen, Aufnahme von Photographien der Himmelskörper etc. ist es notwendig, die Bewegung des Uhrwerkes so zu regulieren, dafs das beobachtete Objekt im Zeitraume von mindestens einer Stunde im Gesichtsfelde des Fernrohres verweilt, und namentlich bei spektroskopischen Untersuchungen darf die Bewegung des Fernrohres kaum um ein Zehntel Zeitsekunde von der des beobachteten Objektes abweichen. Da nun, wie erwähnt, das freie Gewicht des Fernrohres an 90 Centner beträgt, so läfst sich einsehen, wie präzise dieser Teil gearbeitet sein mufs, um den gestellten Anforderungen zu entsprechen.

Mr. Grubb läfst das Fernrohr mit einem kleinen Überschusse an Kraft bewegen, während ein von ihm erfundener und bereits für den berühmten englischen Spektroskopiker Huggins mit bestem Erfolge ausgeführter sogenannter elektrischer Kontrol-Apparat die Verzögerung der Bewegung gleichmäfsig, also nicht sprungweise, vollführt. Die Vergröfserung wird bis auf das 4000fache getrieben werden können; man könnte z. B. den Mond bis auf zirka 13 Meilen der Erde nahe bringen, also Details wie grofse Städte, Seen etc. ganz gut unterscheiden. Allein dies wird mit Rücksicht auf das früher über atmosphärische und klimatische Verhältnisse Gesagte nur selten geschehen können, zumal die Bedeutung eines solchen Instrumentes nicht allein in dem Grade der Vergröfserung liegt. Betrachten wir nämlich die Sterne in einer heiteren Nacht mit freiem Auge, so werden uns namentlich die helleren derselben nicht als Lichtpunkte, wie es sein sollte, sondern als mehr oder weniger verzerrte Scheibchen erscheinen. Je gröfser die Apertur eines Fernrohres ist, um so mehr verschwinden diese Verzerrungen, bis der Stern als hellleuchtender Punkt ohne Strahlen erscheint, und dies ist für die Genauigkeit der Messungen von bedeutendem Vorteile. Die weitere Bedeutung eines solchen Riesen-Teleskopes liegt aber auch in der raumdurchdringenden Kraft desselben. Man kann sich von der Wirkung eines solchen Fernrohrs annähernd einen Begriff machen, wenn man es mit dem Auge vergleicht. Der Durchmesser eines normalen Auges ist ungefähr $\frac{1}{5}$ Zoll, der Durchmesser der Linse des neuen Fernrohres wird 27 Zoll betragen. Betrachtet man also einen Stern durch ein solches Teleskop, so wird man etwa 70 000 mal mehr Licht erhalten, als mit freiem Auge, wovon noch mehr als ein Drittel abgezogen werden mufs, um dem Lichtverluste beim Durchgange durch das Glas Rechnung zu tragen. Nehmen wir hierfür in runder Summe 40 000, so wird ein Stern, der eben noch mit freiem Auge sichtbar ist, auf den 200. Teil seiner Entfernung näher gebracht; es werden also umgekehrt im Fernrohre noch Sterne sichtbar sein, die 200 mal weiter entfernt sind, als der Stern, den man noch mit freiem Auge sieht. Vierthalb Jahre braucht das Licht, um von dem nächsten Fixstern zu uns zu gelangen, es braucht aber mindestens 300 Jahre, um von dem noch mit freiem Auge sichtbaren Sterne den Weg zu uns zurückzulegen. Wir dringen also in Räume, von denen aus das Licht an 60 000 Jahre bis zu uns braucht, und doch legt dasselbe 42 000 geographische Meilen in der Sekunde zurück. Damit sind wir aber noch nicht an die Grenze des Weltalls gelangt. Hier stehen wir noch grofsen Rätseln gegenüber; der augenblickliche Zustand des Himmels ist nicht der, wie er ist, sondern das Bild des gestirnten Himmels war in Wirklichkeit vor vielen tausend Jahren so, wie wir es sehen. Die Bereicherung der Stellar-Astronomie ist das unermefsliche Feld, das den grofsen Refraktoren und Reflektoren offen steht, und Herschel hat durch seine Sternaichungen (Zählungen), die Wissenschaft unendlich mehr

bereichert, als wenn er sich auf den Mond und Spekulationen über denselben verlegt hätte. Zum Teile ist uns Amerika zuvorgekommen, wo Professor Asaph Hall 1877 die glänzende Entdeckung der Marsmonde mit dem 26zölligen Washingtoner Refraktor machte; allein noch giebt es grofse Probleme zu lösen, und wenn diese gelöst sind, darf es uns um neue nicht bange sein; denn unendlich ist das Weltall und nimmermüde der Geist des Menschen.

Einladung zum III. deutschen Geographentag in Frankfurt a. M.*)

am 29., 30. und 31. März 1883,

so wie zu der damit verbundenen

Ausstellung geographischer Lehrmittel.

Nach Beschlufs der diesjährigen deutschen Geographen-Versammlung wird der dritte deutsche Geographentag in der letzten Hälfte der nächsten Osterwoche in Frankfurt a. M. stattfinden. Dabei sollen, wie bisher, die Vormittagsstunden wissenschaftlichen Vorträgen, die Nachmittage praktischen Schulfragen gewidmet sein. Die Dauer eines Vortrags ist auf eine halbe bis drei viertel Stunden zu bemessen. In der an einen Vortrag sich anknüpfenden Diskussion darf kein Redner länger als zehn Minuten sprechen.

Anmeldungen zu Vorträgen sind bis spätestens Ende Januar an Prof. Rein, Marburg, zu richten.

Mit dem Geographentage soll eine systematisch-geordnete Ausstellung geographischer Lehrmittel verbunden werden und etwa zwei bis drei Wochen Besuchern zugängig sein. Das vorläufige Programm derselben ist Folgendes:

I. Veranschaulichungsmittel für den mathem.-geogr. Unterricht wie Armillarsphären, Tellurien etc.
II. Globen.
III. Reliefdarstellungen der Erdoberfläche.
IV. Karten: a) Histor. Entwickelung der Kartographie mit Bezug auf Projektion und Terraindarstellung; 1. in Europa, 2. in den Ländern des chinesischen Culturkreises, 3. Darstellung der Entwickelung Frankfurts nach den vorhandenen Plänen und Reliefs, b) Wandkarten, geordnet nach Erdteilen und Ländern sowie nach ihren besonderen Zwecken, also in physische, politische etc., c) Handatlanten, d) Schulatlanten, e) Elementaratlanten, f) Pläne, g) Seekarten, h) sonstige kartographische Veranschaulichungsmittel.
V. Karten zur Alpenkunde,
VI. Geographische Reiselitteratur } der letzten 5 Jahre.
VII. Geographische Werke } der letzten 5 Jahre.

In Frankfurt wird ein besonderes Comité für zweckmäfsige Ausstellung, Schonung und Sicherheit der Gegenstände sorgen.

Die Anmeldungen zur Ausstellung müssen bis Ende Januar, die Einsendungen bis spätestens Ende Februar erfolgen. Beide sind an den Schriftführer des Veriens für Geographie und Statistik, Herrn P. A. Schmölder in Frankfurt a. M., neue Mainzerstrafse 25, zu richten.

Jeder Aussteller wird gebeten ein Verzeichnis der angemeldeten, in Gruppen geordneten Gegenstände mit einzuschicken, das bei Herstellung des Katalogs benutzt werden soll.

Um für Gruppe IV. a. 1. eine systematische Ordnung zu sichern und einerseits Überfüllung, andrerseits bedeutende Lücken zu vermeiden, er-

---

*) Verspätet, da die „Einladung“ der Redaktion vom Ausschufs nicht zugesandt wurde, sondern erst von letzterm erbeten werden mufste. D. Redaktion.

scheint es wünschenswert, dafs die Einsendung von Verzeichnissen des auszustellenden Materials noch vor Weihnachten erfolge.

In Anbetracht der hohen Bedeutung einer solchen Ausstellung für alle Freunde und Lehrer der Erdkunde rechnet der Ausschufs auf ein freundliches Entgegenkommen der Verlagsbuchhandlungen, öffentlichen Bibliotheken und Privaten.

Frankfurt a. M., im November 1882.

Der Ausschufs für den III. Deutschen Geographentag:

Dr. E. Cohn, Arzt zu Frankfurt a. M. — Dr. Kirchhoff, Professor der Erdkunde zu Halle. — Dr. Krumme, Direktor der städt. Realschule zu Braunschweig. — Dr. Marthe, Oberlehrer am Dorotheenstädt. Realgymnasium zu Berlin. — Dr. J. Rein, Professor der Erdkunde zu Marburg. — Frhr. von Richthofen, Professor der Erdkunde zu Bonn. — Dr. G. Varrentrapp, Geh. Sanitätsrat zu Frankfurt a. M.

Miscellen.

1) Konkurrenz um den Voltapreis von 50 000 Francs.

(Aus d. Frankfurter Zeitung v. 24. XII. 82.)

Für das Jahr 1887, das 60. Todesjahr des berühmten Physikers und der nach ihm benannten Voltaschen Säule, ist seitens des französischen Unterrichts-Ministeriums eine internationale Konkurrenz um einen „Voltapreis" in der Höhe von 50 000 Francs ausgeschrieben. Von dem Unterrichtsminister wurde an den Präsidenten der Akademie der Wissenschaften zu Paris ein auf diese Angelegenheit bezügliches Schreiben gerichtet, dessen Inhalt etwa folgendermafsen lautet: „In Anbetracht, dafs die Voltasche Säule zu Anfang unseres Jahrhunderts für den bewunderungswürdigsten wissenschaftlichen Apparat angesehen worden, dafs durch sie, bezw. später entdeckte Quellen die Elektrizität bei der Anwendung der Wärme die höchsten Temperaturen zu erzielen vermag, bei Beleuchtungszwecken Lichtcentren von einer Stärke verleiht, die alle künstlichen Lichtquellen übersteigt, bei der Chemie eine Kraft erzeugt, welche zum Nutzen der Galvanoplastik und der Metallarbeiten ausgebeutet werden kann, der Physiologie, sowie der praktischen Arzneiwissenschaft Mittel an die Hand giebt, deren vorzügliche Wirkung konstatiert ist, dafs durch sie die elektrische Telegraphie und das Telephon geschaffen worden, dafs in ihr das empfindsamste und unter gewissen Umständen energischeste mechanische Hilfsmittel gefunden wird, und dafs sie demzufolge die kräftigste Stütze im Dienste der Industrie bereits ist oder zu werden verspricht, kurzum, in Anbetracht des Umstands, dafs es von hohem Interesse ist, Gelehrte aller Nationen behufs einer Konkurrenz um die Entwickelung der nützlichsten Verwendungsarten der Elektrizität zusammenzurufen, bestimmt der Minister für den öffentlichen Unterricht und die schönen Künste in Gemäfsheit des Dekrets vom 11. Juni 1882 Nachstehendes: Artikel 1. Der Preis von 50 000 Francs wird festgesetzt durch Dekret vom 11. Juni 1882 für diejenige Entdeckung, welche die Elektrizität zur ökonomischen Verwendung für nachstehende Zwecke: als Quelle der Wärme, des Lichtes, chemischer Wirkung, mechanischer Kraft, Beförderung von Depeschen oder Krankenbehandlung geeignet macht und gelangt im December 1887 zur Verteilung. — Artikel 2. Es können an der Konkurrenz Gelehrte aller Nationen teilnehmen. — Artikel 3. Die Bewerbungsfrist währt bis zum 30. Juni 1887. — Artikel 4. Es wird einer vom Unterrichtsminister zu ernennenden Kommission übertragen, die eingelieferten Arbeiten zu prüfen und festzustelleu, inwieweit dieselben den gemachten Bedingungen entsprechen. — Artikel 5. Der Bericht der genannten Kommission gelangt im „Journal offiziel" zur Veröffentlichung." —

2) Zur Technik der Schullokalheizung.

(Aus d. Leipz. Tagebl. no. 337. 1882.)

Die Ermittelungen, welche auf Befehl der sächsischen Regierung in 40 Lehranstalten gemacht worden sind, haben ergeben, dafs es 6 verschiedene Heizsysteme giebt. Nach den Berechnungen kosten bei je 20 cbm zu beheizender Raum: 1) Die Luftheizung, Herstellungskosten 270.97, Heizmaterial pro Jahr 24.26 ℳ, pro Tag 16 ₰. 2) Die Dampfwasserheizung, Herstellung 642.16, Heizmaterial pro Jahr 23.98 ℳ, do pro Tag 15 ₰. 3) Die Dampfwasserluftheizung, Herstellung 138.00, Heizmaterial pro Jahr 22.91 ℳ, do. pro Tag 15 ₰. 4) Die Heifswasserheizung, Herstellung 346.49, Heizmaterial pro Jahr 24.70 ℳ, do. pro Tag 13 ₰. 5) Die Heifswasserluftheizung, Herstellung 296.11, Heizmaterial pro Jahr 24.70 ℳ, do. pro Tag 13 ₰. 6) Die gewöhnliche Ofenheizung, Herstellung 85.90, Heizmaterial pro Jahr 36.22 ℳ, do. pro Tag 22 ₰. Das Landes-Medizinal-Kollegium hat als Norm festgestellt, dafs die Temperatur in Schulzimmern früh wie Mittags nicht unter 14° und nicht über 16° R. betragen soll. In Bezug auf die Wirksamkeit der Heizsysteme hat sich nun herausgestellt, dafs das Normalmafs im allgemeinen bei der Luftheizung am besten innegehalten ist. Am nächsten steht derselben in dieser Beziehung die Heifswasserheizung. Bei der Zimmerofenheizung sind die Resultate nicht befriedigend gewesen. Im Allgemeinen hat sich herausgestellt, dafs die gewöhnliche Ofenheizung gegenüber den anderen Heizsystemen die Probe nicht bestanden hat und doch ist sie im Heizmaterialverbrauch die teuerste von allen. Auch der Feuchtigkeitsgehalt der Luft ist bei derselben am niedrigsten, während das vorgeschriebene Normalmafs von 50 Prozent bei der Luftheizung nahezu innegehalten ist.

Neuer Einlauf.

Vogler, Grundzüge der Ausgleichungsrechnung. Braunschweig, Vieweg & S. 1883.

Schlepps, Die Logarithmen. Leipzig, Scholtze. 1882.

Wentworth, Elements of Algebra. Boston, Grün, Heath & Co. 1882.

Wächter, Methodischer Leitfaden für den Unterricht in der Zoologie. II. T. Die wirbellosen Tiere. Braunschweig, Vieweg & S. 1882.

Dippel, Das Mikroskop. 2. Aufl. I. T. (Allgem. Mikroskopie). II. Abt. Ebda. 1882.

Grassmann, Das Tierleben oder die Physiologie der Wirbeltiere. Stettin, Grassmann. 1883.

Franke, Die Liebe als Weltprinzip in der Entwicklung des Natur- oder Weltganzen. Berlin, Wortmann. 1883.

Reuschle, Die Deckelemente, ein Beitrag zur deskriptiven Geometrie. Stuttgart, Metzler. 1882.

Paris, Nuovo sistema per la risoluzione delle equazioni di qualunque grado aventi le radici commensurabili (Roma-Torino-Milano-Firenze, Paravia e. C. 1872). Durch Prof. Günther eingesandt.

Lehmann, Tafeln zur Berechnung der Mondphasen und der Sonnen- und Mondfinsternisse. Herausgegeben vom Königl. preufs. statist. Bureau. Berlin 1882.

Zeitschriften. Central-Org. XI, 1. — Päd. Archiv XXV, 1. — Österr. Zeitschr. f. d. R.-W. VII, 12. — Zeitschr. f. Schulgeographie IV, 1—2. — Magazin f. Lehr- und Lernmittel aller Länder ed. Schröder. Leipzig, bei Dietz und Zieger. Nr. 1—3. — Journal de Mathématiques élément. et spéc. VII, 2. (Febr.) —

Briefkasten.

Allgemeiner.

1) Die Herren Rezensenten, welche ein uns unbekanntes, weil von der betr. Verlagshandlung nicht eingesandtes Buch besprechen, werden ersucht, die betr. Verlagshandlung zu veranlassen, ein Exemplar des besprochenen Werkes auch an die Redaktion zu senden, da die Verantwortlichkeit sie zwingt, von dem Inhalte desselben Kenntnis zu nehmen. Vgl. unsere Anm. zur Rezension der Botanik von Freyhold, ds. Hft. S. 112.

2) Wir bitten die Herren, welche Beiträge einsenden, dringend, ihre Manuskripte recht leserlich zu schreiben (oder dieselben von armen Schülern, gegen eine kleine Vergütung, kopieren zu lassen), besonders aber (z. B. bei naturgeschichtlichen Artikeln Rezensionen u. dergl.) die Fremdworte (Kunstausdrücke) recht deutlich zu schreiben. Es ist ganz erstaunlich, wie zeitraubend (und dabei ärgerlich) die Lektüre unlesbarer Manuskripte für die Redaktion ist. Nicht minder wird durch sie der Drucksatz erschwert und verzögert. (Figuren immer sauber und in passender Gröſse auf besonderm Blatt!) —

3) Für Leser an der italienischen Grenze: Es werden uns mitunter italienische math. Schulbücher zur Besprechung eingesandt. Wir suchen daher einen tüchtigen Schulmann (Mathematiker) an der österreichischen oder schweizerischen italienischen Grenze (etwa in Triest), welcher, des Italienischen mächtig, geneigt wäre, derartige Schulbücher in unserer Zeitschrift zu besprechen.

4) Da die Zeitschrift von jetzt ab in 8 Heften jährlich erscheint, so sind die regulären Ausgabetermine:

1. Januar	15. Februar
1. April	15. Mai
1. Juli	15. August
1. Oktober	15. November.

Das auszugebende Heft muſs jedoch (wegen der Buchbinderarbeiten) schon 3—4 Tage früher vollständig ausgedruckt sein. Zudem fällt der Versandttag der Leipziger Buchhandlungen meist auf den Donnerstag. Dies wollen diejenigen unter den Mitarbeitern gef. berücksichtigen, welche reguläre, innerhalb periodischer Zeiträume zu liefernde, Beiträge übernommen haben.

5) Immer wieder erneuten und recht lästigen Anfragen („Könnte ich ein paar Abzüge bekommen?") gegenüber sei zum so und so vielten Male bemerkt, daſs die Mitarbeiter kontraktmäſsig zehn Abzüge ihres gelieferten Aufsatzes gratis erhalten. Wer mehr wünscht, muſs sie bei der Verlagshandlung auf seine Kosten bestellen und kann das gleich auf dem Korrekturbogen bemerkt werden.

6) Es kommt immer noch vor, daſs von Lesern dieser Zeitschrift, sowie auch von Buchhandlungen Briefe oder Bücher an unsere früheren Wohnorte geschickt, oder Anfragen an die Verlagshandlung über unsern gegenwärtigen Wohnort gerichtet werden. Das ist unbegreiflich, da doch die Adresse der Redaktion immer auf dem Umschlage dieser Zeitschrift steht. Man wolle dies gef. berücksichtigen! —

Spezieller.

(Quittungen über erhaltene Beiträge.)

Hr. *Stoll* in *B.* Ausdehnung der Eulerschen Formel $\delta^2 = r^2 \mp 2r\varrho$ auf die Sphärik. Der Beweis eine „harte Nuſs". Wer wird sie auſser Ihnen knacken? — Hr. *J. H.* in *L.* Aufl. zu 272. — Hr. *F.* in *K.* „Falsche Lösungen in den Aufgabensammlungen von R. und H.-D." — Hr. *Th.* in *P.* Bemerkung zu Hrn. K.s Aufsatz „Die Anfänge des B." — Hr. *Kr.* in *Fr.* Kräftige Entgegnung erh. — *E. H.* in *A.* (Oberhessen). Bem. zum naturw. (soll wohl heiſsen naturgeschichtlichen?) Unterr. in der untersten Klasse (weiſse Taubnessel und Kaiserkrone). —

Einige wichtigere Abschnitte aus der mathematischen Botanik.

Von Oberlehrer Dr. F. Ludwig in Greiz.

„Der Natur gegenüber besteht kein Zweifel, dafs wir es mit einem ganz strengen Kausalnexus zu thun haben, der keine Ausnahme zuläfst. Deshalb ergeht an uns die Forderung fortzuarbeiten, bis wir ausnahmslose Gesetze gefunden haben; eher dürfen wir uns nicht beruhigen...."

Helmholtz, über das Verhältnis der Naturwissenschaft zur Gesamtheit der Wissenschaften.

Wer in den letzten Jahren den Fortschritten auf dem Gebiete der Botanik einige Aufmerksamkeit geschenkt hat, dem kann es nicht entgangen sein, dafs sich in diesem Zweige der Naturwissenschaften — der, weil er es mit den einfacheren organischen Naturkörpern zu thun hat, fast stets seinem Nachbarzweig, der Zoologie in der frisch-grünen lebhaften Entfaltung voraus geeilt ist — ein Umschwung vollzogen hat, fast so bedeutend, wie der, den die Astronomie mit dem Auftreten Isaack Newtons zu verzeichnen gehabt hat. Die Botanik ist heute nicht mehr jene deskriptive Naturwissenschaft, wie sie es vordem war, sie kann den vollberechtigten Anspruch erheben, in die Reihe der exakten Wissenschaften aufgenommen zu werden.

Nicht wollen wir hier zur Begründung dieser Behauptung alle die grofsartigen Entdeckungen aufführen, welche die Pflanzenbiologie, die Physiologie und wie die Disciplinen alle heifsen, aufzuweisen haben und zu denen die Descendenztheorie nicht den kleinsten Anstofs gegeben haben dürfte; nur ein eng begrenztes Gebiet wollen wir hervorheben — das der mathematischen Botanik.

Auch aus ihm können wir im Folgenden nur wenige Kapitel herausgreifen und zwar wollen wir besprechen:

I. Die äufsere Gestaltung des Pflanzenkörpers;

II. Die gesetzmäfsige Anordnung in seinem anatomischen Bau;

III. Die mechanischen Einrichtungen und
IV. Die mathematische Festsetzung der Vegetationsphasen und die wichtige Erforschung der Lebensweise der Mikroorganismen.

I.

Bei Besprechung der äufseren Gestaltung des Pflanzenkörpers könnten wir zunächst an die mathematische Abhängigkeit der Richtung von Stamm und Wurzel und Blättern von der Richtung der auffallenden Sonnenstrahlen etc. und besonders an den Einflufs der Erdgravitation und Erdrotation denken. Doch sei nur bezüglich der Erdrotation eine Wirkung erwähnt, welcher S. Günther*) in seiner interessanten Arbeit über „die sichtbaren und fühlbaren Wirkungen der Erdrotation" nicht Erwähnung gethan hat: die (z. B. bei Coniferenstämmen) überwiegende Gröfse des Stammdurchmessers in der Ostwestrichtung (am besten an der elliptischen Form der Jahresringe zu bestimmen)**).

Am meisten bestimmend für die äufsere Form des gesamten Pflanzenkörpers ist die Anordnung der Blätter und der aus ihren Axeln entspringenden Zweige, sowie anderer seitlicher Organe des Pflanzenkörpers, deren Regelmäfsigkeit zwar später oft durch äufsere Einflüsse mehr oder weniger verloren geht, anfänglich bei den dicht um die Axe gestellten Organen aber scharf ausgeprägt ist. Auf sie gehen wir näher ein.

Berücksichtigen wir zunächst den Fall, dafs eine gröfsere Anzahl von Organen gleichmäfsig um die Axe verteilt ist, wie er am auffälligsten bei den Blättern, Nadeln, Schuppen der Farne, Coniferen, Lepidodendren, Sigillarien, Mammillarien etc., den Blütenständen der Kompositen etc. eintritt, aber durch's ganze Pflanzenreich als Regel angesehen werden kann; so läfst sich nachweisen, dafs die Ansatzstellen derjenigen Blätter etc.,

---

*) Zeitschrift „Humboldt" 1882, Heft 9 ff.

**) Vielleicht hängt auch hiermit die (mir nicht zugänglich gewesene) Schrift: „A. Bravais et Martius, Sur la croissance du pin silvestre dans le nord de l'Europe. Extract du tome XV de l'academie royale de Bruxelles" zusammen, von der S. Günther an anderem Orte (Kosmos, Bd. IV, S. 278.) sagt, dafs sie Anwendungen der Mathematik auf Gegenstände organischer Naturforschung enthalte.

die der Höhe an der Axe nach aufeinander folgen, stets in einer Schraubenlinie liegen, die in gleichmäſsigen Windungen um die Axe läuft. Denkt man sich durch die einzelnen Ansatzstellen an der Axe der Länge nach Gerade gelegt, so wird der zwischen zwei solchen aufeinander folgenden Geraden oder „Orthostichen“ gelegene Bruchteil des ganzen Stengelumfanges als die Divergenz bezeichnet. Der Zähler des Divergenzbruches giebt daher an, wieviel von den Orthostichen begrenzter Zwischenräume zwischen je zwei aufeinander folgenden Insertionen gelegen sind, oder in wie viel Umgängen um den Stengel man von einem Organ bis zu dem in gleicher Orthostiche darüber stehenden gelangt, indem man sämtliche Insertionen der Reihe nach durchläuft. Der Nenner giebt an, wie viel solcher Insertionen man dabei (von der mit 0 bezeichneten an) passiert hat. Es kommen nun nicht nur den einzelnen Pflanzenspecies in der Regel bestimmte Divergenzen zu, sondern die in der Natur überhaupt vorkommenden Divergenzbrüche folgen einem bestimmten mathematischen Gesetz, dem „Divergenzgesetz“*). Die Auffindung dieses Gesetzes verdanken wir Alexander Braun**) und Karl Schimper***), während um den Weiterbau desselben sich zunächst die Gebrüder L. und A. Bravais†) verdient gemacht haben.

Von wenigen später zu behandelnden Ausnahmen abgesehen,

*) Einzelne Ausnahmen werden von Al. Braun etc. als Miſsbildungen etc. gedeutet. Derselbe macht es den Gegnern seiner Blattstellungslehre (in seinen Vorlesungen über Allgem. Bot.) zum Vorwurf, daſs sie solche Fälle, wie die $\frac{1}{4}$ Divergenz bei dem in der Blattzahl und Bl.-Stellung auſserordentlich veränderlichen *Paris quadrifolia* „mit Haaren herbei zögen“.

**) Al. Braun, vergleichende Untersuchungen über die Ordnung der Schuppen an den Tannenzapfen. Nov. Act. Acad. Leop. Carol. 1831, Bd. XV.

***) Über Schimper's diesbezügliche Vorträge — Schimper hat selbst wenig veröffentlicht — berichtet Braun in Flora XVIII. No. 10—12 etc. Über die Beziehungen beider Botaniker und ihren beiderseit. Anteil bei d. Auffindung des Divergenzgesetzes, sehe man C. Mettenius, Al. Braun's Leben nach seinem handschriftl. Nachlaſs. Berlin 1882.

†) L. und A. Bravais, Memoire sur la disposition géométrique des feuilles et des inflorescenses. Paris 1838.

lassen sich nämlich die in der Natur vorkommenden Divergenzen durch die folgenden Brüche ausdrücken:

$$\frac{0}{1} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{2}{5} \quad \frac{3}{8} \quad \frac{5}{13} \quad \frac{8}{21} \quad \frac{13}{34} \quad \frac{21}{55} \quad \frac{34}{89}$$

$$\frac{55}{144} \quad \frac{89}{233} \quad \frac{149}{377} \quad \frac{233^*)}{610} \cdots,$$

[oder wenn man den langen Weg von einem Blatt zum andern wählt:

$$\frac{1}{1} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{3}{5} \quad \frac{5}{8} \cdots\cdots\cdots\cdots]$$

Die Beziehungen der einzelnen aufeinanderfolgenden Glieder dieser „Braun-Schimper'schen" Divergenzreihe

$$\frac{p_n}{q_n}, \quad \frac{p_{n+1}}{q_{n+1}}, \quad \frac{p_{n+2}}{q_{n+2}}$$

sind leicht zu erkennen. Es ist nämlich

$$p_{n+2} = p_n + p_{n+1}$$
$$q_{n+2} = q_n + q_{n+1}$$

und

$$p_{n+2} = q_n \; (n \geqq 2).$$

Zähler wie Nenner gehören der sogen. Lamé'schen Reihe an, welche jedoch nach Günther bereits im 13. Jahrhundert von Leonardo Fibonacci untersucht worden ist**). Braun bemerkte bereits, dafs die Divergenzen die Näherungswerte der unendlichen Kettenbrüche

$$\cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 \ldots}}} \quad \text{resp. für den langen Weg} \quad \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 \ldots}}}$$

sind, welche konvergieren nach den Werten

$$\tfrac{1}{2}\left(\sqrt{5} - 1\right) \quad \text{resp.} \quad \frac{1}{2}\left(3 - \sqrt{5}\right).$$

*) Soweit sind die Divergenzen wirklich beobachtet worden und hat Al. Braun die Photographie eines Fruchtstandes der Sonnenblume anfertigen lassen, der die Div. $\frac{233}{610}$ deutlich zeigt.

**) S. Günther, das mathematische Grundgesetz im Bau des Pflanzenkörpers. Kosmos, II. Jahrg., IV. Bd., S. 270—284. 1879. Wir heben diese Arbeit, in welcher besonders die historische Seite eingehender behandelt ist, hier als besonders lesenswert hervor.

Weiter fiel es auf, dafs diese letzteren Ausdrücke identisch sind mit dem Major resp. Minor der Sectio aurea; denn wenn man die Strecke 1 nach dem goldnen Schnitt teilt, so wird*):

$$x : 1 - x = 1 - x : 1 \text{ und daraus } x^2 = 1 - x \text{ oder}$$

$$x = \frac{1}{1 + x} = \frac{1}{1 + \frac{1}{1 \ldots \text{ etc.}}}$$

Es nähern sich also mit der Dichtigkeit der um eine Axe zusammengedrängten Organe die Divergenzen, resp. die Entfernungen zweier durch successive Insertionen gehenden Orthostichen immer mehr einem Werte, der die Einheit des Stengelumfanges im Verhältnis des goldnen Schnittes teilt. Drückt man die Divergenz durch den Neigungswinkel, der durch die Stengelaxe und zwei successive Insertionen gelegten Ebenen aus, so nähern sich, wie leicht ersichtlich, die Divergenzwinkel ebenfalls einem bestimmten Werte, nämlich dem von $\frac{1}{2}\left(\sqrt{5} - 1\right) 360^0$ oder

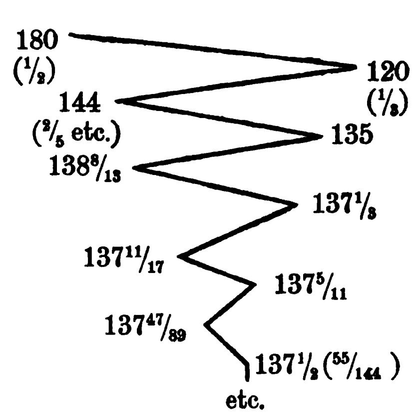
$$137^0 \quad 30' \quad 28'',$$

den man als den „Bravais'schen Winkel" bezeichnet. Die Gebrüder Bravais glaubten nämlich, dafs strenge genommen nie 2 Blätter in derselben Orthostiche übereinander ständen. Sie hielten das Divergenzverhältnis für irrational und meinten, dafs jener Winkel allein in der Natur vorkäme, die übrigen Divergenzen aber nur wirkliche Näherungswerte vorstellten.

Übrigens konvergieren die Winkeldivergenzen der Braun-Schimper'schen Reihe ziemlich rasch nach dem Bravais'schen Winkel zu:

---

*) Dr. Lersch glaubte kürzlich den Lesern des Bot. Centralbl. (V. S. 154.) etwas Neues auftischen zu müssen und bildete sich ein, ein besonderes Naturgesetz entdeckt zu haben, indem er durch Rechnung fand, dafs der Näherungswert des Braun'schen Kettenbruches und jenes Verhältnis des goldnen Schnittes auf mehrere Decimalstellen übereinstimmen und mufste ihn erst Prof. Holzner darauf aufmerksam machen, dafs sich der Kettenbruch aus der Proportion des goldnen Schnittes direkt ableiten läfst.



Auch die übrigen viel seltener in der Natur vorkommenden Divergenzen, wie z. B. $^2/_7$ etc. lassen sich nach Al. Braun (*l. c.*) zu Reihen vereinigen, welche sich allgemein als Näherungswerte von Kettenbrüchen der Form

$$\cfrac{1}{m + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 \ldots}}}}$$

etc. darstellen.

Die Quirlstellungen werden von Braun und Schimper gleichfalls den allgemeinen Gesetzen untergeordnet, doch soll hier nicht näher darauf eingegangen werden.

Es mögen die vorstehenden Andeutungen über die arithmetischen Beziehungen der Divergenzen genügen.

Wir wenden uns nun zunächst zur praktischen Bestimmung der Divergenz und damit zu einigen geometrischen Beziehungen.

Die Feststellung des Divergenzbruches ist in der Botanik z. B. nötig zur Bestimmung fossiler Fruchtzapfen, Stämme etc.

Bei einfachen Divergenzen, wie z. B. der verbreitetsten $^2/_5$ Divergenz der *Borragineen*, *Solaneen* etc, den Divergenzen $^3/_8$ (*Plantago*, *Linaria*, *Lilium bulbiferum* etc.), $^5/_{13}$ (Augen der Kartoffeln etc.) läfst sich leicht die Zahl der Insertionen von einem Organ bis zu dem gerade darüber befindlichen sowie die Zahl der zwischen zwei successive Insertionen fallenden Orthostichen zur Bestimmung von Nenner und Zähler ausfindig machen.

Anders dagegen bei dichtstehenden nach höheren Divergenzen geordneten Organen, wo die Auffindung der successiven Insertionen des Grundwendels auf diesem Wege nicht möglich ist; denn wie Schimper in „Flieder und Goldlack, poet. Briefe über Zahlen und Dinge“ sagt:

„Einundzwanzig schnurgerade Zeilen
Ziegelschuppig zeigt der Tannenzapfen,
Gleiches thut mit Nadeln, denk, die Fichte
Und die Föhre gar mit Nadelpärchen —.“

Hier benutzt man am praktischsten das Gesetz der Zeilenbildung, wie es Al. Braun*) nennt.

Aufser den Orthostichen treten nämlich meist sehr viel deutlicher gewisse Schrägzeilen oder Parastichen in verschiedener Schärfe auf, deren Zahl man leicht von einer bestimmten Insertion ausgehend bestimmen kann. So treten z. B. bei der Blattstellung $^3/_8$ aufser der Grundschraube noch je 2, 3, 5 Parastichen auf, von denen die ersteren am wenigsten steil, die 5 letzten am steilsten sind (abgesehen von den 8 Orthostichen). Die Zahl der Parastichen einer bestimmten Art giebt aber gleichzeitig ihre Ordnung d. h. den Nummerunterschied zweier in ihr gelegenen successiven Insertionen (es giebt 3 Dreier-, und 5 Fünferparastichen etc.). Man kann daher leicht durch Bestimmung zweier Schrägzeilen die Nummern zweier in der Orthostiche übereinanderliegenden Insertionen gewinnen, indem man von der einen Schrägzeile auf die andere übergeht. Dafs die durch die verschiedenen Parastichen gebildeten Parallelogramme (die Cylinderfläche abgewickelt gedacht**) an der diagonalen Ecke eine Nummer erhalten, deren Differenz von der Anfangsecke gleich der Summe der Differenzen der benachbarten Ecken von ihr ist, braucht kaum erwähnt zu werden.

Bei der Untersuchung fossiler Stämme hat Naumann***),

---

*) Al. Braun l. c. und Vorles. üb. Allgem. Botanik.

**) Ein solcher Aufrifs veranschaulicht die entspr. Verhältnisse überhaupt am besten, weniger gut ein Bild, das man erhält, wenn man die Insertionen der kegelförmigen Axe, unter Berücksichtigung der Kegelform auf einen Querschnittskreis der Axe projiziert.

***) Naumann, über den Quincunx als Grundgesetz der Blattstellung Leipzig 1845.

mit Erfolg eine andere Methode angewandt. Von einer Orthostiche ausgehend, bestimmt er die Anzahl der Horizontallinien, die sich zwichen einer Insertion auf ihr und der nächstgelegenen der folgenden Orthostiche legen lassen. Diese Zahl giebt den Zähler des Divergenzbruches. Wie man leicht ersehen kann, hängt indessen diese „Quincuncialtheorie“, wie sie Naumann nennt, aufs engste mit der oben angegebenen Schimper-Braun'schen Hauptreihe zusammen und würde für ein davon abweichendes Blattstellungsverhältnis falsche Werte z. B. bei der $^3/_7$ Stellung $^2/_7$ ergeben. — Wir heben von den Methoden, die Divergenz zu bestimmen noch die neuerdings von Kerber*) angegebene trigonometrische hervor, welche für eine cylindrische Oberfläche allgemeine Geltung hat. Kerber bestimmt zunächst zwei beliebige gegenläufige Schrägzeilen die a — *er* und die b — *er* Zeile. Man kann dann von der Insertion 0 aus die (unbekannte) Nummer 1, um deren Divergenz es sich handelt, auf doppeltem Wege erreichen; zuerst, indem man auf der a *er* Zeile ($a < b$) um x ganze Schritte aufwärts und dann in der betr. b — *er* Reihe um y ganze Schritte abwärts schreitet, für den Schnittpunkt beider Zeilen erhält man (von 0 aus gerechnet) die Nummer

$$xa, \text{ von 1 aus gerechnet } yb + 1.$$

Dies giebt die diophantische Gleichung

$$xa = yb + 1.$$

Zweitens kann man aber von 0 nach 1 gelangen, indem man von 0 aus in der b Reihe ξ ganze Schritte aufwärts und in der a Reihe η ganze Schritte abwärts thut. Für den Schnittpunkt der beiden Reihen erhält man wieder die beiden Werte ξb und $\eta a + 1$ und hieraus die diophantische Gleichung

$$\xi b = \eta a + 1.$$

Die Lösung dieser Gleichungen geschieht mit Hülfe des Kettenbruches $\frac{a}{b}$, dessen vorletzter Näherungswert $\frac{\alpha}{\beta}$ sei. Die

*) E. Kerber, die Lösung einiger phyllotaktischer Probleme mittels einer diophantischen Gleichung. Sitzungsber. d. Kgl. Akad. d. Wiss. z. Berlin. Phys. math. Kl. XXII., 1882. S. 457—473.

kleinstmöglichen Werte von x, y, η, ξ, auf deren Bestimmung es nur ankommt, sind dann

$$\left.\begin{array}{l} x = b - \beta \\ y = a - \alpha \\ \xi = \alpha \\ \eta = \beta \end{array}\right\}, \text{ oder } \left\{\begin{array}{l} x = \beta \\ y = \alpha \\ \xi = a - \alpha \\ \eta = b - \beta \end{array}\right.$$

wenn $\frac{a}{b}$ ein paariger, wenn $\frac{a}{b}$ ein unpaariger

Näherungswert ist.

Die weitere Untersuchung ergiebt dann, dafs die Grundzeile im Sinne der a — *er* oder b — *er* Parastiche verläuft, je nach dem $\frac{a}{b}$ einen paarigen oder unpaarigen Näherungswert bezeichnet.

Daraus ergiebt sich weiter für den kürzeren Weg, der in 2 korrespondierenden Zeilen von der Insertion 0 zu 1 führt, dafs derselbe für die a — *er* Reihe so viel Schrittzahlen als der Nenner (β) und für die b — *er* Reihe so viel Schrittzahlen beträgt, als der Zähler (α) des vorletzten Näherungswertes von $\frac{a}{b}$ angiebt. — Denkt man ferner die Rinde längs der Orthostiche aufgeschnitten und in die Ebene abgewickelt, so mögen die a — *er* und b — *er* Zeilen sich unter einem Winkel φ schneiden, dann ist die Grunddivergenz

$$g = \frac{\beta d\,(bd - a\delta \cos\varphi) + \alpha\delta\,(a\delta - bd\cos\varphi)}{bd\,(bd - a\delta\cos\varphi) + a\delta\,(a\delta - bd\cos\varphi)},$$

wo d der Abstand zweier aufeinander folgenden a — *er* Zeilen,
„ δ „ „ „ „ „ b — *er* „ ist.

Für Organe mit kreisförmigem Querschnitt wird $d = \delta$ und

$$g = \frac{\beta\,(b - a\cos\varphi) + \alpha\,(a - b\cos\varphi)}{b\,(b - a\cos\varphi) + a\,(a - b\cos\varphi)}$$

und für den auch in den Schwendener'schen Arbeiten berücksichtigten Fall

$$\varphi = 90^0,\ n - \frac{d}{\delta} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

ergiebt sich

$$g = \frac{\beta + \alpha}{b + a},$$

die dazu berechnete Tabelle zeigt die Schimper-Braun'schen Divergenzreihen.

Kerber entwickelt — um noch einen wichtigen nicht gerade mit der Bestimmung einer Divergenz in Beziehung stehenden Punkt der interessanten Abhandlung zu erwähnen — die unter ganz allgemeinen Voraussetzungen ohne Rücksicht auf die mehrfach erwähnte Reihe gewonnene Divergenz in einen Kettenbruch und zeigt, welche Zeilensysteme kombinationsfähig sind, d. h. in ihren sämmtlichen Schnittpunkten Insertionspunkte haben:

„Die Nenner je zweier successiver Näherungswerte des die Divergenz eines gegebenen Stellungsverhältnisses darstellenden Kettenbruches bezeichnen die Ordnungszahlen je zweier kombinationsfähigen Zeilensysteme dieses Stellungsverhältnisses. Aufserdem läfst sich jedes Parastichensystem, dessen Koordinatenzahl gleich einem solchen Nenner ist, mit soviel intermediären Zeilensystemen kombinieren, als die Einheiten betragen, um welche der folgende Partialquotient gröfser ist, als 1".

Die Stellungsverhältnisse der Braun-Schimper'schen Reihe ergeben sich als die einzigen, bei denen intermediäre Zeilen überhaupt nicht auftreten können.

Die mannigfachen arithmetischen Beziehungen der Divergenzen jener gewöhnlichen Reihe und vor Allem die Beziehung derselben zum goldnen Schnitt gaben anfänglich zu allerlei mystischen Deutungen Veranlassung und verführten die einer mystischen Richtung abholden Botaniker dann freilich die fraglichen Ausnahmen des Divergenzgesetzes förmlich mit Haaren herbeizuziehen (s. d. anfängl. Bemerkungen hierüber), obwohl sie die Praevalenz der Braun-Schimper'schen Reihe in der Natur nicht zu läugnen vermochten. Auch wirkliche Erklärungsversuche, wie z. B. der von Bonnet*) angeregte „die Blätter suchten sich so zu stellen, dafs sie sich möglichst den Genufs des Lichtes verschafften" u. dgl. mifsglückten.

Ein erster Versuch, das Divergenzgesetz mechanisch zu erklären, rührt erst von Hofmeister her.**) Derselbe nimmt

*) Bonnet, Über den Nutzen der Blätter. Nürnberg 1762.

**) Hofmeister, Allgemeine Morphologie der Pflanzen. Leipzig 1865.

an, dafs neue Blätter oder Seitenaxen an solchen Stellen des Vegetationskegels hervortreten, welche am weitesten von den Basen der nächstbenachbarten bereits vorhandenen Blätter entfernt seien, weil an diesen Stellen das Gewebe am dehnbarsten sei, um Neubildungen hervortreten zu lassen. Dieser Erklärungsversuch sowohl, wie ein darauf basierender, die wesentlichen Mängel desselben beseitigender von J. Frankhauser,*) treffen den Kern der Sache nicht völlig. Erst Schwendener blieb es vorbehalten, das Blattstellungsgesetz, welches durch einige dem Mysticismus abholde Botaniker, die aber das Kind mit dem Bade ausschütten wollten, in Miskredit gebracht war, wieder zu Ehren zu bringen.

Schwendener**) betont zunächst, dafs man, um die Stellungsverhältnisse, wie sie in den Abhandlungen von Al. Braun und L. A. Bravais dargelegt worden sind, nach der mechanischen Seite hin zu begreifen, zwei Dinge streng auseinander halten müsse:

a) die Anlage eines neuen Organs oberhalb der bereits vorhandenen, wobei voraussichtlich der Einflufs der letzteren mehr oder weniger mafsgebend sei,

b) die nachträgliche Verschiebung der Organe, nachdem sie mindestens die Form von Höckern erlangt haben, durch ihren gegenseitigen Druck. Während Hofmeister seine Hypothese, die nur auf der ersten Voraussetzung beruht, auf Fälle angewandt hat, die nur durch die zweite erklärt werden konnten, hat er derselben eine Tragweite gegeben, die dieselbe nicht besitzt, und auch Frankhauser hat auf den zweiten Punkt nicht genügend geachtet, obwohl derselbe vor allen Dingen ins Auge gefafst werden mufs, da die Divergenz allermeist erst bei der nachträglichen Verschiebung ihren fraglichen Wert erhält.

Nach genügender Berücksichtigung der Wachsthumsverhält-

*) J. Frankhauser, Mitt. d. naturf. Gesellsch. in Bern. 1877. Vgl. auch Kosmos, 1. Bd. S. 437.

**) S. Schwendener, Über die Verschiebungen seitlicher Organe durch ihren gegenseitigen Druck. Ein Beitrag zur Lehre von der Blattstellung. Verhandlungen der naturforschenden Gesellschaft in Basel. Basel 1875. IV, Heft 2. (Nach 2 Vorträgen, gehalten am 11. Nov. und 16. Dec. 1874.) S. 219—246. Mit 1 Taf.

nisse formuliert Schwendener die zu stellende Frage so: „Auf ein seitliches Organ, das man sich als das oberste eines zusammengehörigen Komplexes denken mag, wirke ein longitudinaler, d. h. der Axe des Mutterorgans paralleler Druck P, wie pflanzt sich derselbe nach unten fort und welches sind seine resultierenden Wirkungen?“

Der Übersichtlichkeit halber macht Schwendener die nahe zutreffende Annahme, die Basis der seitlichen Organe sei ein Kreis, der im Allgemeinen mehrere der benachbarten Kreise berühren wird und geht zunächst aus von einem Stellungsverhältnis der gewöhnlichen Divergenzreihe. Der Druck P läſst sich dann nach der Richtung der Parastichen in Komponenten zerlegen und es ergiebt sich unter seiner Wirkung eine Senkung des Angriffspunktes, welche seitlich der längeren Komponente zugerichtet ist. Dabei behält ein beliebiges aus der Menge der Kreise herausgegriffenes Parallelogramm, dessen eine Ecke jener Angriffspunkt ist, zwar seine Gestalt bei, erleidet aber sowohl in den Winkeln wie in den Verhältnissen seiner Seiten Veränderungen, die sich nach Günther's*) präciser Fassung der Schwendener'schen Resultate in dem Satze aussprechen lassen:

„Jeder Verschiebung des Anfangsparallelogramms entspricht näherungsweise ein Divergenzbruch, welcher zwischen zwei aufeinander folgenden Werten der Reihe des goldnen Schnittes oszilliert. Jedesmal aber dann, wenn der die Verschiebung signalisierende Divergenzbruch dies nicht nur mit approximativer, sondern mit wirklich mathematischer Genauigkeit thut, ist derselbe ein vollberechtigtes Glied der Braun-Schimper'schen Divergenzreihe.“

„Es scheint danach unter den von Schwendener gemachten Voraussetzungen das Braun-Schimpersche Gesetz kausal begründet als direkter Ausfluſs eines statischen Prinzips und dürfen wir hoffen, daſs auch für verwickeltere Fälle die Lösung nicht ausbleibt.“

Die Resultate des ersten Teils der Abhandlung Schwendeners gipfeln in dem Satz:

---

*) S. Günther, Das math. Grundgesetz etc. l. c. S. 283.

„Wenn die seitlichen Organe an der Stammspitze in spiraliger Reihenfolge mit beliebigen Divergenzen zwischen 180° u. ca. 120°, die jedoch unter sich nicht allzu verschieden sein dürfen, angelegt werden, so bewirkt der longitudinale Druck oder, was dasselbe ist, ein quergerichteter Zug mit mathematischer Notwendigkeit eine allmähliche Annäherung der Divergenzen an den bekannten Winkel von 137° 30′ 28″.“*)

Die weiteren Untersuchungen Schwendeners beziehen sich zunächst auf jene selteneren Stellungsverhältnisse, die der gewöhnlichen Divergenzreihe nicht entsprechen, z. B.

$$\frac{1}{n}, \frac{1}{n+1}, \frac{2}{2n+1}, \frac{3}{3n+2}, \frac{5}{5n+2} \text{ die nach } \frac{2}{2n-1+\sqrt{5}}$$

resp. in Teilen von 360° ausgedrückt nach

$$\frac{360^0}{n+0{,}61803}$$

konvergieren und ähnlichen.

Man kann diese Stellungen sämtlich aus der gewöhnlichen Spiralstellung ableiten, wenn man eine einmalige Verschiebung durch drehende Kräfte eintreten und im übrigen den longitudinalen Druck ungestört fortwirken läfst, und weisen Beobachtungen an Kardenköpfen darauf hin, dafs diese Divergenzen nicht aus besonderer Anlage, sondern nur durch Störung der gewöhnlichen Spiralstellung entstehen. Dagegen beruhen die Braun'schen Reihen**):

$$\frac{1}{4}\ \frac{3}{7}\ \frac{4}{11}\ldots,\quad \frac{4}{9}\ \frac{5}{14}\ \frac{9}{23}\ldots \text{ etc.}$$

auf blofsen arithmetischen Kombinationen ohne alle mechanische Bedeutung.

Auch eine kleine neuere Arbeit Schwendeners „über den Wechsel der Blattstellungen an Keimpflanzen von Pinus“***)

*) Schwendener l. c. S. 231.

**) Al. Braun, l. c. p. 300 u. 306.

***) Sitzungsber. des bot. Vereins der Prov. Brandenburg. 1879. XXI. S. 109 mit 1 Taf. Über die Stellungsänderungen seitl. Organe während der Entfaltung der Laubtriebe bei den Coniferen“ hat Schw. zuvor in der I. Sitzg. der Naturforscherversammlung zu München am 19. Sept. 1877 gesprochen.

kommt zu dem Resultate, dafs durch die mechanischen Kontaktwirkungen am häufigsten die Werte der gewöhnlichen Divergenzreiche herbeigeführt werden. „Es giebt mit anderen Worten viele Wege, welche zur gewöhnlichen, und nur wenige, welche zu einer anderen Spiralstellung führen.“ In einer anderen Arbeit über Spiralstellung bei Florideen*) weist derselbe auch bei dieser Abteilung der niederen Pflanzen die Geltung des Divergenzgesetzes und die Richtigkeit seiner Kontakttheorie nach.

Die erste grofse Arbeit Schwendeners behandelt noch die Quirlstellungen, welche in Spiralstellung übergehen und leitet bei einer $n$zähligen Quirlstellung je 2 mögliche Reihen von Spiralstellungen ab, von denen indessen die eine durch Querschnittsform der Organe angeschlossen sein kann:

$$\frac{1}{n-1}\ \frac{1}{n}\ \frac{2}{2n-1}\ \frac{3}{3n-1}\ \cdots$$

$$\frac{1}{n}\ \frac{1}{n+1}\ \frac{2}{2n+1}\ \frac{3}{3n+2}\ \cdots$$

In einer zweiten gröfseren Arbeit**) wird, anstatt dafs, wie in der besprochenen, die Zunahme des Cylinderumfanges als Folge der Verschiebung der Organe, resp. des longitudinalen Druckes betrachtet wird, erstere als wirkende Ursache vorangestellt. Das Princip ist das gleiche. Schliefslich ist von Schwendener die „Juxtapositionstheorie“ in umfassendster und alle möglichen Verhältnisse berücksichtigender Weise ausgearbeitet worden in seiner „Mechanischen Theorie der Blattstellungen.“ (Leipzig 1878, Engelmann. 4. 141 S. 17 Taf.)

Nach Schwendener hat der geniale italiänische Biologe Delpino***) in einer vorläufigen Notiz das Divergenzgesetz zu begründen versucht, geht jedoch dabei von der Annahme aus, die Blätter seien centrale Gebilde, der Stengel dagegen nur

---

*) Monatsberichte der Kgl. Akad. d. Wissensch. Berlin 1880. April. S. 327—328 mit 1 Taf.

**) S. Schwendener, Über die Stellungsänderungen seitlicher Organe infolge der allmählichen Abnahme ihrer Querschnittsgröfse. Zweiter Beitrag zur Lehre von der Blattstellung. Verh. der Naturf. Ges. zu Basel. Basel 1875. S. 297—319.

***) Federico Delpino, Causa meccanica della fillotafsi quincunciale. Nota preliminarie. Genova 1880. 5 Seiten. 8. Ferner: Id. Revista botanica dell'anno 1880. Milano 1881. S. 16 ff. (II. Fillotafsi).

eine kongenitale Fusion von der Basis vieler Blätter. Eine gröfsere Arbeit stellt derselbe indessen erst in Aussicht.

Auch Casimir de Candolle hat neben einer bemerkenswerten historischen Darstellung der Blattstellungslehre eine eigene Theorie entwickelt.*)

Wir schliefsen diesen Abschnitt über die Anordnung seitlicher Organe mit einer Bemerkung Schwendeners (S. 314 der zweiten Haupt-Schrift):

„Die mechanischen Prinzipien, welche die Blattstellung beherrschen, finden selbstverständlich auf alle Neubildungen Anwendung, welche in analoger Weise zum Vorschein kommen. Die Produkte einer inneren Differenzierung verhalten sich in dieser Hinsicht nicht anders, als die nach aufsen vorspringenden Emergenzen. Darum ordnen sich zuweilen sogar die Gefäfsbündel**) des Stammes (z. B. bei Bambusa) in ebenso augenfällige Schrägzeilen, wie die seitlichen Organe, und die verschiedenartigen Punktierungen der Diatomeen, deren succedane Entwicklungsweise bekannt ist, wetteifern in Bezug auf Regelmäfsigkeit mit der schönsten Sonnenblume. Auch die Schuppen der Fische und der Reptilien, die Wachszellen der Bienen u. a. Hymenopteren, ja sogar die Eier, welche das Weibchen des Ringelspinners auf die Oberfläche dünner Zweige legt, und dergl. Dinge mehr, — kurz alle Produkte organischer Lebensthätigkeit, die sich in mehr oder minder regelmäfsige Kontaktlinien ordnen, deuten unverkennbar auf die im Vorgehenden dargelegten mechanischen Beziehungen hin.“

Wir übergehen die sich hieran anschliefsende „Geometrie der Blüte“***) („Diagrammatik“), deren gesetzmäfsiger Bau ja bereits Linné teilweise erkannt hat und verweilen noch einen Augenblick bei der äufseren Form der Pflanzenorgane. Die Gestalt des Stengels anlangend, bemerken wir, das

---

*) Casimir de Candolle, Considerations sur l'étude de la phyllotaxie. Genf 1881.

**) Vgl. auch I. Abhandlg. S. 240.

***) Das Wichtigste der „Diagrammatik“ findet sich in Eichlers „Blütendiagrammen“ u. a. a. O. Die mechanische Seite findet sich in dem zuletzt erwähnten Werke Schwendeners bearbeitet.

Louis Cagnat zuerst den Zusammenhang der Kantenzahl mit der Blatt-Divergenz untersucht hat. Ist die Divergenz $\frac{r}{q}$ und bezeichnet man mit K die Kanten-Zahl, mit n eine ganze Zahl, so können nach ihm folgende Fälle eintreten:

1) Bei nicht quirlständigen Blättern ist:
$K = nq$ z. B. bei *Medicago* $2q$, oder
$K = q - p$ z. B. bei der *Orange*, bei *Cruciferen* etc.;

2) bei quirlständigen Blättern ist K die Anzahl der Glieder des Quirls;

3) bei Divergenzen über $\frac{8}{21}$ ist der Stengel nie kantig.

Bei den Blattorganen ist die Gestalt, ihren mannigfachen Funktionen und Anpassungen an äufsere und innere Verhältnisse entsprechend, im Allgemeinen auf mechanischem Wege nicht zu ermitteln. Doch läfst sich für die einzelne Pflanzenspezies bei der Gleichheit der formbildenden Kräfte bei aller sonstigen individuellen Verschiedenheit auch hier eine Gesetzmäfsigkeit in der Form erwarten. Freilich dürfte eine solche, wie in anderen Fällen, wo die wirkenden Momente sich nicht übersehen lassen, nur empirisch auf Grund des „Gesetzes der grofsen Zahl"*) aufzufinden sein. In welcher Weise solche empirische Blattmessungen vorzunehmen und daraus isometrische, für die einzelne Pflanzenspezies charakteristische Blattformen und Blattformeln zu gewinnen sind, hat Pokorny ausführlich gezeigt in seiner Schrift: „Über phyllometrische Werte als Mittel zur Charakteristik der Pflanzenblätter",**) die wir zur Benutzung für den botanischen Unterricht noch besonders empfehlen. ***)

(Fortsetzung folgt.)

---

*) Littrow in Gehlers physik. Wörterbuch 1842, Bd. 10; ferner Adolph Wagner, die Gesetzmäfsigkeit in den scheinbar willkührlichen menschlichen Handlungen. Hamburg 1854. Quételet, lettres sur la théorie de probabilités nennt dieses Gesetz „la loi des causes accidentelles."

**) Separatabdruck aus dem LXXII. Bande der Sitzber. der K. Akad. d. Wissensch. in Wien. I. Abt. Dec.-Heft. Jahrg. 1875. 21 S. mit 2 Taf. u. 2 Tab. Vgl. auch meine Recension von Behrens, method. Lehrb. d. Bot. in dieser Zeitschr. 1882, S. 383.

***) Zur Blattform s. auch Wiesner: Über den Einflufs der Erdschwere auf Form und Gröfsenverhältnisse der Blätter. Sitzber. d. Kais. Akad. d. Wiss. Wien, Bd. 58 (1868).

Kleinere Mitteilungen.

Sprech- und Diskussions-Saal.

Eine für den Unterricht in der allgemeinen Arithmetik wichtige Kontroverse.

Bemerkung zu dem Aufsatze „die Anfänge des Buchstabenrechnens" von Herrn Direktor J. Kober (XIV_1, 13 u. f.)

Von Dr. THIEME in Posen.

Herr Direktor Kober leitet a. a. O. aus den Formeln (13) für $(a - b)\ (c \pm d)$ die Zeichenregeln $(-b)(+d) = -bd$ und $(-b)\ (-d) = +bd$ ab und begründet die Ableitung in 14. mit den Worten: „Denn da die Gesetze für Addition, Subtraktion und Multplikation auch für 0 gelten, so müssen die Ergebnisse von No. 13 auch für $a = 0$ und $c = 0$ richtig bleiben." Daran schliefst Herr Kober noch einige Bemerkungen, welche gegen die Behauptung polemisieren, dafs der Begriff der Multiplikation bei einem negativen Multiplikator ein anderer sei als bei einem positiven. Jene Ableitung ist fehlerhaft und die Polemik nicht am Orte.

Das richtige Sachverhältnis, wie es durch die Forschungen von H. Grafsmann, H. Hankel und anderen Mathematikern klar gelegt worden ist, ist folgendes.

Das Produkt wird zunächst als Summe gleicher Summanden definiert; z. B. bedeutet das Produkt mit dem Multiplikandus 5 und dem Multiplikator 3 die Summe $5 + 5 + 5$. Ein Produkt mit einem negativen Multiplikator hat nach dieser Definition keine Bedeutung; man versuche einmal eine Summe gleicher Summanden zu schreiben, in welcher die Anzahl der Summanden -3 ist; man kann daher entgegen der Ansicht von Herrn Kober sehr wohl sagen, dafs nach der ersten Definition $(+a)\ (-b)$ „nicht denkbar" ist. Das Produkt $(+a)\ (-b)$ mufs erst irgendwie definiert werden und dies erfolgt eben durch die Angabe, dafs $(+a)\ (-b) = -ab$ sein soll. Die Ableitung dieser Gleichung aus der Formel für $(a + b)$ $(c - d)$ ist kein Beweis; denn diese Formel läfst sich auf Grund der vorhergehenden Definitionen und Sätze nur beweisen, so lange der Multplikator $c - d$ einen positiven Wert hat. Im andern Falle ist $(a + b)\ (c - d)$ etwas, was noch nicht definiert ist, und über nicht definierte Dinge läfst sich nichts beweisen. Es darf also nicht

als logisch notwendige Folge hingestellt werden, wie es von Herrn Kober geschieht, dafs die Formeln (13) für $(a \pm b)(c \pm d)$ auch für $a = 0$ und $c = 0$ richtig sein müssen.

Ebenso wie die Zeichenregel ist auch die von Herrn Kober angeführte Gleichung $a^{-3} = \frac{1}{a^3}$ kein eines Beweises fähiger Satz, sondern eine Definition; die ursprüngliche Definition der Potenz als Produkt gleicher Faktoren hat bei einem negativen Exponenten keinen Sinn.

Allerdings sind die Definitionen $(+a)(-b) = -ab$ und $a^{-3} = \frac{1}{a^3}$ nicht willkürlich gewählt, sondern zweckmäfsig so, dafs die für positive Multiplikatoren und Exponenten bestehenden Gesetze auch für negative giltig bleiben.

Zur Rechtfertigung.

Dafs $(+a)(-b) = -ab$ und $a^{-3} = \frac{1}{a^3}$, ist weder willkürlich, noch „zweckmäfsig", sondern ganz einfach notwendig. Kein Mathematiker und kein Philosoph kann daran etwas ändern: es folgt eben unweigerlich aus dem Gesetze der Zahlenreihe, auf das ich mich berufen habe.

Man versuche es doch einmal und lege dem $(+a)(-b)$ oder dem a^{-3} eine andere Bedeutung bei! Vielleicht findet ein feiner Kopf eine noch „zweckmäfsigere"!*)

Was ich in der Anmerkung (auf S. 15) getadelt habe, ist, dafs man dem Schüler sagt: „Genau genommen lassen sich relative Gröfsen gar nicht mit einander multiplicieren", und ihm doch zumutet, solche Multiplikationen auszuführen und als zweifellos richtig hinzunehmen.

Übrigens ist es mir nicht schmeichelhaft, dafs man glaubt, der Inhalt der Entgegnung sage mir etwas neues. J. Kober.

Ansicht des Herausgebers ds. Z. über diesen Punkt.

Wir erlauben uns zu vorstehender Kontroverse der Herren Kober und Thieme folgende Bemerkungen:

1) Wenn Herr Thieme behauptet, nach der ursprünglichen Definition der Multiplikation (als einer wiederholten Addition) habe

*) Die Sache erinnert an jenen, den es ärgerte, dafs man für die negative Zahl dasselbe Zeichen setzt, wie in der Subtraktion: er erfand ein neues, aber in keiner Rechnung wollte das neue Zeichen zu Tage treten, überall tauchte das alte Subtraktionszeichen wieder auf.

ein negativer Multiplikator keinen Sinn (man versuche es nur, z. B. die Zahl 5 (— 3)mal zu setzen!), so hat er zweifellos recht. Man kann zwar diesem Stein des Anstofses ausweichen, wenn man Multiplikator und Multiplikand vertauscht und also sagt: „(— 3) genommen (gesetzt) 5mal." Dafs dies möglich und erlaubt ist (ebenso wie man statt 3 Äpfel 5 mal genommen sagen kann: 5 Äpfel 3 mal), das wird wohl niemand bestreiten. Denn 3. *M.* Schulden, 3 Schritte rück- oder abwärts u. s. w. können recht gut 5 mal vorkommen. Allein, damit gelangt man immer noch nicht ganz um den Stein des Anstofses herum. Denn der Gegner verlangt nun: jetzt multipliziere mir einmal — 5 mit — 4! Da hilft die Vertauschung nichts. Was dann? Hier nun scheint mir eine Stelle zu sein, die in der mathematischen Methodik noch nicht gehörig klar gelegt ist. Es mufs nämlich, wie in der Geometrie beim Begriff „Richtung"*), die Kategorie der „Qualität" der „Quantität" zu Hilfe kommen. Zuvörderst nämlich ist der negative Multiplikator — 4 zu zerlegen in $(-1) \times 4$; nun reduziert sich die Frage: „Hat ein negativer Multiplikator einen Sinn?" auf jene: „welchen Sinn hat es, eine Zahl (Gröfse) mit (— 1) zu multiplizieren d. h. sie einmal zu setzen aber negativ?" Hier aber haben wir nicht mehr eine Quantitätsbestimmung, sondern vielmehr eine Qualitäts- oder wenn man lieber will, eine Richtungsbestimmung vor uns, indem man eine durch die Zahl ausgedrückte Beziehung in die entgegengesetzte zu verwandeln hat (Schulden in Vermögen, Stufen aufwärts in solche abwärts u. s. w. oder umgekehrt.**)

Ist dies richtig, dann brauchen wir bei $(a \pm b)(c \pm d)$ den Notbehelf $a = 0$, $c = 0$ nicht.

2) a^{-3} ist allerdings nach der ursprünglichen Definition der Potenz ebenso unmöglich, als „5 genommen (— 3) mal". Aber hier findet ein ähnlicher Prozefs, wie der obige, statt. Zuvörderst ist doch sicher $a^{-3} = (a^{-1})^3$ und nun reduziert sich die Frage auf die: was ist a^{-1}? Aus dem Prozefs der Division von Produkten mit gleichen Faktoren (Potenzen) ist aber bekannt, dafs a^{-1} entsteht oder hervorgeht, wenn man ein Produkt von n a-Faktoren

---

*) Vergl. unsere Bem. über diesen Begriff in unseren „Studien über geometr. Grundbegriffe" (III, 529).

**) Vergl. Hankel, Theorie der komplexen Zahlensysteme. Leipzig, 1867. S. 5—6. Hierzu sei jedoch bemerkt, dafs Hankel dort nur die Erweiterung des Zahlbegriffs vom positiven nach dem negativen Gebiete hin oder mit anderen Worten die Entwickelung (die Genesis) der negativen Zahlen allgemein erklärt. Die Multiplikation negativer Zahlen aber, also den eigentlichen Gegenstand unserer Kontroverse, [Formel $(-a)(-b) = +ab$] leitet er erst S. 32 mit Hilfe des sogen. „distributiven Prinzips" ab. Doch ergeben sich seine Resultate als Folgerungen aus vorausgegangenen Formeln, während wir hier direkt auf den von ihrer Qualität abhängigen Naturprozefs gegenseitiger Einwirkung der Zahlen zurückgreifen.

durch ein Produkt von $(n+1)$ a-Faktoren dividieren will, also in Zeichen:

$$a^{-1} = \frac{1}{a^1} = \frac{a \text{ als Faktor } n \text{ mal gesetzt}}{a \text{ als Faktor } (n+1) \text{ mal gesetzt}}$$

$$\text{z. B.} = \frac{a^3}{a^4} = \frac{a \cdot a \cdot a}{a \cdot a \cdot a \cdot a} = a^{3-4} = a^{-1}$$

Auch hier $\left(\text{nämlich in der Gleichung } a^{-1} = \frac{1}{a^1}\right)$ ist gewissermafsen wieder eine Qualitätsverwandlung, indem der Multiplikator (a^{-1}) in einen Divisor (a^1) verwandelt wird. Es ist auch hier der Prozefs der Vollziehung eines Gegensatzes.

3) Wenn nun Herr Thieme im obigen sagt: „das Produkt $(+a)(-b)$ mufs erst irgendwie definiert werden und dies erfolgt eben durch die Angabe, dafs $(+a)(-b) = -ab$ sein soll“ und weiterhin: „die Gleichung $a^{-3} = \frac{1}{a^3}$ ist kein eines Beweises fähiger Satz, sondern eine Definition, so scheint es mir, als ob man mit dem Ausdruck „Definition“ einen Mifsbrauch triebe. Denn das klingt doch offenbar wie eine willkürliche Bestimmung oder ein Machtspruch („Angabe ......, dafs sein soll!“). Ich behaupte dagegen: eine Definition darf nie etwas Willkürliches haben, nie einem Machtspruche gleichen oder auch nur ein Übereinkommen konstatieren, sondern: eine Definition mufs (nicht blofs „soll“) die Entwickelung (Genesis) und den Fortgang eines Natur- oder Denkprozesses erklären, der notwendig und nicht willkürlich ist, der so zu sagen „in der Natur der Sache liegt“, den wir nicht erst hineintragen. Wir spielen dabei nur die Rolle der Auffassenden, der Erklärer und der Namengeber. Herr Kober hat also in der Hauptsache ganz recht, wenn er oben sagt: „dass $(+a)(-b) = -ab$ und $a^{-3} = \frac{1}{a^3}$ ist weder willkürlich, noch „zweckmäfsig“, sondern ganz einfach notwendig.“ (Über die „Nicht-Zweckmäfsigkeit“ der Bezeichnung liefse sich wohl streiten.)

Wenn der Geometer erklärt: „Der Kreis ist eine krumme Linie, deren sämtliche Punkte von einem festen Punkte gleichweit abstehen, so erklärt er nur das Resultat der Erzeugung des Liniengebildes „Kreis“ durch drehende Bewegung einer Geraden und er hat, aufser etwa den Namen, auch nicht ein Jota Willkürliches hinzuzuthun. Auch die „Übereinkunft“ Mehrerer kann hieran nichts ändern. Wir können daher auch nicht mit unserem geehrten Mitarbeiter Dr. S. Günther übereinstimmen, welcher gelegentlich der Rezension von Schülers Werk*) (VI, 308 u. f.) auf S. 310—311, in-

*) Schüler, Die Arithmetik und Algebra in philosophischer Begründung. Vorlesungen in 3 Teilen. Leipzig, B. G. Teubner 1873. Dieses Buch, sowie das von E. Schröder, Lehrbuch der Arithmetik und Algebra

dem er dem Verfasser beistimmt, „daſs die Sätze $(+a)(-a) = -ab$, $(-a)(-b = +ab$ keine Theoreme, sondern Definitionen darstellen," hinzufügt: „Es sind keine eines Beweises fähige oder auch nur bedürftige Thatsachen, sondern arbiträre oder wenn man will, konventionelle Bestimmungen". „Arbiträr" oder „konventionell" sind meines Erachtens nur die Ausdrücke resp. Bezeichnungen und über ihre Zweckmäſsigkeit läſst sich allerdings streiten, d. h. nur sie allein sind Gegenstände des Übereinkommens.

Aber der Prozeſs des Werdens auch der Zahlengebilde ist etwas, das sich mit Notwendigkeit vollzieht, auch wenn er sich nicht in unserem Geiste wiederspiegelt.*) Wenn also, (um bei unserer Erörterung die Anschauung als Bundesgenossen herbeizuziehen), bei der Multiplikation der Zahl 3 $(= +3)$ mit (-1) als Resultat sich ergiebt -3, so ist das gewissermaſsen von der negativen Einheit (-1) vollbrachte Hinübersetzen der Zahl $+3$ über den Nullpunkt der Zahlenreihe an die Stelle -3, also die Realisierung eines Gegensatzes, gar nichts Willkürliches oder Konventionelles, vielmehr etwas in der Sache liegendes Notwendiges, dessen Anerkennung wir uns schlechterdings nicht entziehen können, so sehr wir uns auch dagegen sträuben möchten. Dies hängt zusammen mit der philosophischen Lehre vom Realen und Idealen und ist verwandt mit der Kant'schen Anschauung von Raum und Zeit, gehört sonach in das Grenzgebiet der Mathematik und Philosophie, auf das näher einzugehen hier der Raum verbietet.

Für den Unterricht in der allgemeinen Arithmetik ergiebt sich hieraus folgende wichtige Lehre:

Man mache vor allem dem Schüler klar, was die Multiplikation einer Zahl mit (-1) bedeute und daſs diese Operation ein in der Natur der Dinge begründeter notwendiger Denkprozeſs (keine willkürliche Bestimmung oder Übereinkunft) ist. Das Übrige ergiebt sich dann von selbst.

---

für Lehrer und Studierende (rezensiert VIII, 323), die beide dem Verf. nicht zur Hand waren, dürften den Gegenstand dieser Kontroverse ausführlicher behandeln.

*) Wir erinnern uns hierbei immer an einen Ausspruch eines Leipziger Professors während unserer Studienzeit — es war kein geringerer als Professor Hartenstein —, der in seinen philosophischen Vorlesungen bisweilen ausrief: „Giebt es denn, m. H., eine Zahl, wenn es keinen Zähler (Zählenden) giebt?" Wir hätten bei dieser Frage immer laut ausrufen mögen: Ja! Er meinte nämlich: „nein, es giebt keine Zahl ohne Zählenden". Dies ist aber meines Erachtens ein Irrtum. Denn sollten plötzlich auch alle denkenden (und zählenden) Wesen von der Erde verschwinden, so werden doch der Mont Blanc und der Mont Rosa immer noch zwei (Berge) sein und bleiben, wenn sie auch kein denkendes Wesen zählt oder in irgend einer Sprache mit einem Zahlwort belegt.

Erwiderung.

(Vgl. XIV_2, 89 und XIII_6, 442.)

Trotz der Entgegnung des Herrn H. Gerlach (XIV_2, 89) mufs ich die sachliche Berechtigung meiner Behauptung (XIII_6, 442) aufrecht erhalten. Denn

1) ist in jenem Aufsatze („Fortschritt oder Stillstand?“) eine Auflösungsmethode von mir, welche Herr Gerlach „kurz und bequem“ nennt, gar nicht ausgeführt, so dafs an dieser Stelle über Kürze oder Bequemlichkeit nicht diskutiert werden konnte.

2) Plädiert mein Aufsatz auch nicht um der Einfachheit der Darstellung willen für die Kegelschnittsdeterminante, sondern jener Aufsatz weist in erster Linie und überall als Hauptsache auf den Gewinn an Verständnis und Intellekt hin, welchen die Determinanten für gewisse Partieen der Algebra ermöglichen und zwar:

a) Weil sie die allgemeine Lösung der linearen Gleichungen mit mehr als zwei Unbekannten gestatten und deren Endresultat in verständlicher und übersichtlicher Form geben.

b) Weil sie eine gründliche Untersuchung über die Auflösbarkeit und Zusammengehörigkeit von linearen Gleichungen ermöglichen; eine Frage, welche nicht nur an sich, sondern auch für die analytische Geometrie von Wichtigkeit ist.

3) Zeigt der Aufsatz, dafs die Kegelschnittsdeterminante bei den Schülern das Verständnis des allgemeinen Auflösungsproblems der Kegelschnittsgleichungen und die Bedingungen ihrer Reducierbarkeit ermögliche, und zwar mit Hilfe sehr geringer Vorkenntnisse über Determinanten.

Diese Punkte sind mit besonderer Hervorhebung des Gewinnes an Verständnis erörtert und mit Zugrundelegung von Beispielen ausgeführt, im Gegensatz zu dem üblichen Verfahren bei linearen Gleichungen und den künstlichen oder separierten Lösungen der Kegelschnittsgleichungen.

Die beiden koncedierenden Bemerkungen des Herrn Gerlach stehen also in gar keiner oder doch nur sekundärer Beziehung zu dem fraglichen Aufsatze. Vielmehr konnte derselbe seinem Inhalte und Zwecke nach nur durch die nackte Behauptung des Herrn Gerlach betroffen werden, dafs in bezug auf Determinanten der geistige Gewinn in keinem Verhältnis zur aufgewandten Arbeit stehe. Diese Behauptung war aber von Herrn Gerlach weder bewiesen, noch der Aufsatz des Unterzeichneten in bezug auf diese Frage erwähnt oder widerlegt worden.

Darnach mufs ich auch jetzt noch die sachliche Berechtigung meiner Behauptung, ganz abgesehen von der Ansicht des Herrn Gerlach über „nicht glücklich gewählte Form“ aufrecht erhalten.

Viersen, März 1883. Dr. Josef Diekmann.

Zum Aufgaben-Repertorium.

(Redigiert von Dr. Lieber-Stettin und von v. Lühmann-Königsberg i. d. N.)

A. Auflösungen.

236. (Gestellt von Emsmann XIII$_4$, 283). Ein gleichschenkliges Dreieck ABC ($AC = BC$) zu konstruieren, von welchem der Radius des um dasselbe beschriebenen Kreises gegeben ist, wenn an der Basis AB ein Dreieck ABD (D auf AC) so abgeschnitten werden soll, dafs der von der Höhe CG des gleichschenkligen Dreiecks übrig bleibende Teil CF 1) der gegebenen Höhe DE des abgeschnittenen Dreiecks gleich, 2) gleich der Hälfte dieser Höhe, 3) gleich $\frac{1}{n}$ dieser Höhe sein soll.

1. Anal. für 1). Da $EF \parallel AC$, so ist $AB : EB = BD : BF$; ferner $EB : BG = BD : BF$; daher $EB = AB\sqrt{\frac{1}{2}}$, und da $EB : \frac{1}{2}AB = ED : FG$, also $AB\sqrt{\frac{1}{2}} : \frac{1}{2}AB = DE : FG$, so ist $FG = DE\sqrt{\frac{1}{2}}$; mithin CG bestimmt, und hierdurch und durch den Radius das Dreieck. Fuhrmann (Königsberg i. Pr.)

2. Anal. für 3). Es ist $DE : AE = 2CG : AB$ und $DE : AB - AE = 2\,CG - 2\,\frac{ED}{n} : AB$. Eliminiert man AE, so verschwindet auch AB und es ist $CG = \frac{DE}{2}\left(1 + \frac{1}{n} + \sqrt{1 + \frac{1}{n^2}}\right)$; denn nur das obere Zeichen gilt, da $CG > DE$, also $1 + \frac{1}{n} \pm \sqrt{1 + \frac{1}{n^2}} > 2$ sein mufs.

Fuhrmann. Glaser (Homburg v. d. H.)

Herr Stegemann (Prenzlau) gelangt zu derselben Formel, indem er durch F eine Parallele zu AC zieht, welche DE in H und AB in J trifft. Da $DH = \frac{1}{n}DE$, so ist auch $AJ = \frac{1}{n}AE$ u. s. w. ähnlich wie vorher.

3. Anal. Ziehe EH und BJ parallel AC bis zum Durchschnitt mit CG, FK parallel AC bis zum Durchschnitt mit AB. Dann ist $CJ = 2\,CG$; ferner $JF : JC = BF : BD$ und $JG : JH = BG : BE = BF : BD$; $JF : JC = JG : JH$, also $JF \cdot JH = \frac{1}{2}JC^2$; aufserdem kennt man $JH - JF$.

Artzt (Mainz).

237. (Gestellt von Emsmann XIII_4, 283). Dieselbe Aufgabe mit dem Unterschied, dafs $\triangle ABD$ an AB angelegt werden soll (D auf der Verlängerung von CB).

Anal. für 3). Ganz in derselben Weise wie in 237, 2. Anal. ergiebt sich $CG = \frac{1}{2} DE\left(-1 + \frac{1}{n} + \sqrt{1 + \frac{1}{n^2}}\right)$.

Fuhrmann. Glaser. Stegemann. Ähnlich Stoll (Bensheim). Artzt ähnlich wie 236, 3. Anal.

238. und **239.** (Gestellt von Emsmann XIII_4, 283). Zur Konstruktion eines Dreiecks ABC ist gegeben AB, die Transversale $CD = w_c$, welche $\sphericalangle \gamma$ halbiert; fällt man ferner $AF \perp CD$ und $BE \perp AF$, so soll 238. $BE = CD$; 239. 1) $BE = \frac{1}{2} CD$, 2) $BE = 2\, CD$, 3) $BE = n\, CD$ sein.

1. Anal. $\triangle AEB$ bestimmt aus AB, EB und $\sphericalangle AEB = 90^0$, daher auch $\sphericalangle EAB = \frac{\alpha - \beta}{2}$; und aus w_c und $\alpha - \beta$ ist h_c bestimmt, so dafs die Aufgabe auf die bekannte: „Dreieck aus c, h_c, $\alpha - \beta$" zurückgeführt ist.

Artzt. Fuhrmann. von Schaewen (Posen).

2. Anal. Konstruiert man Punkt D', welcher in Bezug auf A und B dem Punkte D harmonisch konjugiert ist, so ist $\sphericalangle DCD' = 90^0$ und $DD' = \frac{1}{n} c$; setzt man diesen Wert für DD' in $\frac{AD}{BD} = \frac{AD'}{BD'}$ oder $\frac{c - BD}{BD} = \frac{DD' - (c - BD)}{BD + DD'}$, so findet man $BD = \frac{c}{2}\left(1 + \frac{1}{n} + \sqrt{1 + \frac{1}{n^2}}\right)$. Das negative Vorzeichen ist nicht zu berücksichtigen, da $n^2 + 1 > (n - 1)^2$, also BD negativ werden und D nicht zwischen A und B fallen würde. Stoll.

3. Anal. Fällt man $BG \perp CD$ und bezeichnet FD mit p und DG mit q, so ist $AD = \frac{bc}{a + b}$, $BD = \frac{ac}{a + b}$, also $b^2 = w_c^2 + \left(\frac{bc}{a + b}\right)^2 \pm 2\, w_c p$ und $a^2 = w_c^2 + \left(\frac{ac}{a + b}\right)^2 \mp 2\, w_c q$. Setzt man in den beiden letzten Gleichungen $p = \frac{n w_c b}{a + b}$, $q = \frac{n w_c a}{a + b}$, dividiert sie und setzt dann $\frac{b}{a} = t$, so erhält man $t = \pm n \pm \sqrt{1 + n^2}$. Da t positiv sein mufs, so ist $t = \pm n + \sqrt{1 + n^2}$. Das Dreieck ist also aus c, w_c, $a : b$ zu konstruieren. Glaser.

4. Anal. Zieht man $BJ \parallel EA$ bis zum Durchschnitt mit CA und $AH \perp BJ$, so findet man wie in 236 $BD : AD$, also auch $a : b$.

Stegemann.

5. Anal. Wie in der 1. Anal. findet man h_c und dadurch einen Ort für C. Jst ferner O die Mitte von DD' und $OA = x$, so ist $x(x + c) = OD^2 = \frac{1}{4} DD'^2 = \frac{c^2}{4n^2}$; dadurch O bekannt und $OC = OD = \frac{c}{2n}$. Lucke (Köthen).

240. (Journ. élém. XIII$_4$, 283). Ein Dreieck geometrisch zu konstruieren und trigonometrisch zu berechnen aus zwei Seiten a und b, und der Linie $CO = m$, welche die beiden gemeinschaftliche Ecke C mit dem Mittelpunkt O des eingeschriebenen Kreises verbindet.

Geometrische Konstruktion.

1. Anal. Durch A, B und O werde ein Kreis gelegt, CO treffe denselben noch in O', dem Mittelpunkt des zu AB gehörenden äufseren Berührungskreises, so ist OO' Durchmesser; mithin $\triangle AOC \sim O'BC$, also $CO : AC = BC : CO'$; daher CO' bestimmt, der Kreis über OO' als Durchmesser u. s. w.

Fuhrmann. Kiehl (Bromberg).

Diese Lösung findet sich auch in der Geometrical Analysis von Benjamin Hallowell, Professor der Mathematik in Philadelphia.

2. Anal. COO' treffe AB in D, so ist OO' durch C und D harmonisch geteilt, daher CD bestimmt; also das Dreieck zu konstruieren aus a, b, w_c (Halbierungslinie des Winkels γ).

Fuhrmann. von Schaewen.

Herr Stoll berechnet trigonometrisch und konstruiert $w_c = \frac{2abm}{m^2 + ab}$. Seine Konstruktion ist mit der vorigen identisch.

3. Anal. Der Kreis um ABC treffe OO' in E, so ist E Mitte von OO'; fällt man $EG \perp CB$ und $EH \perp CA$, so liegen G und H auf dem Kreise über CE als Durchmesser und von C um $\frac{a+b}{2}$ entfernt. von Schaewen.

4. Anal. O' bestimmt, also auch E. Fällt man von E auf eine durch O zu AB gezogene Parallele die Senkrechte EF, so ist F bestimmt, da $OF = \frac{a-b}{2}$ ist. Der Mittelpunkt M des um ABC beschriebenen Kreises liegt auf EF und der Mittelsenkrechten von CE; also auch der Kreis um M mit MC bestimmt.

von Schaewen.

5. Anal. $DB : DA = a : b$ und $DB : DO = a : m$; mithin $DB : DA : DO = a : b : m$; da aufserdem $\sphericalangle OAO' = 90^0$ und $OBO' = 90^0$, so ist Sehnenviereck $OAO'B$ der Gestalt nach bestimmt, also $\frac{1}{2}\alpha$ und $\frac{1}{2}\beta$. Glaser.

6. Anal.† Eine Parallele durch C zu AB werde von AO in P und von BO in Q getroffen; dann ist $\sphericalangle\ COP = 90^0 - \frac{1}{2}\beta$ und $\sphericalangle\ CQO = \frac{1}{2}\beta$. Konstruiert man den Kreis um $\triangle\ QOP$ und verlängert OC bis es den Kreis in R trifft, so ist $\sphericalangle\ ORP = \frac{1}{2}\beta$; also $\sphericalangle\ ROP + ORP = 90^0$; daher $\sphericalangle\ OPR = 90^0$, also OR Durchmesser. Mithin ist, da $CQ = a$ und $CP = b$, der Mittelpunkt eines Kreises zu finden, der durch P und Q geht und den Kreis mit m um C einschliefsend berührt.

7. Anal.† Zunächst wie 6. Anal. R auf CO bestimmt durch $CO \cdot CR = ab$. Der Kreis über dem Durchmesser OR ist ein Ort für P und Q u. s. w.

Trigonometrische Berechnung.

1. Auflösung. Ist d der Durchmesser des um ABC beschriebenen Kreises und wird $\alpha - \beta$ mit δ bezeichnet, so ist $d\left(\cos\frac{1}{2}\delta - \sin\frac{1}{2}\gamma\right) = m$ (1); $2d\cos\frac{1}{2}\gamma\cos\frac{1}{2}\delta = a + b$ (2) und $2d\sin\frac{1}{2}\gamma\sin\frac{1}{2}\delta = a - b$ (3). Quadriert man (2) und (3) und subtrahiert, so erhält man $\cos\frac{1}{2}\delta^2 - \sin\frac{1}{2}\gamma^2 = \frac{ab}{d^2}$. Daher mit Benutzung von (1) $\cos\frac{1}{2}\delta + \sin\frac{1}{2}\gamma = \frac{ab}{md}$ und $\cos\frac{1}{2}\delta - \sin\frac{1}{2}\gamma = \frac{m^2}{md}$; also $\cos\frac{1}{2}\delta = \frac{ab + m^2}{2md}$ und $\sin\frac{1}{2}\gamma = \frac{ab - m^2}{2md}$. Mithin $\cos\frac{1}{2}\gamma = \frac{a+b}{2d} \cdot \frac{2md}{ab + m^2} = \frac{(a+b)m}{ab+m^2}$ und $\sin\frac{1}{2}\delta = \frac{a-b}{2d} \cdot \frac{2md}{ab - m^2} = \frac{(a-b)m}{ab - m^2}$.

von Schaewen.

2. Auflösung. $2m\cos\frac{1}{2}\gamma = a + b - c$ und $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$; daher $c^2 = \left(a + b - 2m\cos\frac{1}{2}\gamma\right)^2 = (a+b)^2 - 4ab\cos\frac{1}{2}\gamma^2$; $\cos\frac{1}{2}\gamma = \frac{(a+b)m}{ab+m^2}$; also $\operatorname{tg}\frac{1}{2}\gamma = \frac{\sqrt{(a^2 - m^2)(b^2 - m^2)}}{(a+b)m}$.

Kiehl. Stegemann. Stoll.

Nach der letzten Formel konstruiert Herr Stegemann $m\operatorname{tg}\frac{1}{2}\gamma$.

3. Auflösung. $CD = \frac{2abm}{ab + m^2} = \frac{2ab\cos\frac{1}{2}\gamma}{a+b}$; also $\cos\frac{1}{2}\gamma = \frac{(a+b)m}{ab+m^2}$.

Fuhrmann.

4. Auflösung. (Bezeichnungen siehe 3. und 4. Anal). $CO' = \frac{ab}{m}$, daher $CE = \frac{ab}{2m} + \frac{m}{2}$ und $OE = \frac{ab}{2m} - \frac{m}{2}$; $\sphericalangle\ HCE = \frac{1}{2}\gamma$,

$\sphericalangle OEF = \frac{1}{2}\delta$. Mithin folgt aus den Dreiecken CHE und EFO:
$\cos\frac{1}{2}\gamma = \frac{(a+b)m}{ab+m^2}$ und $\sin\frac{1}{2}\delta = \frac{(a-b)m}{ab-m^2}$.

von SCHAEWEN.

5. Auflösung. Bezeichnet man CO' mit m', so ist $mm' = ab$ (1); ferner $\frac{m}{m'} = \frac{a+b-c}{a+b+c}$, also $\frac{m'-m}{m'+m} = \frac{c}{a+b}$ (2). Aus (1) und (2) ist nun c zu berechnen; auch können sie zur geometrischen Konstruktion benutzt werden. ARTZT.

6. Auflösung. Aus den Dreiecken BOC und AOC folgt

$$\sin\frac{1}{2}\beta = \frac{m\cos\frac{1}{2}\alpha}{a} \text{ und } \cos\frac{1}{2}\beta = \frac{b\sin\frac{1}{2}\alpha}{m};$$

folglich $$\left(\frac{m}{a}\right)^2\cos\frac{1}{2}\alpha^2 + \left(\frac{b}{m}\right)^2\sin\frac{1}{2}\alpha^2 = 1$$ und hieraus

$$\sin\frac{1}{2}\alpha = \frac{m\sqrt{a^2-m^2}}{\sqrt{a^2b^2-m^4}},\quad \cos\frac{1}{2}\alpha = \frac{a\sqrt{b^2-m^2}}{\sqrt{a^2b^2-m^4}};$$

$$\operatorname{tg}\frac{1}{2}\alpha = \frac{m}{a}\sqrt{\frac{(a+m)(a-m)}{(b+m)(b-m)}} \text{ und } \operatorname{tg}\frac{1}{2}\beta = \frac{m}{b}\sqrt{\frac{(b+m)(b-m)}{(a+m)(a-m)}}.$$

GLASER. von SCHAEWEN.

7. Auflösung.† (Für logarithmische Berechnung die einfachste).

$$\frac{a}{m} = \frac{\sin\left(90^0+\frac{1}{2}\alpha\right)}{\sin\frac{1}{2}\beta} = \frac{\sin\left(90^0-\frac{1}{2}\alpha\right)}{\sin\frac{1}{2}\beta} \text{ und } \frac{m}{b} = \frac{\sin\frac{1}{2}\alpha}{\sin\left(90^0+\frac{1}{2}\beta\right)}$$

$= \frac{\cos\left(90^0-\frac{1}{2}\alpha\right)}{\cos\frac{1}{2}\beta}$. Nach Lieber und von Lühmann trigon. Aufgaben § 9, 3, 1. Aufl. ergiebt sich $\operatorname{tg}\left(45^0 - \frac{1}{4}(\alpha-\beta)\right) = \sqrt{\frac{(a+m)(b-m)}{(a-m)(b+m)}}$ und $\operatorname{tg}\frac{1}{4}\gamma = \sqrt{\frac{(a-m)(b-m)}{(a+m)(b+m)}}$. Zu der letzten Formel gelangt Herr Kiehl so: Nach der 2. Aufl. ist $\cos\frac{1}{2}\gamma = \frac{(a+b)m}{ab+m^2}$; mithin

$$\frac{1-\cos\frac{1}{2}\gamma}{1+\cos\frac{1}{2}\gamma} = \operatorname{tg}\frac{1}{4}\gamma^2 = \frac{(a-m)(b-m)}{(a+m)(b+m)}.$$

241. (Gestellt von Fuhrmann XIII$_4$, 283.) Teilt die Linie $i_a = AD$ die Seite a eines Dreiecks so, dafs $CD:BD = b^2:c^2$ ist und ist $t_a = AE$ die Mittellinie zur Seite a, so ist $\frac{t_a+i_a}{t_a-i_a} = \left(\frac{b+c}{b-c}\right)^2$

1. Beweis. Bezeichnen wir $\sphericalangle ADC$ mit φ, so ist $b^2 = i_a^2 + CD^2 - 2\,i_a\,CD\cos\varphi$ und $c^2 = i_a^2 + BD^2 + 2\,i_a\,BD\cos\varphi$; mithin $b^2\,BD + c^2\,CD = i_a^2\,a + BD.CD.a$ (1). Nun folgt aus den Bedingungen der Aufgabe $CD = \frac{ab^2}{b^2+c^2}$ und $BD = \frac{ac^2}{b^2+c^2}$.

Diese Werte in (1) eingesetzt geben $\frac{2b^2c^2}{b^2+c^2} = i_a^2 + \frac{a^2b^2c^2}{(b^2+c^2)^2}$. Aus dieser Gleichung wird nun a^2 eliminiert mittelst $b^2 + c^2 = \frac{a^2}{2} + 2t_a^2$; dann erhält man $2bc\,t_a = i_a(b^2+c^2)$, woraus die Behauptung folgt.

GLASER. STOLL.

2. Beweis. Aus $\frac{\sin DAB}{\sin DAC} = \frac{DB}{DC}\frac{\sin\beta}{\sin\gamma} = \frac{c^2}{b^2}\frac{b}{c} = \frac{c}{b}$ und $\frac{\sin EAC}{\sin EAB} = \frac{EC}{EB}\cdot\frac{AB}{AC} = \frac{c}{b}$ folgt, dafs AE und AD Gegentransversalen sind; d. h. $\sphericalangle DAB = EAC$ ist. Also ist $\frac{\Delta DAB}{\Delta EAC} = \frac{i_a c}{t_a b}$; ferner $\frac{\Delta DAB}{\Delta EAC} = \frac{DB}{EC} = \frac{a\frac{c^2}{b^2+c^2}}{\frac{a}{2}} = \frac{2c^2}{b^2+c^2}$; mithin $\frac{t_a b}{i_a c} = \frac{b^2+c^2}{2c^2}$, also $\frac{t_a}{i_a} = \frac{b^2+c^2}{2bc}$ u. s. w.

ARTZT. KIEHL. Ähnlich STEGEMANN.

Erweiterung. Bedeuten allgemein i_a und t_a zwei Winkelgegentransversalen und ist $CD:BD = b^n:c^n$, so verhalten sich die Senkrechten von D auf b und c wie $b^{n-1}:c^{n-1}$, folglich die von E wie $c^{n-1}:b^{n-1}$ und $CE:BE = c^{n-2}:b^{n-2}$. Aus den Dreiecken EAC und DAB folgt $t_a b : i_a c = EC:DB = \frac{ac^{n-2}}{b^{n-2}+c^{n-2}} : \frac{ac^n}{b^n+c^n}$, also

$$t_a : i_a = b^n + c^n : bc\,(b^{n-2}+c^{n-2}) \text{ und}$$

$$\frac{t_a+i_a}{t_a-i_a} = \frac{b+c}{b-c}\cdot\frac{b^{n-1}+c^{n-1}}{b^{n-1}-c^{n-1}}$$

KIEHL.

242. (Gestellt von Fuhrmann XIII$_4$, 283.) Ist innerhalb einer dreiseitigen körperlichen Ecke $O\,(ABC)$ ein Punkt S gegeben, so wird diejenige Ebene von dieser Ecke die kleinste Pyramide abschneiden, für welche S der Schwerpunkt des Schnittdreiecks wird.

1. Beweis. Eine der abgeschnittenen Pyramiden sei $OAB'C'$ AS schneide $B'C'$ in D; man lege durch D in der Ebene $C'OB$; diejenige Gerade BC, welche durch D halbiert wird; dann ist $\Delta OBC < OB'C'$; mithin auch Pyr. $OABC < OAB'C'$, da sie dieselbe Höhe, eine Senkrechte von A auf BOC haben. Halten wir daher eine Ecke z. B. A auf einer der Kanten fest, so wird diejenige Pyramide die kleinste sein, bei welcher die Verbindungslinie der festen Ecke A mit S die Gegenseite halbiert. Da dies nun für alle Ecken gilt, so mufs S der Schwerpunkt sein.

ARTZT. FUHRMANN. KIEHL.

2. Beweis. Wir nehmen OA, OB, OC als Koordinatenachsen, für welche S die Koordinaten a, b, c habe. Legt man durch S verschiedene Ebenen, so erhält man Pyramiden, welche sich wie die Produkte der abgeschnittenen Kanten u, v, w verhalten; es ist also uvw = Minimum, wobei aber die Bedingungsgleichung $\frac{a}{u} + \frac{b}{v} + \frac{c}{w}$

$= 1$ besteht. Setzt man $\frac{1}{u} = x$, $\frac{1}{v} = y$, $\frac{1}{z} = w$, so mufs xyz $=$ Max. und $ax + by + cz = 1$, mithin auch $ax \cdot by \cdot cz =$ Max. sein. Soll aber das Produkt von drei Faktoren ein Maximum sein, während die Summe konstant ist, so müssen dieselben gleich sein; also $ax = by = cz = \frac{1}{3}$; mithin $\frac{1}{x} = u = 3a$, $\frac{1}{y} = v = 3b$, $\frac{1}{z}$ $= w = 3c$, womit der Satz bewiesen ist.

BERMANN (Liegnitz). FUHRMANN. STAMMER (Düsseldorf). STEGEMANN. STOLL.

243. (Gestellt von v. Schaewen XIII_4, 283.) Welche Relationen bestehen im gleichseitigen sphärischen Dreieck zwischen r und ϱ, ϱ_c und ϱ, h und ϱ_c?

Auflösung. Es sei $CD \perp AB$, O der Mittelpunkt des Inkreises, O_3 der des Ankreises von AB. Da $\sphericalangle AOD = 60^0$ ist, folgt aus dem rechtwinkligen Dreieck AOD

$$1) \qquad \operatorname{tg} r = 2 \operatorname{tg} \varrho$$

und aus dem rechtwinkligen $\triangle AOO_3$: $\operatorname{tg}(\varrho_c + \varrho) = 2 \operatorname{tg} r$ oder

$$2) \qquad \operatorname{tg}(\varrho_c + \varrho) = 4 \operatorname{tg} \varrho.$$

Eliminiert man ϱ aus den beiden Gleichungen $\operatorname{tg}(h - \varrho) = 2 \operatorname{tg} \varrho$ und $\operatorname{tg}(\varrho_c + \varrho) = 4 \operatorname{tg} \varrho$, so erhält man nach gehöriger Reduktion

$$3) \qquad \sin h \sin(\varrho_c + h) = 2 \sin \varrho_c \operatorname{tg} \varrho_c.$$

Man kann den Resultaten mannigfaltige andere Formen geben. So läfst sich z. B. Gleichung 1) umformen in $\sin(2\varrho - r) = \sin r \sin \varrho^2$ oder $\sin(r + \varrho) = 3 \sin(r - \varrho)$; Gleichung 2) in $\sin \varrho_c = 3 \sin \varrho \cos(\varrho_c + \varrho)$ oder $3 \cot \varrho_c = \cot \varrho + 4 \operatorname{tg} \varrho$; Gleichung 3) in $(\cot \varrho_c - \cot h)(\cot \varrho_c + 2 \cot h) = 2$.

Die planimetrischen Analoga sind offenbar 1) $r = 2\varrho$; 2) $\varrho_c = 3\varrho$; $h(\varrho_c + h) = 2\varrho_c^2$ oder $(h - \varrho_c)(h + 2\varrho_c) = o$, woraus 3) $h = \varrho_c$. ARTZT. FUHRMANN. KIEHL. VON SCHAEWEN. STOLL.

244. (Gestellt von Weinmeister XIII_4, 284.) Einen gegebenen elliptischen Cylinder (Halbachsen der Basis a und b) in einer der Gestalt und Gröfse nach gegebenen Ellipse (Halbachsen a_1 und b_1) zu schneiden.

1. Auflösung. Die Cylinderachse heifse L. Wird die gesuchte Ellipsenebene von den Ebenen (L, a) und (L, b) bezüglich in den konjugierten Durchmessern x und y geschnitten, so ist $x^2 + y^2 = a_1^2 + b_1^2$ und $xy \sin(x, y) = a_1 b_1$. Nach einer Formel für das rechtwinklige sphärische Dreieck, angewendet auf die Ecke (L, x, y) ist $\cos(x, y) = \sqrt{1 - \frac{a^2}{x^2}} \sqrt{1 - \frac{b^2}{y^2}}$. Aus den drei Gleichungen ergiebt sich $x = \sqrt{\frac{a^2(a_1^2 + b_1^2 - b^2) - a_1^2 b_1^2}{a^2 - b^2}}$

$$= \sqrt{\frac{a_1^2(a^2-b_1^2)+a^2(b_1^2-b^2)}{a^2-b^2}} \text{ und } y = \sqrt{\frac{b^2(a^2-a_1^2-b_1^2)+a_1^2b_1^2}{a^2-b^2}}$$
$$= \sqrt{\frac{a_1^2(b_1^2-b^2)+b^2(a^2-b_1^2)}{a^2-b^2}}$$

Fuhrmann. Weinmeister I (Leipzig).

2. Auflösung. Rechtwinkliges Koordinatensystem, X Achse sei a, u. s. w. Die Ebene E_1 der gesuchten Ellipse schneide die Koordinatenachsen in A, B, C. Dann ist $\cos OAC = \frac{\cos\gamma}{\sqrt{\cos\alpha^2+\cos\gamma^2}}$; $\cos OBC = \frac{\cos\gamma}{\sqrt{\cos\beta^2+\cos\gamma^2}}$. Nun bestimmen CA und CB die Richtungen zweier konjugierten Durchmesser $2p$ und $2q$ der Ellipse E_1. Daher ist $p = \frac{a\sqrt{\cos\alpha^2+\cos\gamma^2}}{\cos\gamma}$; $q = \frac{b\sqrt{\cos\beta^2+\cos\gamma^2}}{\cos\gamma}$ und $\sin(p, q)$ $= \frac{\cos\gamma}{\sqrt{(\cos\alpha^2+\cos\gamma^2)(\cos\beta^2+\cos\gamma^2)}}$. Ferner ist $a_1^2+b_1^2=p^2+q^2$; $a_1b_1 = pq\sin(p,q)$ und $\cos\alpha^2+\cos\beta^2+\cos\gamma^2=1$. Eliminiert man p, q und $\sin(p,q)$, so findet man $\cos\gamma = \frac{ab}{a_1b_1}$;

$$\cos\alpha = \frac{b^2(a_1^2-a^2)(a^2-b_1^2)}{a_1^2b_1^2(a^2-b^2)}; \quad \cos\beta = \frac{a^2(a_1^2-b^2)(b_1^2-b^2)}{a_1^2b_1^2(a^2-b^2)}.$$

Stegemann.

245. (Gestellt von Weinmeister XIII$_4$, 284). Gegeben zwei Ebenen E_1 und E_2 und eine dieselben in A_1 und A_2 schneidende Gerade. Ein Cylinder mit der Achse A_1A_2 durchdringe E_1 in einem Kreise und E_2 in einer Ellipse. Die Lage der Achsen der letzteren zu konstruieren, ohne den Cylinder oder eine seiner Schnittkurven zu benutzen.

Aufl. Man errichte die Ebene, die A_1A_2 senkrecht halbiert. Sie treffe die Schnittlinie S von E_1 und E_2 in C. Schneidet eine um C durch A_1 und A_2 gelegte Kugel S in X und Y, so geben XA_2 und YA_2 die verlangten Lagen an; denn es liegen in XA_1 und YA_1 die einzigen auf einander senkrechten Kreisradien, welche sich als senkrechte Ellipsenradien nach E_2 projizieren. — Ist $A_1A_2 \perp S$, so ist die eine der gesuchten Achsen $\parallel S$. Ist aufserdem A_1A_2 gegen beide Ebenen gleich geneigt, so erhält man unendlich viele Achsenpaare. Artzt. Weinmeister.

Herr Stegemann berechnet die Hauptachsen der Ellipse mit Hülfe der Differentialrechnung.

246. (Gestellt von Gilles XIII$_4$, 284). Aus zwei parallelen um h von einander entfernten materiellen Ebenen sind zwei gleiche Kreise ausgeschnitten, deren Durchmesser $\gtreqless h\sqrt{2}$, und zwar so, dafs die Verbindungsstrecke der Mittelpunkte auf den Ebenen senkrecht steht. Nach welcher der beiden Ebenen wird eine materielle Kugel hingetrieben, deren Mittelpunkt in jener Verbindungslinie liegt,

wenn zwischen den Ebenen und der Kugel nur die Newtonsche Anziehungskraft thätig ist?

Auflösung. In jeder Ecke eines Rechtecks mit den Seiten $2a$ und $2b$ befinde sich der Mittelpunkt einer Kugel mit der Masse m und im Mittelpunkt des Rechtecks der einer Kugel mit der Masse m'. Diese werde parallel zu $2b$ um x verschoben. Dann ist die Resultante R der auf m' wirkenden Kräfte

$$\frac{2\,mm'\,(b-x)}{[a^2+(b-x)^2]^{\frac{3}{2}}} - \frac{2\,mm'\,(b+x)}{[a^2+(b+x)^2]^{\frac{3}{2}}}.$$

Für $R=0$ wird, wenn $a^2+b^2=d^2$ gesetzt wird,

$$(b-x)^{\frac{2}{3}}\,(d^2+2bx+x^2)=(b+x)^{\frac{2}{3}}\,(d^2-2bx+x^2).$$

Entwickelt man diese Gleichung mit Hülfe des binomischen Lehrsatzes und multipliciert mit $b^{\frac{1}{3}}$, so ergiebt sich

$$3b^2x=d^2x+\left(\frac{4}{3}+\frac{2d^2}{27b^2}\right)x^2+\cdots,$$

wobei alle Koefficienten von x positiv sind. Daher ist R für jedes x negativ, d. h. die Kugel m' bewegt sich nach der entfernteren $2a$ Seite hin, wenn $3b^2<d^2$, d. h. $2b^2<a^2$ oder $a>b\sqrt{2}$. — Denkt man sich nun in unserer Aufgabe in den zwei Ebenen um die Mittelpunkte der beiden Kreise alle gröfseren Kreise gezogen, so ist deren Durchmesser $>h\sqrt{2}$, und es können die materiellen Punkte von je zwei gleichen Kreisumfängen in Gruppen von je vier geordnet werden, welche die Ecken eines Rechtecks bilden. Da sämtliche Rechtecke die obige Bedingung erfüllen, so mufs sich die Kugel nach der entfernteren Ebene hin bewegen.

Gilles (Essen).

Von den Herrn Artzt und Dr. Stoll mit Hülfe der Integralrechnung gelöst.

B. Neue Aufgaben.

288. Lehrsatz. Sind n und p die Anzahlen der Seiten zweier regulären Vielecke in demselben Kreise und ist $\frac{1}{n}+\frac{1}{p}=\frac{1}{6}$, so ist $a_n=\varrho_p-\frac{1}{2}a_p\sqrt{3}$ und ebenso $a_p=\varrho_n-\frac{1}{2}a_n\sqrt{3}$, wo a die Seite und ϱ den kleinen Radius eines regulären Vieleckes bedeutet.

Hülsen (Lichterfelde).

289. Lehrsatz. Sind n und p die Anzahlen der Seiten zweier regulären Vielecke in demselben Kreise und ist $\frac{1}{n}-\frac{1}{p}=\frac{1}{6}$, so ist $a_n=\frac{1}{2}a_p\sqrt{3}+\varrho_p$ und $a_p=\frac{1}{2}a_n\sqrt{3}-\varrho_n$.

Hülsen (Lichterfelde).

290. Man kennt von den Winkeln α, β, γ eines Dreiecks $\cos\alpha\cos\beta\cos\gamma = p$, $\sin\alpha\sin\beta\sin\gamma = q$; dieselben sind zu berechnen. (Kubische Gleichung.) FUHRMANN (Königsberg i. Pr.)

291. Gegeben $\cos\frac{1}{2}\alpha\cos\frac{1}{2}\beta\cos\frac{1}{2}\gamma = c$, $\sin\frac{1}{2}\alpha\sin\frac{1}{2}\beta\sin\frac{1}{2}\gamma = s$; gesucht $\cos\alpha\cos\beta\cos\gamma$ und $\sin\alpha\sin\beta\sin\gamma$.

FUHRMANN (Königsberg i. Pr.)

292. Für die Winkel eines Dreiecks gelten die Formeln $\sin\alpha^3\cos(\beta-\gamma) + \sin\beta^3\cos(\gamma-\alpha) + \sin\gamma^3\cos(\alpha-\beta) = 3\sin\alpha\sin\beta\sin\gamma$ und $\sin\alpha\cos\alpha^3 + \sin\beta\cos\beta^3 + \sin\gamma\cos\gamma^3 = \sin\alpha\sin\beta\sin\gamma(1 - 4\cos\alpha\cos\beta\cos\gamma)$. FUHRMANN (Königsberg i. Pr.)

293. In einem beliebigen sphärischen Dreieck ABC werde die Transversale AA' gezogen, welche die Fläche in zwei gleiche Teile teilt; dieselbe soll berechnet werden. Es ergiebt sich z. B.

$$\cos AA' = \frac{\cos\frac{1}{2}a\,(4\cos\frac{1}{2}b^2\cos\frac{1}{2}c^2 - \cos\frac{1}{2}b^2 - \cos\frac{1}{2}c^2) + 2\cos\frac{1}{2}b\cos\frac{1}{2}c\,(\cos\frac{1}{2}b^2 + \cos\frac{1}{2}c^2 - 1)}{\cos\frac{1}{2}a\,(\cos\frac{1}{2}b^2 + \cos\frac{1}{2}c^2 + 2\cos\frac{1}{2}a\cos\frac{1}{2}b\cos\frac{1}{2}c)}$$

Auch gilt die Formel:

294. $\sin a\cos AA_1 = \cos b\sin BA_1 + \cos c\sin A_1C$.

FUHRMANN (Königsberg i. Pr).

295. Aufgaben aus der Schuldentilgungsrechnung. Bei der Schuldentilgungsrechnung nimmt man gewöhnlich an, dafs die Abzahlung, welche mehr betragen mufs als die einjährigen Zinsen des entliehenen Kapitals, alljährlich in konstanter Höhe wiederholt werde; man kann aber ebenso gut voraussetzen, dafs die Abzahlung sich von Jahr zu Jahr nach einem bestimmten Gesetze ändere also z. B. in einer arithmetischen oder geometrischen Progression zu- oder abnehme. Besonderes Interesse gewährt die letztere Annahme, wonach die jährlichen Abzahlungen eine fallende geometrische Progression bilden; jenachdem die letztere gewählt wird, kann nämlich der Schuldrest entweder fortwährend sinken oder auch nur eine Zeit lang abnehmen und nachher wieder steigen. Wird z. B. das Kapital 100 mit 4% verzinst und beträgt die Abzahlung im ersten Jahre 7, im zweiten 7.0,92, im dritten $7.(0,92)^2$ u. s. w., so ist der Rest am Ende des 8. Jahres 86,961,
„ „ 9. „ 86,849,
„ „ 10. „ 87,016,
sodafs am Ende des 9. Jahres ein Minimum eintritt.

Man soll nun die nötigen Formeln entwickeln und hieraus die Bedingung ableiten, unter welcher der Schuldrest fortwährend abnimmt; für den entgegengesetzten Fall ist die Zeit zu bestimmen, zu welcher der Schuldrest sein Minimum erreicht. Beide Aufgaben lassen sich mit elementaren Hülfsmitteln lösen. SCHLÖMILCH.

Litterarische Berichte.

A) Rezensionen.*)

Becker, Dr. E., (erster Observator an der königl. Sternwarte in Berlin). Logarithmisch-trigonometrisches Handbuch auf fünf Decimalen. Stereotypausgabe. Verlag von Bernhard Tauchnitz. Leipzig 1882.

Felix Mendelssohn Bartholdy hat einmal gesagt: „man kann es einer Partitur schon von aufsen und in ihrer Architektur ansehen, ob etwas darin steckt“. An diesen Ausspruch des berühmten Musikers wurden wir erinnert, als wir obengenanntes Werk aus seiner Umhüllung herausgeschält hatten und die Architektur im Innern in Augenschein nahmen. Der Aufbau der Tabellen und der schöne deutliche Druck machen den angenehmsten Eindruck; die Form der Ziffern und das starke Papier sind so gewählt, dafs letzteres nicht blendet und erstere, wenn auch nur klein, doch die Augen nicht angreifen. So viel über das Äufsere!

Das Innere anbelangend entnehmen wir zunächst der Vorrede, dafs dieses Tabellenwerk seine Entstehung ursprünglich einem Plane des vormaligen Direktors der Sternwarte und Professors der Astronomie in Leipzig, Dr. C. Bruhns, verdankt, dessen Andenken dasselbe auch gewidmet ist. Sachlich unterscheidet es sich von andern Tafeln ähnlichen Umfangs durch die Einrichtung, welche dem trigonometrischen Teile für die Logarithmen der Funktionen der ersten Grade des Quadranten gegeben ist, von der Mehrzahl derselben auch durch die Form, in der die Additions- und Subtraktionslogarithmen aufgenommen sind. Das erstere anbelangend ist es als eine wertvolle Zugabe aufzunehmen, dafs eine besondere Tafel der Logarithmen der Sinus und Tangenten für 0^0 bis 6^0 und der Cosinus und Cotangenten für 84^0 bis 90^0 von Zehntel zu Zehntel einer Minute, nebst den Logarithmen der Sekanten und Cosekanten in Einheiten

*) Bei Rezensionsexemplaren, deren Preis uns von den Verlagsbuchhandlungen oder Verfassern nicht angegeben wurde, lassen wir künftig denselben immer weg, um das bis jetzt übliche aber störende Zeichen „Preis ?“ zu vermeiden. Vgl. VII, 129. Anm. D. Red.

der 5. Decimale von Minute zu Minute eingefügt ist. Dadurch ist die Anwendung fünfstelliger Logarithmen auch für Zwecke der engeren Fachwissenschaft ausgedehnter geworden. Eine sorgfältige Erklärung des Gebrauches ist, wie bei den übrigen Tafeln in der Einleitung gegeben. Die Additions- und Subtraktionstafeln sind von einander getrennt und so eingerichtet, dafs bei der Addition die Rubrik D den Wert lg a — lg b (für $a > b$) angiebt und die Rubrik A die Zahl, welche zu lg a addirt werden mufs, dafs also lg $(a + b)$ = lg $a + A$ ist. Bei der Subtraktion sind die Rubriken mit D und S bezeichnet: in einer von beiden wird lg a — lg b aufgesucht, in dem anderen findet man dann die Zahl, welche von lg a abgezogen werden mufs, sodafs also, wenn $a > b$ ist, lg $(a - b)$ = lg$a - S$ oder lg $a - D$ ist. Diese Logarithmen wurden nach der Versicherung des Verfassers sämtlich auf trigonometrischem Wege und mittelst siebenstelliger Logarithmen neu berechnet. Der Gebrauch dieser Tafeln ist aufserordentlich bequem und wird durch eine ausgedehnte Angabe der Proportionalteile noch sehr erleichtert. Vielbeschäftigte Rechner werden sich derselben gern bedienen, um Unterbrechungen in der logarithmischen Rechnung zu vermeiden.

Die Tafel der Logarithmen der vier Hauptfunktionen schreitet von Minute zu Minute fort, jede Seite umfafst einen ganzen Grad; zu jeder Funktion sind die Inkremente für je eine Minute hinzugefügt und von 6^0 bis 83^0 sind für alle vorkommenden Differenzen Proportionaltafeln zur Interpolation vorhanden; es müssen nur Sekunden vorher in Zehntelminuten verwandelt werden. Dadurch werden die oft sehr lästigen Nebenrechnungen vermieden.

Bei der Tafel der Logarithmen der gemeinen Zahlen sind nach Bremikers Vorgang die vollen Zehnerreihen in eine Doppellinie eingeschlossen und zwischen je zwei solchen Doppellinien sind Gruppen von je drei Reihen durch ein gröfseres Spatium von einander getrennt, um die Sicherheit der Auffindung des richtigen Logarithmus zu erhöhen; auch sind die Differenzen der auf 9 endigenden Logarithmen angegeben. An diese Tafel ist auch angehängt die Tafel der natürlichen Funktionen mit Einschlufs der Sekanten und Cosekanten für die ganzen Grade.

Ferner findet man die Quadrate der Zahlen von 1—1000; Verwandlung der Bogenteile in Stunden, Minuten, Sekunden; Verwandlung von Graden und Minuten in Sekunden. Die Tafel der Länge der Kreisbögen für den Halbmesser 1 ist an die Tafel der Logarithmen der Sinus und Tangenten von 0^0 bis 6^0 angehängt und auf 7 Decimalstellen bis 180^0 und $60'$ angegeben; zwei Nebentäfelchen geben die Ergänzungen für Zehntel- und Hundertel-Minuten.

Zum Schlufs sind hier zugefügt die bekannten Konstanten mit ihren Logarithmen, Mafsvergleichungen, Ausdehnungscoefficienten für 1^0 C, Massen der grofsen Planeten, Durchmesser der Sonne und der Planeten.

Wo wir auch hinblicken mögen, bemerken wir, dafs der Verfasser die gröfste Sorgfalt darauf verwandt hat, sein Werk zu einem der praktisch brauchbarsten zu gestalten. Es sei daher den höheren Schulen zur Einführung und den Rechnern in der Anwendung der höheren Mathematik bestens empfohlen.

Lübeck. CHR. SCHERLING.

HEILERMANN Dr. H., (Direktor d. Realschule in Essen) und DIEKMANN Dr. I., (Rektor d. Realprogymnasiums in Viersen), Lehr- und Übungsbuch für den Unterricht in der Algebra an Gymnasien, Real- und Gewerbeschulen. Zweiter Teil. Zweite verm. Auflage. Essen b. Baedecker 1883.

Von diesem schätzbaren Schulbuche wurde der erste Teil der 1. Aufl. von einem unserer Referenten (Dr. Killing*) in X, 202 u. f. ausführlich besprochen und die 2. Aufl. desselben in XII, 279 von uns kurz angezeigt. Der 2. Teil liegt uns nun bereits auch in 2. Auflage vor und enthält die Potenzrechnungen, die Gleichungen 2[ten] Grades und die Progressionen. Die Hauptänderung gegen die 1. Auflage besteht darin, dafs die Progressionen und Zinseszinsrechnung an Stelle der kubischen und biquadratischen Gleichungen aus dem 3. Teile herübergenommen sind, sodafs mit diesem 2. Teile das Pensum der Progymnasien und höhern Bürgerschulen (in Preufsen) abgeschlossen wird. Die obgenannten Gleichungen sind dem 3. Teile zugewiesen, dessen Erscheinen noch in Aussicht steht. „Die übrigen Änderungen beschränken sich, abgesehen von kleinen Verbesserungen und Berichtigungen**) auf die reduzierbaren Gleichungen höhern Grades mit mehreren Unbekannten, zu denen insbesondere die symmetrischen Gleichungen dritten, vierten und fünften Grades gehören." Diesen haben die Verfasser „wegen der lehrreichen Umformung, durch welche die Reduktion derselben auf Gleichungen niedern Grades insbesondere auf quadratische Gleichungen von kanonischer Form ausgeführt wird, einen besondern Paragraphen eingeräumt."

Wir werden nach Erscheinen des 3. Teiles eine ausführlichere Besprechung des 2. und 3. Teiles veranlassen, wollen aber schon hier bemerken, dafs man in diesem Schulbuche die neueren Errungen-

---

*) Derselbe ist vom Gymnasialoberlehrer in Brilon zum ord. Prof. der Mathematik am königl. Lyceum Hosianum zu Braunsberg aufgerückt und hat als solcher bereits ein Programm verfafst: „Die Mechanik in den Nicht-Euklidischen Raumformen", worauf wir die Herren Fachgenossen besonders aufmerksam machen.

**) Auf solche „Berichtigungen" namentlich bezüglich der Resultate ist aber auch ganz besondere Aufmerksamkeit zu verwenden; uns sind neuerdings Artikel zugegangen über „falsche Lösungen in den Aufgabenbüchern von Heilermann-Diekmann und Bardey".

schaften der Wissenschaft, soweit sie sich für die Schule eignen, verwertet findet, was nach den Arbeiten des Dr. **Diekmann** in dieser Zeitschrift unsern Lesern leicht erklärlich sein wird. H.

Bergold, (E., Professor am Gymnasium in Freiburg i. B.) **Arithmetik und Algebra**, nebst einer Geschichte dieser Disciplinen für Gymnasien und Realschulen. Karlsruhe. Verlag von H. Reuter. 1881. XXII. 200 S.

Ein detailliertes Lehrbuch des gesammten algebraischen Lehrstoffes liegt vor uns. Der Plan ist offenbar recht gründlich ausgearbeitet worden, und in der That macht es einen angenehmen Eindruck, zu sehen, wie sogar für die einzelnen Klassen die Jahrespensa genau angegeben werden. Der angenehme Eindruck, welchen die Vorrede erweckt, wird denn auch bei der Durchsicht nicht verwischt. Sowohl die gewöhnliche Rechenkunst, als auch die allgemeine Arithmetik sind in wissenschaftlichem Geiste gehalten ohne dafs doch die Leichtverständlichkeit darunter litte, und einzelne Partieen erheben sich, was die Darstellung anlangt, entschieden über das Niveau anderer ähnlicher Werke. Wir rechnen hierher die Behandlung des Imaginären, der Logarithmen, der Kettenbrüche und der biquadratischen Gleichungen. — Was die historische Einleitung anlangt, so müssen wir gestehen, an deren Lektüre mit sehr bangen Erwartungen herangetreten zu sein. Für wie nutzbringend *wir* an sich eine solche entwickelungsgeschichtliche Skizze halten, brauchen wir des Näheren an dieser Stelle wohl nicht auseinanderzusetzen, allein wenn man in der Vorrede sieht, dafs der Verf. seine Kenntnis allein aus *Kästner*, *Klügel*, *Suter* und *Treutlein* geschöpft hat, während doch nur der letztere für heute den Namen eines wirklichen Historikers beanspruchen kann, so sieht man nicht recht ein, wie aus solchen Vorlagen — Treutlein's schönes Programm, welches hier gemeint ist, bezieht sich nur auf ein ganz spezielles Gebiet — etwas Gutes erwachsen konnte. Dank der Kürze des Abschnittes ist es aber doch so ziemlich gegangen, und der Umstand, dafs ein *badischer* Mathematiker im Jahre 1881 die *Cantor*'schen Vorlesungen nicht benutzte, hat sich nicht allzu fühlbar gemacht. Immerhin kommt manches nicht zu Billigende vor, und insbesondere verstehen wir den Widerspruch nicht, in welchem die Ausführungen auf Seite XVIII zu jenen auf Seite 97 stehen. Am ersteren Orte wird, freilich nicht ganz richtig, auf den Unterschied zwischen den von Lord *Napier* eingeführten und den *natürlichen* Logarithmen hingewiesen, und später wird gesagt, die letzteren hiefsen wohl auch *Neper*'sche Logarithmen! Solche Inconvenienzen wird eine zweite Auflage zu beseitigen haben.

Ansbach. Dr. S. Günther.

Mayer, J. Franz (Lehrer der Mathematik und Mechanik an der Kgl. Realschule I. O. zu Hildesheim.) Analytische Geometrie der Ebene und des Raumes für höhere Lehranstalten. Hannover bei Helwing. 1881. Pr. 3 M. 166 S.

Das vorliegende Buch enthält die Anfangsgründe der analytischen Geometrie in dem Umfang und in der Weise, wie man sie gewöhnlich auf den höheren Lehranstalten durchzunehmen pflegt. Besonders auffällige Vorzüge, welche es vor anderen Lehrbüchern, die denselben Zweck verfolgen, auszeichnet, besitzt das Buch nicht. Der Verfasser betont im Vorwort zunächst die knappe Form, welche er gewählt. Der Referent kann dies nicht finden; die Rechnungen, welche vorliegen, sind häufig gerade recht eingehend dargestellt. Ebenso wenig passend findet er die Bemerkung, dafs die Elemente der Determinantenlehre, die ja in den Lehrplan vieler höherer Lehranstalten bereits aufgenommen sei, vorausgesetzt werden; denn erstens kommen die Determinanten im Buch nur sehr selten vor, und dann wird da, wo sie zuerst auftreten (S. 15), ihr Begriff erklärt. Selbst an Stellen, wo man Determinanten unbedingt erwarten müfste, — wie § 111 bei Lösung der Aufgabe, die Kugelgleichung zu bestimmen, wenn vier Punkte gegeben sind — ist von denselben ganz abgesehen worden. Die Frage, ob Determinanten oder nicht, ist gerade in der letzten Zeit mehrfach in Erwägung gezogen worden. Jedenfalls sind die Determinanten in der analytischen Geometrie mehr am Platze, als in der Algebra, obwohl man sie füglich innerhalb der Schulgrenzen ganz entbehren kann. In dem Stoffe, welchen der Verfasser bietet, geht er nirgends über den Bereich der Schule hinaus. Selbst die Symbolik der abgekürzten Bezeichnungsweise kann dem Schülerverständnis angepafst werden. Bei ihr tritt das Koordinatensystem mehr in den Hintergrund, und sie bietet so einen neuen Einblick dar in die gegenseitigen Beziehungen zwischen analytischer und synthetischer Methode. Auf diese Weise wird es ermöglicht, das System schiefwinkeliger Koordinaten fast vollständig auszuschliefsen. Dafs in vielen Lehrbüchern Letzterem eine gröfsere Bedeutung beigelegt wird, als es verdient, ist nicht zu leugnen; es aber andererseits so gering zu schätzen, wie das hier geschieht, dürfte als entgegenstehendes Extrem sein Bedenken haben. Die analytische Geometrie des Raumes in den Schulunterricht herein zu ziehen, ist sicher da, wo es nicht an Zeit gebricht, sehr zu empfehlen; ist doch der Uebergang von der Ebene zum Raum in der analytischen Geometrie lange nicht so schwierig, als in der des Euklid. An wenige Sätze kann man zahlreiche Uebungen anschliefsen und ist dabei fast immer in der Lage, auf die analytische Geometrie der Ebene, auf die synthetische des Raumes und die Algebra zu verweisen.

Die Klarheit der Darstellung wird durch viele instruktive Figuren wesentlich unterstützt; namentlich treten die ebenen Schnitte am ge-

raden Kegel auf S. 42 u. s. f. in Folge der Schattierung plastisch entgegen; zu bedauern ist hierbei nur, dafs die Berührungskreise der Kugeln auf den SS. 43 und 45 Spitzen haben. Der Verfasser hat es ferner verstanden, die synthetische Methode in richtigem Mafse mit der analytischen zu verbinden; sowohl das Queteletsche Theorem, wie die elementar-synthetische Behandlung der Tangente ist durchgeführt. Die Aufgabe, den Ort der Fufspunkte der Lote zu finden, die von den Brennpunkten auf die Tangenten gefällt sind, löst der Verfasser analytisch und synthetisch. Bei der ersteren Methode kann die voluminöse Rechnung sehr einfach dadurch vermieden werden, dafs in der Gleichung S. 66. Z. 2 das Glied $ac \cos \varphi$ auf die rechte Seite gestellt wird, worauf die Quadratsumme beider Gleichungen das gewünschte Resultat sofort ergiebt. Wird dies jedoch nicht berücksichtigt, so ist natürlich die synthetische Methode im Vorteil, sodafs der Schüler den richtigen Schlufs ziehen mufs, dafs die analytische Geometrie die synthetische nicht verdrängen, sondern nur ergänzen wolle. Zur Herleitung der Kegelschnittsgleichung in Polarkoordinaten für den Brennpunkt als Pol wählt der Verfasser aber nur den analytischen Weg, indem er die für Cartesische Koordinaten aufgestellte Gleichung auf polare transformirt. Auch hier wäre es recht am Platze gewesen, zu zeigen, wie man das mühsam errechnete Resultat auf synthetischem Wege an der Figur mittels der Directrix abzulesen im stande ist. Letzteres ist indes übersehen worden. Die analytische Geometrie des Raumes umfafst ein Drittel des ganzen Buches. Sie enthält nach und nach die Gleichungen der Ebene, der geraden Linie, der Kugel, des Kreises im Raume, des Kegels, des Cylinders und endlich der allgemeinen Oberflächen zweiter Ordnung. Die Art und Weise, wie die Letzteren eingeführt werden, hat dem Referenten nicht gefallen. § 122. sagt: „Es existieren im Ganzen fünf Oberflächen zweiter Ordnung. Drei derselben haben Mittelpunkte und zwei derselben keine.“ Die Flächen werden nun aufgezählt, beschrieben, und dann werden ihre Gleichungen abgeleitet. Der Uebergang erscheint hier zu schroff, zu wenig vermittelt. Die Flächen werden mit einem mal vorgeführt, ohne dafs der Schüler weifs, wo sie herkommen, geschweige denn, dafs er selbst auf die Idee gekommen wäre, sich derartige Flächen zu bilden. Am besten würde es sich wohl empfehlen, hier die Rotationsflächen einzuschieben, und zu dem Zwecke Aufgaben zu lösen, deren Analoga in der Ebene bereits vorgekommen sind; also z. B. den Ort eines Punktes zu finden, welcher von einem Punkte und einer Ebene oder einem Punkte und einer geraden Linie ein gegebenes Abstandsverhältnis besitzt; ferner den Ort eines Punktes, dessen Entfernungen von zwei festen Punkten eine gegebene Summe oder Differenz haben. Diese Aufgaben haben aufserdem den Vorteil, dafs sich ihre synthetischen Lösungen in einfacher Weise erledigen. Hat der Schüler so die Rotationsellipsoide, die Rotationshyperboloide und

das Rotationsparaboloid kennen gelernt, so kommt er auf die allgemeinen Flächen ganz von selbst. Als spezieller Fall des hyperbolischen Paraboloides (welches der Verfasser auch Hyperparaboloid nennt) wäre wohl zunächst das gleichseitige zu wählen, als Ort aller Punkte, welche von zwei gegebenen Geraden gleichweit entfernt sind.

Um auf Einzelheiten näher einzugehen, sei zunächst bemerkt, dafs der Referent den ersten Satz auf S. 1 für überflüssig hält. Die drei Beispiele des Kreises, der gleichseitigen Hyperbel und der Sinuskurve sind jedenfalls gut gewählt; leider fehlt eine derartige Einleitung in vielen Lehrbüchern; die vierte Aufgabe (S. 8.) ist zu weitläufig behandelt worden; der Koordinatenanfang mufste nach C_1 verlegt werden. Die numerischen Aufgaben in den §§ 30—33 mufsten jedenfalls durch die entsprechende allgemeine Aufgabe ergänzt werden. Gerade diese ist interessant, da das durch Rechnung erhaltene Resultat durch eine einfache Betrachtung der Figur geometrisch verifiziert werden kann.

Als Anwendungen, welche das Interesse des Schülers rege erhalten, wären wohl hinzuzufügen: die Dreiteilung des Winkels mittels der Asymptoteneigenschaften der Hyperbel und die Verdoppelung des Würfels mittels der Parabelgleichung. Die letztere Aufgabe ist ja auch historisch interessant; dafs übrigens die Geschichte in diesem Lehrbuche vollständig ignorirt worden ist, ist jedenfalls ein Mangel, dem abgeholfen werden mufs. Ebenso wenig durfte eine Erklärung der Namen Ellipse u. s. w. fehlen, zumal dieselbe auch recht gut an solchen Lehranstalten gegeben werden kann, die das Griechische von ihrem Lehrplane ausschliefsen. An die Herleitung der Ellipsengleichung hätte sich ferner noch das Prinzip des Ellipsenzirkels anschliefsen können, namentlich da mit Hilfe desselben § 67 in einfacher Weise Erledigung findet.

Dafs die neue Orthographie noch nicht vollständig durchgedrungen ist, zeigen die Worte: „constant, Coordinaten, conjugiert, Octant, im Ganzen" u. s. w. „Assymptoten" wie der Verfasser konsequent schreibt, ist nach keiner Orthographie zu billigen. Auch im Ausdruck wäre manches zu verbessern gewesen. Man sagt nicht: Diese Gleichung ist einer andern gleich (S. 19.); ebensowenig wie: Setzen wir u. s. f., so erhält man u. s. f. (S. 48.).

Schliefslich sei noch bemerkt, dafs der Verfasser im vorigen Jahre im selben Verlage: Hauptsätze aus der ebenen Trigonometrie. (14 S. Pr. 50 ₰) erscheinen liefs. Dieselben enthalten eine übersichtliche Zusammenstellung der wichtigsten Formeln mit Angabe ihrer Beweise.

Leipzig den 20. April 1881. Dr. Weinmeister I.

Lüroth, Dr. Jakob (ord. Professor an der k. technischen Hochschule München). Grundriss der Mechanik. München, Theodor Ackermann, k. Hof-Buchhändler. 1881. VI u. 80 S. Preis 1,40 M.

Referent hat vor einigen Jahren in dieser Zeitschrift über das interessante Maxwell'sche Werkchen „Substanz und Bewegung“ berichtet*), in welchem mit durchschlagendem Erfolg versucht war, die von Möbius, Hamilton und Bellavitis begründete Streckenrechnung zur Grundlage einer populärwissenschaftlichen Darstellung der mechanischen Physik zu verwerten. Herr Lüroth ist in dem vorliegenden Werkchen denselben Weg gegangen, nur mit dem Unterschied, dass seine Behandlung eine streng systematische ist und dem Studierenden des Polytechnikums als Leitfaden dienen soll. Wie der Verf. selbst angiebt, ist für ihn das Stettiner Gymnasialprogramm von 1867 massgebend gewesen, in welchem Hermann Grassmann seine originelle Auffassung mechanischer Probleme, die er sich der Hauptsache nach bereits als Student gebildet hatte, niedergelegt hat. Nur wurden hier statt der Terminologie der „Ausdehnungslehre“ die Ausdrücke und Abkürzungen aus Hamiltons Quaternionenkalkul herübergenommen.

Nachdem die fundamentalen Begriffe der Kinematik, Kinetik, Statik und Dynamik erklärt sind, wird hervorgehoben, dass wir ausschliesslich relative Bewegungen zu erkennen und zu studieren befähigt sind. Alsdann folgen die Elemente der Streckenrechnung, und zwar definiert der Verf. dann zwei Strecken schlechthin als „gleich“, wenn sie der sonst gebräuchlichen Bezeichnungsweise zufolge als „äquipollent“ bezeichnet werden müssten. Wenn zwei Punkte bezüglich zu den Zeiten t und $(t+t')$ vom Anfangspunkt die Entfernungen ϱ und ϱ' haben, so wird mit Hülfe des Taylor'schen Lehrsatzes die Relation $\varrho' - \varrho = \gamma t' + \frac{1}{2}\beta t'^2 \ldots$ entwickelt; γ und β sind hier, da t' eine reine Zahl vorstellt, natürlich ebenfalls Strecken und zwar bezeichnet man dieselben kurz als Geschwindigkeit und Beschleunigung, welche beiden Begriffe hiemit in einfachster Weise gewonnen sind. Jetzt ist es an der Zeit, zur Mechanik des materiellen Punktes überzugehen, Masse und Dichte zu definieren, das Kräfteparallelogramm, das Trägheitsgesetz und das Prinzip der Gleichheit von Wirkung und Gegenwirkung klarzulegen. Auf letztere Stelle möchten wir besonders aufmerksam machen, da hier die Darstellung mehrfach von der sonst üblichen abweicht, und da unseren Erfahrungen zufolge gerade dieses Princip nur schwer den Lernenden zum Verständnis gebracht werden kann. Auch die Unterscheidung zwischen absolutem und technischem Massystem (S. 22) halten wir für sehr empfehlenswert. Jetzt werden für die bekannteren Bewegungsaufgaben die Differentialgleichungen aufgestellt und integriert, wobei auch der Reibung gelegentlich gedacht wird. Die

*) Man sehe X, 381. Red.

Keppler'schen Gesetze werden in höchst eigentümlicher Weise als Ausflufs des Vektorenkalkuls hingestellt. An die Mechanik des materiellen Körpers schliefst sich jetzt diejenige des Körpers an, die denn auch Gelegenheit giebt, die in den meisten Bearbeitungen mehr an den Eingang verlegten Begriffe des Kräftepaares und des Schwerpunktes einer Erörterung zu unterziehen. Endlich folgt noch die Mechanik eines Systems von festen Körpern, welche in den beiden Prinzipien D'Alemberts und der virtuellen Geschwindigkeiten gipfelt; aufserdem dürfte die Herleitung der Gleichung der Kettenlinie nicht blofs für den Studierenden von hohem Interesse sein.

Wir glauben, dafs das kleine Lehrbuch ganz aufserordentlich dazu geeignet ist, junge Mathematiker in die Tiefen der mechanischen Wissenschaft einzuführen, welche ja in der That nach ganz neuen Methoden betrieben werden mufs, wenn sie den von den anderen Disziplinen an sie gestellten Anforderungen soll nachkommen können. Aber für die Techniker hegen wir einige Bedenken. Wer eine Vorlesung über theoretische Mechanik im Sinne der Lürothschen Grundzüge gehört hat und nun zum Studium der Ingenieurwissenschaften übergeht, der wird sich wohl in ein ziemlich fremdes Land versetzt fühlen. Aus diesem Grunde würden wir es für gut halten, dafs, ehe man zu diesem Buche greift, eine Vorschule auf Grund Duhamels oder Delaunays durchgemacht werden möge.

Ansbach. Dr. S. Günther.

Auerbach Dr. Felix, (Privatdocent an der Universität Breslau). **Die theoretische Hydrodynamik** nach dem Gange ihrer Entwickelung in der neuesten Zeit in Kürze dargestellt. Von dem k. venetianischen Institute der Wissenschaften etc. gekrönte Preisschrift. Mit in den Text eingedruckten Holzstichen. Braunschweig, Druck und Verlag von Friedrich Vieweg und Sohn. 1881. XXI. 150 S.

Von drei Concurrenzarbeiten, welche für den Preis *Querini-Stampalia* beim *Istituto Veneto* eingelaufen sind, ward dieser Schrift eines deutschen Gelehrten Seitens der Jury (*Rossetti*, *Turazza* und der seitdem dahingeschiedene *Bellavitis*) der Vorzug gegeben. Wir kennen die beiden anderen Bearbeitungen nicht, allein das kann man auch ohne dieselben feststellen, dafs die *Auerbach*'sche Monographie wirklich eine vortreffliche Leistung auf geschichtlich-kritischem Gebiete ist. Natürlich ist nur die neueste Zeit behandelt worden, allein da fehlt auch kein Problem, dessen Charakter und Eigenart nicht eine eingehende Schilderung erfahren hätte. Die mannigfachen Formen, in welche man die hydrodynamischen Grundgleichungen umgiefsen kann, die Theorie der Wellenbewegung, die merkwürdigen Anziehungserscheinungen, welche zwischen den in einer Flüssigkeit sich bewegenden Körpern beobachtet werden, endlich die Lehre von

den Wirbelfäden und von der inneren Reibung tropfbar flüssiger Materien — das Alles hat hier am geeigneten Orte seinen Platz gefunden. Mit Befriedigung hebt die Commission hervor, dafs zumal die bahnbrechenden Forschungen ihres Landmannes *Beltrami* eingehende Berücksichtigung gefunden haben. Da natürlich eine ganz gründliche Kenntnis der neueren mathematischen Methoden zum vollen Verständnis des Buches gehört, so mufs hier von einem tiefer gehenden Referate, als der Tendenz deser Zeitschrift zuwiderlaufend, abgesehen werden. Nur einiger weniger Punkte sei gedacht, welche unseres Erachtens beim Unterrichte Erwähnung finden könnten. Wir rechnen hierher die ganz elementare Darstellung der verwickelten Erscheinungen von Ebbe und Fluth (S. 40 ff.) und die ebenfalls mit geringen Vorkenntnissen wohl verständliche Betrachtung über die Ausflufsgeschwindigkeit und die *contractio venae* (S. 53 ff.) Auch sonst wird der Lehrer der umsichtigen Darlegung so manchen Wink für seine praktische Thätigkeit zu entnehmen in der Lage sein.

Ansbach. Dr. S. Günther.

Puschl, Karl (Kapitular des Benedictinerstiftes Seitenstetten). Über die latente Wärme der Dämpfe. Wien, A. Hölder. 1879. 52 Oktavseiten.

Dieses Heftchen bietet eine theoretische Studie der Dampf- und Gasform der Körper unter blofser Voraussetzung der Äquivalenz von Wärme und Arbeit. Wie in seinen früheren Abhandlungen geht der Herr Verfasser auch hier seinen eigenen Gang und kommt zu Schlüssen, von welchen einige mit den jetzt geltenden Ansichten über das Verhalten der Dämpfe und Gase bei hohen Verdünnungsgraden oder aufserordentlich hohen Temperaturen wesentlich abweichen. Der Herr Verfasser deutet auch an, dafs seine Hypothese in der kosmischen Physik Anwendung finden könnte (Seite 48 und 52). Das Werkchen, obschon im Widerspruche mit den Folgerungen der herrschenden Gastheorie, verdient gleichwohl Beachtung, weil es bei seinen mathematischen Entwicklungen immer auch die Resultate der experimentellen Forschung berücksichtigt und das Denken anregt und beschäftigt.

P.

Plank, Max. Über den zweiten Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie. München, Ackermann. 1879. 61 Oktavseiten. ℳ 1,20.

Der Herr Verfasser versucht im ersten Abschnitt dieses Heftchens einen allgemeineren und direkteren Beweis für den zweiten Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie zu bringen, als jene bisherigen Beweisarten von Clausius sind, welche auf dem Prinzipe beruhen, dafs die Wärme nicht ohne Kompensation aus einem kälteren in

einen wärmeren Körper übergehen kann. Im zweiten und letzten Abschnitt untersucht der Herr Verfasser die von Clausius für einzelne Verwandlungen eingeführten Äquivalenzwerte und kommt zu dem Schlusse, dafs letztere für den zweiten Hauptsatz von keiner wesentlichen Bedeutung sind. Das Heftchen ist interessant und dürfte zu weiteren Erörterungen und Untersuchungen Anlafs geben. P.

SCHUNKE, H. (Marine-Oberingenieur). Beitrag zur Theorie der Stabilität schwimmender Körper. Kiel 1880, bei P. Toeche. V und 54 Oktavseiten. 1 lithographierte Tafel. 2 *M.*

Obschon die Litteratur über die Stabilität der schwimmenden Körper seit Stevin bis heute eine sehr reiche ist, fehlt es dennoch an einer Theorie, welche die Praxis über diesen Gegenstand vollkommen befriedigt. Wohl haben sich Bouguer (1746), Euler (1749), Atwood (1798), Rankine (1866) und viele andere teils in Spezialwerken über den Schiffsbau teils in der Hydrostatik mit diesem Gegenstand beschäftigt, aber eine Lösung des Problems, d. i. der Bestimmung der wahren Stabilitätsmomente, bedarf noch eingehender Studien über die Schwingungen der Schiffe im ruhigen Wasser, über den Widerstand des Wassers, über die Verteilung der Massen und überhaupt über alle Faktoren, welche auf den wahren Ort der Neigungsachse eines Schiffes Einflufs haben.

Der vorliegende Beitrag zur Theorie der Stabilität schwimmender Körper knüpft an die Bouguer'sche Definition des Metacentrums an und erweitert dieselbe so, dass es dem Verfasser möglich wird, den Ort des Metacentrums als eine Funktion des Neigungswinkels des schwimmenden Körpers auszudrücken und die diesbezügliche Theorie der Stabilität auf bestimmte geometrische Körper anzuwenden. Hierauf erörtert der Verfasser kritisch das Verhältnis der bisherigen Theorie der Stabilität schwimmender Körper zur Praxis und deutet den Weg an, welcher zur Übereinstimmung der Theorie mit der Praxis führen könnte. Das Werkchen ist besonders jenen zu empfehlen, welche die Lage des Metacentrums speciell studieren wollen.

P.

WERNER, W., Optische Farbenschule für Familie, Schule, Gewerbe und Kunst. Leipzig C. F. Wintersche Verlagshandlung. 1880. 48 Octavseiten und IV. Tafeln.

Dieses Heftchen ist ein mit Ergänzungen versehener Abdruck einer populären Belehrung über „Licht, Linie, Farbe, Kunst in Haus und Schule“ aus der Zeitschrift für häusliche Erziehung „Cornelia“ (1879). Es zieht auch die Erregung der Kontrastfarben als Bildungsmittel für den Farbensinn in seinen Kreis; ja es betont dieses Mittel ganz besonders. Da der Hr. Verfasser (S. 26) selbst warnt

„vor zu dauernden“ und, möchten wir hinzusetzen, vor zu häufigen Versuchen mit der Hervorrufung von farbigen Nachbildern (Methode 4 S. 26), so empfehlen sich die übrigen sechs, von dem Verfasser aus Spezialwerken (S. 4) über die Farbe gesammelten Übungsmittel zur Wirkung und Schulung des Farbensinns vor No. 4, welche nur sehr mäfsig anzuwenden ist. Das Büchlein wirkt anregend bezüglich der Erziehung des Farbensinnes und ist geeignet, in weiteren Kreisen auf die Wichtigkeit einer Gymnastik des Farbensinnes aufmerksam zu machen. P.

Blum, Dr. L., Grundrifs der Physik und Mechanik für gewerbliche Fortbildungsschulen. Sechste verbesserte und vermehrte Auflage.*) (Bearbeitung von Dittrich, Hilfslehrer am Polytechnikum Stuttgart). Mit 96 Holzschnitten auf Tafeln, VIII u. 162 Oktavs. Leipzig und Heidelberg. Bei Winter. 1880.

Dieses Büchlein enthält in kurzer Fassung die physikalischen Grundlehren mit Rücksicht auf ihre Anwendung in den Gewerben und zieht auch in mäfsigem Grade die elementar-mathematische Begründung am gehörigen Ort in seinen Kreis. Der Herr Bearbeiter hat mit Recht am Schlusse des Werkchens ein kurzes Kapitel über die Erhaltung der Energie gebracht, welches den Zusammenhang und die Transformation der Energien übersichtlich darstellt. Referent kann daher dieses kleine Buch für gewerbliche Fortbildungsschulen empfehlen. Er möchte jedoch wünschen, dafs in einer späteren Auflage die Begriffe „Dichte“ und „spezifisches Gewicht“ streng auseinander gehalten werden. Da die „relative Dichte“ gewöhnlich unter „Dichte“ im praktischen Leben verstanden wird, so ist die „Dichte“ in diesem Sinne die Verhältniszahl der Gewichte des fraglichen Körpers zu jenem des Wassers bei gleichem Volumen; sie ist also eine unbenannte Zahl. Das spezifische Gewicht ist das Gewicht einer gewählten Volumseinheit; es ist eine benannte Zahl und zwar ist beim Kubikcentimeter als Volumseinheit, die Benennung „Gramm“. Im metrischen Systeme sind allerdings die Zahlenwerte für Dichten und specifisches Gewicht gleich, aber die Begriffe sind es in keinem Systeme und stets sind (relative) Dichten Verhältniszahlen, spezifische Gewichte aber benannte Zahlen. Spezifisches Gewicht im zweiten Sinne, d. i. als „Dichte“, bringt nur Verwirrung und ist daher in der Wissenschaft aufgegeben. Es muss das Streben der Schule sein, dieser Verwechslung beider Begriffe im gewöhnlichen Leben entgegen zu arbeiten.**) Dasselbe gilt bei der Bestimmung der Dichten mittels

*) Die 5. Aufl. wurde bereits von Dr. Pick besprochen XII, 451. Red.

**) Seit Jahren schon ist auch in dieser unserer Zeitschrift gegen die Vermengung beider Begriffe energisch angekämpft worden, aber wie es scheint, vergeblich; denn immer noch erscheinen physik. Lehrbücher mit dieser Inkorrektheit. Red.

Pyknometer, hydrostatischer Wage und Aräometer; nur die Dichten werden in solcher Weise ermittelt. Die so gefundenen Zahlen in passender Weise benannt (mit Grammen bei Kubikcentimeter, Kilogramm bei Kubikdecimeter als Volumseinheit etc.) geben die spezifischen Gewichte. Ferner wäre es wünschenswert, wenn die Skalenaräometer für Gewerbeschulen etwas eingehender behandelt würden. Die Gliederung des Buches besteht aus 43 Gruppen (I—XLIII), welche die Mechanik, Akustik, Wärmelehre, Elektrizität, Magnetismus und Optik behandeln. Warum wohl die Optik von der Wärmelehre getrennt worden ist? Für den Lehrgebrauch macht indessen diese Trennung keine Störung, weil man, je nach der Verschiedenheit des Lehrplanes, ohnedies die Ordnung der Kapitel dem letzteren gemäfs vornehmen mufs. P.

LIST, DR., C. (Lehrer an der Königl. Gewerbeschule in Hagen, Westfalen). Leitfaden für den Unterricht in der Chemie, besonders in Gewerbe-, Real- und Bürgerschulen. I. Teil. Anorganische Chemie. Fünfte vermehrte und verbesserte Auflage. Heidelberg bei C. Winter. 1880. XI. u. 192 Kleinoctavs. Pr. M. 1,80

Dieses Werkchen ist besonders zur Wiederholung des in der Schule über den Gegenstand Gehörten und Gesehenen bestimmt. Es setzt mit Recht voraus, dafs die Fundamentalversuche, auf welchen dieser Lehrgang basirt ist, auch wirklich gemacht werden und enthält sich daher jeglicher Abbildung. Die in der Einleitung beigebrachten allgemeinen Erklärungen und Gesetze können nur, wie der Hr. Verf. richtig voraussetzt, an passenden Stellen eingeflochten werden. Der spezielle Teil beginnt mit den Nichtmetallen, deren Eigenschaften, Vorkommen, Darstellung und Verbindungen. Hierauf folgt eine Abteilung für die Verbindungen der Ametalle unter einander und endlich die Metalle und ihre Verbindungen. Dafs auch die älteren dualistischen Formeln berücksichtigt wurden, kann, mit Hinblick auf den Grund, (um nämlich dem Schüler die ältere Literatur zugänglich zu machen), umsomehr gebilligt werden, als diese älteren Formeln in *schiefer* Schrift gegeben sind, mithin ihrer Verwechslung mit den neuern Formeln in geradstehender Schrift vorgebeugt ist. Auch wird es dadurch leicht, bei entgegengesetzter Ansicht über den Gebrauch der älteren Formeln, die letzteren zu vernachlässigen. Dagegen ist nicht einzusehen, aus welchem Grunde in diesem Büchlein die Zahlen, welche die Verbindungsgewichte bezeichnen, gegen den allgemeinen Brauch, hoch (ähnlich den Potenzzeichen) statt am Fufse (wie Indices) stehen; so steht z. B. $H^2 O$ statt $H_2 O$. Abgesehen davon, dafs Anfänger leicht an Potenzen denken könnten und dadurch verwirrt würden, ist in einem Lehrbuche jedenfalls die allgemein übliche Schreibweise beizubehalten. Auf

Seite 2 in No. 5 sind offenbar noch von der älteren Auflage her „Lothe“ stehen geblieben. Im Allgemeinen sind immer „Teile“ statt Gewichtsteile genannt; dies hätte, wenn es der Kürze halber geschieht, ein für allemal im Anfange vereinbart werden sollen. Neben dem „chemischen Vereinigungsstreben“ (S. 8) möchten wir die in neuerer Zeit statt Affinität vielgebrauchte synonyme Bezeichnung „chemische Anziehung oder chemische Anziehungskraft“ setzen. Statt spez. Gew., da die entsprechenden Zahlen hier unbenannt erscheinen, möchten wir „Dichte“ setzen; denn spez. Gewichte sind benannte Zahlen des Gewichtes der gewählten Volumseinheit. Beim Phosphor (S. 47) wäre auch der Zündpunkt in Zahlen zu geben, da der Schmelzpunkt und andere Konstanten ebenfalls angegeben sind; „entzündet sich in geringer Hitze“ ist zu allgemein.

Dafs der Hr. Verfasser in einem Elementarbuche mit dem Sauerstoffe beginnt, wegen der Einfachheit und Häufigkeit seiner Verbindungen, kann Ref. nur billigen. Ebenso ist er mit den allgemeinen Rückblicken (§. 59, 66, 74, u. 87) und besonders mit den Repetitionsfragen (S. 179—189) einverstanden. *P.*

Bolley, Dr., (weiland Professor der chem. Technologie in Zürich). Handbuch der technisch-chemischen Untersuchungen. Eine Anleitung zur Prüfung und Wertbestimmung der im gesamten Gewerbswesen oder der Hauswirtschaft vorkommenden und zur chemischen Untersuchung geeigneten Natur- und Kunsterzeugnisse. Fünfte Auflage von Dr. C. Stahlschmidt, (Prof. der chemischen Technologie in Aachen). Mit 131 Holzschnitten. Leipzig, Arth. Felix. 1879. Preis 22 M.

Der gute Klang, den der Name „Bolley“ auch jetzt noch auf dem Gebiete der chemischen Technologie hat, mag es rechtfertigen, wenn ich den bisherigen Referaten über ähnliche Handbücher eines über ein älteres, aber eines der besten und bedeutendsten, anreihe. Das Werk ist in seiner fünften Auflage in relativ sehr kurzer Zeit der vierten gefolgt — auch diesmal wieder erheblich verbessert, indem jetzt durchweg die neuen Formeln angewendet werden und einzelne Kapitel wie Wasser und Industriegase tiefergehende Überarbeitung und Ergänzung aufweisen. Beim Umfange der analytischen Chemie ist es nur leider ein Ding der Unmöglichkeit, dafs alle Kapitel von einem einzigen Autor in gleich gründlicher Weise beherrscht und erschöpfend bearbeitet werden. Deshalb ist auch jeder Chemiker verloren, der bei seinen Arbeiten sich ausschliefslich an ein einziges Werk anlehnt — da ist es eben Sache des Studiums, durch Vergleich der verschiedenen Handbücher sich ein selbständiges Urteil darüber zu bilden, ob dieses oder jenes Buch im speziellen Fall am brauchbarsten ist.

Als vorzügliche Arbeit können nun in diesem Sinne einzelne Kapitel in Bolleys Handbuch, z. B. das über Farbmaterialen und gefärbte Stoffe geradezu als musterhaft hingestellt werden. Ich habe selbst in Muspratts neuester Auflage dieses Thema nicht so gut behandelt gefunden. Ebenbürtig darf diesem Kapitel überhaupt die Behandlung der anorganischen Analyse an die Seite gestellt werden, welcher fast die Hälfte des Werkes gewidmet ist. Ausführlich sind auch noch die Brennmaterialien besprochen; doch getraue ich mir, weil mir selbst praktische Erfahrungen auf diesem Felde fehlen, kein positives Urteil zu. Zu den besseren Kapiteln gehört auch der Zucker. Wein und Bier sind entschieden schwächer. Das Merkmal der Kleberausscheidung beim Kochen von Bier zur Beurteilung desselben zu benutzen, halte ich für falsch. Ich kann mich hierbei auf eigene Erfahrungen stützen, sowie auch auf fremde Urteile von Autoritäten. Als zu Täuschungen führend möchte ich eben dort auch den folgenden Passus gestrichen haben: „Wird eingekochtes Bier mit Kochsalz versetzt, so tritt der eigentliche Geruch desselben sehr charakteristisch hervor und nicht hineingehörige Beimengungen sind ‚ziemlich leicht‘ zu entdecken.“ Die Methode der Untersuchung von Bier auf Alkaloide ist von Dragendorff schon seit 1878 durch eine bessere ersetzt, die das von Griefsmayr entdeckte und in jedem Biere vorhandene Alkaloid Lupulin zuerst entfernt, damit nicht wie früher Reaktionen auf Colchicin hindeuten können, mit dem das Lupulin verwandt ist.

Den Kollegen möchte ich das Handbuch von Bolley noch aus dem besonderen Grunde empfehlen, weil es die im chemischen Laboratorium zur Verwendung kommenden Chemikalien in ihrer Prüfung genau behandelt und sich deshalb für Schulinteressen geradezu wertvoll erweist.

Memmingen. VOGEL.

VAN T'HOFF, J. H.*) Ansichten über die organische Chemie. 2 Teile. Braunschweig, Vieweg & Sohn. 1881. Preis 17 ℳ

In mir ist schon oft seit Abgang von der Hochschule die Sehnsucht lebendig geworden, wieder einmal theoretische Chemie hören zu dürfen, um unter dem Einflusse des lebendigen Wortes von den Fortschritten zu hören, welche die Wissenschaft durch Arbeiten eines Berthelot, L. Mayr u. A. in der Physik und Chemie der Atome gemacht hat. Leider aber wird solche Sentimentalität für uns Lehrer in kleineren Städten immer in das Gebiet der frommen Wünsche gehören und es bleibt dem Strebsamen deshalb nichts Anderes übrig,

*) Desselben Autors wichtige Schrift „Ueber die Lagerung der Atome im Raume“ (Braunschweig 1877) ist erwähnt von Dr. H. Emsmann XI, 259 in seinem Aufsatze „Zum vieraxigen Koordinatensysteme.“ Red.

als einfach die hierhergehörige Litteratur nach Kräften zu verfolgen und so sich auf dem Laufenden zu erhalten.

Zu den bedeutendsten und eigenartigsten Erscheinungen auf dem Gebiete der theoretischen Chemie gehören nun wohl obige „Ansichten über die organische Chemie.“ Der Verfasser führt hier strenge eine Chemie des Kohlenstoffs durch und legt besondern Wert auf Zahlen und rein chemische Eigenschaften, um daraus Gesetze für den Kohlenstoff als solchen zu gewinnen. Beschreibung der Darstellungsmethoden, Vorkommen in Pflanzen etc. wurden nicht berücksichtigt. Es soll dadurch gelingen, ein reineres Bild von der Kohlenstoffchemie zu geben, die immer durch fortwährende Einmischung von Dingen verzerrt wird, die ihr gänzlich fremd sein sollten und entweder der Physiologie, Technik oder Phyto- oder Zoochemie angehören. Die jedenfalls berechtigte Grundidee des Verfassers ist nun: Wir können ein Element in seinen charakteristischen Eigenschaften um so genauer erkennen, je mehr wir es an andere Elemente zu binden im Stande sind. Das Ziel des Autors aber ist, soweit zu kommen, dafs wir von irgend einer Verbindung, deren Konstitution wir auf dem Papier entworfen haben, ihre Eigenschaften in jeder Beziehung im Voraus bestimmen können und umgekehrt von einem neuen Körper, dessen Eigenschaften wir praktisch durch Versuche schon kennen gelernt haben, sichere Schlüsse zurück auf seine Konstitution machen können.

Bei dem enormen Inhaltsreichtum dieses Werkes ist es unmöglich, näher auf denselben einzugehen; ich begnüge mich daher mit dem Hinweise, dafs der erste Teil vorzugsweise eine Beschreibung der einzelnen Verbindungsgruppen enthält, während der zweite sich dann damit beschäftigt, die Gesetze aufzustellen, welche sich aus einer generalisirenden Betrachtung des ersten ergeben; dafs die Konstitutionsfrage dabei sehr im Vordergrunde steht, ist selbstverständlich.

Wer sich für diese Seite der Chemie zu interessiren vermag, dem sei dieses Werk aufs Beste empfohlen.

Memmingen. VOGEL.

VOGEL, Dr. Otto (Oberlehrer des Humboldts-Gymnasiums zu Berlin), MÜLLENHOFF, Dr. Karl (ord. Lehrer der Luisenstädt. Realschule zu Berlin), KIENITZ-GERLOFF, Dr. Felix (ord. Lehrer der Landwirtschaftsschule zu Weilburg a. d. Lahn.). Leitfaden für den Unterricht in der Botanik. Nach methodischen Grundsätzen bearbeitet. 2. Auflage. Berlin 1879. Winkelmann & Söhne. Heft. 1. Kursus 1 u. 2. Mit 5 Tafeln. Kart. 1,20 *M.* Heft 2. Kursus 3 u. 4. 1,20 *M.* Heft 3. Kursus 5 u. 6. 1 *M.*

Die methodischen Grundsätze, welche die Verfasser bei der Bearbeitung dieses Leitfadens leiteten, sind z. T. ähnliche, wie wir

sie aus einer Recension über das methodische Übungsbuch von Löw kennen gelernt haben*) und auf die wir hier verweisen. Die hauptsächlichste Abweichung, die wir freilich nicht billigen können, liegt in der Annahme jenes schon mehrfach angegriffenen Lübenschen Princips, demzufolge auf der untersten Stufe die Pflanzenart, auf der weiteren nach einander erst die Gattung (II. Stufe), dann die Familie resp. Ordnung (III. Stufe) die Grundlage bilden, während die Aufstellung des Systems auf die IV. Stufe verschoben wird. Wir wollen hier nicht die Vorwürfe wiederholen, die man mit vollem Recht dieser Methode gemacht hat, verweisen in dieser Beziehung auf die Aufsätze Löws über Methodik des bot. Unterrichtes in Stracks Centralorgan für d. Realschulwesen (1876, letztes Heft). Im übrigen tritt auch hier neben dem materiellen Zweck der Erkenntnis des Pflanzenreiches, der andere besonders hervor, der die Botanik wie die Naturwissenschaft überhaupt als unentbehrliches Glied des Unterrichtes erscheinen läfst, nämlich, die Geisteskräfte nach bestimmten Richtungen hin folgerecht auszubilden. „Der richtige Unterricht in der Botanik, wie in der Naturwissenschaft überhaupt kann für die gesamte geistige Ausbildung dadurch aufserordentlich fruchtbar werden, dafs er einerseits leichter und erfolgreicher als andere Disciplinen der tief eingewurzelten und daher auf allen Gebieten hervortretenden Neigung, Worte statt Begriffe gelten zu lassen, entgegen zu treten imstande ist.“ Unterstützt er in dieser und in mancher anderen Beziehung die übrigen Lehrfächer, so hat er noch eine ganz besondere Aufgabe in der Bildung des jugendlichen Geistes zu lösen. Keine andere Disciplin kann nämlich dem Geist eine derartige systematische Anleitung zum Vollziehen induktiver Denkprocesse geben, dieser wichtigen Seite der menschlichen Geistesthätigkeit, als unsere Wissenschaft, die ganz auf ihr beruht. Es wird dieser Zweck in dem vorliegenden sorgfältig und geschickt ausgearbeiteten Leitfaden, der zwar hauptsächlich das durch Zusammenwirken von Lehrer und Schüler während des Unterrichtes Erarbeitete als Resultat feststellen soll, dabei aber doch ein Bild von dem Vorgehen und Aufbaue des Unterrichtes selbst gewährt, wie wir meinen, in vollem Grade erreicht.

Was die Gliederung des Inhaltes anlangt, so umfafst Heft I. in Kursus I Pflanzenbeschreibungen ausgewählter *Gamo-* und *Eleutheropetalen*, in Kursus II vergleichende Beschreibungen von Pflanzen ähnlicher Auswahl mit Erläuterungen und systemat. Zusammenstellungen der morphologischen Grundbegriffe. Heft II. enthält im Kursus III vergleichende Beschreibungen von Pflanzen mit schwierigerem Blütenbau (hier erst *apetale Dicotyledonen* und *Monocotyledonen)* Bildung von Familiencharakteren etc. und im IV. Beschreibungen von *Gymnospermen* und *Sporophyten*, Charakteristik einiger

*) Man sehe Band VIII, S. 240 u. f. D. Red.

der wichtigsten ausländischen Pflanzen [dieselbe kommt hier erst, da auf dieser Stufe dem Schüler eher die Abbildungen auf die man häufig angewiesen ist, verständlich sein werden], schwierigere morpholog. Verhältnisse und Entwicklungsvorgänge, die Klassen des natürlichen Systems und Grundbegriffe der Pflanzengeographie und Palaeontologie; im Anhang: Übersicht über die wichtigsten Pflanzenformen und Vegetationsformationen, Pflanzenzonen, Pflanzenregionen und Florengebiete. In Heft III folgen sodann noch in Kursus V Morphologie d. Zelle, Anatomie und Morphologie der Gewebe, Darstellung des Entwicklungsganges einzelner Kryptogamen und in Kursus VI die Elemente der Pflanzenphysiologie. — Die Behandlung der vorhandenen Kapitel steht völlig auf der Höhe der Zeit, wie auch die neuesten und besten Hülfsmittel für den gedachten Unterricht Verwendung finden sollen. — Die äufsere Form der Hefte ist eine einfache, bequem zu handhabende, nur ist der Druck der Anmerkungen gar zu winzig ausgefallen. Wer eines methodischen Leitfadens beim Unterricht bedarf, dem können wir den vorliegenden als brauchbar empfehlen.

Greiz. Dr. F. Ludwig.

Vogel, Dr. Otto, Müllenhoff, Dr. Karl, Kienitz, Dr. Felix, **Leitfaden für den Unterricht in der Zoologie.** Nach methodischen Grundsätzen bearbeitet. 2. Auflage. Berlin 1880. Winkelmann & Söhne. Heft I Kursus 1 u. 2. kart. 1,20 *M.* Heft II. Kursus 3 u. 4. 1,20 *M.* Heft 5 u. 6. 1 *M.*

Der zoologische Leitfaden verfolgt dieselben Ziele, wie der vorstehend besprochene botanische und ist auch in derselben Weise angelegt. Die Verteilung des Lehrstoffes ist die folgende: Kursus I: Beschreibung einzelner Säugetiere und Vögel. Im Anschlufs daran Erläuterung und systematische Zusammenstellung der wichtigsten zoologischen Grundbegriffe. Repetitionstabelle. Kursus II: Vergleichende Bearbeitungen von Wirbeltieren. Angabe der gemeinsamen und unterscheidenden Merkmale. Übungen im Bestimmen. Erweiterung und Zusammenstellung der zoologischen Grundbegriffe. Übersicht über die Klassen und Ordnungen der Wirbeltiere (Repetitionstabelle). Kursus III: Vergleichende Beschreibungen des Körperbaues und der Entwicklung von Gliedertieren. Morphologische Erläuterungen und wichtigste Lebenserscheinungen. Charakteristik der Insektenordnungen und Übungen im Bestimmen. Systemat. Zusammenstellung der Erläuterungen. Kursus IV: Beschreibungen von einzelnen Vertretern niederer Tierklassen. Erläuterungen der morph. Verhältnisse und Entwicklungsvorgänge. Die Typen und wichtigsten Klassen des natürlichen Systems. Erläuterung der wichtigsten paläontologischen Verhältnisse. Systemat. Zusammenstellung der Erläuterungen. Kursus V: Kurzer Abrifs der Anatomie, Histo-

logie und Physiologie des Menschen und der Wirbeltiere. Kursus VI: Kurzer Abrifs der Anatomie und Physiologie der wirbellosen Tiere. — Wir haben bei dieser Verteilung, die wir der Hauptsache nach als die zweckentsprechendste anerkennen, abgesehen von dem bereits beim bot. Leitfaden über die Methode Bemerkten, das Eine auszusetzen, dafs der Schüler erst im IV. Kursus eine Schnecke, einen Regenwurm u. dgl. kennen lernt. Bei konzentrisch sich erweiternden Kursen würden auch hier bereits in den unteren Klassen einige wichtige Repräsentanten der Avertebraten zur Besprechung kommen. — Wir vermissen ferner in dem letzten Heft neben der Entwicklung der übrigen Tiere eine kurze auf sicherer Basis beruhende Entwicklungsgeschichte der Wirbeltiere (Amphioxus, Fisch, Frosch, Huhn), sowie eine vergleichende Übersicht der entsprechenden Organe bei den verschiedenen Gliedern des Tierreiches (z. B. der Sinnesorgane).

Der Schüler einer mittelloseren Anstalt wird ein mit Abbildungen versehenes Lehrbuch der Zoologie nicht wohl entbehren können, doch dürfte da, wo die nötigen ausgestopften Tiere, Spirituspräparate etc. und gute Abbildungen vorhanden sind, der vorliegende Leitfaden sich zur Einführung wohl empfehlen.

Greiz. Dr. F. Ludwig.

Leuckart, Rudolph, Dr. phil. et med., (o. ö. Professor der Zoologie und Zootomie der Universität Leipzig). Allgemeine Naturgeschichte der Parasiten mit besonderer Berücksichtigung der bei den Menschen schmarotzenden Arten. Mit 91 eingedruckten Holzschnitten. Leipzig und Heidelberg. C. F. Winter. 1879. Preis 4 ℳ

Welche Rolle die tierischen Parasiten für den Menschen spielen, braucht kaum besonders erörtert zu werden. Trichinose, Echinococcuskrankheit, Leberfäule, ägyptische Chlorose, Chylurie, Cochinchinische Diarrhöe, die gewöhnlichen durch *Trichocephalus dispar*, *Oxyuris vermicularis* und *Ascaris lumbricoides* verursachten Wurmkrankheiten der Kinder, Krätze u. s. w. sind die lästigten parasitären Krankheiten, die den Menschen selbst angehen, während eine ganze Schar von Schmarotzern sich vereinigt, seinen Viehstand zu reducieren (Drehkrankheit, Schafhusten u. s. w.). Die genaue Kenntnis der Schmarotzer allein ermöglicht uns, diesen Krankheiten vorzubeugen — leider ist diese Kenntnis aber noch wenig verbreitet. Vor Trichinen und *Taenia solium* werden wir Dank den vorsichtlichen Einrichtungen der meisten Staaten (leider ist in dieser Beziehung, wie es scheint, Amerika noch zurückgeblieben) geschützt, aber rohes ununtersuchtes Rindfleisch scheuen sich Viele nicht, zu geniefsen (in Form von Beefsteak), obwohl sich aus der häufigen Finne derselben die lästige *Taenia saginata* entwickelt. Dafs die

Nachteile zu intimen Verkehrs mit dem Hunde, dem Zwischenträger der *Taenia echinococcus*, der *Taenia cucumerina* (Finne in der Hundelaus), des *Pentastomum taenioides* u. a., nicht genügend bekannt sind, lehren die durch den ersten Parasiten herbeigeführten Todesfälle, von denen immer wieder die Zeitungen berichten; Leberfäule, Vorkommen des *Botryocephalus*, *Ascaris* u. a. Schmarotzer zeigen, dafs man von der Schädlichkeit unfiltrierten schlechten Trinkwassers immer noch nicht genügend überzeugt ist.

Das vorliegende Buch — eine Separatausgabe des allgemeinen Teiles eines gröfseren Parasitenwerkes — löst in der besten, umfassendsten Weise die Aufgabe, die Kenntnis der Schmarotzer und der neueren Entdeckungen, besonders der Helminthologie zu verbreiten, sollte daher wenigstens in den Schulbibliotheken nicht fehlen.

Greiz. Dr. Ludwig.

Kalenderschau.

III.*)

1. Frommes Österreichischer Professoren- und Lehrerkalender für das Studienjahr 1882/83, XV. Jahrg., redig. von J. E. Dassenbacher (k. k. Gymnasial-Direktor in Arnau-Böhmen), Wien, Verlag von Carl Fromme. 1882/83.

Die Einrichtung dieses Kalenders ist aus Jahrg. XI, 59 bekannt, woselbst der 12. Jahrgang, sowie in X, 51 der 11. Jahrgang besprochen ist. Das „Repertorium" (der Schulgesetze) ist bis auf die neuere Zeit ergänzt, und die Tabellen zum Handgebrauch der Lehrer (Stundenpläne, Schülerverzeichnisse, Konferenztabellen u. dergl.) sind bedeutend erweitert. Über einiges, was uns hier „draufsen im Reich" sonderbar vorkommt (z. B. Lotterieziehungen, Stempelskalen), haben wir uns bereits a. a. O. ausgesprochen. Anderes dagegen (z. B. Ferientabelle, Verordnungsrepertorium) möchten wir ähnlichen deutschen Büchern wünschen, was freilich bei der Zerrissenheit und Buntscheckigkeit des deutschen Schulwesens schwierig sein mag; und der Wunsch nach einer Einheit in demselben, um die wir Österreich fast beneiden möchten, wird wohl noch lange ein frommer bleiben.

Mit diesem Kalender steht in engster Verbindung:

2. Dassenbacher, Joh. E. (k. k. Gymnasial-Direktor), Schematismus der österreichischen Mittelschulen und der Fachschulen gleichen Ranges. 15. Jahrg.**) 1882/83. Nebst Status des k. k. Unterrichts-Ministeriums, der österreichischen Landesschulräte, Bezirks-Schulinspektoren, sowie der Lehrer- und Lehrerinnen-Bildungs-Anstalten. Nach amtlichen Quellen zusammengestellt. 12°. (Brosch. 1 fl.) Wien, Carl Fromme.

Statt jeder Empfehlung geben wir hier die diesem statistischen Schulhandbüchlein beigelegten Begleitworte der Verlagshandlung und Redaktion:

„Wenn auch durch den zweimonatlichen Wiener Buchdruckerstrike verspätet, wird das Erscheinen von Dassenbachers bereits zu einer Autorität gewordenen Schematismus doch wieder mit Freuden begrüfst werden. Wie

---

*) Man sehe I in Heft 1, S. 62—63 und II in Heft 2, S. 119/120.

**) Der 13. Jahrgang wurde von uns besprochen in XII, 154. D. Red.

seine Vorgänger, hat auch der 15. Jahrg. die für leichte Übersicht förderliche Einteilung nach Kronländern beibehalten und bringt in einem statistischen Anhang, aufser der Übersicht über die Mittelschulen in den Ländern der ungar. Krone, als interessante Neuerung diesmal noch eine Übersicht über die Schülerzahl am Schlusse des Schuljahres 1881/82. Der Herausgeber hat keine Mühe gescheut, aus den amtlichen Quellen alle Daten und Angaben zu ziehen, welche seinen Listen Anspruch auf Zuverlässigkeit geben können; sein „Schematismus" verdient in vollem Mafse, ein zuverlässiges und unentbehrliches Auskunftsbuch nicht nur für die Mittelschulen, sondern auch für alle mit dem Lehrerstande in persönlichem oder geschäftlichem Verkehr stehende Kreise genannt zu werden."

B) Programmschau.

Mathematische und naturwissenschaftliche Programme der Provinzen Preufsen, Posen und Schlesien. Ostern 1882.

Referent Dr. Meyer, Rektor des Realprogymnasiums zu Freiburg, Schl.

Preufsen.

Bartenstein. Gymn. Progr. Nr. 2. Gymnasiall. Kapp, *Ableitung der Rechnungsregeln für die arithmetischen Grundformen.* (32 S.)

Der Verfasser macht in der vorliegenden Abhandlung den Versuch, auf deduktivem Wege die Rechnungsregeln für die Grundformen (einfache Zahl, Summe, Differenzprodukt, Quotient oder Bruch, Potenz, Wurzel und Logarithmus) der Arithmetik abzuleiten. Eine besondre Aufmerksamkeit ist der Bestimmung der Zeichenregeln für Produkt und Quotient gewidmet. Für die Logarithmen wird das Zeichen Worpitzky's zur allgemeinen Annahme empfohlen, aber nicht angewendet.

Gumbinnen. Realprog. Progr. Nr. 30. Rekt. Dr. Schwarz, *die Theorie der Rechnung mit abgekürzten Dezimalbrüchen.* (27 S.)

Der Verfasser hat schon einmal im 5. Bande dieser Zeitschrift die abgekürzte Rechnung mit Dezimalzahlen wissenschaftlich untersucht. Die damalige Abhandlung war im Anschlusse an die geläufigen, nicht immer scharfen Begriffsbestimmungen dem praktischen Bedürfnisse angepafst und begnügte sich mit der Begründung der hiefür aufgestellten Regeln. Die vorliegende Abhandlung dagegen sucht in erster Linie die fundamentalen Begriffe in unantastbarer Weise herzustellen und geht dann dazu über, die gesamte Theorie in ihrem an und für sich schon interessanten Zusammenhange mit der Reihenlehre tiefer zu begründen und weiter auszubauen. So ist namentlich die Regel für die abgekürzte Multiplikation wohl zum erstenmal streng und einwendungsfrei hergeleitet. Wenn daneben auch Einzelheiten und eine Anzahl von Beispielen ausführlich behandelt sind, so war, wie der Verfasser selbst erklärt, die Absicht mafsgebend, sowohl dem Verständnisse geförderter Schüler, wie auch dem Bedürfnisse des Selbststudiums entgegen zu kommen. Für die Bedürfnisse des Selbststudiums erscheint die Zahl der gegebenen Beispiele eher zu klein, als zu grofs.

Königsberg i. Pr. Höh. Bürgersch. Progr. Nr. 21. Th. Müller I., *Fettsäuren, ihre chemische Struktur und einige damit zusammenhängende physikalische Eigenschaften.* (21 S.)

Der Verfasser beginnt mit der Definition der Fettsäuren und bespricht sodann ihre Beziehung zu den einsäurigen gesättigten Alkoholen, ihre Ab-

leitung aus denselben, die Nitrile der Fettsäuren, die Zersetzung der Fettsäuren durch Elektrolyse und durch ätzende Alkalien, ihre Darstellung aus Kohlensäure und einem Kohlenwasserstoff, die Darstellung der Ketone, die Isomerien der Fettsäuren, welche zuletzt in einer übersichtlichen Tabelle zusammengestellt werden, und schliefst mit der Bestimmung der näheren Konstitution einer Säure, welche ihrer Zusammensetzung nach als der Fettsäurereihe angehörig erkannt worden ist, nach ihrer Struktur, ihrer Löslichkeit im Wasser, ihrem Schmelzen und Erstarren, ihrem Sieden und ihrem specifischen Gewicht.

Conitz. Gymn. Progr. Nr. 24. Oberl. Paszotta, *Wärme- und Regenverhältnisse von Conitz.* (47 S.)

Bei der durch Alex. v. Humboldt angeregten Einrichtung des meteorologischen Instituts im Jahre 1847 wurde die Station Conitz besonders ins Auge gefafst. Einmal war es in klimatischer Hinsicht von Interesse, die Einwirkungen allmählicher Entfernungen vom Meere, wie sie durch die korrespondierenden Beobachtungen von Danzig, Köslin, Conitz, Bromberg und Posen gegeben wurden, kennen zu lernen; dann galt es auch, die Witterungserscheinungen auf einem Punkte eines gröfseren Plateaus zu fixieren, das sich mehr als 500 Fufs über den Spiegel der Ostsee bei Neufahrwasser erhebt. Die erste Beobachtung in Conitz wurde am 1. März 1849 gemacht. Nach zehnjährigen Beobachtungen hat Prof. Wichert die atmosphärischen Wärmephänome in der Programmabhandlung vom Jahre 1860 dargestellt. Seitdem sind die Beobachtungen, zumeist vom Verfasser der jetzt vorliegenden Abhandlung selbst, ununterbrochen fortgesetzt worden und erstrecken sich nunmehr über einen Zeitraum von fast 33 Jahren, ein Umstand, der die erneute Veröffentlichung wohl rechtfertigt, da eine Beobachtungszeit von 10 Jahren höchstens zu einer annähernd richtigen Ableitung des Jahresmittels der Temperatur ausreicht, die Monatsmittel und mehr noch die 5-tägigen Mittel durchaus unsichere Resultate liefern.

Marienwerder. Gymn. Progr. Nr. 33. Oberl. G. Krause, *Kants Erkenntnislehre als Grundlage unsrer Erkenntnis.* Zweiter Teil. (22 S.)

Nachdem der Verfasser bereits in der vorjährigen Programmabhandlung, über welche wir auf S. 61 des 13. Jahrg. dies. Zeitschr. berichtet haben, gezeigt hat, wie wir die Dinge und Erscheinungen in der Natur unter einem einheitlichen Gesichtspunkte zu betrachten vermögen, während Kant, dem alle naturwissenschaftlichen Entdeckungen des jetzigen Jahrhunderts noch unbekannt waren, noch vielen einzelnen Erscheinungen gegenüberstand, die durch ein gemeinsames Band nicht vereinigt waren; sucht er nunmehr in der vorliegenden Abhandlung darzulegen, dafs aus diesem Umstande die Mängel der Erkenntnislehre Kants entsprungen seien. Als der Grundfehler in der Lehre Kants, aus dem die übrigen Fehler entspringen, wird der von ihm gemachte Unterschied zwischen Erkenntnis a posteriori und Erkenntnis a priori bezeichnet, während nach dem heutigen Standpunkte a priori synthetische Urteile überhaupt nicht möglich seien, wohl aber, wenn wir die durch Beobachtung gewonnene Erfahrung der Forscher benutzen, die dadurch erhaltenen Vorstellungen auf immer höhere Begriffe zurückführen und diese in Sätzen vereinigen, welche eine allgemeine Gültigkeit haben. Während für Kant z. B. die Vorstellung des Raumes a priori gegeben ist, meint der Verfasser: „nicht die Vorstellung selbst ist uns angeboren, sondern die Fähigkeit, durch sinnliche Wahrnehmung sie zu erwerben“*), und sucht dies durch die an kleinen Kindern gemachten Beobachtungen nachzuweisen. Dem Kantschen Satze: „Man kann sich niemals eine Vorstellung machen, dafs kein Raum sei, ob man

*) Entspricht ganz unserer Ansicht. Vergl. dieselbe in Bd. III, S. 279—280.
Der Herausgeber.

sich gleich ganz wohl denken kann, daſs keine Gegenstände darin angetroffen werden", stellt der Verfasser den andern gegenüber: „Wir können uns nicht einen Raum ohne Körper vorstellen". Referent gesteht, daſs er, auch nach Durchlesung der vorliegenden Abhandlung, noch immer auf dem Kantschen Standpunkte steht.

Strasburg. Westpr. Gymn. Progr. Nr. 38. Oberl. v. Schäwen, *Anwendung der Differentiation mit beliebigem reellen Index auf die Interpretation linearer Differentialgleichungen.* 2. Teil. (14 S.)

Die vorliegende Abhandlung ist die Fortsetzung der vorjährigen Programmabhandlung, über welche wir auf S. 61 des 13. Jahrg. dies. Zeitschr. berichtet haben, und welche zu dem Resultat führte, daſs die Differentialgleichung:

$$f_n \frac{d^n y}{dx^n} + f_{n-1} \frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}}$$

$$+ \sum_{n-2}^{0} h(-1)^{n-h-1} \binom{\mu+n-h-2}{n-h-1} \frac{d^{n-h-1}\left(f_{n-1} + \frac{\mu-1}{n-h}(n-h-1) f_n'\right)}{dx^{n-h-1}} \frac{d^h y}{dx^n} = 0,$$

in welcher

$$f_n = (x-a_1)(x-a_2)\cdots(x-a_n),$$

$$f_{(n-1)} = (x-a_1)(x-a_2)\cdots(x-a_n)\left(\frac{\lambda_1}{x-a_1} + \frac{\lambda_2}{x-a_2} + \cdots + \frac{\lambda_n}{x-a_n}\right)$$

ist, durch Differentiation mit beliebigem Index keine Formveränderung erleidet und durch ein System von $\frac{(n+1)(n+2)}{2}$ Partikularlösungen, die sich unter dem Symbol $(a_\varkappa a_\lambda)$ darstellten, gelöst wird. Dieses Symbol war definiert durch

$$(a_\varkappa a_\lambda) = (e^{2i\pi\alpha\lambda} - 1)\int(a_\varkappa) f(z)\,dz - (e^{2i\pi\alpha\varkappa} - 1)\int(a_\lambda) f(z)\,dz$$

aus diesen allgemeinen Resultaten werden jetzt speciellere abgeleitet, indem über die α's, über die a's und über n besondre Annahmen gemacht werden. Zum Schluss wird die oben angeführte Differentialgleichung noch einer Verallgemeinerung unterzogen und dadurch die Verwendbarkeit derselben noch wesentlich erweitert.

Elbing. Realg. Progr. Nr. 42. Borth, *Eine methodische Behandlung der Konstruktionsaufgaben von Dreiecken und Vierecken, soweit sie ohne Anwendung von Proportionen lösbar sind.* (42 S. u. eine Figurentaf.)

Das Vorurteil, daſs die Mathematik eine eigentümliche Geistesbefähigung beanspruche, scheint dem Verfasser zum nicht geringen Teil darin seinen Grund zu haben, daſs bei dem Lösen von mathematischen Aufgaben sehr leicht die Kraft der Schüler überschätzt werde. Was besonders die geometrischen Konstruktionsaufgaben anbetrifft, so finde sich in den verbreitetsten Lehrbüchern als Anhang eine Menge von Übungsaufgaben, von denen fast jede einen neuen Kunstgriff zur Auflösung verlange, so daſs sicherlich nur wenige Schüler im Stande sein werden, diese Aufgaben zu lösen, während die Mehrzahl, durch einzelne miſsglückte Versuche abgeschreckt, sich interesselos von einem Gegenstande abwenden werde, für den sie keine Anlagen zu besitzen glaube. Auch hier sei nur durch eine streng methodische, allmählich vom Leichteren zum Schwereren

fortschreitende Behandlung zu erreichen, daſs die Selbstthätigkeit nicht zu einer Ausnahme für einzelne befähigte Schüler, sondern zur Regel werde. Durch diese Erwägungen veranlaſst, hat der Verfasser in der vorliegenden Arbeit auf der alleinigen Grundlage der bekannten Postulate ein eng zusammenhängendes Gebäude aus denjenigen Konstruktionsaufgaben aufgebaut, welche nur die Kenntnis der Dreiecks-, Vierecks- und Kreislehre voraussetzen, sowie gleichzeitig diejenigen Hilfsmittel angegeben, wodurch die Schüler zur richtigen Behandlung der Aufgaben hingeführt werden sollen.

Pr. Friedland. Progymn. u. Realprogymn. Progr. Nr. 45. Rektor Dr. R. Petersdorff, *Die wichtigsten Punkte der Methodik im gymnasialen Unterricht. Erster Teil: allgemeine Grundsätze, die fremden Sprachen, Geschichte und Geographie.* (26 S.)

Die vorliegende Abhandlung gehört nur mit ihrem ersten und letzten Teile (allgemeine Grundsätze und Geographie) in den Bereich dieser Zeitschrift. Unter den allgemeinen Grundsätzen seien hier nur zwei erwähnt, die häufig unbeachtet bleiben: 6. Die grundlegenden Elemente sind bei jedem Unterricht genau durchzunehmen und so sicher einzuüben, daſs alle Schüler sie gut beherrschen. 7. Jede Frage muſs in der Regel an die ganze Klasse gerichtet, und erst nach Verlauf einer geringen Zwischenzeit ein Schüler zur Beantwortung aufgerufen werden, wobei dann zu verlangen ist, daſs jeder Schüler die Antwort bereit halte. Für den geographischen Unterricht wird ein vorzugsweises Arbeiten mit dem Atlas, eine Anleitung in der rationellen Methode des Kartenzeichnens, die besondere Berücksichtigung der komparativen Methode der Erdbeschreibung nach den Grundsätzen der Ritterschen Schule, Beschränkung des statistischen Elements, Ersatz der Zahlenangaben durch Zurückführen auf schon bekannte Verhältnisse (z. B. Gröſse einzelner Gebäude der Stadt, bekannte Entfernungen, Einwohnerzahl der Stadt, Provinz, des preuſsischen Staates, Deutschlands, Höhe eines bekannten Gebirges) ganz besonders empfohlen.

Posen.

Nakel. Gymn. Progr. Nr. 135. Gymnasiall. Häbe, *Die Hilfsmittel des mathematischen Unterrichts.* II. Teil. (32 S.)

Die vorliegende Abhandlung ist eine Fortsetzung der Programmabhandlung vom Jahre 1880, über welche auf S. 157 des XII. Jahrg. dies. Zeitschr. berichtet worden ist. Während in jenem ersten Teile der Verfasser sich vorzugsweise mit den Erfordernissen beschäftigt hatte, die an den dem Unterricht zu Grunde zu legenden Leitfaden zu stellen sind; wendet er sich in der vorliegenden Abhandlung zum Übungsbuche und prüft zunächst die Berechtigungsfrage von zwei Gesichtspunkten aus: Bedarf 1. der Lehrer, 2. der Schüler des Übungsbuches? Die erste Frage wird dahin beantwortet: „Der Lehrer braucht eine Aufgabensammlung, welche auch solche Übungen enthält, die irrigen Auffassungen und besonderen Schwierigkeiten der Sätze des Systems zu begegnen geeignet sind.“ Eine Zusammenstellung von Übungsaufgaben aus dem Gebiete der vier Species, aus der Lehre von den Potenzen und Wurzeln oder von nakten logarithmischen Beispielen in der Hand des Schülers wird für unnütz erklärt. Dagegen soll für Konstruktionsaufgaben und verallgemeinert für die Aufgaben eines jeden mathematischen Unterrichtszweiges, der eine eigentliche Theorie enthält, der Schüler ein Übungsbuch besitzen, das er der Vorbereitung und der Wiederholung zu Grunde legen kann. Jüngere Kollegen werden in der recht verständig geschriebenen Arbeit manchen schätzenswerten Wink finden. Namentlich verdient, was S. 12, 13 u. a. a. O. über Heranziehung der selbständigen wetteifernden Arbeit

in der Lehrstunde in allen Klassen gesagt ist, der besonderen Nachachtung empfohlen zu werden. Die Behandlung des Extemporale bleibt einer späteren Fortsetzung vorbehalten.

Rawitsch. Realgymn. Progr. Nr. 148. Max Mylius, *Ausdehnung einer kreisförmig gebogenen Röhre von elliptischem Querschnitt bei normaler Belastung.* (12 S.)

Während die allgemeine Theorie der Elasticität fester Körper durch die Untersuchungen von Lamé, de Saint-Venant, Kirchhoff u. A. zu einem hohen Grade von Vollkommenheit ausgebildet ist, ist die Anwendung derselben bisher noch auf einen kleinen Kreis einfacher Körperformen und Kräftesysteme beschränkt geblieben. Noch innerhalb desselben werden in der vorliegenden Abhandlung die Elasticitätsgleichungen auf einen Fall angewendet, der auch für die Praxis von einigem Interesse ist. Es handelt sich darum, die Ausdehnungen einer kreisförmig gebogenen Röhre von elliptischem Querschnitt, wie sie dem Aneroïde von Bourdon zu Grunde liegt, für innern und äussern Überdruck auszurechnen. Der Weg, den der Verfasser dabei einschlägt, ist durch das Verfahren vorgezeichnet, welches Lamé in seinen Leçons sur la théorie mathématique de l'élasticité des corps solides, Paris 1852 für die Kugel anwendet. Die Untersuchung ergiebt, dafs die Röhre für innern Überdruck sich ausdehnt, für äussern sich zusammenzieht, und dafs die Gröfse dieser Ausdehnung oder Zusammenziehung dem Überdruck direkt und der Dicke der Wandung umgekehrt proportional ist, dafs sie ferner zugleich mit dem Achsenradius wächst, und um so gröfser ist, je gröfser die Excentricität des Querschnitts ist.

Schlesien.

Liegnitz. Ritterak. Progr. Nr. 171. C. Helm, *Biologie der Pflanzen.* (35 S.)

Die Biologie der Pflanzen wird beim botanischen Unterricht auf den Gymnasien in der Regel stark vernachlässigt. Und doch wird der Geist des Schülers durch nichts wirksamer vor Ermüdung geschützt, als durch den gelegentlichen Hinweis auf die biologische Bedeutung dieses oder jenes Organs und auf das Ineinandergreifen gewisser Faktoren zur Erreichung ganz bestimmter, für das Leben der betreffenden Pflanze hochwichtiger Zwecke. In den vorliegenden Blättern ist der Versuch gemacht worden, die wichtigsten Momente in der normalen Entwickelung der Phanerogamen in genetischer Reihenfolge zusammenzustellen. Die Arbeit zerfällt in 4 Abschnitte, von denen der erste die Entwicklung der Pflanze aus dem Samen bis zur Entfaltung der Keimblätter, der zweite das Wachstum derselben bis zur Produktion von Blüten und Samen, der dritte das Fortpflanzungsgeschäft und der vierte den normalen Tod der Pflanze behandelt.

Waldenburg. Gymn. Progr. Nr. 185. Oberl. Püschel, *Über Crookes strahlende Materie.* (22 S.)

Das Interesse, welches der Engländer Crookes mit seinen Ideen über die strahlende Materie anfänglich in den Kreisen der Fachgelehrten erregte, hat zwar schon in der kurzen Zeit, seit welcher der englische Gelehrte damit zuerst hervortrat, erheblich abgenommen, weil sich mehr und mehr herausstellte, dafs die von Crookes aufgestellten Behauptungen über das Wesen seiner strahlenden Materie einer wirklich wissenschaftlichen Grundlage entbehrten und zum Teil auf mangelhaften Beobachtungen, zum Teil auf willkürlichen und nicht hinreichend begründeten Hypothesen beruhten. Dessenungeachtet hat der Verfasser bei der Wichtigkeit, den dieser Gegenstand für die theoretische Physik, insbesondere für die Elektricitätslehre besitzt, es unternommen, das Material, welches darüber vorliegt, zu sammeln und zu sichten und daraus diejenigen Konsequenzen,

welche die Irrtümer von Crookes klar zu Tage treten lassen, möglichst umfassend und deutlich hervorzuheben. Als solche Irrtümer werden namentlich angeführt; dafs Crookes die bei seinen Versuchen stattfindenden Erscheinungen nur einseitig dem Zustande der in den Apparaten vorhandenen Materie zuschreibt, — dafs er nicht immer scharf genug unterscheidet, wie viel von den Erscheinungen auf Rechnung der hochgradigen Evakuation zu setzen ist, und was der Wirkung der durch den evakuierten Raum stattfindenden elektrischen Ausgleichungen zuzuschreiben ist, — dafs er die geringe Übereinstimmung der Dimensionen des dunklen Raumes mit den theoretisch ermittelten Weglängen der Molekel übersieht, — dafs der von Crookes für lichtlos gehaltene Raum mattblauviolett ist, — dafs die Fluorescenz nicht blos innerhalb oder an der Grenze des sogenannten dunklen Raumes stattfindet, sondern auch schon in den Glaswänden sich zeigen kann, bevor der dunkle Raum sich bis zu ihnen erstreckt, — dafs sowohl der gradlinige Verlauf der Strahlung, als auch die mechanischen Wirkungen am Schaufelrädchen andern Ursachen zugeschrieben werden können, als Crookes voraussetzt, — dafs die Wirkung des Magneten auf die Bahn der sogenannten strahlenden Materie keine von den gewöhnlichen Regeln abweichende ist, und dafs die gegenseitige Abstofsung zweier gleichgerichteten Ströme derselben lediglich eine Folge der eigentümlichen Widerstandsverhältnisse sein mufs, welche die elektrischen Ströme in stark verdünnten Räumen erleiden.

Grünberg. Realg. Progr. Nr. 190. Burmeister, *Verzeichnis der in der Umgegend Grünbergs wachsenden Gefäfspflanzen.* (12 S.)

Ein „systematisches Verzeichnis der in der Umgegend Grünbergs gesammelten phanerogamischen Gewächse" ist zum erstenmal im Jahre 1852 vom Apotheker Weimann zusammengestellt und als Anhang zu einer Broschüre über die Weintraubenkur vom k. Physikus E. Wolff herausgegeben worden. Wie schon der Titel erklärt, fehlen dort die Gefäfskryptogamen, die in dem hier vorliegenden Verzeichnis mit aufgenommen sind. Sie sind in 27 Arten vertreten. Von Blütenpflanzen zählt Weimann 636 Arten auf, das vorliegende Verzeichnis 1038, wobei noch bemerkt wird, dafs eine Reihe von Formen jenes Verzeichnisses von späteren Beobachtern nicht wiedergefunden, und darum jetzt nicht wieder mit aufgenommen worden sind. Die von E. Fiek bearbeitete neueste Auflage der „Flora von Schlesien" ist dem vorliegenden Verzeichnis zu Grunde gelegt.

NB. In den Michaelisprogrammen des Jahres 1882 aus den Provinzen Preufsen, Posen und Schlesien befinden sich keine mathematischen und naturwissenschaftlichen Abhandlungen.

Bibliographie.

Januar.

Erziehungs- und Unterrichtswesen.

Schumann, Reg. u. Schulrat Dr., Unsere Schulzucht. Ein erweiterter Vortrag. (102 S.) Neuwied, Heuser. 1,60.

Mathematik.

A. Reine Mathematik.

1. Geometrie.

Peschka, Reg. R. Prof. Dr., Darstellende und projektivische Geometrie nach dem gegenwärtigen Stande dieser Wissenschaft mit bes. Rücksicht auf die Bedürfnisse höherer Lehranstalten. (578 S.) Wien, Gerold. 18.

Hertter, Prof., Zeichnende Geometrie. Für die planimetrische Repetition bearb. (132 S.) Stuttgart, Metzler. 4,50.
Luke, Oberl., Sammlung trigon. Aufg. nebst einer Anleitung zur Lösung derselben. Aufgaben für Obersekunda. (142 S.) Halle, Schmidt. 2,40.

2. Arithmetik.

Bessell, F., Über Zahl und Mafs. (36 S.) Berlin, Habel. 0,60.

B. Angewandte Mathematik.

(Astronomie. Geodäsie. Mechanik.)

Sailer, Dr., Der Komet. Popul. Darstellung über physische Beschaffenheit und Bewegung der Kometen etc. etc. (48 S.) Neuulm, Stahl. 1.
Grashof, Geh. R. Prof. Dr., Theoretische Maschinenlehre. 2. Band. Getriebe. Mechanische Mefsinstrumente. (873 S.) Hamburg, Vofs. 6,60.
Becker, Dr, Observator, Die Sonne und die Planeten. Populärwiss. dargest. (296 S.) Lpz., Freytag. 1.

Physik.

Schwarze, Katechismus der Elekrotechnik. Mit 273 Abb. (294 S.) Lpz., Weber. 4,50.
Le Comte, Prof. Jos., Die Lehre vom Sehen. (261 S.) Lpz., Brockhaus. 5.
Simony, Dr. Fr., Gletscherphänomene. Ein Blatt in Lichtdruck. Nebst begl. Text. (24 S.) Wien, Hölzel. 4.
Revolution, Die elektrotechnische. Populärwissensch. darg. von einem Fachmanne. (75 S.) München, Pollner. 2.

Chemie.

Hofmann, A. W., chemische Erinnerungen aus der Berliner Vergangenheit. Zwei akademische Vorträge. (158 S.) Berlin, Hirschwald. 3.
Graeff, Dr., Über die Industrie der Theerfarbstoffe. (44 S.) Berlin, Mayer u. Müller. 0,75.

Beschreibende Naturwissenschaften.

1. Zoologie.

Grafsmann, Rob., Das Tierleben oder die Physiologie der Wirbeltiere und namentl. des Menschen. (633 S.) Stettin, Grafsmann. 10.
Heincke, Dr., Die nutzbaren Tiere der nordischen Meere und die Bedingungen ihrer Existenz. Mit 15 Holzschn. (40 S.) Stuttg., Enke. 1.
Höfner, Die Tagfalter Deutschlands, der Schweiz und Österreich-Ungarns. Analytisch bearb. (147 S.) Berlin, Ulrich. 2.
Rufs, Dr. Kr., Die sprechenden Papageien. Ein Hand- und Lehrbuch. (404 S.) Berlin, Gerschel. 6.

2. Botanik.

Saporta, G. de und Prof. Marion, Die paläontologische Entwickelung des Pflanzenreichs. Die Kryptogamen. (250 S.) Lpz., Brockhaus. 5.
Medicus, Dr. W., Unsere efsbaren Schwämme. 1 Chromolith. mit Text an den Seiten. Kaiserslautern, Gotthold. Auf Leinwand mit Stäben. 3.
Grafsmann, Rob., Das Weltleben und das Pflanzenleben oder die Metaphysik und die Physiologie der Pflanzen. (651 S.) Stettin, Grafsmann. 10,80.
Hauck, Ferd. v., Die Meeresalgen. Mit Lichtdrucktafeln und zahlreichen Abb. Lpz., Kummer. In Lfgn. à 2,80.
Meigen, Gymn. Oberl. Prof. Dr., Die deutschen Pflanzennamen. (27 S.) Wesel, Kühler. 0,60.

3. Mineralogie.

Reinsch, P. F., Mikrophotographien über die Strukturverhältnisse und Zusammensetzung der Steinkohle des Carbon, entnommen von mikroskopischen Durchschnitten. (13 S. mit 13 Taf. v. 74 photogr. Darstellungen.) Lpz., Weigel. 60.

Geographie.

Bastian, A., Inselgruppen in Oceanien. Reiseergebnisse und Studien. (282 S.) Berlin, Dümmler. 7,50.

Daniel, Dr. H. A., Illustriertes kleineres Handbuch der Geographie. Auszug aus dem vierbänd. Werke. Lpz., Fues. (870 S.) 18.

Geistbeck, Bilder aus der Völkerkunde. Mit 96 Illustr. (160 S.) Breslau, Hirt. 3.

Haeckel, E., Indische Reisebriefe. (356 S.) Berlin, Pätel. 10.

Frick, Gymn. Lehrer Dr., Leitfaden der Heimatkunde Westfalens im Anschlufs an die Wandkarte von Fix. (64 S.) Höxter, Buchholz. 0,60.

Penck, Privatdoc. Dr., Schwankungen des Meeresspiegels. (70 S.) München, Ackermann. 1,60.

Partsch, Prof., Die Gletscher der Vorzeit in den Karpathen und den Mittelgebirgen Deutschlands nach fremden und eigenen Beobachtungen dargestellt. Mit 4 Karten. (198 S.) Berlin, Koebner. 7,60.

Rütimeyer, Die Bretagne. Schilderungen aus Natur und Volk. (153 S.) Basel, Georg. 2,80.

Schweiger-Lerchenfeld, v., Die Adria. Mit 200 Illust., 6 Plänen und einer gr. Karte des adr. Meeres. (792 S.) Wien, Hartleben. 15.

Stolz, Land und Leute auf der Westküste Indiens. Nach eigener Anschauung geschildert. (64 S.) Basel, Missionsbuchh. 0,50.

Chavanne, Afrikas Ströme und Flüsse. Ein Beitrag zur Hydrogaphie des dunkeln Erdteils. (232 S.) Wien, Hartleben. 4.

Berger, Bilder und Skizzen aus Nordungarn. (142 S.) Lpz., Morgenstern. 1,50.

Neue Auflagen.

1. Mathematik.

Hochheim, Prof. Dr., Leitfaden für den Unterricht in der Arithm. und Algebra an höheren Lehranstalten. 3. Aufl. (220 S.) Berlin, Mittler & Sohn. 2,80.

Martus, Prof. Dr., Mathemat. Aufg. zum Gebrauche in den obersten Klassen höherer Lehranstalten. 2 Tl.: Resultate. 5. Aufl. (283 S.) Lpz., C. A. Koch. 4,20.

Zöllner, weil. Prof. Dr., Über die Natur der Kometen, Beiträge zur Geschichte und Theorie der Erkenntnis. Mit 4 Taf. und 5 Facsim.-Schriftstücken. 3. Aufl. (443 S.) Lpz., Staackmann. 10.

Lübsen, Ausführl. Lehrbuch der Elementargeometrie. Ebene und körperl. Geometrie. 25. Aufl. (179 S.) Lpz., Brandstetter. 3.

2. Naturwissenschaften.

Emsmann, Prof. Oberl. Dr., Physikalische Aufgaben nebst ihrer Auflösung. Eine Sammlung zum Gebrauche auf höheren Unterrichtsanstalten und zum Selbstunterrichte. 4. Aufl. 2 Tle. (156 S. und 131 S.) Lpz., Wigand. 4.

Leunis, Dr., Synopsis der 3 Naturreiche. Ein Handbuch für höhere Lehranstalten etc. etc. Zoologie. 3. gänzl. umgearb., mit vielen hundert Holzsch. verm. Aufl. v. Prof. Dr. Hub. Ludwig. 1. Bd. 1. Abtl. (528 S.) Hannover, Hahn. 8.

Pokorny, Dr. Al., Naturgeschichte des Pflanzenreiches. 13. Aufl. mit 354 Holzschn. Ausg. für das deutsche Reich in der amtl. festgesetzten neuen Rechtschreibung. (232 S.) Lpz., Freytag. 2.

Calwer's Käferbuch. Naturgesch. der Käfer Europas. 4. Aufl. Mit 1054 kolor. und 38 schwarzen Abb. Stuttg., Thienemann. 18.

Medicus, Dr. W., Unsere eſsbaren Schwämme. 4. Aufl. Kaiserslautern, Gotthold. 0,60.

3. Geographie.

Daniel, Dr. H. A., Kleineres Handbuch der Geographie. Auszug aus des Verf. 4bänd. Werke. 4. Aufl. (1178 S.) Lpz., Fues. 9.

Kaulen, Prof. Dr., Assyrien und Babylonien nach den neuesten Entdeckungen. 2. Aufl. Mit 49 Illustr. und 2 Karten. (223 S.) Freiburg, Herder. 4.

Kriegk, Dr., Die Völkerstämme und ihre Zweige. Nach den neuesten Ergebnissen der Ethnographie. 4. Aufl. bearb. v. F. v. Hellwald. (87 S.) Frankfurt, Winter. 1.

Februar.

Erziehungs- und Unterrichtswesen.

Saegert, Gymn.-Oberl. Dr., Pädagogisch-didaktische Erläuterungen zur Frage des höheren Schulwesens. (84 S.) Schleswig, Bergas. 1,50.

Vakanzen-Zeitung, pädagogische. Centralblatt für Stellengesuche und Stellenangebote im gesamten Erz.- u. Unterrichtswesen. 13. Jahrgang. Berlin, Schwartz. 52 Nrn. 10.

Verordnungsblatt des groſsh. badischen Oberschulrats. Karlsruhe, Groos. 2.

Schmidt, Prof. Dr. L., Das akadem. Studium des künftigen Gymnasiallehrers. Rede. Marburg, Elwert. 0,50.

Toselowski, Dr., Schulhygiene. Aus den Verh. des medicin.-pädag. Vereins. (111 S.) Berlin, Staude. 2.

Verhandlungen der Kommission zur Prüfung der Frage der Überbürdung der Schüler höherer Lehranstalten des Groſsherzogtums. (471 S.) Darmstadt, Jonghaus. 6.

Mathematik.

A. Reine Mathematik.

1. Geometrie u. 2. Arithmetik.

vacat.

B. Angewandte Mathematik.

(Astronomie. Geodäsie. Mechanik.)

Debus, Veranschaulichung der Tag- u. Nachtlänge. Schleswig, Bergas. 1,50.

Eckhardts, weil. Geh.-R. Dr., Neue Sternkarte. Neu bearb. von Dir. W. Soldan. 6. Aufl. (16 S.) Gieſsen, Roth. 4.

Prowe, Nicolaus Coppernikus. 1. Bd. Das Leben. 2 Tle. (413 S. 576 S. mit 2 Lichtdr. u. 1 Karte.) Berlin, Weidmann. 24.

Physik.

Vier Wandtafeln zur Erklärung der elektrodynamischen Maschinen. Lithogr. Imper. Fol. Mit Text. (10 S.) München, Buchholz. 5.

Kauer, Prof. Dir. Dr., Naturlehre für Lehrer- u. Lehrerinnen-Bildungsanstalten. In 3 Tln. Wien, Hölder. à 1,92.

Braun & Heider, Zur Orientierung über die Frage der elektr. Beleuchtung. (12 S.) Wien, Frank. 0,60.

Chemie.

Medicus, Prof. Dr., Kurze Anleitung zur Maſsanalyse. (132 S.) Tübingen, Laupp. 2.

Hübner, H., Friedrich Wöhler †. Rede geh. in d. öff. Sitzung der königl. Gesellsch. der Wissensch. zu Göttingen. (18 S.) Göttingen, Dieterich. 0,60.

Beschreibende Naturwissenschaften.

1. Zoologie.

Müller, Dr. H., Versuche über die Farbenliebhaberei der Honigbiene. (27 S.) Berlin, Friedländer & Sohn. 1,50.

2. Botanik.

Behrens, Dr. W., Hilfsbuch zur Ausführung mikroskop. Untersuchungen im botan. Laboratorium. Mit 2 Taf. u. 132 Abb. (398 S.) Braunschweig. Schwetschke. 12.

3. Mineralogie.

Latschenberger, Prof. Dr., Kurze Anleitung zur qualitativen chemischen Mineralanalyse. (99 S.) Freiburg, Mohr. 1,80.

Geographie.

Obersteiner, Nach Spanien und Portugal. Reiseerinnerungen aus den Jahren 1880 u. 1882. (203 S.) Wien, Lechner. 4.

Dickert, Reliefkarte von Centraleuropa, 1 : 1 000 000, in zehnfach verstärkter Vertikalen modelliert. Rheinbach, Stumm. 200.

— Dass. Ausschnitt Böhmen. Ebda. 50.

Neue Auflagen.

1. Mathematik.

Kommerell's, Dr. F., Lehrbuch der ebenen Geometrie. Neu bearb. und erw. von Prof. Fink. 3. Aufl. (240 S.) Tübingen, Laupp. 2.

— Lehrbuch der Stereometrie. Neu bearb. v. Prof. Dr. G. Hauck. 5. Aufl. (223 S.) Ebda. 2,40.

Ideler, Prof. Dr. L., Handbuch der mathemat. u. technischen Chronologie. Aus den Quellen bearb. 2. Aufl. Breslau, Köbner. In 6 Lfgn. à 5.

Wittstein, Prof. Dr. Th., Das mathemat. Gesetz der Sterblichkeit. 2. Aufl. (65 S.) Hannover, Hahn. 2.

2. Naturwissenschaften.

Mohn, Prof. Dir., Grundzüge der Meteorologie. Die Lehre v. Wind und Wetter nach den neuesten Forschungen dargestellt. 3. Aufl. Deutsche Orig.-Ausg. Mit 23 Karten u. 36 Holzschn. (359 S.) Berlin, Reimer. 6.

Plüss, Reallehrer Dr., Leitfaden der Naturgeschichte. Zoologie — Botanik — Mineralogie. 3. Aufl. (301 S.) Freiburg, Herder. 2,70.

Kober, Dir. Dr., Leitfaden der Naturgeschichte. 2. Heft: Botanik. 3. Aufl. (56 S.) Grofsenhain, Hentze. 0,60.

Dränert, Sammlung arithm. Aufgaben für den Gebrauch an höh. Bürgerschulen. 2. Aufl. (88 S.) Altenburg, Pierer. 1.

3. Geographie.

Peschel, O., Neue Probleme der vergleich. Erdkunde als Versuch einer Morphologie der Erdoberfläche. 4. Aufl. (215 S.) Lpz., Duncker & Humblot. 5.

Pädagogische Zeitung.

(Berichte über Versammlungen, Auszüge aus Zeitschriften u. dgl.)

Die (55.) Naturforscher-Versammlung in Eisenach (Septbr. 1882.)

III.*)

Vortrag des Prof. Haeckel-Jena: „Über die Naturanschauung von Darwin, Goethe und Lamarck.“**)

Gehalten in der ersten allgemeinen Versammlung am 18. September.

Hochansehnliche Versammlung!

Als vor fünf Monaten der Telegraph aus England uns die Trauerbotschaft brachte, dafs am 19. April Charles Darwin sein thatenreiches Leben beschlossen habe, da durchbebte mit seltener Einhelligkeit die ganze wissenschaftliche Welt das Gefühl eines unersetzlichen Verlustes. Nicht allein die zahllosen Anhänger und Schüler des grofsen Naturforschers betrauerten den Hingang des leitenden Altmeisters, sondern auch seine angesehensten Gegner mufsten zugestehen, dafs einer der bedeutendsten und einflufsreichsten Geister des Jahrhunderts geschieden sei. Ihren beredtesten Ausdruck fand diese allgemeine Teilnahme wohl dadurch, dafs schon unmittelbar nach seinem Tode die englischen Tagesblätter aller Parteien — seine konservativen Gegner an der Spitze — die Beisetzung des Verewigten in der Walhalla Grofsbrittanniens, in der nationalen Ruhmeshalle der Westminster-Abtei verlangten, und dafs er in der That hier neben dem ebenbürtigen Newton seine letzte Ruhestätte fand.

Nun hat aber in keinem Lande der Welt — England nicht ausgenommen — die reformatorische Lehre Darwins von Anfang so viel lebendige Teilnahme gefunden, eine solche Sturmflut von Schriften und Gegenschriften hervorgerufen, als bei uns in Deutschland. Wir erfüllen daher nur eine Ehrenpflicht, wenn wir auf der diesjährigen Versammlung deutscher Naturforscher und Ärzte des gewaltigen Genius dankbarst gedenken und die erhabene Höhe der Naturanschauung, zu der er uns hinaufgeführt hat, uns vergegenwärtigen. Und welche Stätte der Welt könnte für dieses schuldige Dankopfer geeigneter sein, als Eisenach mit seiner Wartburg, dieser festen Burg freier Forschung und freien Denkens! Wie an dieser heiligen Stätte vor 360 Jahren Martin Luther mit gewaltiger Hand das Lügengewebe des weltbeherrschenden Papsttums zerrifs und durch seine

---

*) Art. I. u. II. s. man in XIII_6, 481 u. f. und XIV_2, 135.

**) Wir empfehlen diese nach Inhalt und Form klassische Rede unsern Fachgenossen und sonstigen Lesern zur eingehendsten Lektüre und wünschen ihnen dieselbe Geistes- und Herzenserquickung, die sie uns gebracht hat. Auch Lehrer an jenen (wenigen) Schulen, an denen unsere Zeitschrift noch nicht gehalten wird, wolle man dringend darauf aufmerksam machen. Ja, es dürfte sich sogar empfehlen, verwandte Berufsgenossen, wie Philologen und Theologen, angelegentlich und ernstlich auf dieselbe zu verweisen.

D. Redaktion.

Reform der Kirche an Haupt und Gliedern eine neue Ära der Kulturgeschichte herbeiführte, so hat in unseren Tagen Charles Darwin mit gleich überwältigender Macht die herrschenden Irrlehren der mystischen Schöpfungs-Dogmen vernichtet und durch seine Reform der Entwickelungslehre das ganze Empfinden, Denken und Wollen der Menschheit in neue, höhere Bahnen gelenkt. Freilich hatte Darwin persönlich, nach Charakter und Wirksamkeit, mehr Verwandtschaft mit dem sanften milden Melanchthon, als mit dem energischen begeisterten Luther; allein Umfang und Bedeutung des grofsen Reformwerks war in beiden Fällen ganz ähnlich; und in beiden bezeichnet der Erfolg desselben eine neue Epoche der menschlichen Geistesentwickelung.

Unerschütterlich fest steht zunächst der beispiellose Erfolg, den Darwin mit seiner Reform der Wissenschaften in dem kurzen Zeitraum von 23 Jahren errungen hat. Denn niemals, so lange menschliche Wissenschaft besteht, hat eine neue Theorie so tief in das Getriebe des Erkenntniswerkes im allgemeinen, wie in die wertvollsten persönlichen Überzeugungen der einzelnen Forscher eingegriffen, niemals einen so heftigen Widerstand hervorgerufen und niemals diesen in so kurzer Zeit völlig überwunden. Wenn noch jetzt hier und da ein gedankenloser Empiriker dieselbe bekämpft, so geht die denkende Naturforschung achselzuckend an diesen Monologen vorüber. Wir halten es daher auch für überflüfsig, die verächtlichen Angriffe zu widerlegen, welche noch vor wenigen Wochen der Präsident der sogenannten „Deutschen anthropologischen Gesellschaft“ in Frankfurt a. M. gegen Darwin gerichtet hat.

Dafs es sich in der That so verhält, dafs Darwin noch am Abend seines Lebens sich des vollkommenen Sieges seiner guten Sache erfreuen konnte, davon legt der ganze gegenwärtige Zustand der Naturwissenschaften unwiderlegliches Zeugnis ab. Es genügt dafür, einen Blick in die zahlreichen Zeitschriften und die wichtigsten Werke derjenigen Fächer zu werfen, die zunächst und am meisten von Darwins Lehre berührt werden: Zoologie und Botanik, Morphologie und Physiologie, Ontogenie und Palaeontologie. Da erscheint fast keine bedeutendere Arbeit mehr, die nicht von der Idee der natürlichen Entwickelung durchdrungen ist. Fast alle Untersuchungen — mit verschwindend wenigen und unbedeutenden Ausnahmen — gehen von diesem Grundgedanken Darwins aus; fast alle nehmen mit ihm an, dafs die Formverwandtschaft der verschiedenen Tier- und Pflanzenarten auf ihrer nahen Blutsverwandtschaft beruht, und dafs gemeinsame Abstammung einerseits, allmähliche Umbildung andererseits uns die verwickelten Beziehungen der Organismenwelt erklärt.

Aber auch der eigentliche Darwinismus im engeren Sinne, die Selektions-Theorie, hat trotz allen Angriffen ihre Geltung behalten; denn sie deckt uns erst die physiologischen Ursachen auf, durch welche der Kampf ums Dasein jene Umbildung oder Transformation mechanisch bewirkt. Wenn auch keineswegs die natürliche Züchtung die einzige Triebkraft im Transformismus ist, so bleibt sie doch bis jetzt der mächtigste Hebel desselben. Indem Darwin sie an der Hand der künstlichen Züchtung entdeckte, löste er eins der gröfsten biologischen Rätsel. Denn die Lehre von der „natürlichen Zuchtwahl durch den Kampf ums Dasein“ ist nichts Geringeres, als die endgültige Beantwortung des grofsen Problems: Wie können zweckmäfsig eingerichtete Formen der Organisation ohne Hilfe einer zweckmäfsig wirkenden Ursache entstehen? Wie kann ein planvolles Gebäude sich selbst aufbauen ohne Bauplan und ohne Baumeister? Eine Frage, welche selbst unser gröfster kritischer Philosoph, Kant, noch vor hundert Jahren für unlösbar erklärt hatte. Auf keinem Gebiete der Naturwissenschaft treten aber die grofsartigen Erfolge Darwins klarer zu Tage, als auf demjenigen, in dem unsere eigenen Untersuchungen sich bewegen, auf dem weiten Gebiete der Morphologie, der

vergleichenden Anatomie und Entwickelungsgeschichte. Denn in der Morphologie hängt geradezu alle tiefere Erkenntnis von der Anerkennung der Abstammungslehre ab; und gerade hier sind mit ihrer Hilfe in kürzester Zeit die glänzendsten Resultate erzielt. Die Stammbäume der einzelnen Formengruppen, die anfangs kaum als heuristische Hypothesen sich ans Licht wagen durften, sind jetzt für viele einzelne Organismengruppen schon vollständig anerkannt. Um nur einige Beispiele anzuführen, so zweifelt kein einziger urteilsfähiger Zoologe mehr an der Abstammung der Pferde von tapirartigen Palaeotherien, der Wiederkäuer von schweinartigen Anoplotherien, der Vögel von eidechsenartigen Reptilien. Kein einziger bezweifelt mehr, dafs alle höheren luftatmenden Wirbeltiere aus niederen kiemenatmenden Fischen entstanden sind.

Angesichts dieser erfreulichen Übereinstimmung dürfen wir jetzt ruhig den fortdauernden Widerspruch ignorieren, den hier und da noch einige Gegner des Transformismus laut werden lassen. Die Hauptsache bleibt, dafs die ganze jüngere Generation im Sinne Darwins arbeitet und dafs seine Lehre weit über die eigentlichen Fachkreise hinaus sich als ein Ferment bewährt hat, welches die gröfsten Probleme der menschlichen Erkenntnis ihrer Lösung näher führt.

Wenn wir demnach heute hier den vollständigen Sieg der Darwinischen Entwickelungs-Theorie feiern dürfen, so erachten wir damit zugleich eine unerquickliche Periode der heftigsten litterarischen Kämpfe für abgeschlossen. Da aber nach Heraklit der Kampf der Vater aller Dinge ist, so konnte der Kampf ums Dasein auch der Theorie nicht erspart bleiben, die selbst diesen Begriff begründet und zum wertvollsten Rüstzeug ihrer Beweisführung erhoben hat. Um so willkommener begrüfsen wir jetzt die neue Periode des Friedens, die jenem Siege folgt, und der ruhigen Entwickelung, die uns die schönsten Früchte auf den neuen Bahnen der Forschung verspricht. Der Versammlung deutscher Naturforscher und Ärzte aber, die schon wiederholt Zeuge von dem lauten Waffengeklirr jener Kämpfe gewesen, ziemt es wohl, nach deren glücklichem Abschlusse den Frieden zu sanktionieren und die Entwickelungslehre als den bleibenden Grundstein der wissenschaftlichen Forschung feierlich anzuerkennen.

Werfen wir nun einen Blick auf die Ursachen, welche trotz des heftigsten Widerstandes in so kurzer Zeit eine so aufserordentliche Wirkung der Darwinischen Lehren hervorbrachten, so haben wir sie keineswegs allein in der überzeugenden Kraft ihrer inneren Wahrheit zu suchen, sondern auch in der seltenen Gunst der äufseren Verhältnisse, unter denen sie in das wissenschaftliche Leben eintraten; und nicht zum wenigsten in den seltenen Charaktereigenschaften des Mannes, der eine solche Riesenaufgabe löste. Denn Charles Darwin vereinigte in sich einen Reichtum verschiedener Geistesgaben, die gewöhnlich nur getrennt auftreten, und war einerseits ein ebenso kenntnisreicher und scharfsinniger Naturforscher, als andrerseits ein weitblickender und umfassender Philosoph.

Zu einer seltenen Beobachtungsgabe und Urteilskraft gesellten sich andere edle Eigenschaften des Charakters, welche den Wert und Ertrag derselben aufserordentlich erhöhten: unermüdliche Ausdauer in der Verfolgung der gesteckten Ziele, peinlichste Gewissenhaftigkeit in der Zusammenstellung der gesicherten Ergebnisse, reinstes Streben nach natürlicher Wahrheit und einfache Offenheit in Mitteilung der Endresultate. Nicht minder rühmlich war die aufserordentliche Bescheidenheit, mit der er seine Ansichten vortrug, und die milde Sanftmut, mit der er auf die scharfen sachlichen Angriffe seiner Gegner antwortete, während er die persönlichen Beschimpfungen einfach ignorierte.

Wahrhaft bewunderungswert ist die Geduld und Vorsicht, mit welcher Darwin seine Lebensaufgabe, die Erklärung des Ursprungs der Tier- und Pflanzenarten durch natürliche Züchtung, erfafste und durchführte. Den ersten Grund dazu legte er schon in seinem 23. Lebensjahre, als er

1832 in Südamerika geographische und paläontologische Beobachtungen über die Tierarten dieses Kontinents anstellte. Die reichen Erfahrungen, welche er auf dieser fünfjährigen, für ihn so bedeutungsvollen Reise um die Welt sammelte, gelangten aber erst viel später zur vollen Verwertung. Denn der nachteilige Einfluſs, den die starken Strapazen jener Reise auf seine Gesundheit gehabt hatten, nötigten ihn, sich aus dem unruhigen Treiben von London völlig zurückzuziehen und seinen persönlichen Verkehr möglichst einzuschränken. 1842, im 33. Jahre seines Alters, bezog er seinen idyllischen Landsitz, das stille Down, anmutig zwischen den grünen Wiesen und bewaldeten Hügeln der heiteren Grafschaft Kent gelegen.

In der harmonischen Einsamkeit dieses grünen Musensitzes verlebte Darwin volle 40 Jahre, einzig und allein dem ausdauerndsten Studium der Natur hingegeben, und der Lösung des groſsen Problems, das sie ihm offenbart hatte. Indem er die praktische Thätigkeit des Gärtners und des Tierzüchters selbst viele Jahre lang ausübte, konnte er unter seinen Augen die Körperformen der Tiere und Pflanzen sich verwandeln sehen; und indem er die physiologischen Ursachen dieser Verwandlungen, die Gesetze der Vererbung und Anpassung, untersuchte, erkannte er klar, daſs auch in der freien Natur dieselben mechanischen Ursachen den Artenwechsel bedingen. Er überzeugte sich, daſs die künstliche und natürliche Züchtung im wesentlichen auf denselben Vorgängen der Auslese oder Selektion beruhen; was dort der planmässig wirkende Wille des Menschen für seinen eigenen Vorteil in kurzer Zeit hervorbringt, das erzeugt hier in viel längeren Zeiträumen der planlos thätige „Kampf ums Dasein" zum Besten der umgebildeten Organismen selbst.

Wenn man die ungeheure Masse von Thatsachen überblickt, welche Darwin mit ebensoviel Vorsicht als Kühnheit zum Nutzen seiner Ideen verknüpft hat: wenn man die zahllosen Beobachtungen und Versuche anschaut, die er selbst zu deren Begründung angestellt hat, so erstaunt man über die Kraft des Riesengeistes, der eine solche Fülle von Wissen und Können, von empirischen Kenntnissen und philosophischen Erkenntnissen in den winzigen Spielraum eines einzigen Menschenlebens zusammengedrängt hat. Unwillkürlich frägt man, welche seltene Konstellation von glücklichen Verhältnissen eine solche auſserordentliche Leistung und einen entsprechenden Erfolg überhaupt möglich gemacht hat.

Da ist denn allerdings zuzugestehen, daſs sich bei Darwin Verdienst und Glück gleichmäſsig verketteten, und daſs eine seltene Gunst des Schicksals ihm die volle Durchführung seiner groſsen Lebensaufgabe ermöglichte. Frei von den Sorgen und Plagen des alltäglichen Lebens, im sicheren Genusse einer behaglichen Häuslichkeit und eines glücklichen Familienlebens, ungestört durch Berufsgeschäfte und Amtspflichten, konnte er sich ein halbes Jahrhundert hindurch ganz seinen Lieblingsstudien hingeben. Wenn ihn die Isolierung auf seinem stillen Landsitze von dem lauten Marktgetriebe der Wissenschaft, das in groſsen Städten die besten Kräfte verzehrt, abschloſs, so gewann er dadurch andererseits um so mehr für die innere Sammlung und Harmonie seiner reichen Gedankenwelt.

Wenn so der groſse Forscher seinen beispiellosen Erfolg in erster Linie sich selbst und seinen edlen Gaben verdankt, so ist andrerseits doch auch zu berücksichtigen, daſs ihm die Gunst der wissenschaftlichen Zeitverhältnisse in hohem Maſse fördernd entgegen kam, und nicht minder die vollständige Impotenz seiner Gegner. Seit dem Scheitern der älteren Naturphilosophie im Anfange unseres Jahrhunderts, seitdem Goethe und Kant in Deutschland, Lamarck und Geoffroy in Frankreich vergeblich auf die natürliche Entwickelung der organischen Welt hingewiesen hatten, gelangte allenthalben eine streng empirische Richtung in der Biologie zur Geltung. Diese suchte ihre Aufgabe in der genauesten Erforschung aller einzelnen Formen und Erscheinungen des Tier- und Pflanzenlebens, während sie auf die einheitliche Erklärung des Ganzen und insbesondere auf

die Beantwortung des Schöpfungsproblems verzichtete. Die Begründung der Keimesgeschichte durch Bär, der vergleichenden Anatomie und Palaeontologie durch Cuvier, die Reform der Physiologie durch Johannes Müller, die Aufstellung der Zellentheorie und Gewebelehre durch Schleiden und Schwann hatten grofsartige neue Schachte der Naturforschung geöffnet, aus deren Tiefen das Gold der Thatsachen in überraschender Fülle durch zahlreiche wissensdurstige Arbeiter zu Tage gefördert wurde. In dem kurzen Zeitraum eines halben Jahrhunderts entstand eine ganze Reihe von neuen Wissenschaften.

Je mehr sich aber von Jahr zu Jahr die Zahl der neuen Entdeckungen häufte, je gewaltiger die Litteratur anschwoll, desto verworrener wurde das Chaos der allgemeinen Naturanschauung und desto mehr machte sich bei denkenden Forschern das Bedürfnis geltend, über die erstickende Fülle der Einzelerfahrungen hinaus zu einheitlichen allgemeinen Gesichtspunkten und zur Erkenntnis der wahren Ursachen zu gelangen. Diesem Bedürfnis nun kam die neue Entwicklungslehre willkommen entgegen. Zwar hatte schon 1809, im Geburtsjahre Darwins, Lamarck ganz klar gezeigt, dafs die Ähnlichkeit der organischen Formen durch ihre gemeinsame Abstammung, ihre Verschiedenheit hingegen durch ihre Anpassung an die Existenzbedingungen zu erklären sei. Allein es fehlte ihm noch die Erkenntnis der bewirkenden Ursachen, welche Darwin erst 50 Jahre später in seiner Selektions-Theorie enthüllte.

Es widerspricht daher vollkommen den historischen Thatsachen und zeugt von gründlicher Unbekanntschaft mit der Geschichte der Biologie, wenn noch jetzt einzelne Gegner des Darwinismus ihn für eine vage Hypothese erklären, für welche erst noch die Beweise zu suchen seien. In Wirklichkeit verhält es sich gerade umgekehrt. Die thatsächlichen Beweise für die gemeinsame Abstammung der mannigfaltigen Lebensformen waren längst vorhanden, ehe dieselbe durch Darwin zu einer klaren wissenschaftlichen Theorie formuliert wurde. Sogar zahlreiche physiologische Experimente waren schon lange vorher zu ihren Gunsten ausgeführt. Denn die gesamten Resultate unserer Gartenkunst und Tierzucht, die Masse von neuen Lebensformen, welche der Kulturmensch künstlich für seinen Nutzen und Gebrauch hervorgebracht, sind eben so viele experimentelle Beweise für die Selektions-Theorie. Und was den „Kampf um's Dasein" betrifft, das wesentlichste Element des Darwinismus, so braucht man dafür doch wahrlich keine besonderen Beweise; denn die ganze Geschichte der Menschheit ist nichts Anderes!

Unsere ganze Wissenschaft von der lebendigen Natur, die wir mit einem Worte Biologie nennen, war demnach für die Aufnahme der befruchtenden Idee Darwins vollkommen vorbereitet, und hieraus erklärt sich zum grofsen Teil ihre aufserordentliche Wirkung, während die ähnlichen Theorien seiner Vorgänger verfrüht waren und wirkungslos verhallten. Die hohen Verdienste dieser Vorgänger hat Darwin selbst mit seinem edlen Gerechtigkeitssinn jederzeit anerkannt. Es geschieht daher durchaus nicht im Sinne des grofsen Meisters, wenn gegenwärtig einige übereifrige Jünger desselben (besonders in England) bestrebt sind, ihn als den alleinigen Begründer der ganzen Entwickelungslehre zu feiern. Wir glauben im Gegenteil ganz im Sinne unseres verewigten Meisters und Freundes zu handeln, wenn wir hier auch seiner grofsen Vorgänger ehrend gedenken. Der Glanz seines Namens kann nur gewinnen, wenn wir zeigen, dafs er in den wichtigsten Grundsätzen seiner Naturanschauung eins war mit einer auserwählten Anzahl der gröfsten Geister, welche die Kulturgeschichte der Menschheit kennt.

Die Kürze der Zeit gestattet uns nicht, die ganze Reihe derselben vergleichend zu betrachten. Wir dürfen nur daran erinnern, dafs schon gegen Ende des vorigen Jahrhunderts, in der Glanzperiode der klassischen Litteratur, die gröfsten Heroen derselben, Lessing, Herder, Goethe, Kant,

unabhängig von einander die natürliche Entwickelungstheorie zum Ausdruck brachten. Was vor allem Goethe betrifft, so hatte ich schon 1866 in meiner „Generellen Morphologie“ Goethe und Lamarck neben Darwin als Begründer derselben bezeichnet und zum Beweise dafür eine große Anzahl bedeutender Stellen aus ihren Schriften zusammengestellt. Die Zahl derselben ist später von Andern vermehrt worden. Übrigens kömmt es bei einem universellen Genius, wie Goethe, viel weniger auf die Zahl der einzelnen Stellen an, in denen er seine Ansicht von der „Bildung und Umbildung organischer Naturen“ kundgiebt, als vielmehr auf den ganzen Geist seiner großartigen, durch und durch einheitlichen Naturanschauung; und über diesen kann jetzt wohl für alle diejenigen, die überhaupt Goethe kennen und begreifen, kein Zweifel mehr sein. Zum Überfluß hat er in dem kostbaren Vermächtnis, das „Gott und Welt“ betitelt ist, uns eine Sommlung von pantheistischen Bekenntnissen hinterlassen, die ebenso vollendet schön in ihrer Form, als bedeutungsvoll in ihrem Inhalt sind.

Unter den vielen interessanten Beiträgen, welche Goethe zur Morphologie geliefert hat, ist der wertvollste und am meisten ausgearbeitete die 1790 erschienene Metamorphose der Pflanzen. In diesem reifen Produkte seiner vieljährigen botanischen Studien, das ihn auch auf der Reise nach Italien angelegentlichst beschäftigte, leitet er bekanntlich den ganzen unendlichen Formenreichtum der Pflanzenwelt von einer einzigen Urpflanze ab und läßt alle die verschiedenen Organe derselben durch mannigfache Umbildung und Ausbildung eines einzigen Grundorgans entstehen, des Blattes. Damit geschah thatsächlich der erste Versuch, die unendliche Vielheit der einzelnen vegetabilischen Formen auf eine gemeinsame ursprüngliche Einheit genetisch zurückzuführen.

„Alle Gestalten sind ähnlich, doch keine gleichet der andern,
Und so deutet der Chor auf ein geheimes Gesetz.“

Dieses „geheime Gesetz“, dieses „heilige Rätsel“ ist die gemeinsame Abstammung aller Pflanzen von jener Urpflanze, während ihre spezielle Verschiedenheit durch die Anpassung an die verschiedenen Umstände ihrer Existenzbedingungen bewirkt wird.

Wie hier in der Metamorphose der Pflanzen, so suchte Goethe gleicherweise auch in der Metamorphose der Tiere nach dem gemeinsamen Typus oder Urbilde, aus dem alle verwandten Formen durch divergente Entwickelung hervorgegangen sind.

„Alle Glieder bilden sich aus nach ew'gen Gesetzen,
„Und die seltenste Form bewahrt im geheimen das Urbild.
„Also bestimmt die Gestalt die Lebensweise des Tieres
„Und die Weise zu leben, sie wirkt auf alle Gestalten
„Mächtig zurück. So zeiget sich fest die geordnete Bildung,
„Welche zum Wechsel sich neigt durch äußerlich wirkende Wesen.“

Wie sich aus zahlreichen anderen Stellen seiner morphologischen Studien über „Bildung und Umbildung organischer Naturen“ klar ergiebt, war jenes „Urbild“ oder der „Typus“ die innere ursprüngliche Gemeinschaft, welche allen organischen Formen zu Grunde liegt und die ursprüngliche Bildungsrichtung durch Vererbung fortpflanzt. Hingegen ist die „unaufhaltsam fortschreitende Umbildung, welche aus den notwendigen Beziehungsverhältnissen zur Außenwelt entspringt“, nichts anderes als die Anpassung an die äußeren Existensbedingungen. Diese letztere ist die centrifugale Bildungskraft der „Metamorphose“, jene erstere hingegen die centripetale Bildungskraft der „Spezifikation“.

Dasjenige Gebiet der tierischen Morphologie, auf welchem sich Goethe mit besonderer Vorliebe jahrelang bewegte, war die vergleichende Osteologie, die Skeletlehre der Wirbeltiere. Das erklärt sich daraus, daß vielleicht nirgends so wie hier die mannigfaltige Entwickelung aus einer ein-

zigen typischen Grundform uns auf das überzeugendste entgegen tritt. Daher ist auch bis auf den heutigen Tag die vergleichende Skeletlehre das bevorzugte Lieblingsgebiet der Morphologen geblieben. Indem Goethe hier die Einheit der Wirbelbildung in den verschiedenen Abteilungen der Wirbeltiere nachwies, und indem er ferner in seiner berühmten Schädeltheorie die Zusammensetzung des Schädels aus einer Reihe von umgebildeten Wirbeln demonstrierte, gelangte er (schon 1796!) zu folgendem merkwürdigen Ausspruche: „Dies also hätten wir gewonnen, ungescheut behaupten zu dürfen, daſs alle vollkommneren organischen Naturen, worunter wir Fische, Amphibien, Vögel, Säugetiere, und an der Spitze der letzteren den Menschen sehen, alle nach einem Urbilde geformt seien, das nur in seinen sehr beständigen Teilen mehr oder weniger hin- und herweicht, und sich noch täglich durch Fortpflanzung aus- und umbildet."

Allerdings wurde eingewendet, daſs diese und ähnliche Stellen von Goethe keine „wissenschaftlichen Wahrheiten", sondern nur „poetisch-rhetorische Floskeln und Gleichnisse" enthalten; jener Typus sei nur ein „ideales Urbild", keine reale Stammform. Wer aber die durchaus gegenständliche Denkweise von Goethe kennt, wer seine durch und durch lebendige und realistische Naturanschauung würdigt, der wird mit uns annehmen, daſs es sich bei jenem Typus um eine ganz reale Abstammung der verwandten Organismen von einer gemeinsamen Stammform handelt. Daſs der groſse Menschenkenner dabei auch den Menschen nicht aus der Entwickelungsreihe der übrigen Wirbeltiere ausschloſs, zeigt besonders klar seine Vergleichung des menschlichen Schädels mit demjenigen niederer Säugetiere. Er bezeichnet hier ausdrücklich mehrere Stellen im menschlichen Schädel als „Reste des tierischen Schädels, die sich bei solcher geringeren Organisation in stärkerem Maſse befinden, und die sich beim Menschen trotz seiner Höhe noch nicht ganz verloren haben."

Nicht weniger zeugt dafür die berühmte Entdeckung des Zwischenkiefers. Da der Mensch Schneidezähne gleich den anderen Säugetieren besitzt, schloſs Goethe, daſs auch der Zwischenkieferknochen, in dem sie bei letzteren wurzeln, beim Menschen eben so vorhanden sein müsse; und er wies durch die sorgfältigste anatomische Untersuchung denselben in der That nach, obgleich er von den angesehensten anatomischen Autoritäten bestritten wurde.

Sehr merkwürdig ist ferner in dieser Hinsicht die Zustimmung. welche Goethe zu der bezüglichen Ansicht Kants in seiner „Kritik der Urteilskraft" ausspricht, einem Werke, dessen „groſse Hauptgedanken seinem eigenen bisherigen Schaffen, Thun und Denken ganz analog waren." Der groſse Königsberger Philosoph hatte die Abstammung aller organischen Wesen von einer gemeinschaftlichen Urmutter — vom Menschen bis zum Polypen hinunter — für eine Hypothese erklärt, welche allein in Übereinstimmung sei mit dem Prinzip des Mechanismus der Natur, ohne das es überhaupt keine Naturwissenschaft geben kann: er hatte aber diese Descendenz-Hypothese zugleich „ein gewagtes Abenteuer der Vernunft" genannt. Hierzu bemerkt nun Goethe: „Hatte ich doch erst unbewuſst und aus innerem Triebe auf jenes Urbildliche, Typische rastlos gedrungen, war es mir sogar geglückt, eine naturgemäſse Darstellung aufzubauen, so konnte mich nunmehr nichts weiter verhindern, „das Abenteuer der Vernunft", wie es der Alte von Königsberg selbst nennt, mutig zu bestehen."

Höchst bezeichnend endlich für das ganz auſserordentliche Interesse, mit welchem Goethe diese Umbildungstheorie bis zu seinem Lebensende verfolgte, ist seine bekannte Teilnahme an dem Streite zwischen Geoffroy St. Hilaire und Cuvier. „Dieses Ereignis ist für mich von ganz unglaublich lichem Werte", ruft der 81jährige Greis mit jugendlichem Feuer: „und juble mit Recht über den endlich erlebten allgemeinen Sieg einer Sache,

der ich mein Leben gewidmet habe und die ganz vorzüglich auch die meinige ist." Die lebendige Darstellung dieses bedeutungsvollen Kampfes, die Goethe erst wenige Tage vor seinem Tode, im März 1832, vollendete, ist das letzte schriftliche Vermächtnis, das der gröfste Dichter und Denker der deutschen Nation hinterlassen hat, und auch von diesem grofsen Geisteskampfe gilt sein letztes Wort: „Mehr Licht!"

In hohem Maſse zu bedauern ist es, dafs Goethe die höchst bedeutende, 1809 erschienene Philosophie Zoologique von Lamarck ganz unbekannt blieb. Denn gerade in der Entwickelungslehre dieses ganz anders gefügten und streng systematisch verfafsten Werkes würde er vieles gefunden haben, was ihm fehlte; vieles, was ihm die willkommenste Ergänzung für seine eigenen unvollständigen Studien geliefert hätte. In Bezug sowohl auf die einheitliche und vollständige Durchführung der Entwickelungsidee, als auf deren vielseitige empirische Begründung ist das grofse Werk von Jean Lamarck weit bedeutender, als die ähnlichen Versuche aller seiner Zeitgenossen, und insbesondere als das gleichnamige Werk von Geoffroy St. Hilaire. Wenn man bedenkt, mit welchem aufserordentlichen Interesse Goethe das Letztere aufnahm, so darf man schliessen, dafs er dem ideenreichen Werke von Lamarck noch viel eingehendere Teilnahme geschenkt haben würde.

Wir müssen es als eine wahrhaft tragische Thatsache ansehen, dafs die Philosophie Zoologique von Lamarck, eines der gröfsten Erzeugnisse der grofsen Litteraturperiode im Anfange unseres Jahrhunderts, vom Anbeginn an nur eine äufserst geringe Beachtung fand und binnen wenigen Jahren ganz vergessen wurde. Erst als Darwin volle 50 Jahre später dem darin begründeten Transformismus neues Leben einhauchte, wurde der vergrabene Schatz wieder gefunden, und wir können jetzt nicht umhin, ihn als die vollkommenste Darstellung der Entwickelungstheorie vor Darwin zu bezeichnen.

Es würde viel zu weit führen, wollten wir hier den Versuch unternehmen, Lamarcks Werk im Auszuge vorzuführen und mit demjenigen Darwins zu vergleichen. Es genügt, einige der wichtigsten Grundgedanken anzuführen, welche seine allgemeine Naturanschauung charakterisieren und zeigen, wie weit er seiner Zeit vorausgeeilt war. Der grofse französische Biologe hatte sich viele Decennien hindurch sehr eingehend mit systematischer Botanik und Zoologie beschäftigt. Zeugnisse dafür sind seine berühmten und viel benutzten Spezial-Werke: die „Flore française" und die „Histoire naturelle des animaux sans vertèbres". Indem er nicht allein die lebenden Formen systematisch klassifizierte und beschrieb, sondern auch die ausgestorbenen Vorfahren mit in sein System aufnahm, erschlofs sich ihm der innige morphologische Zusammenhang der ersteren und letzteren und er folgerte daraus ihre gemeinsame Abstammung. Alle Tier- und Pflanzenformen, die wir als Spezies unterscheiden, besitzen demnach nur eine relative, zeitweilige Beständigkeit, und die Varietäten sind beginnende Arten. Daher ist die Formengruppe der Art oder Spezies ebenso ein künstliches Produkt unseres analysierenden Verstandes, wie die Gattung, Ordnung, Klasse und jede andere Kategorie des Systems. Die Veränderung der Lebensbedingungen einerseits, der Gebrauch und Nichtgebrauch der Organe anderseits wirken beständig umbildend auf die Organismen ein; sie bewirken durch Anpassung eine allmähliche Umgestaltung der Formen, deren Grundzüge durch Vererbung von Generation zu Generation übertragen werden. Das ganze System der Tiere und Pflanzen ist also eigentlich ihr Stammbaum und enthüllt uns die Verhältnisse ihrer natürlichen Blutsverwandtschaft. Der Entwickelungsgang des Lebens auf unserem Erdball war daher stets kontinuierlich und ununterbrochen, ebenso wie derjenige der Erde selbst.

Während Lamarck so alle wesentlichen Grundgedanken unserer heutigen Abstammungslehre klar ausspricht und durch die Tiefe seiner mor-

phologischen Erkenntnis unsere Bewunderung erregt, überrascht er uns nicht weniger durch die voranschauende Klarheit seiner physiologischen Auffassung. Während damals noch ganz allgemein die falsche Lehre von einer übernatürlichen Lebenskraft in Geltung war, erkannte Lamarck dieselbe nicht an, sondern behauptete, dafs das Leben nur ein sehr verwickeltes physikalisches Phänomen sei. Denn alle Lebenserscheinungen beruhen auf mechanischen Vorgängen, die durch die Beschaffenheit der organischen Materie selbst bedingt sind. Auch die Erscheinungen des Seelenlebens sind in dieser Beziehung von den übrigen Lebenserscheinungen nicht verschieden. Denn die Vorstellungen und die Thätigkeiten des Verstandes beruhen auf Bewegungsvorgängen im Centralnervensystem; der Wille ist in Wahrheit niemals frei, und die Vernunft ist nur ein höherer Grad von Erkenntnis und Verbindung der Urteile.

In diesen und anderen Sätzen erhebt sich Lamarck weit über die allgemeine Naturanschauung seiner meisten Zeitgenossen und entwirft ein Programm für die Biologie der Zukunft, das erst in unseren Tagen zur Ausführung gelangt. Bei der grofsen Klarheit und Konsequenz seines Systems ist es selbstverständlich, dafs er auch dem Menschen seinen naturgemäfsen Platz an der Spitze der Wirbeltiere anweist und die Ursachen seiner Umbildung aus affenartigen Säugetieren erläutert. Mit gleichem Scharfsinn bespricht er aber auch eine der dunkelsten und schwierigsten Fragen der ganzen Entwickelungslehre, die Frage nach der Entstehung der ersten lebenden Wesen auf unserem Erdball. Zur Beantwortung derselben nimmt er an, dafs die gemeinsamen ältesten Stammformen aller Organismen absolut einfache Wesen waren, und dafs diese durch Urzeugung, unter dem Zusammenwirken verschiedener physikalischer Ursachen, unmittelbar aus anorganischen Materien im Wasser entstanden. Dergleichen einfachste Organismen waren aber damals noch gar nicht beobachtet; sie wurden erst ein halbes Jahrhundert später in den Moneren wirklich entdeckt.

Lamarck erreichte das hohe Alter von 85 Jahren; er lebte mithin 2 Jahre länger als Goethe, 12 Jahre länger als Darwin. Während aber die beiden Letzteren das Glück genossen, ihren langen schönen Lebensabend von dem Sonnenglanze des Erfolges und Weltruhms verklärt zu sehen, beschlofs der arme Lamarck sein langes und arbeitsreiches Leben verkannt, einsam und in Dürftigkeit. Er hatte sogar das Unglück, zehn Jahre vor seinem Tode zu erblinden und konnte den letzten Teil seiner grofsen Naturgeschichte der wirbellosen Tiere nur aus dem Gedächtnis seinen beiden Töchtern diktieren, die ihn zärtlich pflegten und die er ohne alle Unterstützung zurücklassen mufste. Hoffen wir, dafs die Bitterkeit dieses schweren Mifsgeschicks durch das Bewufstsein gemildert wurde, die tiefsten Blicke in die Geheimnisse der schaffenden Natur gethan zu haben, und dafs das klare Geistesauge des erblindeten Propheten oft den Lorbeerkranz vorausschaute, welchen dereinst eine dankbare Nachwelt auf sein einsames Grab legen würde.

Die Vergleichung der drei grofsen Naturphilosophen, in denen der grundlegende Entwickelungsgedanke unserer heutigen Naturanschauung am bedeutendsten und umfassendsten sich offenbarte, ist von hohem Interesse; denn alle drei sind unter sich sehr verschieden, sowohl hinsichtlich ihrer universalen Anlage und der äufseren und inneren Lebensschicksale, wie auch ganz besonders hinsichtlich ihres Studienganges und der Wege, auf welchen sie ihr hohes Ziel verfolgten. Lamarck geht aus von den sorgfältigsten speziellen Studien der einzelnen Tier- und Pflanzenformen und wird durch seine vieljährige systematische Untersuchung und Vergleichung derselben zu der Überzeugung geführt, dafs alle lebenden und fossilen Spezies aus wenigen einfachsten gemeinsamen Stammformen sich entwickelt haben. Goethe gelangt zu derselben Überzeugung auf Grund seiner allgemeinen vergleichend morphologischen Studien, geleitet von der

Überzeugung, dafs die Einheit des gemeinsamen Typus oder des erblichen Urbildes in allen den verschiedenen organischen Formen überall sich nachweisen lasse, wie mannigfaltig sie auch im Einzelnen durch Anpassung an die äufseren Umstände umgebildet werden. Darwin endlich beantwortet sich zunächst die Frage, durch welche Ursachen die neuen vom Menschen künstlich gezüchteten Kulturformen der Tiere und Pflanzen entstehen, und zeigt dann, dafs der Kampf ums Dasein diejenige Ursache ist, welche in gleicher Weise durch Wechselwirkung der Anpassung und der Vererbung neue Organismen-Arten im freien Naturzustande beständig hervorbringt.

Auf diesen ganz verschiedenen Wegen, und durch Anwendung ganz verschiedener Untersuchungsmethoden, gelangen alle drei Naturforscher schliefslich zu derselben Überzeugung, zu der Annahme einer einheitlichen und zusammenhängenden Entwickelung der ganzen organischen Natur, allein durch die Wirkung natürlicher Ursachen, mit Ausschlufs aller übernatürlichen Schöpfungswunder. Da aber alle drei zugleich tiefdenkende Philosophen sind und beständig die Einheit der gesamten Erscheinungswelt im Auge behalten, so erweitert sich ihre Entwickelungsidee zu einer grofsartigen pantheistischen Weltauffassung, zu derjenigen Einheitslehre, die das Wesen unserer heutigen monistischen Naturanschauung bildet.

Die unermefsliche Wirkung, welche der entschiedene Sieg dieser einheitlichen Naturanschauung heute schon auf alle Gebiete der menschlichen Erkenntnis ausübt und welche von Jahr zu Jahr in geometrischer Progression steigt, eröffnet uns die erfreuliche Aussicht auf die weitere intellektuelle und moralische Entwickelung der Menschheit. Ich persönlich wiederhole hier meine feste Überzeugung, dafs man diesen Fortschritt der wissenschaftlichen Erkenntnis künftig als den gröfsten Wendepunkt in der Geistesgeschichte der Menschheit betrachten wird. Glücklich dürfen wir uns preisen, denselben zu erleben und Augenzeugen des goldenen Glanzes zu sein, welchen die neuaufgehende Morgensonne der Wahrheit über das unermefsliche Gebiet wissenschaftlicher Forschung ergiefst.

Gerade die versöhnende und ausgleichende Wirkung unserer genetischen Naturanschauung möchten wir hier ganz besonders betonen; um so mehr, als unsere Gegner fortdauernd bestrebt sind, derselben zerstörende und zersetzende Bestrebungen unterzuschieben. Diese destruktiven Tendenzen sollen nicht allein gegen die Wissenschaft, sondern auch gegen die Religion und somit überhaupt gegen die wichtigsten Grundlagen unseres Kulturlebens gerichtet sein. Solche schwere Beschuldigungen, sofern sie wirklich auf Überzeugung beruhen und nicht blofs auf sophistischen Trugschlüssen, können nur aus einer argen Verkennung dessen erklärt werden, was den eigentlichen Kern der wahren Religion bildet. Dieser Kern beruht nicht auf der speziellen Form des Glaubensbekenntnisses, der Konfession, sondern vielmehr auf der kritischen Überzeugung von einem letzten unverkennbaren gemeinsamen Urgrunde aller Dinge, und auf der praktischen Sittenlehre, die sich aus der geläuterten Naturanschauung unmittelbar ergiebt.

In diesem Zugeständnisse, dafs der letzte Urgrund aller Erscheinungen bei der gegenwärtigen Organisation unseres Gehirns uns nicht erkennbar ist, begegnet sich die kritische Naturphilosophie mit der dogmatischen Religion. Die erstere nennt jene letzte unerkennbare Ursache „Naturgesetz“, die letztere „Gott“. Natürlich nimmt aber dieser Gottesglaube unendlich verschiedene Formen des Bekenntnisses an, entsprechend dem unendlich verschiedenen Grade der Naturerkenntnis. Je weiter wir in der letzteren fortschreiten, desto mehr nähern wir uns jenem unerreichbaren Urgrunde, desto reiner wird unser Gottesbegriff.

Die geläuterte Naturerkenntnis der Gegenwart kennt nur jene natürliche Offenbarung, die im Buche der Natur für jedermann offen da liegt,

und die jeder vorurteilsfreie, mit gesunden Sinnen und gesunder Vernunft ausgestattete Mensch aus diesem Buche lernen kann. Es ergiebt sich daraus jene monistische reinste Glaubensform, die in der Überzeugung von der Einheit Gottes und der Natur gipfelt und die in den pantheistischen Bekenntnissen unserer gröſsten Dichter und Denker, Goethe und Lessing voran, schon längst ihren vollkommensten Ausdruck gefunden hat. Das ist jene höchste Form des Kultus, von der Goethe sagt: „Es giebt keine schönere Gottesverehrung als diejenige, welche kein Bild bedarf, welche aus dem Wechselgespräch mit der Natur in unserem Busen entspringt."

Daſs auch Charles Darwin von dieser pantheistischen Naturreligion durchdrungen und kein kurzsichtiger Bekenner irgend einer besonderen Kirchenkonfession war, liegt für jeden auf der Hand, der seine Werke kennt. Da aber einige seiner Landsleute gleich nach seinem Tode das Gegenteil behauptet und da einige bigotte Priester sogar Darwin als orthodoxen Bekenner eines spezifischen Bekenntnisses der englischen Kirche verherrlicht haben, so wird es uns gestattet sein, hier diese Unwahrheit durch einen unzweideutigen Beweis zu widerlegen. Ich bin so glücklich, hier ein unschätzbares, bisher unbekanntes Dokument mitteilen zu können, welches darüber gar keinen Zweifel läſst.

Ein strebsamer, von aufrichtigem Erkenntnisdrange beseelter Jüngling, den ich noch vor wenigen Monaten unter meinen Zuhörern in Jena zu sehen das Vergnügen hatte, war durch die Lektüre von Darwins Werken an dem christlichen Offenbarungsglauben irre geworden, welchen er bis dahin als die wertvollste Grundlage aller seiner Überzeugungen betrachtet hatte. Von schweren Zweifeln bedrängt, schrieb er an Darwin und bat ihn um Aufklärung, besonders über seine Ansicht von der Unsterblichkeit der Seele. Darwin lieſs ihm durch eines seiner Familienmitglieder antworten, daſs er alt und kränklich und mit wissenschaftlichen Arbeiten zu sehr belastet sei, um diese schwierigen Fragen beantworten zu können. Aber der junge Wahrheitsforscher beruhigte sich dabei nicht, sondern richtete an den ehrwürdigen Greis nochmals eine ebenso herzliche als dringliche Bitte. Als Antwort kam jetzt ein eigenhändig von Darwin selbst geschriebener und unterschriebener Brief von folgendem Wortlaut, datiert Down, 5. Juni 1879:

„Lieber Herr!

Ich bin sehr beschäftigt, ein alter Mann und von schlechter Gesundheit, und ich kann nicht Zeit gewinnen, Ihre Frage vollständig zu beantworten, vorausgesetzt, daſs sie beantwortet werden kann. Wissenschaft hat mit Christus nichts zu thun, ausgenommen insofern, als die Gewöhnung an wissenschaftliche Forschung einen Mann vorsichtig macht, Beweise anzuerkennen. Was mich selbst betrifft, so glaube ich nicht, daſs jemals irgend eine Offenbarung stattgefunden hat. In betreff aber eines zukünftigen Lebens muss jedermann für sich selbst die Entscheidung treffen zwischen widersprechenden unbestimmten Wahrscheinlichkeiten.

Ihr Wohlergehen wünschend, bleibe ich, lieber Herr, Ihr hochachtungsvoller Charles Darwin."

Nach diesem offenen Bekenntnisse wird niemand mehr in Zweifel sein, daſs die Religion von Charles Darwin keine andere war, als diejenige von Goethe und Lessing, von Lamarck und Spinoza. Diese monistische Religion der Humanität auf Grundlage des Pantheismus steht mit denjenigen Grundlehren des Christentums, die dessen wahren Wert begründen, keineswegs in Widerspruch. Denn die allgemeine Menschenliebe, als Grundprinzip der Sittlichkeit, ist in der ersteren ebenso wie in dem letzteren enthalten. Die Urquelle derselben ist, wie Darwin gezeigt hat, in den sozialen Instinkten der höheren Tiere zu suchen, jenen psychi-

schen Funktionen, welche die letzteren durch Anpassung an das gesellige Zusammenleben erworben und durch Vererbung auf den Menschen übertragen haben.

Denn der Mensch kann nur in gesetzmäfsig geordneter Gesellschaft die wahre und volle Ausbildung des höheren Menschenwesens erlangen. Das ist aber nur möglich, wenn der natürliche Selbsterhaltungstrieb, der Egoismus, eingeschränkt und berichtigt wird durch die Rücksicht auf die Gesellschaft, durch den Altruismus. Je höher der Mensch auf der Stufenleiter der Kultur sich erhebt, desto gröfser sind die Opfer, welche er der Gesellschaft bringen mufs. Die Interessen der letzteren gestalten sich immer mehr zugleich zum Vorteil jedes Einzelnen; sowie umgekehrt die geordnete Gemeinschaft um so besser gedeiht, je mehr die Bedürfnisse ihrer Glieder befriedigt sind. Es ist daher eine ganz einfache Naturnotwendigkeit, welche ein gesundes Gleichgewicht zwischen Egoismus und Altruismus zur ersten Forderung der natürlichen Sittenlehre erhebt.

Die gröfsten Feinde der Menschheit sind von jeher bis auf den heutigen Tag Unwissenheit und Aberglauben gewesen; ihre gröfsten Wohlthäter aber die hehren Geisteshelden, welche die letzteren mit dem Schwerte ihres freien Gedankens mächtig bekämpft haben. Unter diesen ehrwürdigen Geisteskämpfern stehen Darwin, Goethe und Lamarck obenan, in einer Reihe mit Newton, Kopernikus und Galilei. Indem diese grofsen Naturdenker ihre reichen Geistesgaben, allen Anfechtungen trotzend, zur Entdeckung der erhabensten natürlichen Wahrheiten verwendeten, sind sie zu wahren Erlösern der hilfsbedürftigen Menschheit geworden, und haben einen weit höheren Grad von christlicher Menschenliebe bethätigt, las die Schriftgelehrten und Pharisäer, welche dieses Wort stets im Munde, das Gegenteil aber im Herzen führen.

Wie wenig hingegen der blinde Wunderglauben und die Herrschaft der Orthodoxie imstande ist, wahre Menschenliebe zu bethätigen, davon legt leider nicht nur die ganze Geschichte des Mittelalters Zeugnis ab, sondern auch das Gebahren der streitenden Kirche in unseren Tagen. Oder müssen wir nicht mit tiefer Beschämung auf jene rechtgläubigen Christen blicken, die gegenwärtig wieder ihre christliche Liebe in der Verfolgung Andersgläubiger und in blindem Rassenhasse zum Ausdruck bringen? Selbst hier in Eisenach, im Herzen Deutschlands, an der heiligen Stätte, wo Martin Luther uns vom finstern Banne des Buchstabenglaubens befreit hat, in dem gesegneten Lande Weimar, dessen beste dynastische und populäre Traditionen mit der freien Entwickelung des deutschen Geistes untrennbar verknüpft sind, hat kaum vor Jahresfrist eine schwarze Schar von sogenannten Lutheranern es gewagt, die freie Wissenschaft auf's neue unter jenes Joch beugen zu wollen!

Gegen diese Anmafsung eines herrschsüchtigen und eigennützigen Priestertums wird es uns heute gestattet sein, an derselben Stelle zu protestieren, wo der grofse Reformator der Kirche vor 360 Jahren das Licht der freien Forschung angezündet hat. Als wahre Protestanten werden wir uns gegen jeden Versuch erheben, die selbständige Vernunft wieder unter das Joch des Aberglaubens zu zwingen, gleichviel ob dieser Versuch von einer kirchlichen Sekte oder von einem pathologischen Spiritismus ausgeht.

Glücklicherweise dürfen wir diese mittelalterlichen Rückfälle als vorübergehende Verirrungen betrachten, die keine bleibende Wirkung haben. Die unermefsliche praktische Bedeutung der Naturwissenschaften für unser modernes Kulturleben ist jetzt so allgemein anerkannt, dafs kein Teil desselben sich ihr mehr entziehen kann. Keine Macht der Welt wird imstande sein, die ungeheuren Fortschritte wieder rückgängig zu machen, welche wir den Eisenbahnen und Dampfschiffen, der Telegraphie und Photographie, den tausend unentbehrlichen Entdeckungen der Physik und Chemie verdanken.

Ebenso wenig wird es aber auch irgend einer Macht der Welt gelingen, die theoretischen Errungenschaften zu vernichten, welche mit jenen praktischen Erfolgen der modernen Naturwissenschaft untrennbar verknüpft sind. Unter diesen Theorien müssen wir der Entwickelungslehre von Lamarck, Goethe und Darwin den ersten Platz anweisen. Denn durch sie allein werden wir befähigt, jene umfassende Einheit unserer Naturanschauung fest zu begründen, in der jede Erscheinung nur als Ausflufs eines und desselben allumfassenden Naturgesetzes erscheint. Das grofse Gesetz von der „Erhaltung der Kraft" findet dadurch seine allgemeine Anwendung auch auf jenen biologischen Gebieten, die ihm bisher verschlossen schienen.

Angesichts der überraschenden Geschwindigkeit, mit der die Entwickelungslehre in den letzten Jahren sich ihren Eingang in die verschiedensten Forschungsgebiete gebahnt hat, dürfen wir hier die Hoffnung aussprechen, dafs auch ihr hoher pädagogischer Wert immer mehr anerkannt wird, und dafs sie den Unterricht der kommenden Generationen ganz gewaltig vervollkommnen wird.

Wenn alle Unterrichtsgegenstände nach der genetischen Methode behandelt werden, so wird die Grundidee der Entwickelungslehre, der ursächliche Zusammenhang der Erscheinungen, immer mehr zur Geltung kommen. Wir sind der festen Überzeugung, dafs dadurch das naturgemäfse Denken und Urteilen in weit höherem Mafse gefördert werden wird, als durch irgend welche andere Methoden.

Zugleich wird durch diese ausgedehnte Anwendung der Entwickelungslehre eins der gröfsten Übel unserer heutigen Jugendbildung beseitigt werden: jene Überhäufung mit totem Gedächtniskram, der die besten Kräfte verzehrt und weder Geist noch Körper zur normalen Entwickelung kommen läfst. Diese übermäfsige Belastung beruht auf dem unausrottbaren alten Grundirrtum, dafs die Quantität der thatsächlichen Kenntnisse die beste Bildung bedinge, während diese in der That vielmehr von der Qualität der ursächlichen Erkenntnis abhängt. Wir würden es daher vor allem nützlich erachten, dafs die Auswahl des Lehrstoffes in höheren wie niederen Schulen viel sorgfältiger geschehe, und dafs dabei nicht diejenigen Lehrfächer bevorzugt werden, welche das Gedächtnis mit Massen von toten Thatsachen belasten, sondern diejenigen, welche das Urteil durch den lebendigen Flufs der Entwickelungsideen bilden. Man lasse unsere geplagte Schuljugend nur halb so viel lernen, lehre sie aber diese Hälfte gründlicher verstehen; und die nächste Generation wird an Seele und Leib doppelt so gesund sein, als die jetzige.

In erfreulicher Weise kommen diesen Forderungen die Reformen entgegen, die sich gleichzeitig auf den verschiedensten Gebieten der Wissenschaft vollziehen. Überall rührt und regt sich frisches neues Leben, angeregt durch die Idee der natürlichen Entwickelung; in der vergleichenden Sprachforschung und der Kulturgeschichte ebenso wie in der Psychologie und Philosophie, in der Ethnographie und Anthropologie nicht minder, als in der Botanik und Zoologie. Überall treiben die erfreulichsten Blüten aus den verschiedensten Zweigen der Wissenschaft, und ihre Früchte werden übereinstimmend Zeugnis davon ablegen, dafs sie alle aus einem einzigen Baume der Erkenntnis entspringen und ihre Nahrung aus einer einzigen Wurzel beziehen. Dank und Ehre aber den grofsen Meistern, die uns durch ihre genetische und monistische Naturanschauung zu dieser lichten Höhe der Erkenntnis geführt haben, auf der wir mit Goethe sagen dürfen:

„Freue dich, höchstes Geschöpf der Natur, du fühlest dich fähig,
„Ihr den höchsten Gedanken, zu dem sie schaffend sich aufschwang,
„Nachzudenken. Hier stehe nun still und wende die Blicke
„Rückwärts; prüfe, vergleiche, uud nimm vom Munde der Muse,
„Dafs du schauest, nicht schwärmst, die liebliche volle Gewifsheit!"

Journalschau.

Central-Organ f. d. Int. d. R.-W. Jahrg. X.

Heft 11—12 (mit Register für den ganzen Band). Den gröfsten Teil des Heftes nehmen ein: Die deutschen und österreichischen Programmabhandlungen des Jahres 1881, nach ihrem Inhalte im Verein mit Fachmännern geordnet und besprochen von Dr. E. Peters. Mathematik und Naturwissenschaften, incl. Zeichnen, Turnen und Schulhygieine von Seite 733—758. Die geographischen sind mit den geschichtlichen vereint S. 721—733. — Notiz über Separatausgaben der wichtigen preufsischen Zirkularverfügungen vom 31. März 1881 (Neue Lehrpläne) und vom 27. Mai 1881 (Prüfungsordnungen) bei Keller-Berlin. (Vergl. Str. C.-O. X, Heft 6 und 8). Das „Ärztliche Gutachten" über das höhere Schulwesen in Elsafs-Lothringen (siehe ds. Ztschr. laufenden Jahrg. Heft 2, S. 144 u. f.). — Unter den Rezensionen ist auch die von Fialkowskys praktischer Geometrie, der Zeichnenwerke von Baer, Dreesen und Kratz, der geographischen von Fontane und Kiepert (Schulwandkarte von Frankreich).

Pädagogisches Archiv. Jahrgang XXIV. (1882.)

Heft 10 (Schlufsheft). Noack-Giefsen bespricht „die Methode des physikalischen Unterrichts" und bekämpft dabei, wie uns scheinen will nicht ohne Berechtigung, die Überschätzung der deduktiven Methode auf Grund des „Prinzips der Erhaltung der Kraft", das von Schülern, wie z. B. Untersekundanern, nicht vollständig gefafst werden könne. Ein solcher Unterricht sei auf einem „gewissermafsen in der Luft schwebenden Prinzip" gegründet. — Hierauf folgen zwei General-Verordnungen des sächsischen Unterrichts-Ministeriums vom 4. und 10. März 1882, die Überbürdungsfrage betreffend. — Unter den Rezensionen, welche meist sprachliche Bücher betreffen, finden sich auch die der physikalischen Lehrbücher von Ballauf und Krist (beide von Reidt-Hamm). — In der Pädagogischen Zeitung ist das Regulativ für die Entlassungsprüfungen in Preufsen (No. III, die höheren Bürgerschulen) mitgeteilt und unter den Miscellen eine Eingabe des Geographentags zu Halle an sämmtliche Unterrichtsministerien und Provinzialschulbehörden Deutschlands und Österreichs. Aufmerksam gemacht wird auf das botanische Bureau zu Wasselnheim im Elsafs. Dann folgen noch die Thesen über die Notwendigkeit der Ernennung von Schulärzten in allen Ländern und über ihre Obliegenheiten (eingereicht von Dr. Cohn-Breslau).

(Öst.) Zeitschrift f. d. Realschulwesen. Jahrgang VII.

Heft 11. Tilšer-Prag bringt die Fortsetzung und den Schlufs (III) seines Artikels „Der Vorbereitungsunterricht zur darstellenden Geometrie auf erster Stufe"; Schimmer den Schlufs seiner Realschulstatistik; Meixner seinen Vortrag über „die heutige Realschule im Vergleiche zur alten und ihre Beziehung zur höhern Gewerbeschule". — Unter den Rezensionen befinden sich die von Humboldt (Zeitschr.), Pokornys Botanik, Dalla Torres Atlas der Alpenflora, Wallentins Arithmetik und Beránds perspektivischem Zeichnen.

Heft 12. Streissler-Graz behandelt: „Einfache Konstruktionen des Selbst- und Schlagschattens von Rotationsflächen 2. Grades". — Die Selbsthilfe der Lehrer (aus einem Vortrage von Schuldirektor Kultscher in Karolinenthal a. d. 8. allgem. österr. Lehrertag in Reichenberg i. B.). — Fortsetzung des Meixner'schen Vortrags (s. o.). — Ungarische Gymnasial- und Realschulstatistik. Von den Rezensionen ist zu erwähnen: Arendt, Technik der Experimentalchemie, Petersen, Lehrbuch der Statik (deutsch von Fischer-Benzon), Kleyer, Aufgabensammlung, die, wie von uns auch, verurteilt wird (Schlufs ds. Jahrg.).

Das Programm des 3. deutschen Geographentags zu Frankfurt a. M.

(29.—31. März 1883.)

Da uns die „Einladung" zu diesem Geographentage für das 2. Heft, in welches sie gehört hätte, leider zu spät zugegangen ist*), so hätte es keinen Sinn, sie jetzt noch nach dem Geographentag zu bringen. Wir wollen aber wenigstens das Programm desselben für eine event. spätere geschichtliche Orientierung in unserer Zeitschrift niederlegen. Wir lassen dabei die geselligen Zusammenkünfte und Vergnügungen weg und teilen nur die Verhandlungsthemata mit.

Donnerstag, den 29. März

Vormittags (10^h): 1. Begrüſsung der Gäste und Wahl des Vorsitzenden. 2. Herr Lieutenant Wiſsmann: Über seine Durchkreuzung des äquatorialen Afrika. 3. Herr Prof. Dr. Ratzel (München): Über die Bedeutung der Polarforschung für die Geographie. 4. Herr Dr. Buchner (München): Ethnographie Südwestafrikas. — *Nachmittags* (3^h): 1. Herr Oberlehrer Dr. Finger (Frankfurt a. M.): Heimatkunde, eine Vorbereitung zur Erdkunde. 2. Herr Oberlehrer Dr. Kropatscheck (Brandenburg): Kritisches Referat über die neuen preuſsischen Lehrpläne und Abiturienten-Prüfungsordnung in Bezug auf den geographischen Unterricht. 3. Herr Reallehrer Mang (Baden-Baden): Die Methodik des Tellurium-Lunariums, mit Demonstrationen.

Freitag, den 30. März

Vormittags (10^h): 1. Herr Direktor Dr. Breusing (Bremen): Über die Hülfsmittel der Ortsbestimmung zur Zeit der groſsen Entdeckungen. 2. Herr Dr. Pechuël-Lösche (Leipzig): Der Gebirgslauf des Congo. 3. Herr Prof. Dr. Günther (Ansbach): Über die neuesten Bemühungen um schärfere Bestimmung der Erdgestalt. 4. Herr Prof. Dr. Kan (Amsterdam): Die Bedeutung der bevorstehenden internationalen Kolonial-Ausstellung zu Amsterdam für die geographische Wissenschaft. — *Nachmittags* (3^h): 1. Herr Prof. Zdenčk (Prag): Über kartographische Darstellbarkeit verschiedener Gegenstände, ein Beitrag zum Kartenzeichnen in der Schule. 2. Herr Reallehrer Coordes (Cassel): Welche Grundsätze sollen bei Herstellung und Begutachtung von Schul-Kartenwerken maſsgebend sein? 3. Herr Realgymnasiallehrer Dr. Votsch (Gera): Die geographischen Lehrbücher Michael Neanders, ein Beitrag zur Geschichte des geographischen Unterrichts.

Samstag, den 31. März

Vormittags (10^h): 1. Herr Prof. Dr. Toula (Wien): Über den gegenwärtigen Stand der geologischen Erforschung der Balkanhalbinsel. 2. Herr Privatdocent Dr. Penck (München): Einfluſs des Klimas auf die Gestalt der Erdoberfläche. 3. Herr Oberlehrer Privatdocent Dr. Lehmann (Halle): Bericht über die Thätigkeit der vom II. Deutschen Geographentage eingesetzten Kommission für wissenschaftliche Landeskunde in Deutschland. 4. Wahl des Versammlungsortes und des Ausschusses für den IV. Deutschen Geographentag. — *Nachmittags* (3^h): 1. Herr Seminarlehrer Dr. A. de Fries (Usingen): Über den geographischen Unterricht in Lehrerseminarien. 2. Herr Oberlehrer Dr. Cramer (Gebweiler): Emil von Sydow.

Die Versammlungen sollten nach diesem Programm im groſsen Saale des Saalbaus (Junghofstraſse 19) stattfinden. In den übrigen Räumen des Saalbaues, sowie in dem anstoſsenden Gymnasium (Junghofstraſse 18) sollte die geographische Ausstellung sein und sollte vom 29. März bis 8. April

*) In derartigen Fällen zeigt sich eine beispiellose Rücksichtslosigkeit der betreffenden Vorstände, Comités u. dergl. gegen unsere Zeitschrift. Wir müssen uns derartige Einladungen, Programme u. dergl. meist erst erbitten — als ob den Herren die Zeitschrift f. mathem. u. naturw. Unterricht nicht bekannt wäre! (?).

täglich von 9 Uhr Vormittags bis 6 Uhr Nachmittags geöffnet sein, für die Teilnehmer des Geographentags gegen Vorzeigung ihrer Mitgliedkarte unentgeltlich, für sonstige Besucher gegen Zahlung eines Eintrittsgeldes von 1 *M.*

Der Ausschufs für diesen Geographentag bestand aus den Herren: Dr. E. Cohn, Arzt zu Frankfurt a. M., Dr. Kirchhoff, Professor der Erdkunde zu Halle, Dr. Krumme, Direktor der städt. Realschule zu Braunschweig, Dr. Marthe, Oberlehrer am Dorotheenstädt. Realgymnasium zu Berlin, Dr. J. Rein, Professor der Erdkunde zu Marburg, Frhr. Dr. von Richthofen, Professor der Erdkunde zu Bonn, Dr. G. Varrentrapp, Geh. Sanitätsrat zu Frankfurt a. M. Das Lokalkomité bestand aus den Herren: E. Cohn, Kortegarn, Schmödler, Spiefs, Varrentrapp.

Fragekasten.*)

2) Wenn einem Dreieck ein Kreis ein- und ein anderer umgeschrieben ist und die Halbmesser derselben resp. r und ϱ heifsen, wie grofs ist dann die Entfernung $x = CC'$ der Mittelpunkte beider Kreise? Giebt es hierfür nicht eine sehr einfache Formel und von wem und wann ist sie zuerst gefunden worden? (Diese Frage steht in Beziehung zu einer uns eingesandten Arbeit eines Gymnasiasten.) Herausgeber.

3) Wer weifs ein Buch, einen Aufsatz od. dgl., wo die verschiedenen Fälle der Konstruktionen und der Auflösung des Dreikants (der dreikantigen körperlichen Ecke) inclus. der Polarecke mit Rücksicht auf die darstellende Geometrie und Anfertigung von Modellen gründlich und ausführlich behandelt sind? (Sollten Österreicher diese Frage beantworten wollen, so mögen sie die „darstellende und projektive Geometrie" von Peschka, Wien bei Gerold, oder Aehnliches aufser dem Spiele lassen, da Derartiges noch nicht ganz genügt.) Derselbe.

4) Wer weifs einen Aufsatz (ein Buch, Broschüre u. drgl.), in welchem mit Rücksicht auf Ritters Principien gründlich und überzeugend gelehrt ist, in welche Grenzen sowohl in der wissenschaftlichen, als auch ganz besonders in der schulmäfsigen Geographie, der politische Teil einzuschliefsen und wie weit insbesondere die Statistik in dieselbe einzubeziehen ist? Derselbe.

Bei der Redaktion eingelaufen.

Kaiser, Anfangsgründe der Determinanten. Wiesbaden, Bergmann. 1882.
Hausknecht, Lehrbuch der Chemie. Hamburg-Leipzig, Vofs. 1883.
Plüfs, Leitfaden der Naturgeschichte (Zoologie — Botanik — Mineralogie). Freiburg i. B., Herder. 1883.
Greenhill, On the motion of a projectile. Woolwich. 1882.
Kinkelin, Kurzer Abrifs der Mineralogie. Wiesbaden, Bergmann. 1883.
Mohn, Grundzüge der Meteorologie. (Die Lehre von Wind und Wetter.) Deutsche Originalausg. Dritte verbesserte Aufl. Berlin, Reimer. 1883.
Gusserow u. Levy, Abrifs der Trigonometrie. Berlin, polyt. Buchh. 1883.

---

*) Man sehe Nr. 1 in XIII, 409. Seit jener Zeit ist der „Fragekasten" nicht wieder benützt worden. Die Leser d. Z. werden ersucht, von dieser neuen Einrichtung der Zeitschrift doch Gebrauch zu machen! Sollte man denn wirklich nichts mehr zu „fragen" haben? D. Red.

Zeitschriften: Zeitschr. f. Realschulwesen VIII, 1 u. 2. — Päd. Archiv XXV, 2. — C.-O. XI, 2. — Zeitschr. f. Schulgeogr. IV, 3. — Orgel- und Pianofortezeitung, Wochenschrift von Reiter. Nr. 4. — Zeitschr. f. Math. u. Physik XXVIII, 2. — Nouv. Ann. de Math. Février 1883. — Journ. de Mathem. élément. et spéc. No. 3. Mars 1883. — Tageblatt der Naturf.-Vers. zu Eisenach. Nr. 7—8 (Schlufs).

Programme: Gymn. Laubach: Ritsert, Die Kegelschnitte als geometrische Örter (22 S.). — Gymn. Wetzlar: Fehrs: Naturw. Methode und physikal. Unterr. (36 S.). — Gymn. Jlfeld a. H.: Freyer: Studien zur Metaphysik der Diff.-Rechnung (39 S.). — Lyceum Hosianum zu Braunsberg: Killing: Die Mechanik in den Nicht-Euklidischen Raumformen. — Wien, Meierhofer: „Zur Kongruenz der ebenen Dreiecke“.

Einladung zum 3. deutschen Geographentag in Frankfurt a. M. (kam zu spät, als dafs sie hätte in vorigem Hefte Aufnahme finden können).

Briefkasten.

A) Allgemeiner.

Zwei neuerdings vorgekommene eklatante Fälle nötigen die Redaktion zu folgender ausführlicherer Wiederholung einer früheren Erklärung:

Die Redaktion ds. Z. kann nach Einsendung eines Artikels sich nicht sofort, sondern erst dann über die Aufnahme eines Artikels erklären, wenn sie denselben gründlich durchgelesen event. von Mitgliedern des Redaktionsrates hat durchlesen und „approbieren“ lassen. Aber selbst nach erfolgter Approbation kann die Redaktion über Heftnummer resp. Erscheinungszeit keinerlei Versprechen geben, da bei der Zusammenstellung eines Heftes mancherlei Zufälligkeiten (plötzliche Hindernisse, Dringlichkeiten etc.) mit einwirken. Es ist vorgekommen, dafs der für ein bestimmtes Heft einzusendende (umzuarbeitende) Artikel nicht rechtzeitig eingesandt wurde und dafs dann ein andrer längerer, mehrere Hefte füllender ausgewählt wurde, der natürlich jenem auf längere Zeit die Aufnahme versperren mufste. Dies führte dann für die Redaktion zu unangenehmen Rekriminationen, denen sie für die Zukunft ein für allemal ausweichen will. Wir sind genötigt, zur Abwehr ähnlicher Vorfälle, wie jener, welche die erw. Rekriminationen veranlafsten, die Data etwas genauer mitzuteilen:

Ein Herr X. behauptet, wir hätten ihm für das letzte Heft 1882 die Aufnahme eines Artikels zugesagt. Nun mufs aber jeder Artikel erst durchgelesen und approbiert sein, ehe er zum Drucke gelangen kann, und wenn der Herausgeber dieser Zeitschrift zur Beurteilung eines Artikels sich selbst für nicht ganz kompetent hält, so läfst er denselben von einem kompetenteren Mitglied des Redaktionsrates begutachten. Dies nimmt mitunter einen Monat Zeit in Anspruch. Dieser Umstand, sowie die schuldige Rücksicht auf die Anciennetät der Beiträge kommen im vorliegenden Falle noch gar nicht in Betracht. Kurz, der erw. Artikel lag fürs letzte Heft 1882 nicht vor, folglich mufste rechtzeitig ein anderer für dasselbe ausgewählt werden. Am 31. Januar 1883 entschuldigt sich nun Herr X. wegen Ausbleibens seines Artikels (was er später als einen besonderen Akt der „Höflichkeit“ hervorhebt!) und kündigt an, dafs seine Fertigstellung „immer noch 4 Wochen dauern könne“. Am 4. März ds. J. endlich kommt die 1. Abt. des Artikels an (ein halber Druckbogen) und kann natürlich (mit Hintansetzung aller anderen Rücksichten) frühestens im 4. Hefte erscheinen, da das 3. schon gedruckt ist. Herr X. verlangt aber nun kategorisch die Aufnahme desselben ins nächste (3.) Heft und droht in einem Briefe, in

welchem er die Formen der Höflichkeit gröblich verletzt, mit Veröffentlichung seines Artikels in einer — „Konkurrenzzeitschrift"! —

Ein zweiter Fall ist folgender: Ein Herr Y. schickt im Oktober 1882 einen Brief mit einem Artikel an unsere frühere Adresse nach Hamburg, das wir schon im Oktober 1880 mit Sachsen, speziell (im Septbr. 1881) mit Leipzig vertauscht haben. Da Brief und Manuskript verloren gehen, frägt er bei der Verlagshandlung von Teubner nach unserm Wohnort an, und nachdem ihm von uns auf Karte vom Februar d. J. unser sehr erklärliches Befremden hierüber ausgedrückt worden ist, hält er sich für berechtigt, am 21. März d. J. uns in einem Briefe zu beschuldigen, wir hätten „die Formen der Höflichkeit verletzt". Aber er hat kein Wort der Entschuldigung oder des Bedauerns darüber, dafs er seit ca. $2\frac{1}{2}$ Jahren sich nicht einmal die geringe Mühe genommen hat, auf der Zeitschrift die Adresse der Redaktion, die auf jedem Hefte stand, nachzulesen! —

Derartige Vorkommnisse sind denn doch zu stark und stellen die Geduld des Herausgebers bei seiner mühevollen geschäftsführenden Korrespondenz auf eine zu harte Probe, als dafs derselbe sie mit Stillschweigen übergehen könnte; und es ist immerhin noch Schonung genug, wenn er hier die Namen dieser Herren verschweigt. —

Diejenigen, welche Beiträge an die Red. senden, wollen dies immer p. Brief thun, nicht in Packeten, weil sonst die Redaktion das Postbringerlohn zu zahlen hat, und man nur die Post auf unsere Kosten bereichert. Sind die Artikel zu umfangreich, so empfiehlt sich der Buchhändlerweg.

B) Besonderer.

Herrn **Dr. D.** in **Tr.** Beiträge zu den Anträgen über „Bezeichnungsweisen" auf der nächsten Dessauer Schulmänner-Vers. und Ber. über den Geogr.-T. erwünscht. — **Dir. Dr. H.** in **H.** Programme erh. („Die Abbildung $Z = \frac{1}{z}$"). Die Einsendung Ihres angek. „druckfertigen" und hochinteressanten Originalartikels ist nun erwünscht, damit er immer gesetzt werden kann. — **R.** in **B.** und **H.** in **R.** Lesen Sie gründlich den allgemeinen Briefkasten. Diese Lektion dürfte einstweilen genügen. — **W.** in **P.** Ihre Bereitwilligkeit, das Gewünschte zu übernehmen erkennen wir dankbar an und gehen provisorisch darauf ein. — **M.** in **M. (H.)** Rezension von **H. C.** erhalten. — **K.** in **Gr.** Die Herren Naturgeschichtler sollten überhaupt nicht die Systemkunde in der Schule dominieren lassen und sollten auch die Leitfäden darnach eingerichtet sein. — **Dr. P.** i. **B.** Progr.-Abh. enth. Aufgaben aus der sphär. Astronomie. Wir überlassen das Urteil über Programme den Programm-Referenten. —

Eingelaufene Beiträge: a) Fürs Aufgaben-Repertorium: Herr **St.** i. **Pr.** Aufl. zu Nr. 276—277. 279—281. — **A.** in **M.** Lösungen d. A. 247—259. — b) Anderweitige Beiträge. **Schl.** in **W.** Programmschau-Mecklenburg; Rez. v. Grafsmanns Biologie. Noth, Arithm. d. Lage. Brief interessant. Die darin aufgeworfene Frage über H.-V. brieflich. — **Mialovich in Budapest:** Eine elementare Ableitung des ersten Kepplerschen Gesetzes aus dem Newton'schen Anziehungsgesetze. Ob Ihre Ableitung „neu" ist, müssen wir erst untersuchen. Sie hätten der Arbeit eine kurze kritisch-geschichtliche Einleitung vorausgehen lassen sollen! Dies ist im Briefkasten schon oft erinnert worden! — **H. F.** in **K.** Weitere Fehler in d. Übungsbüchern von **B.** und **H.-D.** — **H.** in **Cz.** (Bukowina). Dunkle Stelle im „Licht" der physikal. Lehrbücher.

Einige wichtigere Abschnitte aus der mathematischen Botanik.

Von Oberlehrer Dr. F. Ludwig in Greiz.

II.*)

Wir kommen weiter zu den mathematischen Beziehungen, welche bezüglich der Anordnung der inneren Elemente des Pflanzenkörpers bestehen und können auch hier die Auffindung eines Fundamentalgesetzes konstatieren, das uns gestattet, die innere Zergliederung eines wachsenden Organs fast mit mathematischer Genauigkeit vorauszusagen und im Voraus zu konstruieren. War man bisher gewohnt, die Anordnung der Zellen als eine beinahe gesetzlose, chaotische zu betrachten, so lehrt uns dies Gesetz mit einem Schlag, die verschiedensten Zellenkomplexe unter einheitlichen geometrischen Gesichtspunkten zu betrachten.

Die ersten grundlegenden Untersuchungen bezüglich einer gesetzmäfsigen Anordnung der Zellwände in jüngsten Pflanzenteilen rühren von Carl von Nägeli her.**) Weiter fand dann Hofmeister***) einige neue Erfahrungssätze für die Morphologie des Zellhautgerüstes. Das eigentliche Fundament für den ferneren Ausbau der Lehre von der Anordnung der wachsenden Pflanzensubstanz legte jedoch erst Sachs in zwei Abhandlungen.†) In denselben zeigte er, dafs das Wachstum nicht eine Wirkung

*) Man sehe d. I. Art. in Heft 3. S. 161 u. f.

**) Nägeli in Schleiden, Zeitschrift für wissensch. Botanik. 1844—46.

***) Hofmeister, Handbuch der physiologischen Botanik. 1. Bd. 1. Abt. S. 125 ff. 1867.

†) Sachs, Über die Anordnung der Zellen in jüngsten Pflanzenteilen. Arbeiten d. botan. Instit. d. Univ. Würzburg. Bd. II. Heft 1. 1878 und Sachs, Über Zellanordnung und Wachstum, daselbst. Heft 2. 1879.

der Zellteilungen, sondern deren Ursache ist. Wachstum der verschiedensten Art kann ohne Zellteilung erfolgen. Wo aber die Zellteilungen dem Wachstum folgen, da hängt die Form des Zellnetzes, die Anordnung der Zellen wesentlich ab von der Verteilung und Art des Wachstums und zwar so, dafs durch das Prinzip der rechtwinkeligen Schneidung der Wände die Anordnung der Zellen bestimmt ist, sobald die durch das Wachstum bewirkte Form und Formveränderung bekannt ist. Wir können das oben angedeutete Gesetz, welches Sachs zuerst als das Prinzip der rechtwinkligen Schneidung bezeichnet hat, vorläufig so aussprechen:

Bei einem jungen wachsenden Gebilde treten zweierlei Zerklüftungen auf, die sich nachträglich durch Risse — wie in den Stärkekörnern oder auf Stammquerschnitten — oder durch sichtbare Zellwände zu erkennen geben können, von denen die einen mit der Oberfläche des Gebildes gleichsinnig sind („Periklinen"), während die anderen die Wände der ersteren überall senkrecht durchschneiden („Antiklinen"). Sachs hatte dieses Wachstumsgesetz empirisch gefunden, indem er von dem Bau einer verdickten Zellwand mit ihren Streifungen*) etc. ausging und damit die Richtung der Zellwände verglich.**)

Auch hier war es wieder Schwendener,***) der vom mathematischen Standpunkte aus das reine Wachstum analysierend hinter jenem Prinzip der rechtwinkligen Schneidung ein allgemeines Wachstumsgesetz, das sogenannte Trajektoriengesetz des Wachstums (oder nach ihm benannte Schwendener'sche Wachstumsgesetz) entdeckte und aus der Mechanik der Stoffvermehrung ableitete.

---

*) Wie sie Nägeli nachgewiesen hat. Vgl. Nägeli und Schwendener, Das Mikroskop. 2. Aufl. Leipzig 1877. S. 547. Auf ders. Seite ist auch eine Formel entwickelt, mittelst welcher sich wirkliche Streifungssysteme unterscheiden lassen von scheinbaren, wie sie z. B. das gewöhnliche Probeobjekt *Pleurosigma* zeigt.

**) Sachs, Über die Anordnungen etc. S. 52.

***) Schwendener, Über die durch Wachstum bedingte Verschiebung kleinster Teilchen in trajektorischen Kurven. Monatsber. d. Kgl. Akad. d. Wissensch. zu Berlin. 1880. April. S. 408—432. Vgl. auch Sitzungsber. d. Bot. Ver. d. Prov. Brandenb. 1880. XXII. S. 120.

Die das Wachstum eines Gebildes bedingenden Kräfte werden, wie Sch. zeigt, stets in 2 zu einander senkrechte Komponenten, eine radiale und eine tangentiale zerlegt, so dafs bei der Einlagerung neuer Substanz zwischen den vorhandenen Micellen eine doppelte Anordnung der kleinsten Teilchen, einmal in zur Umrifslinie parallelen Schichten und zweitens in Reihen stattfindet, die letztere senkrecht durchkreuzen. Besitzt danach ein Komplex konzentrischer Schichten in der zu ihrem Verlauf senkrechten Richtung ein ungleiches Wachstumsbestreben, das in einem Radius sein Maximum erreicht, dann wird der Parallelismus der Schichten gestört und es gehen die radialen Reihen, von denen man ausgeht, in orthogonale Trajektorien über, „die Raumteilchen bewegen sich während des Wachstums dann in orthogonaltrajektorischen Kurven“ etc. Die dabei auftretenden Schichten bezeichnet Schwendener als Perikline, Antikline (in dem Sinne von Sachs) und als Radiale, welche die Axe des Organs in sich aufnehmen. Perikline, Antikline und Radiale müssen sich daher rechtwinklig schneiden. Die Zellen, deren Auftreten mit dem Wachstum, wie schon Sachs bemerkt, von vornherein nichts zu thun hat, sind als die protoplasmatischen Raumerfüllungen trajektorischer Flächennetze der wachsenden Substanz aufzufassen.

[Wozu dann überhaupt noch eine Zerklüftung der wachsenden Substanz in Zellen nötig ist, warum es der Zellen bedarf, wenn die Teilchen des Pflanzenkörpers auch ohne dieselben die gleiche Bahn beschreiben und die gleiche Gestalt hervorbringen würden, darauf hat Rauber in einem später zu erwähnenden Schriftchen eine ausführliche Antwort zu geben versucht].

Ist der Umrifs einer Mutterzelle, eines Organes etc. gegeben, so lassen sich dazu die Periklinen nebst den zugehörigen orthogonalen Trajektorien konstruieren, es läfst sich also das Zellennetz auf dem Papier voraus bestimmen.

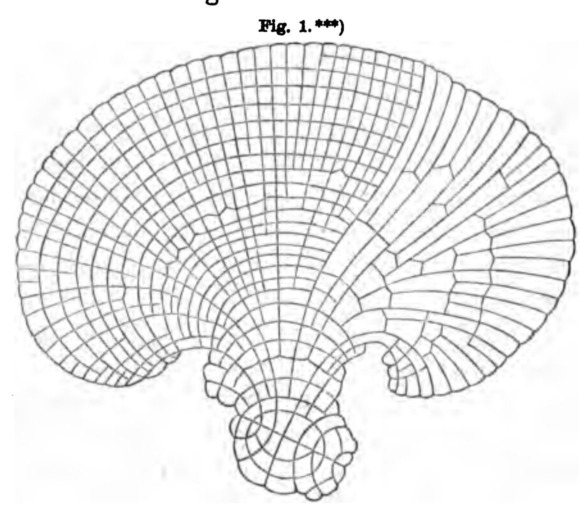
Schwendener bespricht im II. Kapitel seiner Abhandlung mehrere Formen regelmäfsiger Kurvensysteme nebst den zugehörigen orthogonalen Trajektorien und hebt besonders solche Kurven hervor, die an botanische Vorkommnisse erinnern.

Wir wollen im folgenden die Giltigkeit des Trajektoriengesetzes an einigen Beispielen nachweisen, wie sie Sachs neuer-

dings illustriert hat in seinen Vorlesungen über Pflanzenphysiologie*), müssen aber zuvor noch bemerken, dafs das Schwendenersche Wachstumsgesetz nach der schönen Untersuchung Raubers**) auch in dem Aufbau des tierischen Körpers seine Bestätigung findet.

Natürlich hängt das Bild, welches ein Zellnetz zeigt, davon ab, ob noch ein lebhaftes Wachstum einzelner Zellen oder Zellkomplexe nach den ersten Zellteilungen erfolgt. In diesem Falle würden sie auf die übrigen mechanisch einwirken und nur eine genaue Kenntnis der obwaltenden Verhältnisse könnte die Art der Beeinflufsung feststellen. So verhält es sich bei fast allen späteren Wachstumsphasen, und bei diesen werden wir eine Bestätigung unseres Wachstumsgesetzes nicht suchen wollen. Dasselbe kommt vielmehr nur rein zum Ausdruck bei embryonalen Gewebemafsen, die erfahrungsmäfsig als Ganzes wachsen und in solchen Fällen, wo die Zellenanordnung des embryonalen Gewebes durch spätere Wachstumsvorgänge nicht mehr wesentlich verändert wird, wie bei der Bildung des Holzkörpers aus dem Kambium, und bei dem Wachstum verschiedener einfach organisierter Pflanzen z. B. der in der Fig. 1 dargestellten *Melobesia*, bei der nur der Rand weiter

Fig. 1.***)



*) Sachs Vorlesungen über Pflanzenphysiologie 1882, II. Vorlesung XXVII.

**) Rauber, Tier und Pflanze. Akad. Programm. Leipzig 1881. Engelmann. Vgl. auch Naturforscher 1881 Nr. 17 S. 160: „Das Wachstumsgesetz bei Tier und Pflanze."

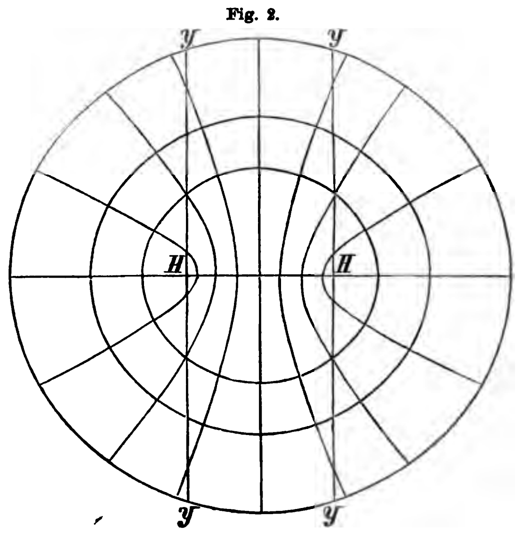
***) Fig. 1 und die folgenden hauptsächlich nach Sachs l. c.

wächst, und neue Zellen bildet, während die älteren Zellen ihre Form völlig beibehalten.

In dieser Figur treten die Periklinen und Antiklinen, welche die wachsende Algenscheibe in Zellräume zerteilen, deutlich hervor. Nicht überall werden indessen wirklich Zellwände gebildet und so kommt bei manchen anderen Gebilden ein Komplex von Zellareolen zustande, welcher der rechten Seite der Figur ähnelt, indem ein Teil der Periklinen weggelassen, die fächernden Antiklinen aber dargestellt sind.

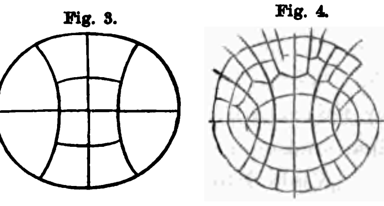
Bei den als Ganzes wachsenden Gewebemafsen läfst sich gleichfalls aus der Gestalt des Gewebes — oder, wenn wir im Folgenden zunächst von Quer- und Längsschnitten reden wollen, aus dem Umrifs, die Lage der möglichen peri- und antiklinen Zellwände bestimmen. Nächst der Kreisform kommt in der Natur verhältnismäfsig häufig annähernd die Ellipsenform (als Querschnittsform) vor. Hier müfsten nach dem Trajektoriengesetz aufser den beiden Hauptaxen als Perikline konfokale Ellipsen, als Antikline konfokale Hyperbeln auftreten. (Vgl. Fig. 2 yy Parameter HH Brennpunkte).

Fig. 2.

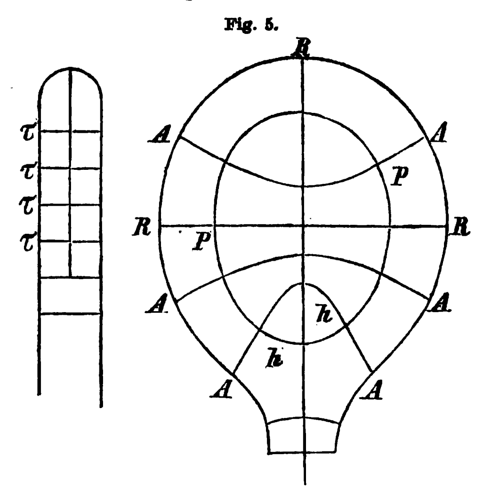


Dies ist nun thatsächlich der Fall wie z. B. Fig. 3 (Querschnitt durch den Vegetationskegel von *Salvinia*) und Fig. 4 (Keimscheibe einer Floridee) beweisen. — Nimmt während des Wachstums der Umrifs eine andere Gestalt an, so verändern sich die Teilwände so, dafs das

Fig. 3. Fig. 4.



Prinzip der rechtwinkligen Schneidung erhalten bleibt. So nehmen in Fig. 5 die ursprünglich (1) ebenen Zellwände des fadenförmigen Organs bei der elliptischen Erweiterung die in (2) angedeuteten Formen an. Es entspricht diese Figur genau einem schematischen Längsschnitt eines Embryos oder gewissen knopfförmigen Drüsenhaaren etc.



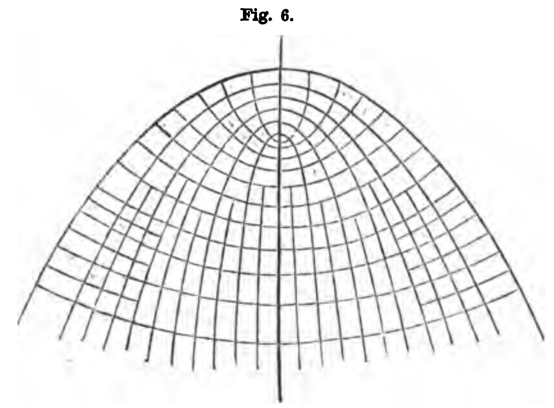
Der Übergang vom Querschnitt auf die entsprechenden stereometrischen Verhältnisse bietet keine besondere Schwierigkeit dar: bei ellipsoidischen oder kugligen Körpern läſst sich bezüglich der Anti- und Periklinen gleichfalls die Übereinstimmung der geometrischen Konstruktion mit den in der Natur vorkommenden Verhältnissen nachweisen.

Bei den wichtigsten jugendlichen Geweben, den Vegetationspunkten kann man der Einfachheit halber, was häufig nahe zu eintrifft, als Querschnittsform eine Parabel wählen. Das Gesetz der orthogonalen Trajektorien würde hier als Periklinen eine Schaar gleichsinniger konfokaler Parabeln erfordern, während die diese rechtwinklig durchschneidenden Antiklinen durch eine Schaar von Parabeln dargestellt würden, welche mit den ersteren Brennpunkt und Axe gemeinsam haben, aber in entgegengesetzter Richtung verlaufen. Diese Fächerung der embryonalen den Vegetationspunkt erfüllenden wachsenden Substanz — wie sie Fig. 6 andeutet, zeigt z. B. recht klar ein Längsschnitt durch einen Vegetationspunkt der Winterknospe der Edeltanne, *(Abies alba)*, und Sachs bemerkt zu diesen Übereinstimmungen bei den verschiedensten Pflanzen:

„Viele Hunderte von medianen Längsschnitten, welche die verschiedensten Beobachter gezeichnet haben, ohne auch nur im Entferntesten das zu Grunde liegende Prinzip zu kennen,

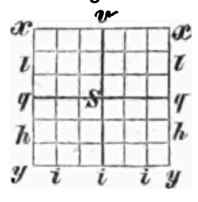
entsprechen der von mir gegebenen Konstruktion und beweisen die Richtigkeit dieses Prinzipes und was noch mehr sagen will: alle diese Beobachtungen wurden unter zwei falschen Voraussetzungen gemacht, nämlich, 1. daſs das Wachstum, das heiſst die Volumzunahme vorwiegend am Scheitel des Vegetationspunktes stattfinde und 2., daſs die Zellteilungen eine wesentliche Ursache des Wachstums seien.“ Daſs das Wachstum umgekehrt die Ursache der Zellteilungen ist, haben wir bereits bemerkt. Daſs der Scheitel in der Regel am langsamsten wächst, darf gleichfalls als ausgemacht gelten.

Fig. 6.



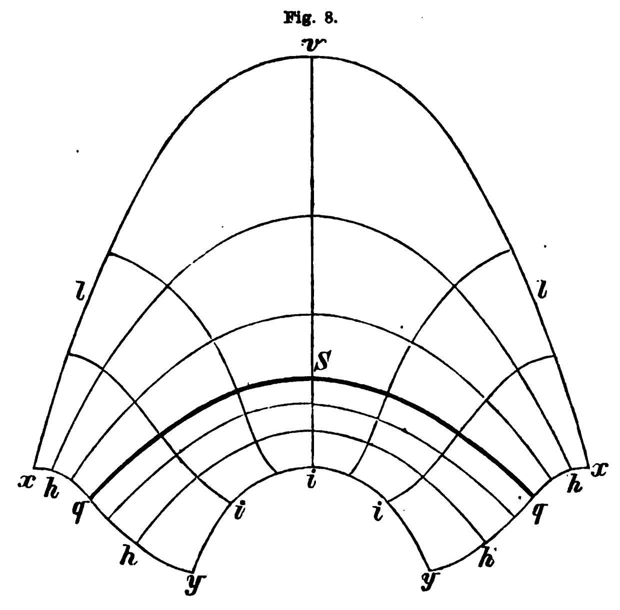
Unter Umständen kann indessen bei derselben äuſseren Form des Vegetationspunktes die Zellenanordnung eine wesentlich verschiedene sein, wenn nämlich, wie dies z. B. bei Vegetationspunkten einer Wurzel mit Wurzelhaube, bei sehr jungen Samenknospen etc. der Fall ist, zwei verschiedene Wachstumsformen zu beiden Seiten einer Schicht des Wachstumsminimums auftreten.

Fig. 7.



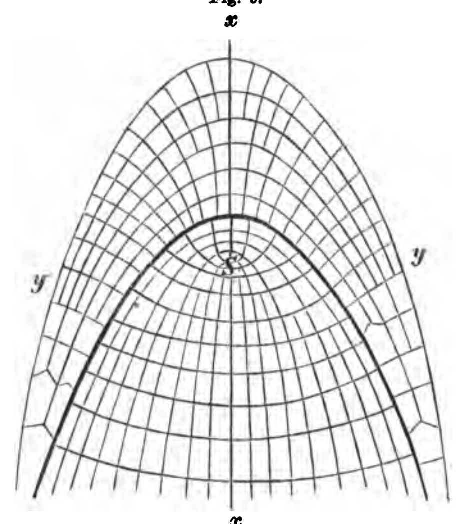
Nehmen wir z. B. an, daſs das 36zellige Quadrat Fig. 7 zu einem parabolischen Querschnitt infolge des Wachtumsprozesses umgestaltet wird, daſs aber bei qq das Minimum des Wachstums liegt, während die Wachstumsgeschwindigkeit von da nach oben und unten zunimmt, so muſs nach dem Trajektoriengesetz das Zellnetz die Form der Fig. 8 annehmen, wo die Periklinen und Antiklinen in beiden Figuren gleiche Bezeichnung haben. Es erscheint dann eine andere charakteristische Zellenanordnung wie sie thatsächlich häufig auf Längsschnitten (z. B. der schematischen Fig. 9) zu finden ist. Sachs unterscheidet diese Zellenanordnung zum Unterschied von

Fig. 8.



der konfokalen als die gefächerte oder koaxiale. (In der Figur bezeichnet *yy* wieder die Richtung des Parameters, *xx* die wirklich vorhandene Axe, *S* den Scheitel über welchem die Wurzelhaube gelegen ist.)

Fig. 9.



Beide Typen der Vegetationspunkte lassen sich also einfach geometrisch ableiten.

Bei den meisten niederen Pflanzen: einer grofsen Zahl von Algen, den Laubmoosen und meisten Lebermoosen, den Schachtelhalmen, Farnen und Selaginellen tritt an Stelle des Vegetationspunktes die Scheitelzelle und auch für diese hat Sachs ausführlich die Geltung jenes Gesetzes nachgewiesen. Selbst für die Segment-

wände einer tetraëdrischen Scheitelzelle, wo der Querschnitt (gleichseitiges Dreieck) dem zu widersprechen scheint, hat S. gezeigt, dafs die Schneidung eine rechtwinklige ist, und „dafs eine solche Scheitelzelle richtig aufgefafst wird, wenn man sich denkt, es sei von einem Würfel eine Körperecke so abgeteilt, dafs die dreieckigen Flachstücke gleich, die vier sie begrenzenden Flächen aber nach auswärts gewölbt sind.“ Die letzteren stellen die Antiklinen dar. — Nägeli hatte schon 1845 gezeigt, dafs sich aus der Scheitelzelle das gesamte Gewebe einer Wurzel oder eines Sprosses in genetischer Reihenfolge Wand für Wand ableiten läfst; daher entstand indessen die Meinung, der ganze Wachstumsprozefs eines Vegetationspunktes werde von einer Scheitelzelle beherrscht. Die neue Lehre vom Wachstum weist das Irrige dieser Anschauung evident nach. Eine Scheitelzelle im herkömmlichen Sinne ist nach dem Vorstehenden überhaupt nur dann möglich, wenn die Peri- und Antiklinen konfokale Kurvenschaaren darstellen — also bei konfokal gebauten Vegetationspunkten, unmöglich dagegen, wenn die Volumzunahme nach dem Scheitel hin am gröfsten ist. — Dafs nicht nur in der Aneinanderfügung der Zellen, sondern ganz allgemein in der molekularen Substanz ein ähnlicher Bauplan zur Geltung kommt, bezeugen u. a. die Abbildungen Strafsburgers zur Zellbildung und Zellteilung. Nicht nur das Protoplasma des Zellleibes, sondern auch der Zellkern zeigen jene netzförmige Anordnung wie das Zellnetz.

Diese Beispiele mögen genügen, uns die Tragweite des Trajektoriengesetzes für die Pflanzenanatomie darzuthun und gleichzeitig zu zeigen, welch weites Feld für weitere Forschungen dieses Kapitel der mathematischen Botanik noch darbietet.

(Fortsetzung folgt.)

Die Kombinationen mit unbeschränkter Wiederholung.*)

(Im Anschlufs an den Aufsatz Stammers XII_3, S. 190, und an die Bemerkungen von Studnička, Braun und dem Verfasser bezw. in XII_4, S. 256, XIII_2, S. 118, XII_6, 424.)

Von Friedrich Roth in Buxtehude.

Erster Teil.

Kritische Umschau.

Durch seinen Aufsatz: „Über den Unterricht in der Kombinationslehre" hat Herr Dr. Stammer schon zu verschiedenen Berichtigungen und Erwiederungen Veranlassung gegeben, unter denen sich auch eine von mir zur Rechtfertigung Bretschneiders eingesandte Bemerkung befindet. Es sind hauptsächlich drei Punkte, durch die Herr Stammer Anstofs erregt und Widerspruch hervorgerufen hat. Einmal die Behauptung, dafs alle unsere Lehrbücher die Behandlung der Kombinationen den Variationen vorausgehen liefsen, während es zweckmäfsiger sei, die umgekehrte Reihenfolge einzuhalten. Diesen Punkt können wir wohl, soweit er die Thatsache selbst angeht, als erledigt betrachten.

*) Dieser Artikel war ursprünglich für das nächste (5.) Heft bestimmt. Da aber der Hr. Verfasser, dessen Gebahren bereits im Briefkasten des 3. Heftes gekennzeichnet ist, trotz eigener Schuld an der Verzögerung, hartnäckig (unter Androhung der Zurücknahme seiner Arbeit und Veröffentlichung derselben in einer „Konkurrenzzeitschrift") auf der Aufnahme ins nächste (4.) Heft bestand, so haben wir denselben schon in dieses Heft aufgenommen, was leider die Ausscheidung einiger andern Beiträge und die Verzögerung der Heftausgabe verursachte. Zu diesem Zugeständnifs wurde die Redaktion hauptsächlich durch folgende Gründe bestimmt: 1) dieses mathem. Kapitel ist in ds. Z. noch nie eingehend besprochen worden. 2) es wird dadurch eine in ds. Z. begonnene und (s. d. Citate d. Überschr.) zerstückelte Diskussion wenn nicht erledigt, so doch geklärt. 3) wird den in ds. Art. Angegriffenen Gelegenheit geboten, sich zu vertheidigen. Anm. d. Redaktion.

Eine andere Frage ist die, ob es nicht auch dann, wenn man in der Ableitung der Formeln die von letzterem empfohlene Anordnung wählen würde, doch geraten erscheinen möchte, bei der Einführung in die Begriffe die Kombinationen den Variationen vorausgehen zu lassen. Denn es entspricht dieser Gang dem pädagogischen Grundsatze, von dem Einfacheren zu dem Zusammengesetzteren fortzuschreiten. Die bloſse Auswahl aus einer Reihe von Elementen zu einer Form muſs vorher erklärt sein, ehe man daran gehen kann, in jeder der so gebildeten Zusammenstellungen noch die Versetzungen vorzunehmen.

Den zweiten Punkt bildet der von Stammer gegen sämtliche ihm bekannte Lehrbücher erhobene Vorwurf, daſs die Entwickelung der Formel für die Anzahl der Kombinationen mit unbegrenzten Wiederholungen „nicht allen Anforderungen an mathematische Strenge genüge“, und als den dritten wesentlichen Punkt in jenem Aufsatze möchte ich den Anspruch des Verfassers bezeichnen, daſs der von ihm mitgeteilte Beweis neu und streng wissenschaftlich gehalten sei.

Was zunächst den zweiten Punkt betrifft, so wird jeder, der den von mir in meiner früheren Entgegnung auszugsweise wiedergegebenen Gedankengang Bretschneiders verfolgt hat, mir zugestehen müssen, daſs dessen „System der Arithmetik und Analysis an Gründlichkeit nichts zu wünschen übrig läſst. Für die Methode der Induktion ist die wissenschaftliche Strenge an zwei Bedingungen geknüpft; nämlich erstens muſs durch Beobachtung von Erfahrungsthatsachen, in unsrem Falle also durch Ausführung der algebraischen Operationen unter Annahme bestimmter Zahlen, innerhalb der engeren Grenzen eines leicht zu beherrschenden Gesichtskreises unser Denken soweit geführt werden, daſs sich das zu suchende Gesetz von selbst aufdrängt, und zweitens muſs der Euler'sche Schluſs von n auf $n+1$ gemacht werden. Beiden Anforderungen genügt das von mir vertheidigte Werk vollständig.

In seinem vom Herausgeber dieser Zeitschrift im XII. Jahrgange S. 256 angezogenen Briefe bemerkt Herr Studnička, daſs er den von Dr. Stammer gewünschten Lehrgang in „entsprechender Weise“ eingehalten habe. In diesen Worten liegt wohl auch eine Zurückweisung des Vorwurfs der Ungenauigkeit, den der

letztere gegen die Verfasser der Lehrbücher der Algebra erhoben hatte. Der erstere giebt nun in seinem „Lehrbuche der Algebra" (2. Aufl., Prag 1879) auf S. 197 und 198 zwei Beweise, von denen der erste auf dem Wege der Deduktion, der zweite mit Hilfe der Induktion geführt wird. Der erste lautet in der Hauptsache:

„Die Anzahl der Kombinationen $m$ten Grades mit Wiederholung ist offenbar gleich der Anzahl der Kombinationen desselben Grades ohne Wiederholung bei $(n + m - 1)$ Elementen, indem in der Komplexion $m$ten Grades neben ein Element noch $(m - 1)$ gleiche Elemente gestellt werden können, sodafs hierdurch die Zahl der Elemente scheinbar um $(m - 1)$ vergröfsert erscheint" (scheinbar erscheint!!)

Abgesehen von den sprachlichen Härten und Willkürlichkeiten hat diese Ausführung etwas Bestechendes, erweist sich aber bei näherer Beleuchtung als nicht stichhaltig. Es fehlt vor allen Dingen der strenge Beweis, dafs man die wiederholten Elemente als neue, unter sich verschiedene Zahlen ansehen kann. Hat man in einer Form zur $m$ten Klasse nur ein Element und $m - 1$ Wiederholungen desselben, so mag es noch angehen, da unter den lezteren keine weitere Auswahl mehr möglich ist, ebenso wenig wie bei $m - 1$ verschiedenen Zahlen in der $\overline{m - 1}$ten Klasse, aber, wenn auch nur zwei verschiedene Buchstaben in der Komplexion vorhanden sind, erkennt man die Lücke in dem Gedankengange des Verfassers. Wären mir z. B. die beiden Elemente a und b und die sechste Klasse gegeben, so blieben in den Arten (species), die a und b enthalten, wenn ich ein a und ein b absondere, noch alle möglichen Kombinationen mit W. der zwei Elemente zur 4. Klasse. Wo liegt nun der Beweis dafür, dafs sich diese Zusammenstellungen der wiederholten Buchstaben gerade so verhalten wie ebensoviele unter sich und von a und b verschiedene Buchstaben? Diesen ist uns der Verfasser schuldig geblieben; aber, so lange derselbe nicht geführt ist, können wir auch die weiteren Folgerungen nicht zugeben. Unwillkürlich mufs man sich die Frage vorlegen: Würde solch ein Beweis, wie der eben mitgeteilte, wohl gefunden worden sein, wenn die zu suchende Formel nicht schon bekannt gewesen wäre?

Die zweite in dem Studnička'schen Lehrbuche enthaltene

Ableitung der fraglichen Formel beginnt mit den Worten: „Eine Komplexion $(k+1)$ten Grades entsteht, sobald eine Kombination $k$ten Grades mit Wiederholung, deren Anzahl K_n^k ist, mit irgend einem der k darin schon enthaltenen oder der vorhandenen n Elemente verknüpft wird, sodafs man erhält

$$(k+1)\, K_n^{k+1} = (n+k)\, K_n^k,$$

wenn berücksichtigt wird, dafs in der Anzahl $(n+k)\, K_n^k$ aus früher angeführten Gründen die Anzahl K_n^{k+1} eben $(k+1)$ mal enthalten ist.

Diese Darstellung ist mir ganz unverständlich. Aus einer Form der $k$ten Klasse wird ja allerdings immer eine solche der nächst höheren Klasse, wenn man eines der vorhandenen n Elemente anfügt, aber unter diesen sind die k Elemente der gegebenen Komplexion schon enthalten, mithin würde ich durch nochmaliges Ansetzen der letzteren Buchstaben k Arten $(k+1)$ter Klasse zweimal erhalten; und es müfste doch nun irgendwie erklärt werden, wie dieses doppelte Auftreten bestimmter Formen auf die Anzahl der entstehenden Komplexionen einwirkt, wie ihr oftmaliges Auftreten berücksichtigt wird und wie man den Einflufs des letzteren anf die Rechnung beseitigt; aber vergeblich sucht man hier nach einem Faden, der uns auf den Weg mathematischer Folgerung leiten könnte. Das Auftreten des Faktors $k+1$ auf der linken Seite obiger Gleichung bleibt vollständig rätselhaft. Von „früher angeführten Gründen“ kann ich weiter nichts entdecken als eine Bemerkung in § 40, die sich auf die Kombinationen o. W. bezieht. Das dort Gesagte ist allerdings richtig, wenn auch keineswegs durch die beigegebene Erklärung genügend begründet, aber für die hier zu betrachtenden Kombinationen hat es keinen Wert, weil dort das Entscheidende die verschiedene Stellung ist, welche einzelne neue Elemente einnehmen können, wenn sie in richtiger Folge in gut geordnete Formen eingefügt werden. Dies trifft aber dann, wenn Wiederholungen gestattet sind, nicht mehr zu, da bei gleichen Buchstaben keine höheren und niedrigeren Elemente unterschieden werden können.

Man wird zugestehen müssen, dafs der mitgeteilte Gedankengang nur denen klar sein kann, welche die gesuchte Formel schon vor Augen haben, da in der That bei dieser für jede

nächst höhere Klasse ein Faktor $\frac{n+k}{k+1}$ hinzutritt. Der zweite Punkt der Stammer'schen Behauptungen wird also durch das Lehrbuch von Studnička selbst nicht wiederlegt.

Einen weiteren Angriff haben dieselben im zweiten Hefte des XIII. Jahrgangs, (S. 118) durch Dr. Braun erfahren. Im Betreff des soeben von uns besprochenen Punktes führt er das Lehrbuch von Baltzer, sowie das von Heilermann und Diekmann als Belege an, aber er geht noch weiter und bestreitet die Neuheit des Stammer'schen Beweises, indem er sagt, dafs eine „flüchtige Durchsicht des Baltzer'schen Lehrbuches genüge" um zu erkennen, dafs die von dem ersteren mitgeteilte Ableitung mit der in dem letzteren Buche enthaltenen übereinstimme. An dieser Behauptung ist nur das eine wahr, dafs allerdings „eine flüchtige Durchsicht" der betreffenden Darstellungen solch ein Urteil veranlassen kann. Es mag jeder selbst entscheiden:

Stammer wird durch Vermutung auf unsere Formel geführt, er sagt, dafs die Richtigkeit des Satzes für ein oder zwei Elemente „leicht einzusehen" sei, dann nimmt er die Gültigkeit desselben bei n Elementen für eine beliebige ($r$te) Klasse an und beweist sie durch die Bildung der Komplexionen und durch die Eigenschaften der Binominalcoefficienten für $\overline{n+1}$ Elemente bei derselben Klasse.

Baltzer setzt die Richtigkeit der Formel bei m Elementen in der $k$ten Klasse ohne weiteres voraus und beweist ihre Gültigkeit in der $\overline{k+1}$ten Klasse. Dies geschieht, indem er in den gut geordneten Formen der $\overline{k+1}$ten Klasse der Reihe nach die verschiedenen Elemente vorne abschneidet und die Möglichkeit der Zusammenstellungen der übrig bleibenden Elemente untersucht.

Wo liegt nun da die Ähnlichkeit mit der Stammer'schen Darstellung? Ich finde keine andere Übereinstimmung als die Vernachlässigung des ersten Teiles des Induktionsschlusses, der bei dem einen unvollständig ist und bei dem andern ganz fehlt. Denn beide haben es verschmäht, die Entstehung des Satzes für eine Reihe von 1 an aufsteigender Zahlen vor Augen zu führen, eine Arbeit, die für den Schlufs „durch Erfahrung" ebenso wichtig ist als der Schlufs von n auf $n+1$.

Dagegen zeigt eine aufmerksame Vergleichung sofort, dafs der Baltzer'sche Beweis mit dem zweiten Teile des Bretschneider'schen übereinstimmt. Beide sind in der That weiter nichts als die Fortbildung derjenigen Entwickelung, die man in den Werken der alten Hindenburg'schen Schule niedergelegt findet, und die am ausführlichsten von Weingärtner in seiner kombinatorischen Analysis*), 1. Teil S. 216—222, und unter den Neueren am getreuesten von Becker in seiner Arithmetik wiedergegeben worden ist. Es beruht diese Ableitung, die des Schlusses von n auf $n + 1$ entbehrt, in der Hauptsache darin, dafs man für die ersten Klassen von der ersten zu den höheren aufsteigend die einzelnen Ordnungen der gut geordneten Arten sich bildet, wobei man durch Abtrennung des ersten Elementes immer auf die zunächst vorhergehende Klasse geführt wird.

Bei dieser Gelegenheit kann ich eine Bemerkung nicht unterdrücken. Baltzer hat an den betreffenden Stellen seines Werkes Anmerkungen hinzugefügt, die in gedrängter Kürze Übersichten über die Geschichte der Kombinationslehre geben. Aber obgleich er selbst Mitglied der sächs. Ges. der Wiss. zu Leipzig ist, so sucht man darin vergeblich nach dem Namen des Leipziger Professors Hindenburg, des Mannes also, der auf diesem Gebiete in Deutschland die hervorragendste Rolle gespielt hat. Wenn man auch der „kombinatorischen Analysis“ nicht die Bedeutung zusprechen kann, die sie nach der Meinung ihres Urhebers hatte, so bleibt doch immer der Versuch, die Kombinationslehre für die Analysis nutzbar zu machen, eine Thatsache, die in der Geschichte der Mathematik nicht übergangen werden darf, und aufserdem kann ihrem Begründer doch die Auffindung der Formel für die Variationen zu bestimmten Summen nicht bestritten werden.

Warum hat man überhaupt nicht die alten Benennungen beibehalten? Da quälen sich die Verfasser unsrer neueren Lehrbücher alle, um die Reihenfolge der Elemente und der einzelnen Komplexionen bei gut geordneten Kombinationen anzugeben, vermeiden aber das von den Vertretern der kombina-

*) Johann Christoph Weingärtner, Konrektor in Erfurt, Lehrbuch der kombinatorischen Analysis nach der Theorie des Professor Hindenburg. Leipzig, bei Gerhard Fleischer dem Jüngeren 1800.

torischen Analysis gebrauchte Wort „lexikographisch", das doch mit einem Schlage Licht in die Sache bringt und sich für den Unterricht unserer mit Wörterbüchern vertrauten Jugend besonders empfiehlt.

Auch das von Bretschneider, Becker u. a. gewählte Verfahren für die Entwickelung der Formel der Kombinationen m. W. macht sich, wie man bei Weingärtner und Stahl*) sieht, viel einfacher, wenn man vorher den Begriff der Ordnung einführt. Überdies können die jetzt gebräuchlichen Zeichen gar nicht genügen. Es fehlt uns ein Unterschied der Bezeichnungen für die ausgeführten Arten überhaupt und für deren Anzahl, während man früher dem Zeichen der ersteren *ns* (numerus specierum) vorsetzte, um ihre Anzahl anzugeben. Aufserdem lassen uns die neueren Zeichen bei den Kombinationen und Variationen zu bestimmten Summen und mit eingeschränkten Wiederholungen vollständig im Stich.

Doch kehren wir zu unserer Aufgabe zurück. Die eine Behauptung des Herrn Dr. Braun, dafs die von Herrn Stammer gegebene Ableitung der fraglichen Formel mit der von Baltzer übereinstimme, hat sich als nicht zutreffend erwiesen. Wie steht es nun mit den Vorzügen des Beweises von Heilermann und Diekmann? Wir lesen in deren „Lehrbuche" (1. Auflage):

„Es ist zunächst ${}^{w}C_1(n) = n$.

Indem man nun jedes Element mit allen n Elementen und aufserdem mit diesem Elemente selbst verbindet, erhält man die Kombinationen zur 2. Klasse doppelt. Daher ist

$${}^{w}C_2(n) = \frac{n+1}{2}\,{}^{w}C_2(n) = \frac{n(n+1)}{1\cdot 2}.$$

Durch denselben Schlufs erhält man

$${}^{w}C_3(n) = \frac{n+2}{3}\,{}^{w}C_2(n) = \frac{n(n+1)(n+2)}{1\cdot 2\cdot 3}.\text{“}$$

In den von uns durch gesperrten Druck hervorgehobenen Worten liegt jedenfalls eine sprachliche Ungenauigkeit. Denn bei der ersten Klasse ist das einzelne Element zugleich die ganze Komplexion, der Ausdruck „derselbe Schlufs" läfst es daher unge-

*) C. D. Martin Stahl, Professor in Jena, Grundrifs der Kombinationslehre nebst Anwendung derselben auf die Analysis. Jena und Leipzig bei Christian Ernst Gabler, 1800.

wifs, ob man beim Übergange zur dritten Klasse an die Binionen mit zwei gleichen Elementen eines von diesen nur einmal oder zweimal anfügen soll.

„Allgemein“ heifst es dann weiter, „erhält man das $k$fache der Kombinationen m. W. zur $k$ten Kl., indem man jede Kombination der (k—1)ten Kl. mit jedem der k—1 in der Kombination bereits enthaltenen Elemente verbindet.“ Dann folgt die wohlbekannte Formel. Aber vergeblich sucht man nach einem Faden, der uns den Gedankengang zeigen könnte, den die Verfasser eingeschlagen, um zu dem letzten Schlusse zu gelangen; denn das Endergebnis ist wie ein Orakelspruch hingestellt ohne auch nur einen Versuch der Entwickelung. In der Hauptsache stimmt das eben Mitgeteilte mit der Einleitung zu dem zweiten Beweise von Studnička überein, es fehlt jedoch der Schlufs für die aufsteigenden Klassen und der Übergang von m auf $m + 1$, wie sie der letztere gegeben hat. Die Frage, ob Heilermann u. Diekmann vor Stammer den Vorzug verdienen, mufs daher nach dem, was wir oben auseinandergesetzt haben, entschieden verneint werden.

Ist nun der Vorwurf, den der letztere gegen unsere Lehrbücher der Algebra erhebt, überhaupt gerechtfertigt, und ist sein Beweis wirklich neu? Die entscheidende Beantwortung dieser Frage mufs ich den Glücklichen überlassen, die in einer Universitätsstadt leben, wo ihnen das Lesezimmer einer vollständigen Bibliothek jederzeit offen steht.*) Was in meinen Kräften stand, um die einschlägige Litteratur zu erlangen, habe ich gethan, und wenn ich mir erlauben darf, die Ergebnisse meiner Untersuchung mitzuteilen, so sind dies folgende: Die Stammer'sche Ableitung der Formel finde ich nirgends, und sein Vorwurf des Mangels an Wissenschaftlichkeit ist bei der Mehrzahl der Lehrbücher zutreffend.

*) Wenn der Hr. Verfasser glaubt, dafs „alle unsere Lehrbücher“ (der Algebra, s. Stammer XII, 190) in einer Universitätsbibliothek zu finden seien und dafs es überhaupt eine solche „vollständige“ Bibliothek gäbe, so dürfte er sich sehr irren. Schul-Lehrbücher, wie die vom Verf. kritisierten, werden dort i. d. R. überhaupt nicht angeschafft. Sucht man doch oft rein-wissenschaftliche Werke vergebens. So fanden wir in Wien (polyt. B.) *Möbius, baryc. Calc.* und in Leipzig (Univ.-B.) *De la Hire sect. con.*, in Hamburg *Poncelet traité* etc. nicht. D. Red.

Zum Schlusse will ich noch zwei Beweise anführen, die sowohl wegen ihres Gehaltes als auch wegen der Namen ihrer Urheber besonders wissenswert erscheinen.

In Kamblys „Arithmetik und Algebra" (21. Aufl. von 1876) findet sich der Anfang zu einer richtigen Begründung des Gedankens, den Studnička in seinem zweiten Beweise benutzt hat. Von der ersten Klasse zu der nächsthöheren aufsteigend, setzt er an jede der n Formen jedes verschiedene Element einmal, das gleiche dagegen zweimal an und erhält so die Arten der zweiten Klasse doppelt. Die Anzahl sämmtlicher auf diese Weise entstehenden Binionen ist $n(n+1)$, da jede der n Unionen mit $n+1$ Elementen verbunden wird, nämlich mit den n gegebenen und aufserdem noch einmal mit demjenigen, das in ihr schon enthalten ist.

Kombiniert man jede der $\frac{n(n+1)}{1\cdot 2}$ Amben (der 2. Klasse) „mit jedem der Elemente, welche sie nicht enthält, einmal, mit denen, welche sie einmal enthält, zweimal, mit dem, welches sie zweimal enthält, dreimal: so erhält man die Formen der dritten Klasse dreifach, sie mögen nun aus identischen Elementen bestehen, wie aaa, oder aus verschiedenen, wie abc, oder zum Teil aus identischen, wie aab." Nun wird jede Binion erstens mit n Elementen verbunden, dann aber wird wegen der mehrfachen Anfügung der wiederholten Elemente an eine jede derselben noch zweimal angesetzt, es entstehen also $\frac{n(n+1)}{1\cdot 2}\cdot(n+2)$ Ternionen, von denen aber nur der dritte Teil unter sich verschiedene Arten sind.

Leider bricht hier die Entwickelung ab, trotzdem es nicht schwer ist, dieselben Folgerungen auch allgemein für den Fall auszuführen, dafs die Zahl, welche die Klasse bezeichnet, unbestimmt ist.

Der zweite Beweis, der mir der Beachtung wert erscheint, ist enthalten in dem von Reidt bearbeiteten Teile des Handbuches der Mathematik von Schlömilch.

Danach denkt man sich alle die Kombinationen, deren Anzahl gesucht wird, in lexikographischer Ordnung hingeschrieben. Dann erhöht man in jeder derselben das an zweiter Stelle stehende Element um 1, das an dritter Stelle stehende um 2

u. s. f. bis zum $k$ten, das um $k - 1$ erhöht wird. Dann fallen alle Wiederholungen weg, und man erhält alle Arten der Kombinationen o. W. von $n + k - 1$ Elementen zu derselben Klasse. Der Beweis dafür, dafs diese Komplexionen vollständig vorhanden sind, wird indirekt geführt, indem man die einzelnen Elemente wieder umgekehrt in entsprechender Weise erniedrigt. Dann entstehen wieder unter sich verschiedene Kombinationen mit Wiederholungen, und wenn die durch Erhöhung der Elemente entstandenen Komplexionen nicht vollzählig gewesen wären, so würde von den ursprünglich gegebenen Formen eine gefehlt haben — was der Voraussetzung widerspricht.

Ob diese letztere Beweisführung so recht durchschlagend ist, und ob es nicht besser gewesen wäre, zur Erklärung noch andere Gedanken heranzuziehen, scheint mir noch eine offene Frage. Auch vermifst man die Angabe darüber, ob der Verfasser den Beweis selbst gefunden, oder ob er ihn einem anderen Werke entnommen hat.

Ziehen wir nun die Summe, so ergiebt sich, dafs bei Anlegung des strengen Mafsstabes, den wir im Eingange als Bedingung eines guten Induktionsschlusses aufgestellt haben, die von Stammer mitgeteilte Ableitung der Formel selbst fallen müfste, und dafs dann nur Bretschneider und Reidt die Probe beständen. Bei minder strenger Beurteilung bliebe noch Stammer. Überhaupt sind es vier Arten, auf welche sich alle Entwickelungen zurückführen lassen; die eine ist induktiv, von Klasse zu Klasse aufsteigend schliefsend, sie ist das fortgebildete Verfahren der Hindenburg'schen Schule, die zweite, ebenfalls induktive, die von Stammer, läfst die Anzahl der Elemente steigen; die dritte, zu welcher die von Reidt und die erste Ableitung Studničkas zu rechnen sind, geht darauf hinaus, die Kombinationen mit Wiederholungen auf die ohne Wiederholungen zurückzuführen, während Kambly, Heilermann und Diekmann, sowie Studnička im ersten Teile seines zweiten Beweises, die Faktoren der gesuchten Formel unmittelbar aus der Entstehungsweise der fraglichen Kombinationen abzuleiten suchen.

(Fortsetzung soll folgen.)

Kleinere Mitteilungen.

Sprech- und Diskussions-Saal.*)

Wohl nur eine Unterlassungssünde?

Von O. Fleischhauer in Gotha.**)

Warum müssen folgende geometrische Relationen falsch sein?

1) $$s_{2n} = \frac{s_n}{\sqrt{2(s_n + t_n)}},$$

wenn sämtliche Buchstaben lineare Gröfsen vorstellen; —

2) $$p_1 p_2 p_3 = abc \pm p_1 p_2 + p_1 p_3 + p_2 p_3 = a^2 + b^2 \pm c^2$$

wenn sämtliche Buchstaben lineare Gröfsen vorstellen; —

3) $$n_1 n_2 n_3 = \frac{(a + b - c)(a - b + c)(-a + b + c) + 2abc}{8\Delta}$$

wenn die Buchstaben lineare Gröfsen vorstellen und Δ eine Fläche bedeutet; —

4) $$\Delta_1 - \Delta_3 = \sqrt{(s - a)(s - b)(s - c) - abc}$$

wenn die Buchstaben lineare und die Δ Zeichen Flächengröfsen bezeichnen; —

5) $$P^2 K = (S_1 + S_2 + S_3)(S_1 + S_2 - S_3)(S_1 - S_2 + S_3)(-S_1 + S_2 + S_3)$$

wenn P den Rauminhalt
„ K die Kante
„ S_1, S_2, S_3 Seitenflächen
} eines Körpers bezeichnen

6) $$\operatorname{tg} \frac{1}{2} A = \sqrt{\frac{(s - b)(s - c)}{s - a}}$$

---

*) Aus dieser Abteilung mufste wegen des vorausgehenden Artikels von Roth mehreres fürs nächste Heft zurückgestellt werden. Man kann aber die in Abt. II behandelte Kontroverse, mit der Nachschrift d. Red., auch hierher rechnen. Red.

**) Der Hr. Verf. hat die Antwort bereits selbst gegeben und wird dieselbe im nächsten Hefte mitgeteilt werden. Red.

wenn a, b, c und s lineare Gröſsen sind und A eine Winkelgröſse bezeichnet. Da dergleichen generelle Prüfungen nicht blos Schülern, sondern überhaupt allen Rechnern sehr gute Dienste leisten können, so ist es unbegreiflich, daſs man weder in Schulen, noch in Lehrbüchern, noch in Aufgaben-Sammlungen derartige Beurteilungen anregt. Als selbstverständlich können sie aber nicht angesehen werden, da sogar scharfsinnige und gewiegte Mathematiker nicht gleich auf den Grundsatz verfallen, der hierbei als Norm gilt.

Vielleicht regt meine Anfrage dazu an, diesem Gegenstande gerade in dieser Zeitschrift einmal näher zu treten!

Eine Stimme über Freyholds Botanik

(rezensiert in d. Jahrg. Hft. 2 S. 112 u. f.) von einem Fachgenossen aus dem Norden.

(Aus einem Briefe an die Redaktion.) „Ich habe zu meinem groſsen Bedauern erst jetzt durch Ihre Zeitschrift Kenntnis von der ausgezeichneten Botanik von Dr. E. v. Freyhold erhalten. — Zu meinem groſsen Bedauern; denn obgleich ich seit Jahren nach einem brauchbaren Lehrbuche d. Botanik suchte, und deshalb Dutzende dieser Bücher darauf hin untersuchte, konnte ich doch nichts finden, was auch nur annähernd mit diesem Buche verglichen werden kann. Es war überdies für mich eine freudige Überraschung, in vollendeter Form das ausgeführt zu finden, was ich früher in einer unserm Provinzialschulcollegium von mir eingereichten Abhandlung als Hauptziel des bot. Unterrichts hingestellt, aber, da Botanik nicht mein Spezialfach ist, mehr skizziert als ausgeführt hatte. Daſs Freyhold aber besser gethan haben würde, seinem Buche schematische Figuren beizugeben, möchte ich als unzweifelhaft hinstellen*); zumal da (in Preuſsen wenigstens) dieser Unterricht sehr häufig von Nichtfachmännern gegeben wird.**) Übrigens kann ich Ihnen nicht beistimmen, wenn Sie Behrens Botanik für ein gutes Schulbuch halten, obgleich ich das Buch im Übrigen ganz ausgezeichnet finde. Derselben Ansicht bin ich in Bezug auf Keller, Zoologie."

Nachschrift der Redaktion. Wir hatten (S. 113) ja auch nur die Frage gestellt, ob diese Lehrbücher nicht „wenigstens annähernd die von Freyhold gestellten Forderungen erfüllten". — Neuerdings sind wir sogar deshalb interpelliert worden, weil wir der apodiktischen Behauptung des Herrn Rebmann (Hft. 2, S. 113 Anm.) jene seien „keine Schulbücher" nicht unser (?) beigefügt haben. Man sieht, wie verschieden die Ansichten sind. Es fragt sich hier nur, was man unter „Schulbüchern" versteht. Manche meinen darunter Bücher für die Bequemlichkeit des Lehrers, andere Memorier-

---

*) Wir sind ganz derselben Meinung. Red.

**) Anderwärts wohl auch? Red.

stoffe für die Schüler, noch andere beides etc. Es wäre daher gewifs kein unwichtiges Thema für die nächste Schulmännerversammlung in Dessau, den Begriff „Schulbuch" festzustellen. Übrigens braucht man sich gar nicht zu wundern, wenn wir nicht bestimmt wissen, ob Behrens Botanik ein Schulbuch sei. Denn bis heute hat uns die Verlagshandlung noch kein Exemplar desselben gesandt. Dasselbe gilt von v. Freyholds Buch, welches wir durch Hr. Rebmanns Güte nur zur Ansicht erhielten.

Zum Aufgaben-Repertorium.

(Redigiert von Dr. Lieber-Stettin und von v. Lühmann-Königsberg i. d. N.)

A. Auflösungen.

247—249. (Gestellt von Fuhrmann XIII_5, 364) Aufgaben über Segmentärpunkte und den Brocardschen Kreis. (Bezeichnungen siehe XII_2, 107, XII_4, 263, XIII_3, 203, XIII_5, 357, XIV_1, 26, XIV_2, 94.)

247. Fällt man von den Ecken des Dreiecks ABC bezüglich Lote auf die Seiten $B'C'$, $C'A'$, $A'B'$, so schneiden sich dieselben in einem Punkt, der auf der Peripherie des um ABC beschriebenen Kreises liegt, und zwar zu ABC so, wie der Mittelpunkt H des um ABC beschriebenen Kreises zu $A'B'C'$.

1. Beweis. Die von A und B gefällten Senkrechten treffen sich in H'. Dann ist $\sphericalangle AH'B = B_1C_1A_1$, weil $AH' \perp B'C'$ und $H'B' \perp C'A'$, folglich auch $\sphericalangle AH'B = ACB$, mithin liegt H' auf dem Kreise um $\triangle ABC$. Ferner ist auch $\sphericalangle BH'C = BAC = B'A'C'$ und da $BH' \perp A'C'$, mufs auch $H'C \perp A'B'$ sein. (An die Stelle von gleichen Winkeln können auch Supplementwinkel treten.) Da $B'C' \perp AH'$ und $C'H \perp AB$, so ist $\sphericalangle H'AB = 180^0 - B'C'H$ (resp. $= B'C'H$), und $\sphericalangle HA'B' = 180^0 - B'C'H$ (resp. $= B'C'H$) demnach $\sphericalangle H'AB = HA'B'$. Da aufserdem $\triangle ABC \sim A'B'C'$ ist, so hat H' in bezug auf A, B, C dieselbe Lage, wie H in bezug auf A', $B'C'$.

Fuhrmann (Königsberg i. Pr.). Kiehl (Bromberg). Stegemann (Prenzlau). Stoll (Bensheim).

2. Beweis. $H'ABC \sim HA'B'C'$. $A'B'$ und $A'H$ schneiden BC resp. in X und Y, AB und AH' schneiden $B'C'$ resp. in X und Y'. Dann ist $\triangle A'XY \sim AX'Y'$, da $\sphericalangle X = X'$ und $\sphericalangle X'AY' = XA'Y$. Daher ist auch $\sphericalangle Y = Y'$; und da $Y = 90^0$, so ist auch $Y' = 90^0$, oder $AH' \perp B'C'$. Artzt (Mainz).

248. Fällt man von K (dem Grebeschen Punkt) auf die Seiten des Dreiecks ABC resp. die Lote KP, KQ, KR, so ist

1) der Inhalt von $PQR : \triangle_2 = \frac{3}{4} \triangle \operatorname{tg}\vartheta^2$.

Beweis. Es ist $KP = \frac{1}{2} a \operatorname{tg}\vartheta$, $KQ = \frac{1}{2} b \operatorname{tg}\vartheta$, $KR = \frac{1}{2} c \operatorname{tg}\vartheta$; mithin $\triangle PKQ = \frac{1}{8} ab \operatorname{tg}\vartheta^2 \sin\gamma = \frac{1}{4} \triangle \operatorname{tg}\vartheta^2 = \triangle QKR = \triangle RKP$; also $\triangle PQR = \frac{3}{4} \triangle \operatorname{tg}\vartheta^2$.

2) $\triangle_1 = A'B'C' = \frac{1}{4} \triangle (1 - 3 \operatorname{tg}\vartheta^2)$.

Beweis. Im Brocardschen Kreise ist $OO' = e$ eine Sehne mit dem Peripheriewinkel 2ϑ, daher der Durchmesser $\frac{e}{\sin 2\vartheta}$, also $\frac{\triangle_1}{\triangle} = \left(\frac{e}{d \sin 2\vartheta}\right)^2 = \frac{1}{4}(1 - 3 \operatorname{tg}\vartheta^2)$ (XIII_5, 359, Aufgabe 198).

3) $\triangle_2 + \triangle_1 = \frac{1}{4} \triangle$. Folgt unmittelbar aus 1) und 2).

Artzt. Kiehl. Ähnlich Fuhrmann. Stegemann. Stoll.

249. Fällt man vom Schwerpunkt E der beiden Dreiecke Lote auf die Seiten des Dreiecks ABC, so erhält man ein Dreieck $\triangle_3 = \frac{2}{9} \triangle \sin\alpha \sin\beta \sin\gamma \cot\vartheta = \frac{\triangle^2}{9r^2} \cot\vartheta^2$.

Beweis. Das Dreieck wird wie in 248 zerlegt. Die Lote auf die Seiten sind

$\frac{1}{3} h_a = \frac{2}{3} r \sin\beta \sin\gamma$, $\frac{1}{3} h_b = \frac{2}{3} r \sin\gamma \sin\alpha$, $\frac{1}{3} h_c = \frac{2}{3} r \sin\alpha \sin\beta$; daher

$$\triangle_3 = \frac{2}{9} r^2 \sin\alpha^3 \sin\beta \sin\gamma + \frac{2}{9} r^2 \sin\alpha \sin\beta^3 \sin\gamma + \frac{2}{9} r^2 \sin\alpha \sin\beta \sin\gamma^3$$
$$= \frac{2}{9} r^2 \sin\alpha \sin\beta \sin\gamma (\sin\alpha^2 + \sin\beta^2 + \sin\gamma^2).$$

Da $a^2 + b^2 + c^2 = 4 \triangle \cot\vartheta$, so ist $r^2 (\sin\alpha^2 + \sin\beta^2 + \sin\gamma^2) = \triangle \cot\vartheta$ daher $\triangle_3 = \frac{2}{9} \triangle \sin\alpha \sin\beta \sin\gamma \cot\vartheta$.

Artzt. Kiehl. Stegemann. Stoll.

Herr Fuhrmann beweist zuletzt so: $\triangle_3 = \frac{1}{9} \triangle (\sin\alpha^2 + \sin\beta^2 + \sin\gamma^2)$ $= \frac{2}{9} \triangle (1 + \cos\alpha \cos\beta \cos\gamma) = \frac{2}{9} \triangle \sin\alpha \sin\beta \sin\gamma \cot\vartheta$.

250. (Gestellt von Fuhrmann XIII_5, 364). Über den Seiten eines beliebigen Dreiecks ABC zeichnet man nach beiden Ebenenteilen gleichseitige Dreiecke (über $BC : BCA'$ und BCA'' u. s. w.) und verbindet die Ecken des gegebenen Dreiecks entsprechend mit den neu erhaltenen Ecken.

1) AA', BB', CC' schneiden sich in einem Punkte P; AA'', BB'', CC'' in Q. (Von den Einsendern der Beweise 1 bis 4 nicht

für gleichseitige Dreiecke, sondern für gleichschenklige Dreiecke mit dem Basiswinkel φ bewiesen.

1. Beweis. Die Gleichung von AA' ist $x_2 \sin(\beta+\varphi) = x_3 \sin(\gamma+\varphi)$; addiert man hierzu die ähnlich gebildeten Gleichungen von BB' und CC', so ist die Summe Null, also schneiden sich AA', BB', CC' in einem Punkte. Die Gleichung von AA'' ist $x_2 \sin(\beta-\varphi) = x_3 \sin(\gamma-\varphi)$ u. s. w. Kiehl. Stoll.

2. Beweis. Es sei $AL = h_a$, M die Mitte von BC und N der Schnittpunkt von BC und AA'. Man findet nach einfacher Berechnung, indem man die ähnlichen Dreiecke ALN und $A'MN$ benutzt, $CN = \frac{\Delta\,(1 + \cot\gamma \operatorname{tg}\varphi)}{h_a + \frac{1}{2} a \operatorname{tg}\varphi}$ und $BN = \frac{\Delta\,(1 + \cot\beta \operatorname{tg}\varphi)}{h_a + \frac{1}{2} a \operatorname{tg}\varphi}$. Stellt man die entsprechenden Ausdrücke für die Abschnitte der Seiten b und c auf, so ergiebt sich die Behauptung aus der Umkehrung des Ceva. Stegemann.

3. Beweis. A_0, B_0, C_0 seien die Mitten der Seiten. $B\,(B_0\,B')$ und $C\,(C_0\,C')$ sind zwei gegenläufige projektivische Punktreihen; daher liegen die Schnittpunkte entsprechender Strahlen auf einer Hyperbel. Diese geht durch B und C; ferner durch den Schwerpunkt S, da BB_0 und CC_0 entsprechende Strahlen sind; ferner durch den Höhenschnittpunkt H, da BB_∞ und CC_∞ entsprechende Strahlen sind. Schneidet AC die C Reihe in C_2 und AB die B Reihe in B_2, so ist $\triangle\, AC_0C_2 \sim AB_0B_2$; daher C_2 und B_2 entsprechende Punkte, CC_2 und BB_2 entsprechende Strahlen. Daher geht die Hyperbel auch durch A. Da durch fünf Punkte eine Hyperbel bestimmt ist, so erhält man als Ort der Schnittpunkte der entsprechenden Strahlen der Büschel $A(A_0A')$ und $B(B_0B')$, desgleichen für $A(A_0A')$ und $C(C_0C')$ dieselbe durch A, B, C, S, H gehende Hyperbel. BB' und CC' gehen also durch den Punkt von AA', in welchem AA' diese Hyperbel zum zweitenmal trifft. Artzt.

4. Beweis. A, B, C' und eine durch C' gehende Gerade L seien als fest angenommen, $AC' = BC'$, $\sphericalangle\, ABC' = \varphi$. C bewege sich auf L, so dafs $\triangle\, ACB' \sim BCA' \sim ABC'$. Dann beschreiben A' und B' Geraden, die mit L den Winkel φ bilden. Die Punktreihen A', B' und C sind einander ähnlich, daher die Strahlenbüschel $A(A')$ und $B(B')$ projektivisch. AB ist ein beiden gemeinsamer Strahl, daher liegen die Schnittpunkte entsprechender Strahlen auf einer Geraden. Es ist zu zeigen, dafs dieselbe mit L zwei Punkte gemein hat. Der Kreis um ABC' treffe L in C_1. Die entsprechenden Punkte der andern Punktreihen seien A_1' und B_1'. $\sphericalangle\, AC_1C' = ABC' = \varphi$, daher $AC_1 \parallel$ der A' Reihe, $BC_1 \parallel$ der B' Reihe. Ferner ist $\sphericalangle\, B_1'AC_1 = \varphi$, daher $AB_1' \parallel L \parallel BA_1'$. Daher teilen AA_1' und BB_1' einander im Verhältnis $BA_1' = AB_1' : BC_1 : AC_1 = BF : AF$; ihr Schnittpunkt liegt daher auf L. Sind C_∞, A'_∞, B'_∞, die unendlich fernen Punkte jener drei ähnlichen Punktreihen, so ist $AB'_\infty \parallel$ der A' Reihe, fällt

also mit AC_1, BA'_∞ mit BC_1 zusammen. Ihr Schnittpunkt C_1 liegt ebenfalls auf L, daher ist L mit jener Ortsgeraden identisch.

von LÜHMANN.

Gleichzeitig ist hierdurch ein einfacher Beweis für 200 (XIV_1, 26) gegeben.

5. Beweis. (Für $\varphi = 60^0$) AA' treffe den Kreis um ABC' in X, AX den Kreis um BCX in A_1. Dann ist wegen der Sehnenvierecke $\sphericalangle A_1BC = A_1XC = AXC' = ABC' = 60^0$ und $\sphericalangle CA'B = C'XB = C'AB = 60^0$; daher fällt A_1 mit A' zusammen. AA' geht also durch den Punkt X, in welchem CC' von dem Kreise um ABC' getroffen wird. Dasselbe gilt von BB'. ARTZT.

6. Beweis. AA' und BB' schneiden sich in P, so ist $\triangle B'CB \cong ACA'$, und da sie gleichwendig sind, schneiden sich AA' und BB' unter 60^0. Daher sind $B'CPA$ und $CA'BP$, somit auch $APBC'$ Sehnenvierecke. Deshalb ist $\sphericalangle CPB' = CAB' = 60^0$, $\sphericalangle B'PA = B'CA = 60^0$, $\sphericalangle APC' = ABC' = 60^0$, daher $\sphericalangle CPC' = 180^0$. KIEHL.

2) $AA' = BB' = CC' = f$, $AA'' = BB'' = CC'' = g$.

Beweis. $\triangle ABA' \cong C'BC$; daher $AA' = CC'$.

STEGEMANN.

3) $f^2 = \frac{a^2+b^2+c^2}{2}\left(1+\sqrt{3}\,\mathrm{tg}\,\vartheta\right);\ g^2 = \frac{a^2+b^2+c^2}{2}\left(1-\sqrt{3}\,\mathrm{tg}\,\vartheta\right);$

$fg = \frac{a^2+b^2+c^2}{2}\sqrt{1-3\,\mathrm{tg}\,\vartheta^2}$, wo ϑ der bekannte Winkel ist, welcher zur Bestimmung der Segmentärpunkte benutzt wird; vergleiche auch die Aufgaben 247—249.

1. Beweis. $AA'^2 = CA'^2 + CA^2 - 2\,CA \cdot CA' \cos(60^0+\gamma)$
$= a^2 + b^2 - 2\,ab\cos(60^0+\gamma) = a^2 + b^2 - ab\cos\gamma + ab\sin\gamma\sqrt{3}$
$= \frac{a^2+b^2+c^2}{2} + 2\triangle\sqrt{3}$; $\mathrm{tg}\,\vartheta = \frac{4\triangle}{a^2+b^2+c^2}$; $2\triangle = \frac{a^2+b^2+c^2}{2}\,\mathrm{tg}\,\vartheta$;

daher $AA'^2 = \frac{a^2+b^2+c^2}{2}\left(1+\sqrt{3}\,\mathrm{tg}\,\vartheta\right) = 2\triangle\left(\cot\vartheta + \sqrt{3}\right)$.

Ähnlich findet man

$$AA''^2 = \frac{a^2+b^2+c^2}{2}\left(1-\sqrt{3}\,\mathrm{tg}\,\vartheta\right) = 2\triangle\left(\cot\vartheta - \sqrt{3}\right).$$

Da die Werte von AA' und AA'' nur von $\triangle$ und ϑ abhängen, so ist $AA' = BB' = CC'$ und $AA'' = BB'' = CC''$.

ARTZT. FUHRMANN. KIEHL. STOLL.

2. Beweis. (Für gleichschenklige Dreiecke mit Basiswinkel φ). $2\,AA'^2 = a^2\left(\frac{1}{2\cos\varphi^2} - 1\right) + b^2 + c^2 + 4\triangle\,\mathrm{tg}\,\varphi$. Da dieser Ausdruck für $\varphi = \pm 60^0$ symmetrisch in bezug auf a, b, c wird, so ist $AA' = BB' = CC'$. Ferner ergiebt sich für $\varphi = 60^0$ aus der Gleichung, wenn man $(a^2+b^2+c^2)\,\mathrm{tg}\,\vartheta$ für $4\triangle$ setzt:

$f^2 = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{2} \left(1 + \sqrt{3} \operatorname{tg} \vartheta\right)$ und für $\varphi = -60^\circ$,

$g^2 = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{2} \left(1 - \sqrt{3} \operatorname{tg} \vartheta\right)$ u. s. w. STEGEMANN.

251—255. (Gestellt von Fuhrmann XIII$_5$, 364 und 365). Man konstruiert über den Seiten eines Dreiecks ABC als Hypotenusen gleichschenklig rechtwinklige Dreiecke ABC' u. s. w. Dann ergeben sich folgende Sätze:

251. AA', BB', CC' schneiden sich in einem Punkt.

1. Beweis. Folgt aus 250, 1.

ARTZT. KIEHL. STEGEMANN. STOLL.

2. Beweis. Bezeichnen wir $\angle BAA'$ mit α_1, CAA' mit α_2, so ist $\frac{\sin \alpha_1}{\sin(\beta + 45^\circ)} = \frac{a}{AA' \sqrt{2}}$, $\frac{\sin \alpha_2}{\sin(\gamma + 45^\circ)} = \frac{a}{AA' \sqrt{2}}$; mithin $\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{\sin(\beta + 45^\circ)}{\sin(\gamma + 45^\circ)}$; ebenso $\frac{\sin \beta_1}{\sin \beta_2} = \frac{\sin(\gamma + 45^\circ)}{\sin(\alpha + 45^\circ)}$, $\frac{\sin \gamma_1}{\sin \gamma_2} = \frac{\sin(\alpha + 45^\circ)}{\sin(\beta + 45^\circ)}$, also $\frac{\sin \alpha_1 \sin \beta_1 \sin \gamma_1}{\sin \alpha_2 \sin \beta_2 \sin \gamma_2} = 1$.

FUHRMANN. SIEVERS (Frankenberg i. S.)

252. $AA' = B'C'$, $BB' = C'A'$, $CC' = A'B'$.

1. Beweis. $AA'^2 = c^2 + \frac{a^2}{2} - \sqrt{2}\, ac \cos(\beta + 45^\circ) = c^2 + \frac{a^2}{2} - ac \cos \beta + ac \sin \beta = \frac{b^2 + c^2}{2} + 2\triangle$; $B'C'^2 = \frac{b^2 + c^2}{2} - bc \cos(90^0 + \alpha) = \frac{b^2 + c^2}{2} + 2\triangle = AA'^2$.

FUHRMANN. GLASER (Homburg v. d. H.). KIEHL. SIEVERS.

2. Beweis. Setzt man in der 250, 3, 2. Beweis aufgestellten Gleichung $\varphi = 45^\circ$, so ist $AA'^2 = \frac{1}{2}(b^2 + c^2 + 4\triangle)$; ferner $B'C'^2 = \frac{1}{2}(b^2 + c^2 + 4\triangle)$.

STEGEMANN.

3. Beweis. $AA'^2 = b^2 + \frac{1}{2} a^2 - ab\sqrt{2} \cos(45^0 + \gamma)$ und $AA'^2 = c^2 + \frac{1}{2} a^2 - ac\sqrt{2} \cos(45^0 + \beta)$; mithin $2AA'^2 = a^2 + b^2 + c^2 - a(b \cos \gamma - b \sin \gamma + c \cos \beta - c \sin \beta) = a^2 + b^2 + c^2 - a(a - 2h_a) = b^2 + c^2 + 4\triangle$; $2B'C'^2 = b^2 + c^2 + 2bc \sin \alpha = b^2 + c^2 + 4\triangle$.

STOLL.

4. Beweis. $CX \parallel AB$, $C'X \perp CX$. A_0 und B_0 seien die Mitten von BC und AC, $A'G$ und $B'H \perp A_0B_0$, $B'K \perp A'G$; $\sphericalangle HB'E = \alpha$, $B'E = \frac{1}{2} b$, daher $HE = \frac{1}{2} h_c$ und $B'H = \frac{1}{2} q$, $A_0G = \frac{1}{2} h_c$

$A'G = \frac{1}{2}p$, $A'K = \frac{1}{2}(p-q)$. Nun ist $B'K = HG = C'X$, da beide $= \frac{1}{2}c + h_c$, und $A'K = CX$, da beide $= \frac{1}{2}(p-q)$, $\sphericalangle B'KA' = C'XC = 90^0$, somit $\triangle B'KA' \cong C'XC$, und $A'B' = CC'$.

ARTZT.

253. $AA' \perp B'C'$, $BB' \perp C'A'$, $CC' \perp A'B'$.

1. Beweis, $\triangle AA'C' \cong C'B'B$ aus allen drei Seiten; da nun $AC' \perp C'B$, so ist auch $AA' \perp C'B'$ und $BB' \perp A'C'$. Ebenso ergiebt sich $CC' \perp A'B'$. FUHRMANN. KIEHL. STEGEMANN.

2. Beweis. In dem Viereck $AC'A'B'$ ist $AB'^2 + A'C'^2 = \frac{1}{2}b^2 + \frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{2}c^2 + ac\sin\beta = \frac{a^2+b^2+c^2}{2} + 2\triangle$, und ebenso $AC'^2 + A'B'^2 = \frac{a^2+b^2+c^2}{2} + 2\triangle$; also

$$AC'^2 - AB'^2 = A'C'^2 - A'B'^2.$$

Daher treffen die von A und A' auf $B'C'$ gefällten Senkrechten denselben Punkt von $B'C'$. STOLL.

3. Beweis folgt aus der Kongruenz in 252, 4. Beweis. Da die Dreiecke gleichwendig sind und $B'K \perp C'X$, so ist auch $CC' \perp A'B'$. ARTZT.

4. Beweis. Der Schnittpunkt von AA' und $B'C'$ sei D. Es ist $\frac{\sin AC'B'}{\sin AB'C'} = \frac{\sin(90^0 + \alpha + AB'C')}{\sin AB'C'} = \frac{\sin\beta}{\sin\gamma}$, mithin $\cot AB'C' = \frac{\sin\beta + \sin\alpha\sin\gamma}{\cos\alpha\sin\gamma}$. Ferner $\frac{\sin AA'C}{\sin A'AC} = \frac{\sin(45^0 + \gamma + A'AC)}{\sin A'AC} = \frac{\sqrt{2}\sin\beta}{\sin\alpha}$, mithin $\cot A'AC = \frac{2\sin\beta + \sin\alpha\sin\gamma - \sin\alpha\cos\gamma}{\sin\alpha(\sin\gamma + \cos\gamma)}$.

Folglich $\cot A'AB' = \cot(A'AC + 45^0) = \frac{\cot A'AC - 1}{\cot A'AC + 1} = \frac{\cos\alpha\sin\gamma}{\sin\beta + \sin\alpha\sin\gamma}$.

Da nun $\cot A'AB' = \frac{1}{\cot AB'C'}$ ist, so ist $\sphericalangle A'AB' + AB'C' = 90^0$, mithin $\sphericalangle ADB' = 90^0$. GLASER.

Folgerung. AA', BB', CC' fallen mit den Höhen des Dreiecks $A'B'C'$ zusammen, und hieraus ergiebt sich 251.

ARTZT. GLASER. KIEHL.

254. Der Schnittpunkt von AA' und $B'C'$ sei D, der von BB' und $A'C'$ sei E, der von CC' und $A'B'$ sei F; ferner sei A_0 die Mitte von BC, B_0 die von AC, C_0 die von AB; dann ist $\sphericalangle C_0DB_0 = A_0EC_0 = B_0FA_0 = 90^0$.

1. Beweis. ADC_0C' ist ein Sehnenviereck; folglich $\sphericalangle C'DC_0 = C'AC_0 = 45^0$; ebenso ist $\sphericalangle B'DB_0 = B'AB_0 = 45^0$, mithin $C_0DB_0 = 90^0$.

FUHRMANN. GLASER. KIEHL. STEGEMANN. STOLL.

2. Beweis. Der Kreis um BCA' treffe AA' in A'', ebenso sei B'' auf BB', C'' auf CC' bestimmt. $\sphericalangle BC''C' = BAC' = 45^0$, daher $\sphericalangle BC''C = 135^0$, ebenso $\sphericalangle BB''C = 135^0$, und B, B'', C'', C liegen auf einem Kreise mit dem Mittelpunkt A'. Da $A'E \perp BB''$, so ist $BE = EB''$; ebenso ist $AD = DA''$, $CF = FC''$. Ferner ist $DB_0 \parallel A''C$, $DC_0 \parallel A''B$, daher $\sphericalangle B_0DC_0 = CA''B = 90^0$.

Artzt.

255. Die Geraden C_0D und B_0D, A_0E und C_0E, B_0F und A_0F bilden resp. gleiche Winkel mit den Seiten des Höhenfußpunktdreieckes DEF von $A'B'C'$; also $\sphericalangle C_0DE = B_0DF$, $A_0EF = C_0ED$, $B_0FD = A_0FE$.

Beweis. $\sphericalangle C'DC_0 = B'DB_0$ (siehe 254, 1. Bew.); daher $\sphericalangle C_0DA' = B_0DA'$; da die Winkel des Höhenfußpunktdreieckes durch die Höhen des Dreiecks halbiert werden, so ist $\sphericalangle EDA' = FDA'$; mithin $\sphericalangle C_0DE = B_0DF$.

Artzt. Fuhrmnn. Glaser. Kiehl. Stegemann. Stoll.

256—258. (Gestellt von Schlömilch XIII_5, 365). Viereck $ABCD$, in welchem sich AC und BD in E, AB und DC in F, AD und BC in G schneiden, ist Basis einer Pyramide $O—ABCD$; durch FG wird eine Ebene gelegt, welche die betreffenden Kanten in A', B', C', D' schneidet.

256. Die vier Gegendiagonalen des entstandenen Pyramidenstumpfes AC', BD', CA', DB' schneiden sich in einem Punkt P.

1. Beweis. $A'C$ und OE schneiden sich als Transversalen des Dreiecks OAC, ihr Schnittpunkt sei P; ferner sei H der Schnittpunkt von AC und FG, E' derjenige von OE mit der Schnittebene $A'B'C'D'$. In der Durchschnittslinie dieser Ebene und der Ebene OAC befinden sich die Punkte C', E', A', H; diese sind harmonisch als Schnittpunkte ihres Trägers mit dem Büschel $O(CEAH)$; projiciert man sie von C aus auf OE, so sind auch O, E', P, E harmonische Punkte, oder die Diagonale $A'C$ des Pyramidenstumpfes schneidet OE in dem vierten harmonischen Punkt zu $EE'O$. Dasselbe gilt von den drei anderen Diagonalen.

Artzt. Fuhrmann. Kiehl. Stegemann. Stoll.

2. Beweis. Da sich AB und CD in F schneiden, desgleichen CD und $C'D'$, so liegen AB und $C'D'$ in einer Ebene; ebenso liegen BC und $A'D'$, CD und $A'B'$, DA und $B'C'$ in einer Ebene. Nun gehen die drei Schnittlinien CA', AC' und BD' der drei Ebenen $ACA'C'$, $BCA'D'$ und $ABC'D'$ durch einen Punkt P; durch denselben Punkt müssen auch die Schnittlinien DB' BD' und CA' der drei Ebenen $BDB'D'$, $DCA'B'$ und $BCA'D'$ gehen.

G. Wehr (Laibach).

257. Dreht sich die Schnittebene um FG, so durchläuft P die Gerade EO. Folgt unmittelbar aus 256.

258. Insofern A', B', C', D' als die perspektivischen Projektionen von A, B, C, D betrachtet werden können, läfst sich dieser Satz als eine Eigenschaft perspektivischer Gebilde auffassen; welcher reciproke Satz entspricht ihm?

„Haben zwei Vierkante mit den Scheiteln O und P ein und dasselbe Viereck $ABCD$ zur Schnittfigur, und liegen ihre Scheitel mit dem einen Diagonalpunkte E des Vierecks in derselben Geraden, so liegen die vier Schnittpunkte A', B', C', D' je zweier gegenüberliegender Kanten in einer und derselben Ebene, welche durch die beiden anderen Diagonalpunkte F und G des Vierecks geht."

Kiehl. Wehr.

259. (Gestellt von Fleischhauer XIII_5, 365.) Von einem Kapital werden die jährlich zu p_1 (5)% fälligen Zinsen vom Zeitpunkt ihrer Fälligkeit an zu p_2 (4)% auf Zinseszins wieder angelegt. Wie hoch ist der Zinsfufs (p %) der durchschnittlichen Veranlagung des Kapitals bis dahin, wo der Wert des Gesamt-Zinsenertrages dem ursprünglichen Kapital gleich ist?

1. Auflösung. Das Kapital sei 1. Wir bezeichnen ferner $\frac{p_1}{100}$ mit r_1, $\frac{p_2}{100}$ mit r_2, $\frac{p}{100}$ mit r. Am Ende eines jeden der n Jahre werden die Zinsen des Kapitals nämlich r_1 zu p_2% auf Zinseszins angelegt; mithin werden aus den am Ende des ersten Jahres gezahlten Zinsen, welche $n-1$ Jahre auf Zinseszins stehen, $r_1(1+r_2)^{n-1}$; aus den am Ende des zweiten Jahres gezahlten Zinsen wird $r_1(1+r_2)^{n-2}$ u. s. w. Also wird aus sämtlichen gezahlten Zinsen $r_1(1+r_2)^{n-1} + r_1(1+r_2)^{n-2} + \cdots + r_1(1+r_2) + r_1$ und diese sind gleich dem Kapital, also $= 1$; mithin $r_1[(1+r_2)^n - 1] : r_2 = 1$; also $(1+r_2)^n = 1 + \frac{r_2}{r_1}$ (1). Steht das Kapital n Jahre auf Zinseszins, so wird es verdoppelt, also $(1+r)^n = 2$ (2). Durch Elimination von n aus (1) und (2) ergiebt sich $\lg(1+r) = [\lg 2 \lg(1+r_2)] : \lg\left(1+\frac{r_2}{r_1}\right)$. Für den speciellen Fall $\lg(1+r) = \frac{\lg 2 \lg 1{,}04}{\lg 1{,}8}$; $p = 4{,}734$ und $n = 14{,}98$. Artzt. Fleischhauer (Gotha). Sievers. Stoll.

2. Auflösung. Am Ende des ersten Jahres hat man an Kapital $1 + r_1$, am Ende des zweiten Jahres $1 + r_1 + r_1 r_2 + r_1 = 1 + 2r_1 + r_1 r_2$; am Ende des dritten Jahres $1 + 2r_1 + r_1 r_2 + (2r_1 + r_1 r_2) r_2 + r_1 = 1 + 3r_1 + 3r_1 r_2 + r_1 r_2^2$ u. s. w.; am Ende des $n$ten Jahres $1 + \binom{n}{1} r_1 + \binom{n}{2} r_1 r_2 + \binom{n}{3} r_1 r_2^2 + \ldots = 1 - \frac{r_1}{r_2} + \frac{r_1}{r_2}(1+r_2)^n = 2$ u. s. w. wie vorher. Fuhrmann.

Bemerkungen des Herrn Kiehl (Bromberg) zu 230 und 232 (XIV_2, 95 und 96).

Der Kreis in 232 ist derjenige, welcher die grofse Achse der Ellipse in 230 zum Durchmesser hat. Danach würden die allge-

meinen Sätze lauten: Die Brennpunkte einer Ellipse, welche die Seiten eines Dreiecks berührt, sind Winkelgegenpunkte (nach Salmon, Anal. Geom, art. 197). Die Projektionen dieser Punkte auf die Seiten des Dreiecks liegen auf einem Kreise. (Der Beweis für den speciellen Fall in 232 gilt auch für den allgemeinen Fall). Dieser Kreis hat die grofse Achse der Ellipse zum Durchmesser (folgt aus dem Satze, dafs die Fufspunkte der Senkrechten, welche man von einem Brennpunkt einer Ellipse auf eine bewegliche Tangente fällt, auf dem Kreise liegen, welcher die grofse Achse der Ellipse zum Durchmesser hat).

Berichtigung zweier Druckfehler.

In Aufg. 211 (XIV_1, 29) mufs es Z. 16 v. u. heifsen: $p < 5$ und nicht $z < 5$.

In Aufg. 212 (XIV_1, 30) mufs es Z. 14 v. o. heifsen: 909,52 *M.* und nicht 722,54 *M.*

B. Neue Aufgaben.

296. Drei gemischte Zahlen in allgemeinen Zahlzeichen anzugeben, deren Produkt gleich ist ihrer Summe vermehrt um diejenige gemischte Zahl, deren ganzzahliger Teil das Produkt aus den drei ganzzahligen Teilen und deren Bruchteil das Produkt aus den drei Bruchteilen der gesuchten Zahlen ist.

Th. Harmuth (Berlin).

297. Dei der Ablösung einer Frucht-Decimation soll ihr gegenwärtiger Jahreswert N um eine jährliche Preissteigerung von $a\%$ dieses Wertes zu Grunde gelegt werden. Wieviel mufs das Ablösungskapital A betragen, wenn es an einem Fälligkeitstermin der Decimation anstatt derselben gezahlt und bei der Wertsermittelung ein Zinsfuss von $p\ \%$ so wie gemeine Zinsverzinsung zu Grunde gelegt werden soll?

Fleischhauer (Gotha).

298. 1) Der Kreis, welcher durch zwei Ecken des Dreiecks ABC und den Schnittpunkt der Höhen gelegt wird, ist gleich dem Umkreis von ABC. 2) Bezeichnet man die Centren der bezüglichen drei Kreise mit A', B', C', so schneiden sich die Geraden AA', BB', CC' in einem Punkte. Dieser Punkt ist das Centrum des Feuerbachschen Kreises für die beiden Dreiecke ABC und $A'B'C'$.

Dr. Glaser (Homburg v. d. Höhe).

Aufgaben über die Segmentärpunkte und den Brocardschen Kreis.

299. Die Mittelpunkte α_1, β_1, γ_1 der um die Dreiecke OBC, OAC, OAB beschriebenen Kreise bestimmen ein Dreieck, dessen einer Segmentärpunkt der Mittelpunkt H des um ABC beschriebenen Kreises ist. Ebenso bestimmen die Mittelpunkte α_2, β_2, γ_2 der

um die Dreiecke $O'BC$, $O'AC$, $O'AB$ beschriebenen Kreise ein Dreieck, dessen einer Segmentärpunkt ebenfalls der Punkt H ist.

300. Die Dreiecke $\alpha_1\,\beta_1\,\gamma_1$, $\alpha_2\,\beta_2\,\gamma_2$, ABC sind ähnlich.

301. Die Dreiecke $\alpha_1\,\beta_1\,\gamma_1$ und $\alpha_2\,\beta_2\,\gamma_2$ sind perspektivisch; ihr Projektionscentrum ist H.

E. Dewulf, Lieutenant Colonel du Génie (Montpellier).

302. Zu beweisen, dafs, wenn r und ϱ die Radien der einem sphärischen Dreieck um — und eingeschriebenen Kreise und δ die Entfernung der Mittelpunkte dieser Kreise bezeichnen, die Relation gilt: $\sin\delta^2 = \sin r^2 \cos\varrho^2 \mp 2 \sin r \cos\varrho \cos r \sin\varrho$, wo das obere Zeichen für den Inkreis, das untere für den Ankreis zu nehmen ist. Diese Relation entspricht der bekannten für das ebene Dreieck von Euler gefundenen: $\delta^2 = r^2 \mp 2r\varrho$, in welche sie übergeht, wenn man den Radius der Kugel unendlich grofs werden läfst.

Dr. Stoll (Bensheim).

Lehrsatz und Aufgabe, die Ellipse betreffend.

303. AC sei die grofse, BC die kleine Halbachse einer Ellipse, D die Projektion von C auf AB, ferner die Abscisse $CE = AD$, die Ordinate $EF = BD$; ferner sei EF über E bis G verlängert, so dafs $EG = EF$ ist und die von E nach C hin auf der grofsen Achse abgeschnittene Strecke EH ebenfalls $= BD$; es sind dann F und G Ellipsenpunkte, FH ist die durch F gehende Normale, welche von CG im zugehörigen Krümmungsmittelpunkte J geschnitten wird.

Dieser Satz liefert folgende näherungsweise Konstruktion der Ellipse. Aus J beschreibe man mit dem Radius JF den zu F gehörenden Krümmungskreis, bestimme dann (praktisch am raschesten und genauesten durch Probieren) auf AC den Mittelpunkt K des Kreises, welcher durch A geht und den vorigen Krümmungskreis in M berührt, ebenso auf der Verlängerung von BC das Centrum L des durch B gehenden und den Krümmungskreis in N berührenden Kreises; die drei Kreisbögen AM, MFN, NB bilden nun zusammen näherungsweise einen Ellipsenquadranten. — Bei nicht allzu excentrischen Ellipsen giebt diese Konstruktion recht gute Figuren.

304. In einer Ellipse sollen diejenigen Krümmungskreise bestimmt werden, welche durch das Ellipsencentrum gehen.

Schlömilch.

Briefkasten zum Aufgaben-Repertorium.

Eingelaufene Beiträge. Meyer (Halle a. S.) 265. Schlegel (Waren) 276. 277. Bonhöffer (Tübingen) 260—265. Fleischhauer (Gotha) 286. 287. 295 u. eine neue Aufgabe. Weinmeister (Leipzig) zwei neue Aufgaben nebst Lösungen. Schlömilch 9 neue Aufgaben und Erweiterung von 295. Valta (München) 272. 276—278. 283. Sievers (Frankenberg i. S.) 286—292. 295. Röllner (Znaim) Bemerkung über Konstr. der Inflexionstangenten an Rotationsflächen. Kiehl (Bromberg) 260—264. 266. 268—271. Hodum (Stafsfurt) 272. 276—281. 290—292. Lösungen von

236. 237 bereits erschienen (XIII_3, 183). Fuhrmann (Königsberg i. Pr.) 260—264. 266—277. 279—281. 284. 285. 290—294. 40. 41 (VII, 49) und 5 neue Aufgaben. Scheffers (Leipzig) 260. 262—264. 288—290. Glaser (Homburg v. d. H.) 260—264. 272. 276—278. Artzt (Mainz) 260—275. Lucke (Köthen) 272. Schumacher (Traunstein) 283. Schmidt (Spremberg) 240. Bermann (Liegnitz) 290. 291. Schuster (Pola) 295. Stoll (Bensheim) 260—272, excl. 265; 276—295. exc. 278. 282. 283. 288/9.

Aufg. 266 im Text mufs es heifsen: „in einem Punkte R des um (nicht in) das $\triangle ABC$ beschriebenen Kreises.“ — Brocards' Aufsatz über seinen Kreis ist zu haben bei Ad. Hoste in Gent. —

Die Redaktion der Zeitschrift sendet an die Spezialredakteure Beiträge für das Aufgaben-Repertorium ab:

für	Heft	1 (1. Januar)	spätestens	am	1. November
„	„	2 (15. Febr.)	„	„	15. December
„	„	3 (1. April)	„	„	1. Februar
„	„	4 (15. Mai)	„	„	15. März
„	„	5 (1. Juli)	„	„	1. Mai
„	„	6 (15. August)	„	„	15. Juni
„	„	7 (1. Oktober)	„	„	1. August
„	„	8 (15. Nov.)	„	„	15. September

Litterarische Berichte.

A. Recensionen.

MUIR, THOMAS (Mathematical Master in the High School of Glasgow). **A Treatise on the Theory of Determinants with graduated sets of Exercises for use in Colleges and Schools.** London 1882, Macmillan and Co. VII, 240 S.

Obwohl bereits vom Herausgeber dieser Zeitschrift in einer kurzen Notiz auf dieses Büchlein hingewiesen worden ist,*) welches schon in seiner äufseren Form einen bestechenden Eindruck macht, so halten wir es doch nicht für überflüssig, noch einmal auf dasselbe zurückzukommen. Herr *Muir* ist einer der thätigsten Autoren auf dem Gebiete der Determinantentheorie, und wer, wie Referent, in der Lage war, seine Arbeiten stetig zu verfolgen, der wird sich nur freuen können, den schottischen Mathematiker nunmehr auch als Verfasser eines didaktischen Werkes hervortreten zu sehen. An Lehrbüchern dieser Disziplin ist freilich, wie jedermann weifs, eher ein Überflufs, als ein Mangel, und speziell die Engländer besitzen in dem 1880 erschienenen Werke von *Scott* ein ausgezeichnetes Hilfsmittel, allein trotzdem wird es es auch diesem neuen Ankömmling nicht an Freunden fehlen. Insbesondere bildet einen grofsen Vorzug desselben die reiche Auswahl von Übungsaufgaben, welche sich allenthalben eingestreut finden, und zu denen im Nachtrage die Lösungen gegeben sind. Namentlich dieser letztere Umstand wird dazu dienen, das Werkchen allen Anfängern lieb zu machen.

Seinem elementaren Charakter treu, gipfelt die Wichtigkeit des Buches in seinem zweiten Kapitel, in welchem von den allgemeinen Eigenschaften der Determinanten die Rede ist, nachdem in einem ersten die kombinatorischen Fundamentaleigenschaften dieser Gebilde, deren Verwendung zur Auflösung eines Systems linearer Gleichungen mit eingerechnet, geschildert sind. Das zweite Kapitel enthält auch bereits das Notwendigste über die adjungierten Formen, sowie über Elimination und Resultantenbildung, soweit bei dieser Determinanten in Frage kommen. Beim Multiplikationstheorem scheinen uns die

*) Man sehe XIII, 229. Red.

ebensosehr vereinfachenden als auch an Eleganz höher stehenden Betrachtungen, welche die neueste Zeit gebracht hat (*Koenig*, *Le Paige* u. a.), nicht genügend berücksichtigt worden zu sein, dagegen dürften alle übrigen Abschnitte jeder Anforderung genügen. Das dritte Kapitel ist den „Determinanten von besonderer Form“ in weitem Umfange gewidmet. An erster Stelle begegnen wir jener Gattung von Determinanten, welche durch das nachstehende Beispiel

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & o & o \\ -1 & a_2 & b_2 & o \\ o & -1 & a_3 & b_3 \\ o & o & -1 & a_4 \end{vmatrix} \equiv K\begin{pmatrix} b_1 \; b_2 \; b_3 \\ a_1 \; a_2 \; a_3 \; a_4 \end{pmatrix}$$

gekennzeichnet sind. Für diese „Kettenbruchdeterminanten“ hat Herr *Muir* ebenso die jetzt in England üblich werdende Bezeichnung „*Continuants*“ und das erwähnte Symbol in Vorschlag gebracht; dafs er diesem seinem Lieblingsstudium hier mit besonderer Vorliebe huldigt, wollen wir ihm um so weniger verargen, als wir uns seiner Zeit der gleichen Vaterschwäche schuldig gemacht haben. Zudem kann dieser Abschnitt mit seinen reizenden Beispielen heutzutage um so eher auf Anerkennung rechnen, als *Baltzers* ausgezeichnete Encyklopädie auch in ihrer neuen Auflage diesem kräftigen Instrument bei der Bearbeitung der Kettenbruchlehre durchaus nicht die erwünschte Beachtung zu teil werden läfst. Den „Continuanten“ folgen die „Alternanten“, deren allgemeines Bild

$$\begin{vmatrix} f^{(1)}(x) & f^{(2)}(x) & \cdots & f^{(n)}(x) \\ f^{(1)}(y) & f^{(2)}(y) & \cdots & f^{(n)}(y) \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ f^{(1)}(u) & f^{(2)}(u) & \cdots & f^{(n)}(u) \end{vmatrix}$$

ist, und zu denen beispielsweise die mit dem Differenzenprodukt gleichwertige Determinante gehört; daran reihen sich die symmetrischen Determinanten. Unter diesen nimmt wieder die „Cirkulante“ eine besondere Stellung ein, welche nach dem Vorgange des Referenten auch von andern Mathematikern z. B. von *Gegenbauer*, als „doppeltorthosymmetrisch“ bezeichnet wird. Den Schlufs endlich bilden die schiefen und symmetralen Determinanten mit der zugehörigen „*Pfaffian fonction*“ (Halbdeterminante nach *Scheibner*), die zusammengesetzten (adjungierten) Determinanten und die *Jacobi'*schen Funktionaldeterminanten. Ein viertes Kapitel ist geschichtlicher Natur. Trotz seiner Kürze giebt es über die am meisten in die Augen fallenden Momente in der Entwickelung des Determinantenkalküls guten Aufschlufs. Das Verzeichnis der Determinantenwerke ist aus dem Grunde kein erschöpfendes, weil der Verf. eine von 1693—1880 reichende „*List of Writings on Determinants*“ im „*Quaterly Journal*“ (Oktober 1881) publiziert hat, indes meinen wir, dafs,

wenn von deutschen Autoren *Bartl*, von italienischen *Mollame* zitiert ward, auch *Studnička*, *Diekmann* und *Fontebasso* nicht vergessen werden durften.

Die ganze Anlage des *Muir'*schen Buches weicht, wie diese Inhaltsübersicht erkennen läfst, nicht unwesentlich von der sonst üblichen ab. Die meistenteils beobachtete strenge Scheidung zwischen Theorie und Praxis ist hier fortgefallen, alle Anwendungen der Determinanten finden im II. und III. Kapitel Unterkunft als Belege zu den vorgetragenen theoretischen Sätzen. Mag man als Systematiker dieser Ordnung auch nicht ganz gewogen sein, so mufs man doch nach beendigter Lektüre im vorliegenden Falle eingestehen, dafs die Zwecke des Unterrichtes durch diese Änderung keine Benachteiligung erfahren haben.

Ansbach. Dr. S. Günther.

Kloeden, G. A. v. Repetitionskarten. 21 Blätter à 0,15 *M*, im ganzen 3 *M*. Berlin bei Dietrich Reimer. 1882.

Das Kartenzeichnen wird allgemein als wichtigstes Hilfsmittel zur Erlernung der Geographie betrachtet. Allein dasselbe stöfst bei seiner Anwendung in Schulen auf bedeutende praktische Schwierigkeiten. Denn sehr viele Schüler, und oft gerade die geschicktesten Zeichner lassen sich verleiten, der Zeichnung als solcher die ungeteilte Aufmerksamkeit zuzuwenden und deren geographische Bedeutung manchmal ganz ausser Acht zu lassen. Hinwiederum mangelt Andern die genügende Geschicklichkeit, so dafs sie teils aus ihren mehr oder minder fehlerhaften Bildern nicht das Richtige herauszufinden vermögen, teils genötigt sind, ganz unverhältnismäfsig viel Zeit zur Lösung ihrer Aufgaben in dieser Richtung zu verwenden. Um nun über diese Schwierigkeiten hinwegzuhelfen, bieten Kloedens Repetitionskarten ein treffliches Mittel. Dieselben enthalten ganz ohne Namen die Flufssysteme, die Grenzen der Länder und Provinzen, ferner schraffierte Streifen zum Eintragen der Gebirgsnamen, endlich Punkte, welche die Lage der Städte andeuten. So können sie nun von dem Schüler benutzt werden, einerseits zur Ausfüllung, wozu er nicht der geringsten Zeichnungsgeschicklichkeit, wohl aber der sorgfältigsten Aufmerksamkeit auf die vollständigen Karten des Atlas bedarf, so dass er sich hierbei auch die Lage der geographischen Objekte vollständig einprägt; anderseits zur Examination; denn wenn er jedes Zeichen der namenlosen Blätter zu benennen weifs, so ist er gewifs mit den Verhältnissen des dargestellten Landes vollkommen vertraut. Aufserdem sollen die Repetitionskarten noch aus der Überfülle des von den Atlanten Gebotenen, das Notwendige und Wissenswerteste allein darstellen, und so eine gröfsere Übersichtlichkeit gewähren. Wegen des grofsen Nutzens nun, welchen die angezeigten Repetitionskarten zu stiften vermögen, sei es erlaubt, im Folgenden

auf Einiges aufmerksam zu machen, was sich vielleicht noch verbessern liefse. Wenn der Referent dabei mehrfach auf Bayern hinweist, so geschieht es nicht in dem Wahne, als ob diesem Lande vor allen andern die Sorgfalt der Geographen gebührte, sondern weil ihm natürlich die geographischen Verhältnisse seines engern Vaterlandes besonders vertraut sind, und er von dort Manches zu erwähnen vermag, was die Geographielehrer anderer Striche zu analogen Bemerkungen über die ihnen genauer bekannten Gegenden veranlassen kann. Durch eine solche Arbeit würde ja, wie es erst der jüngste Geographentag wieder betont hat, am besten und meisten die Heimatskunde unseres ganzen deutschen Vaterlandes gefördert. Die Repetitionskarten sind auf gutem Papier, das auch den Gummi ertragen kann, in grofsem Mafsstabe angefertigt, die sämmtlichen Zeichnungen in Blau ansgeführt. Durch diese gleiche Färbung aber der Flüsse, Landes- und Provinzgrenzen, Kanäle, Küstenlinien und auf einer Karte (der Alpenkarte Nr. 5) selbst der Wege leidet die Übersichtlichkeit sehr bedeutend, so dafs das Gesammtbild viel undeutlicher wird, als auf einer guten, vollständig ausgeführten Karte des Atlas. Dies ist besonders zu bemerken bei Deutschland und den Alpen, ferner auch bei Frankreich und Rufsland. Überhaupt ist namentlich auf diesen Blättern noch viel zu viel geboten. Herr von Kloeden schreibt in seinem Prospekte fast tadelnd, dafs den Meisten das Mafs dessen, was gelernt werden solle, selbst auf der obersten Unterrichtsstufe nicht wenig genug sein könne. Es ist hier nun nicht der Ort, der schwierigen Frage über den Umfang des geographischen Unterrichtsstoffes nahe zu treten, aber das mufs hier behauptet werden, dafs die besprochenen Kartenskizzen um so höhern Wert bekommen, je weniger sie über das allernotwendigste Material hinausgehen. Denn einer der Hauptzwecke, die Übersichtlichkeit, verträgt sich nun einmal nicht mit zahlreichen ineinander greifenden Flufskrümmungen, mit vielen Bergzügen und Höhenpunkten. Auch herrscht ja die allgemeine Ansicht vor, dafs der Geographieunterricht mehr eine allgemeine Charakteristik der Länder als eine grofse Summe statistischen Materials bieten soll. Und würde einmal auch in einer Repetitionskarte eine Kleinigkeit vermifst, so könnte man diese nachträglich leicht und schnell einzeichnen, geleitet und vor Fehlern bewahrt durch die gegebenen Hauptelemente. — Die sieben Karten, welche die Erdoberfläche in Merkators Projektion und die fünf Weltteile behandeln (zwei Karten für Amerika), sind sehr schön, und abgesehen von Osteuropa, nicht überladen. Zwei Blätter, natürlich in gröfserm Mafsstabe, dienen für Deutschland. Dieselben weckten in dem Referenten die Erinnerung an den Beginn seiner geographischen Lehrthätigkeit. Als er nämlich das erstemal Geographie von Deutschland lehren sollte, fertigte er sich zur eignen Vorbereitung eine gröfsere Kartenskizze an. Aber diese erwies sich als ganz unbrauchbar. Denn Süddeutschland erschien auf ihr als eine aufser-

ordentlich gut bewässerte Gegend, mit ungemein wechselndem Terrain, in der sich Ortschaft an Ortschaft drängte. Diesem gegenüber schien der nördliche Teil unseres Vaterlandes ungleich einförmiger, weniger bewässert und bevölkert. Es hatte sich das Spezialbild von Bayern in die Gesammtkarte von Deutschland verirrt. Die Repetitionskarten 3 und 4 begehen den umgekehrten Fehler. Der Norden ist vor dem Süden bevorzugt, und dadurch ein ungleichmäſsiges, falsches Bild hervorgerufen. Wenn das im Süden Gebotene als genügend gelten, oder auch nur um die Aisch behufs Ergänzung der Configuration der fränkischen Terrasse, um die Loisach, an der die wichtige Hauptstraſse über den Fernpaſs zu Finstermünzpaſs und Stilfserjoch vorbeiführt, um den Kochel- und Walchensee, und um die Mangfall, den Ausfluſs des Tegernsees vermehrt werden soll, so muſs das Ausführlichere von Norddeutschland aus Nr. 3 und 4 entfernt und einer eigenen Karte zugewiesen werden, die dann ebenso dem Bedürfnisse preuſsischer Schulen entspräche, wie die Spezialkarten Süddeutschlands dem dortigen Gebrauche. Dies erweist sich aber als besondere Notwendigkeit, wenn man das Labyrinth von Linien betrachtet, welches durch die Flüſschen und die Grenzen der thüringischen Staaten hervorgerufen wird. Übrigens sollte auch auf der sparsamst ausgestatteten deutschen Karte die Mädelergabel, die Kulmination der Allgäuer Alpen nicht fehlen, umsoweniger auf unserer Repetitionskarte, auf der selbst minder bedeutende Berge, z. B. der kaum 1000 m hohe Peissenberg zu finden ist. Der Isarursprung ist falsch dargestellt; was ihre Quelle hier und auf Nr. 5 zu sein scheint, ist in Wahrheit die Leutasch; auf der Karte von Österreich, Nr. 6, ist dieser Fehler vermieden. Auf Nr. 5 und 6 fehlt statt der Mädelergabel die Zugspitze. Diese aber hat als höchster Berg des jetzigen Deutschlands, als eine der drei Kulminationen der nördlichen Kalkalpen, und weil sie mit der Ortlesspitze und dem Groſsglockner die gröſste relative Höhe in den Alpen östlich des Rheins erreicht, eine mehr als lokale Bedeutung. Auf der Alpenkarte 5. wären vielleicht noch die Maira und Tosa zu verzeichnen, weil an diesen Flüssen die (auch angegebnen) Alpenstraſsen vom Maloja und Simplonpaſs herführen. — Die übrigen Staaten Europas werden in 8 Karten behandelt, welche in der Mehrzahl sehr schön sind; nur bei Frankreich und Ruſsland leidet die Übersichtlichkeit durch das Zuviel an Flüssen und Provinzgrenzen; die Karte 11 (Südskandinavien) wird durch 18 (Skandinavien) überflüssig. Von den auſsereuropäischen Ländern sind noch Ost- und Westindien mit trefflichen Karten bedacht, Kleinasien und die Kaukasusländer gingen leider leer aus, obwohl diese sicher einer genaueren Behandlung bedürfen, als ihnen auf dem so sehr verkleinerten Bilde von Asien zu teil werden kann. — Gleichzeitig mit den oben besprochenen Repetitionskarten lag dem Referenten ein analoges Werk vor:

Kiepert. Flufsnetze zu dem Atlas antiquus. 10 Blätter à 0,15 ℳ. Berlin bei Dietrich Reimer. 1882.

Staunenswert ist die Ausführung dieser Karten, welche mit ihrem ungemein reichen Flufsgeäder an die Zeichnungen eines anatomischen Atlas erinnern. Auf der etwas handgrofsen Fläche des Peloponnes (390 Quadratmeilen) sind z. B. über 120 Flüsse verzeichnet. Was man mit diesen Netzen anfangen soll, weifs der Referent nicht; denn wenn man von einem Landstriche eine so genaue Darstellung bedarf, greift man doch zu Spezialkarten in gröfserem Mafsstab.

Neuburg a./D. Schmitz.

Special-Atlas der berühmtesten u. besuchtesten Gegenden und Städte Deutschlands und der Alpen. 100 Karten in gleichem Mafsstabe von 1 : 125 000 der natürlichen Länge, herausgegeben und gezeichnet von Eduard Gaebler. Ein Ergänzungswerk für jeden Handatlas in sechsfachem Farbendruck. I. Bd. 1.—4. Lief. Im Ganzen 25 Lieferungen à 1 ℳ. Verlag des Gaebler'schen geogr. Instituts, Leipzig-Neustadt.

Inhalt der 1. Lieferung.

No. 12. Potsdam und Umgegend.
„ 20. Dresden und Umgegend.
„ 21. Die sächsische Schweiz.
„ 63. Der Vierwaldstätter See.

Inhalt der 2. Lieferung.

No. 13. Berlin und Umgegend.
„ 23. Frankfurt a/M. u. Umgeg.
„ 40. Erzgebirge zweites Blatt.
„ 64. Gotthardbahn.

Inhalt der 3. Lieferung.

No. 65. Gotthardtunnel.
„ 59. Bodensee.
„ 39. Erzgebirge erstes Blatt.
„ 19. Leipzig und Umgegend.

Inhalt der 4. Lieferung.

No. 2. Hamburg und Umgegend.
„ 8. Danzig und Umgegend.
„ 11. Magdeburg u. Umgegend.
„ 58. München und Umgegend.

Wir glauben dieses neue geographische Anschauungsmittel nicht besser einführen zu können, als indem wir die Worte des ohnlängst verstorbenen verdienten Prof. Dr. O. Delitsch in Leipzig, die dem Atlas vorgesetzt sind, hier mitteilen: D. sagt:

„Seitdem die Eisenbahnen die Länder in allen Richtungen durchkreuzen, ist die Bevölkerung der grofsen Städte zusehends gewachsen, hat deren Bedeutung für den Weltverkehr wie für das innere Leben der Staaten in auffälliger Weise zugenommen. In diesem letzten Vierteljahrhundert haben sich die früher geschlossenen Städte über ihre Ringmauern und ihre Vorstädte hinaus in voller Freiheit erweitert, haben neue Anbauten und Vororte sich gebildet und an die Städte angelegt, haben sich die ländlichen Dörfer der Umgebung in städtische Vorstadtdörfer umgewandelt: Die grofsen Städte sind zu Bevölkerungs-Centren geworden, und jede neue Volkszählung zeigt uns den stetigen Fortgang dieser Bewegung. Die

Kartographie mufs diesen Veränderungen Rechnung tragen, und schon seit einiger Zeit haben die gröfseren Atlanten es für nötig gefunden, soweit es der Raum erlaubte, den Länder- oder Provinzkarten die Pläne der gröfseren Städte in Karton hinzuzufügen: neuerdings haben selbst einige bessere Schulatlanten derartige Kärtchen, wenn auch nur in Skizzen beizugeben begonnen. Und mit Recht! Denn mit der wachsenden Bedeutung und dem erweiterten Umfang der Städte wird die Orientierung erschwert, und doch wird diese Orientierung mehr und mehr verlangt: sie wird geradezu ein allgemeines Bedürfnis. Unterzeichneter hat schon längst darauf hingewiesen, dafs die Herstellung eines gröfseren Kartenwerkes sich nötig mache, welches in einer gewissen Vollständigkeit die sämtlichen gröfseren Städte mit ihren Umgebungen nach einem einheitlichen Plane darstelle — und jetzt tritt ein solches Werk in schöngelungenen Specialkarten an die Öffentlichkeit, und, was mit besonderer Befriedigung zu begrüfsen ist, in gleichem Mafsstabe für sämtliche Karten. Während die besten Reiseführer in zahlreichen und grofsenteils sehr schön gelungenen Städteplänen sich meist auf die nächste Umgebung der grofsen Städte, oft auf diese Städte selbst beschränken, lassen die Gaebler'schen Karten einen Raum von etwa 750 Quadratkilometer überblicken und sind doch speciell genug, um auch die einzeln liegenden Häuser, die kleinsten Abwechselungen des Terrains, die geringfügigsten Wasserläufe genau zu bezeichnen.

Dies die eine Seite des — in dieser Beziehung jetzt noch auf Deutschland und die deutsche Schweiz sich beschränkenden — Unternehmens, welches späterhin in einem zweiten und dritten Bande eine Erweiterung auf die aufserdeutschen Grofsstädte Europas und die Grofsstädte der übrigen Erdteile erfahren soll. Wir kommen zu einer zweiten Seite: es ist die Darstellung der von Reisenden am häufigsten besuchten Gegenden in Gebirgen, an Strömen, an der Seeküste. Für solche Landschaften, wie die sächsische Schweiz, den Rhein von Mainz bis Düsseldorf, die verschiedenen mitteldeutschen Gebirge: das System der Sudeten, das böhmisch-bayrische Waldgebirge, den Thüringer Wald, die Rhön, den Schwarzwald und Wasgenwald, vor allem für die österreichischen, steiermärkischen, bayrischen, tyroler und schweizer Alpen bis zum Montblanc giebt es zwar Karten in grofser Auswahl; auch unsere klassischen „Reiseführer" sind reich an kartographischen Darstellungen für diesen Zweck. Wir können auch nicht klagen, dafs es hier an guten und brauchbaren Karten fehle. Und doch bezeichnen wir auch nach dieser Seite hin das vorliegende Unternehmen als ein nicht überflüssiges, sondern geradezu als ein glückliches. Zuerst weil es sehr viel wert ist, dafs diese Karten sämtlich gleichen Mafsstab tragen — wie bei den Städtekarten 1 : 125 000 — und dadurch eine bequeme und förderliche Vergleichung der Gröfsen und Entfernungen gewinnen lassen. Sodann, weil auch die Ausführung eine gleichartige

ist und demnach die Terrainverhältnisse in ersprießlicher Weise verglichen und leichter verstanden werden können. Endlich weil diese Ausführung mit ihrer treuen und sorgfältigen Zeichnung, mit ihren gutgewählten Farbentönen in der That eine ebenso klare und faßliche, wie den technischen Fortschritten der Kartographie angemessen eine schöne, kräftige, angenehm anmutende ist.

Wir empfehlen daher das in seinem ersten Heft vorliegende Werk aus voller Überzeugung allen, die sich mit den hervorragenden Punkten ihres Vaterlandes genauer bekannt machen wollen. Wir empfehlen diese Specialkarten den Lehrern der Geographie, denen sie ein wesentliches Förderungsmittel ihrer Studien sein werden; wir empfehlen sie den Geschäftsleuten, die in großen Städten und deren Umgebung sich orientieren müssen; wir empfehlen sie den Reisenden als bequemes handliches Vademecum bei ihren Wanderungen; wir empfehlen sie namentlich auch den Bewohnern der dargestellten Städte als gutes Hülfsmittel für die Heimatskunde."

Soweit Delitsch. Wir haben diesen Worten nur noch wenig hinzuzufügen, das sich, mit Rücksicht auf die uns vorliegenden 16 Blätter (Lief. 1—4), besonders auf den Nutzen des Werkes für den geographischen Unterricht bezieht.

An verschiedenen Stellen ds. Z. fühlten wir uns gedrungen, der Specialtopographie in Schulatlanten das Wort zu reden, (man sehe VI, 408 und 413; VII, 233/4; unsere Anm. in XIII, 441), da wir bei unserm frühern geographischen Unterricht den Mangel derselben oft schmerzlich empfinden mußten. Der Schüler hat z. B. auf seinem Atlas eine interessante Erdstelle, einen See, ein Vorgebirge, eine Groß- oder Haupt-Stadt, einen Meerbusen, eine berühmte Land- oder Meer-Enge (Suez, Panama, Dardanellen, Bosporus, Gibraltar, Sund etc.), die er gerne in vergrößertem Maßstabe sehen möchte. Der Atlas, und selbst der beste mit Specialkärtchen wie z. B. der von Wettstein-Randegger*), läßt ihn im Stich. Dem Geographielehrer, der durch eine Zeichnung an der Tafel nachhelfen möchte, stehen Special- etwa Generalstabskarten nicht zu Gebote. Die Schule ist (leider!) arm an geographischen Lehrmitteln**) und aus eigenen Mitteln die meist recht kostspieligen Karten und Pläne anzuschaffen, — welche die Schule nicht einmal anschafft — wer will das dem Lehrer zumuten? So also muß die gewünschte Zeichnung an der Wandtafel oder die Herumzeigung eines größern Planes unterbleiben und das geogr. Interesse des Schülers erleidet an seiner Weckung und Nährung eine Einbuße. Hier nun bietet der vorliegende Atlas eine höchstwillkommene Abhilfe. Man gebe das betr. Blatt herum oder hänge es, (was noch zweckmäßiger), zeitweilig unter

*) Man sehe über denselben VI, 408 und 413; VII, 233 u. f.

**) Man lese, wie der Abgeordnete Dr. Kropatscheck im preuß. Abgeordnetenhause die Armut d. h. Sch. an geogr. Lehrmitteln schildert, in ds. Hft. 3. Abt. —

einem Glasrahmen in der Klasse auf. Wir sind überzeugt, dafs sich dieser Atlas bald als ein höchst nützliches und darum vielbegehrtes geogr. Lehrmittel erweisen wird.

Der Atlas besitzt zwei Vorzüge: einmal ist er in einem für den Handgebrauch ziemlich grofsen (1 : 125 000) aber auch in überall gleichen Mafsstabe ausgeführt, so dafs sich leicht Vergleiche der einzelnen Flächenausdehnungen anstellen lassen. So mifst z. B. der Vierwaldstätter See (Blatt No. 63) in seiner ost-westlichen Längen-Ausdehnung ca. 205 mm, während er im Schulatlas von Liechtenstern-Lange (Ch. 19) nur ca. 22 mm und in unsern gröfsern Hand-Atlanten etwa auch nur 33 mm mifst. Man vergleiche nun hiermit bezügl. der Längen- und Breitendimensionen die Havelseen bei Potsdam (Blatt No. 12)! Dafs hierdurch verwickelte und sehr gegliederte geogr. Objekte an Deutlichkeit sehr gewinnen müssen, liegt auf der Hand. Wer wird z. B. auf einer Schulatlas-Karte klar über das Labyrinth der Havelseen um Potsdam (s. z. B. Liechtenstern-Lange Ch. 12)? Hier aber findet man sie ausführlich und charakteristisch schön, umgeben von ihren „Forsten", „Heiden" und „Wildparks", von ihren Inselchen und Uferdörfern und ihren schlangenwindungsartigen Verzweigungen. Dazu kommt, dafs der Atlas durch die Wahl der Farben sich auch als ein ästhetisch schönes Lehrmittel erweist. Die blauen Gewässer (Seen, Flüsse etc.), die dunkelbraunen Berglandschaften, die grünen Wälder und Wiesen, die roten Städte und Dörfer, die weifse Tiefebene und die schwarzen Verkehrsadern in abgestufter Stärke und mannigfaltiger Form, sie alle geben den Karten ein höchst anmutiges und charakteristisches Gepräge; und bei der Genauigkeit, welche selbst den kleinsten Verkehrswegen zwischen Dörfern Rechnung trägt, glaubt man das Abbild einer Generalstabskarte vor sich zu haben. Es konnte daher auch nicht fehlen, dafs sich Feldmarschall Graf Moltke über den ihm zugesandten Atlas sehr günstig aussprach.*) Auch zählt der Herr Herausgeber unter seinen Abonnenten den deutschen Kaiser und mehrere fürstliche Häuser.

Einen Wunsch können wir für eine neue Auflage nicht unterdrücken: es möchte Grofsstädten wie Berlin (und, falls etwa später der Atlas auch auf aufserdeutsche Länder ausgedehnt werden sollte,

*) Die bez. Zuschrift desselben an die Verlagshandlung lautet:

Euer Wohlgeboren

sage ich meinen besten Dank für die erste Lieferung Ihres Special-Atlas der berühmtesten Gegenden und Städte. Ich habe die sehr sorgfältig ausgeführten Blätter mit grofsem Interesse gesehen und spreche den Wunsch aus, dafs die Mühe, welche Sie auf Ihre Arbeit verwandt haben, durch möglichst grofse Verbreitung Ihres Atlas entschädigt werden möge. Bitte, mich zu Ihrer Abonnentenzahl zu notieren.

Creisau i. Schlesien, 26. Juli 1882.

Ergebenst

Gr. Moltke, Feldmarschall.

Wien, Paris, London etc.) noch eine zweite Karte gewidmet werden, welche nur den Plan der Stadt (ohne Umgegend) im Format der Karte giebt.

Wir schliefsen uns den Empfehlungen des verst. Dr. Delitsch aus voller Seele an und wünschen besonders, dafs der Atlas in jeder Schulbibliothek unter den geogr. Lehrmitteln einen Ehrenplatz finden möge.

Zum Thema: Fabrikation und Rezension von Schulbüchern.*)

I. Entgegnung

auf die Rezension des (Heft 1, S. 54 u. f.) rezensierten Leitfadens der Chemie von Dr. Krebs-Kinkelin (in Briefform).

Geehrtester Herr Redakteur! In Ihrem geschätzten Blatte veröffentlichten Sie eine Rezension des Leitfadens der Chemie von Dr. Kinkelin und mir seitens eines ungenannten „Preufsischen Schulmannes". Die ungewöhnliche Schärfe des Angriffs macht es mir zur Pflicht eine Erwiderung einzuschicken und Sie um gefällige Einrückung derselben in Ihr geschätztes Blatt zu ersuchen.

Schon der zweite Satz der Rezension enthält einen Angriff, wie er kaum schärfer gedacht werden kann: „da mir gleich auf der ersten Seite bei der Beschreibung des bekannten Hofmannschen Wasserzersetzungsapparates aus dem Text hervorzugehen schien, dafs die Verfasser den Versuch nie selbst gemacht haben, so las ich weiter". Der Rezensent wundert sich nämlich darüber, dafs nach Füllung der eigentlichen Wasserzersetzungsröhren in den dritten längeren Schenkel noch etwas Wasser nachgegossen werden soll.

Einerlei, ob es zweckmäfsig ist oder nicht, Wasser nachzugiefsen (um nämlich für das spätere Ausströmenlassen der Gase einen kleinen Drucküberschufs bereit zu haben), so hat doch dieser Umstand auf das Gelingen des Versuches selbst nicht den geringsten Einflufs. Wie mufs es nun mit der Logik eines Mannes (von Vorsicht und Wohlanständigkeit ganz abgesehen) beschaffen sein, der aus einem ganz unwesentlichen Umstande den Schlufs zieht, weder Dr. Kinkelin noch ich hätten je mit einem solchen Apparat operiert? Ich soll keinen Hofmannschen Wasserzersetzungsapparat haben und nicht fähig sein denselben zu handhaben, nachdem ich schon so manchen Vorlesungsapparat konstruiert und in Poggendorfs Annalen, in Karls Repertorium und in Ihrem geschätzten Blatte beschrieben habe? Wessen erdreistet sich dieser Mensch! Glaubt der Mann vielleicht, Frankfurt läge im Urwald, wohin niemals ein Hofmannscher Wasserzersetzungsapparat gekommen?

---

*) Diese Kontroverse hätte eigentlich in den Diskussions-Saal gehört; aber teils ihre Länge, teils ihr Zusammenhang mit einer früheren Rezension bestimmten uns, sie in diese Abteilung zu verweisen. Red.

Dafs ein Mann von solcher Logik und Schmähsucht mit den derbsten Ausdrücken wie „Machwerk", „Kompilation", „Unrichtigkeiten und Oberflächlichkeiten" nur so um sich wirft, wird nach einer solchen Probe niemand wundern. Wir lassen ihm das billige Vergnügen und gehen zu einem anderen Punkte über.

Der preufsische Schulmann wundert sich darüber, dafs Knallgas in einer langen Röhre möglicherweise nicht durch einen einzigen Funken entzündet würde, da doch die Zündung am obersten Ende bewerkstelligt wird. Was wird nun aber der Rezensent sagen, wenn ich behaupte, dafs möglicherweise der Funke gar nicht zündet? Er mag sich das überlegen! Der Schulmann vermutet, dafs das Gefäfs zerspringt — mir ist noch keins zersprungen. Was er über Atom und Molekül redet, ist nicht wert, dafs man einen Federstrich daran wagt; dagegen will ich die nächste Kraftstelle etwas eingehender behandeln, da sie die unglaubliche Leichtfertigkeit des Rezensenten im hellsten Lichte zeigt. Der preufsische Schulmann sagt: „Natürlich fehlt auch nicht die Definition einer Säure (S. 12) als eines Körpers, der sauer schmeckt und blaues Lackmuspapier rötet, sowie die entsprechende Definition einer Basis. Wer sich nicht entschliefsen kann, eine Säure als eine Wasserstoffverbindung zu definieren, deren Wasserstoff durch Metalle ersetzbar ist, der sollte auf die Ehre, Verfasser eines Leitfadens der Chemie zu sein, verzichten".

Nun ist allerdings auf S. 12, ähnlich wie auch in anderen Büchern, von der Möglichkeit der Herstellung eines Salzes aus Säure und Basis die Rede; der Rezensent hat aber nicht bemerkt, das auf S. 24 ausführlich die Bildung eines Salzes durch Ersetzung des Wasserstoffs durch ein Metall dargelegt wird. Zeile 3 von oben S. 24 heifst es wörtlich in gesperrter Schrift:

Wird in dem Hydrat einer Säure der Wasserstoff durch ein Metall ersetzt, so erhält man ein Salz.

Nun folgen einige Beispiele, sowie die Bildung eines normalen, sauren und basischen Salzes.

Was sagen Sie nun von einem solchen Rezensenten, Herr Redakteur? Verübt dieser Mensch nicht die gewissenloseste Ehrabschneiderei*) — da doch einmal von Ehre die Rede ist. Wie kurz die Gedanken des Schulmannes sind, können Sie noch aus Folgendem ersehen. Rezensent bemängelt einen Satz aus stilistischen Gründen, der ihn bei einigem Nachdenken darauf hätte führen müssen, dafs die Verfasser in betreff der Bildung von Salzen nicht der allerelementarsten Kenntnisse entbehren. Der von dem Rezensenten zitierte Satz beginnt: „Denkt man sich in dem Phosphorsäurehydrat zwei Drittel des H durch Ca ersetzt ...". Rezensent bemängelt das

*) Diese Ausdrücke erscheinen uns zu stark. Vergl. unsere Randbemerkungen hinter dieser Kontroverse. Red.

Wort „denkt“; denken ist allerdings eine eigene Sache, oder, wie ein altdeutscher Spruch sagt:

> Denken ist kein Spiel für jeden,
> Grob Gehirn kann nicht fein reden.

Geht die Satzbildung immer nach derselben Schablone vor sich? Auf den vorigen Satz folgt sofort ein zweiter, der die Logik des preufsischen Schulmannes nicht minder klar erkennen läfst: „Mit der Entwicklung der Chemie und der jetzt üblichen Nomenklatur scheinen die Verfasser allerdings wenig vertraut zu sein, wie aus der unausgesetzten Vermengung alter und neuer Bezeichnungsweise hervorgeht“.

Es könnte kontrovers sein, ob man die alte und neue Bezeichnungsweise nebeneinander oder bereits heutzutage blofs die neuere gebrauchen solle; welche Logik aber gehört dazu, jemanden, der beide gebraucht, die Kenntnis der einen abzusprechen!

Was sagen Sie dazu Herr Redakteur? Über einige läppische Bemerkungen des Rezensenten, namentlich auch über den Versuch zur Darstellung des Phosphorwasserstoffs gehe ich hinweg; ich hebe nur noch einen Punkt heraus, der wiederum die gewissenlose (! Red.) Leichtfertigkeit*) des preufsischen Schulmannes deutlich erkennen läfst. Er sagt: Seite 29 lesen wir: „Der gebrannte Kalk löst sich etwas in kaltem Wasser auf“ anstatt: „Der gebrannte Kalk verbindet sich mit dem Wasser zum Hydroxyd und dieses löst sich im Wasser auf.“

Jedermann sollte glauben, es handele sich hier um Besprechung der Verbindungen Calcium. Nicht im geringsten! Es wird hier von den Verbindungen des Kohlenstoffs gesprochen und vom Einleiten der Kohlensäure in Kalkwasser. Kein „Methodiker“ und gerade auf der Methodik reitet der preufsische Schulmann so gern herum — wird es für angezeigt halten, an dieser Stelle sich genauer über das Verhalten des Calciumoxyds zum Wasser auszusprechen. Selbstverständlich verschweigt der Rezensent, dafs auf S. 45 des Leitfadens dieser Punkt ausführlich erörtert ist.

Geehrtester Herr Redakteur! Was halten Sie von einem solchen Menschen? Was gehört überhaupt dazu, dafs ein Kollege dem anderen die elementarsten Kenntnisse, welche in dem kleinsten Büchlein zu finden sind, in den Tag hinein abspricht? Dafs ein Rezensent in einem Buche „herumblättert“ und kurz und gut Dinge als nicht darin befindlich bezeichnet, welche darin stehen und darauf hin nun den Verfasser der bodenlosesten Unwissenheit zeiht?

Mit vorzüglicher Hochachtung

ergebenst

Frankfurt a. M., 10. Februar 1883. Dr. Krebs.

---

*) Diese Ausdrücke erscheinen uns zu stark. Vergl. unsere Randbemerkungen hinter dieser Kontroverse. Red.

II. Rechtfertigung des Rezensenten.

1. Der Verfasser giefst bei Benutzung des Hofmannschen Wasserzersetzungsapparates, nachdem die Hähne geschlossen sind, Wasser in den offenen Schenkel nach, um für das Ausströmenlassen der Gase einen kleinen Drucküberschufs zu haben. Dies ist überflüssig, da sich der Drucküberschufs ganz von selbst ergiebt, indem das durch die Gase in den geschlossenen Schenkeln verdrängte Wasser in dem offenen Schenkel in die Höhe steigt. Es ist sogar zweckmäfsig, diesen Überschufs möglichst zu reduzieren, damit die Gase, die später als Wasserstoff und Sauerstoff identifiziert werden sollen, nicht allzu schnell ausströmen. Um diese Reduktion des Druckes zu bewirken, ist an den offenen Schenkel eine Kugel angeblasen. Durch die Vorschrift, man solle nach Schlufs der Hähne Wasser nachgiefsen, wird der Zweck dieser Kugel illusorisch gemacht. Aufserdem hat das Befolgen der Vorschrift die Unannehmlichkeit zur Folge, dafs beim Ausströmen der Gase schliefslich auch ein Teil des angesäuerten Wassers aus dem Rohr herausspritzt. Dafs also eine solche Vorschrift den Schein zu erregen geeignet ist, derjenige, welcher sie giebt, kenne den Apparat nicht aus eigner Erfahrung, wird jeder zugeben, der logisch zu denken gewohnt ist. Dafs der Verfasser selbst Apparate konstruiert hat, ändert nichts an der Sache. Warum hat er die Apparate nicht in dem Buche beschrieben? Seine Bemerkung könnte leicht den Schein erwecken, es handle sich um physikalische Apparate. Es wäre aber unlogisch, zu sagen: Selbstverständlich kenne ich diesen chemischen*) Apparat. Beweis: Ich habe verschiedene physikalische Apparate konstruiert.

2. Wenn Knallgas in einer Röhre entzündet werden soll und der erste Funke zündet nicht, dann thut es vielleicht der zweite, dritte u. s. w. Die Möglichkeit, dafs der zündende Funke nicht gerade der erste ist, den man durchschlagen läfst, wird niemand bezweifeln. Ebenso wenig wird aber jemand darüber im Zweifel sein können, dafs es sich hier um etwas ganz anderes handelt. Der Verfasser sagt: „so erzeugt **jeder** Funke im Innern ein kleines Flämmchen: schliefslich giefst man, wenn ein weiterer Funke keine Entzündung mehr hervorbringt" .... Jeder vernünftige Mensch wird sagen, diese Worte sind gleichbedeutend mit: „Mehrere Funken bewirken nach und nach die Verwandlung des Knallgases in Wasser", aber kein Mensch wird sagen, sie sind gleichbedeutend mit: „Ein einziger Funke verwandelt das Gasgemenge in Wasser, wenn nicht gerade der erste, vielleicht der zweite oder dritte".

---

*) Dieser Apparat steht unsers Erachtens auf der Grenze der Chemie und Physik, wenn sich überhaupt heutzutage eine solche Grenze ziehen läfst. Red.

3. Unter einer Säure versteht man heutzutage eine Wasserstoffverbindung, deren Wasserstoff ganz oder teilweise durch Metalle ersetzbar ist. Diese Definition findet sich in dem Buche nicht. Was der Verfasser anführt, ist die Definition des Salzes, nicht die Definition der Säure. Durch die Worte „wird in einer Säure der Wasserstoff durch ein Metall ersetzt, so erhält man ein Salz" ist nur die Möglichkeit dieser Ersetzung stillschweigend vorausgesetzt, nicht aber die Notwendigkeit dieser Ersetzbarkeit als wesentlicher Charakter der Säure ausgesprochen.

4. Durch bloſses Denken, wenn auch der Denkapparat noch so fein ist, läſst sich in einer Säure der Wasserstoff ebenso wenig durch ein Metall ersetzen, als sich mit einem durchbohrenden Blick eine Panzerplatte durchbohren läſst. Der Eine sagt nun: Denkt man sich den Wasserstoff durch Calcium ersetzt, so erhält man ..., der Andere zieht es vor zu sagen: „Ersetzt man ..., so erhält man .... Der letztere ist der logisch schärfer Denkende, wird der Unparteiische sagen, aber nicht, der letztere ist ein Mensch von kurzen Gedanken, der mit der Logik auf gespanntem Fuſse steht, ja noch mehr, ein Ehrabschneider.

5. Wenn in der alten Bezeichnungsweise die Worte „Säure", „Basis", „Hydrat" in einem anderen Sinne gebraucht werden, als in der neuen, so ist es selbstverständlich, daſs nicht beide nebeneinander gebraucht werden dürfen. Ob man „bereits heutzutage" die neuere Bezeichnungsweise benutzen solle, ist eine Frage, die schon vor etwa 10 Jahren mit „ja" beantwortet worden ist. Dem Verfasser scheint es entgangen zu sein, daſs der Gebrauch der neueren Bezeichnungsweise in Preuſsen vorgeschrieben ist. Daſs die gleichzeitige Benutzung beider Bezeichnungsweisen eine geringere Kenntnis („wenig" vertraut, also doch „etwas") der einen nicht ausschlieſst, wird doch jeder logisch Denkende zugeben. Wenn also der Verfasser fragt, welche Logik dazu gehöre, so ist zu erwidern: Die Logik des gemeinen Menschenverstandes.

6. Wenn auf S. 29 etwas Falsches steht, auf S. 45 das Richtige, so ist es nach Ansicht des Verfassers (des Buches), der doch offenbar einen groſsen Wert auf die Logik legt, eine Leichtfertigkeit, wenn das Fehlerhafte gerügt wird, ohne daſs zugleich als mildernder Umstand hervorgehoben wird, daſs an einer anderen Stelle des Buches das Richtige steht. Sonderbare Logik! Übrigens steht gleich auf S. 47: „Bariumoxyd und Bariumhydroxid sind im Wasser löslich."

III. Nachschrift der Redaktion zu vorstehender Kontroverse
oder
Wie soll man Bücher schreiben und wie rezensieren?

Vom Herausgeber.

Da Herr Dr. Krebs in seiner Entgegnung mehrmals fragt: „Was meinen Sie nun hierzu etc. etc. Herr Redakteur etc. etc.“ („Was halten Sie von einem solchen Menschen?) und uns somit — wie es scheint, in etwas demonstrativer Weise — zu einer Meinungsäufserung nötigen will, so dürfen und wollen wir mit unserer Ansicht auch nicht zurückhalten und seine Fragen nicht unbeantwortet lassen. Hierdurch wird uns zugleich die willkommene Gelegenheit geboten, uns über die gangbare Art des Rezensierens auszusprechen. Es sei daher Folgendes bemerkt:

Vor allem „sagen“ wir: Wer ein Buch schreibt und in die Öffentlichkeit schickt, sollte niemals das Horazische *„Nonum prematur in annum“* vergessen. Die peinlichste Sorgfalt sowohl im Inhalt als auch in der Form sollte sich jeder Autor zur strengsten Pflicht machen; das ist aber um so leichter, wenn mehrere Verfasser an einem Buche arbeiten und einer den andern kontrolieren kann; um so nötiger bei einem Schulbuche, welches einerseits von den kritischen Augen so vieler sachverständiger Lehrer getroffen, andrerseits von Schülern benutzt wird, denen das kritische Urteil noch abgeht, und welche das Dargebotene, gleichviel ob es falsch oder richtig ist, auf Treu und Glauben annehmen müssen. Und nun vollends gar die „höhern Töchter“! Welchen Eindruck mufs es auf die Schüler machen, wenn ihnen der Lehrer sagen mufs: „Hier hat der Verfasser des Buches geirrt, das ist ein grober Fehler, streichen Sie das aus, korrigieren Sie es und setzen Sie dafür etc. etc.“ Nun wird aber Herr Dr. Krebs nicht leugnen können, dafs er — oder an seiner Stelle vielleicht sein Herr Kompagnon — teils Fehler, und unter ihnen einige nicht unbedeutende, teils Nachläfsigkeiten sich hat zu Schulden kommen lassen. An der Fähigkeit des Herrn Dr. Krebs, ein fehlerfreies Lehrbuch zu schreiben, wird ja doch kein Fachgenosse, der ihn aus seiner litterarischen Thätigkeit kennt, zweifeln; um so mehr hätte er das, was er vielleicht nicht selbst verfasst hat, genau prüfen sollen! Wir wollen auf Einzelnes etwas näher eingehen:

1) Die Stelle über die Verwandlung des Knallgases in Wasser (s. S. 2 des bespr. Buches und Heft 1, S. 55, wo nur statt „überspringen“ zu setzen ist „überschlagen“), dürfte doch wohl mit Recht anzugreifen sein. Es steht wissenschaftlich fest, dafs — normale Verhältnisse, d. h. hier: nicht zu lange enge Röhren und nicht zu geringen Luftdruck vorausgesetzt — der erste (und einzige)

zündende elektrische Funke, welcher durch reines Knallgas schlägt, dasselbe mit einem Schlage in Wasser (Wasserdampf) verwandelt, und dafs von einem zweiten, dritten etc. etc. zündenden Funken (worauf die Worte „jeder Funke" und „ein weiterer Funke" hindeuten) gar nicht die Rede sein kann.*) (Man vergleiche übrigens die Krebs-Kinkelinsche Darstellung mit jener von Ferd. Fischer in seinem Leitfaden der Chemie S. 22—23, sowie die beiderseits gegebenen Zeichnungen des Eudiometers!)**)

2) Der kostbare, fast humoristische Beweis für die Grenze der Teilbarkeit — „weil man sonst schliefslich auf **Nichts** käme" — (S. 7), welcher noch in vielen Elementarbüchern spukt, ist ein prächtiges Seitenstück zu obigem wissenschaftlichen „Bock". Er ist vermutlich nur ein lapsus calami, zeigt aber doch immerhin von Gedankenlosigkeit. Die Widersinnigkeit dieser Motivierung wird ja sofort klar, wenn man den Prozefs der Teilung rückwärts verfolgt. Gesetzt ein Molekül — etwa der billionste Teil eines Kubikzentimeters — gäbe halbiert zwei „Nichtse"***), so würden doch diese zwei „Nichtse" wieder zusammengesetzt ebenfalls ein „Nichts" geben etc. etc., es müfste denn ein Gott, der die Welt aus „Nichts" erschuf, hier helfend eingreifen. Die Herren Verfasser wollten wahrscheinlich sagen: Man kommt schliefslich auf Teile (Hälften), die man nicht weiter teilen kann, oder: von denen man aus triftigen Gründen annehmen mufs, dafs sie sich nicht weiter teilen lassen. Aber diese Unteilbaren (Atome) sind doch keine „Nichtse"!

3) Auf S. 8 des betr. Buches steht sub 2) wörtlich: „Viele physikalische und chemische Untersuchungen haben zu der Ansicht geführt, dafs in gleichen Raumteilen gas- oder dampfförmiger Elemente gleichviele **Atome** vorhanden seien. Ein ccm Wasserstoff enthält demnach ebensoviele Wasserstoffatome, wie ein ccm Chlor Chloratome hat." Dies rügt der Rezensent. Ist das, was er sagt, wirklich „nicht wert, dafs man einen Federstrich daran wagt"? — Verstöfst obige „Ansicht" nicht gegen das Avogadrosche Gesetz, welches wohl Moleküle aber nicht Atome kennt?

Wenn ein Referent in einem Buche Verstöfse solchen Kalibers findet, so kann man es ihm nicht verargen (man darf es entschuldigen), wenn er im gerechten Unwillen darüber, gleichviel ob sie durch Unwissenheit oder durch Nachläfsigkeit veranlasst worden sind, bitter

---

*) Sollten hier vielleicht die Hr. Hr. Verfasser die Versuche von Herwig (Pogg. Ann. Bd. 148, S. 44) im Sinne gehabt haben, bei welchen durch atmosph. Luft verdünntes Knallgas in Frage kam, oder neuere Versuche französischer Physiker mit explosiven Gasgemengen in sehr langen und engen Röhren, so wäre dagegen zu bemerken, dafs derartiges doch nicht in ein Schulbuch gehört!

**) Ferd. Fischer, Leitfaden der Chemie und Mineralogie. 2. Aufl. Hannover. Hahn 1880. S. 22—23.

***) Man erlaube diesen homöopathischen Ausdruck des sel. Dr. Bock in der Gartenlaube.

wird, besonders im Hinblick darauf, dafs die vier Augen zweier Verfasser die groben Fehler, denen sich noch manche andere anreihen liefsen, nicht bemerkten. Wenn er dann das Buch nicht zu Ende liest, sondern die Geduld verlierend, es ärgerlich zur Seite wirft, so können wir das zwar nicht billigen, aber — wir finden es erklärlich. Von einem „gewissenlosen Ehrabschneiden" kann dabei wohl die Rede nicht sein. Referent sagt ja nur: „der" — nämlich ein so gröblich fehlender Verfasser — „sollte auf die Ehre verzichten, ein Lehrbuch zu schreiben"; das heifst doch nur: „ein solcher sollte der Abfassung eines Lehrbuches noch fern bleiben!" Ist das etwas anderes, als was Dr. Vogel (S. 117, Hft. 2) etwas diplomatischer dem Verfasser zuruft: „Sie werden nun einsehen, dafs es für Sie noch verfrüht war, eine Chemie für Töchterschulen zu schreiben?" —

Anderes, was der Verfasser rügt, gehört vielleicht nur in das Kapitel der „Nachlässigkeiten". Wir halten es für richtig, wenn dem Anfänger in der Chemie, besonders aber den „höhern Töchtern", der Begriff der „Säure" vorläufig durch Geschmack und Farbe *ad oculos* demonstriert wird. Glaubt aber ein Lehrer, später tiefer eingehen und das vorläufig Gelehrte an einer passenden Stelle ergänzen zu sollen, so mag er diese Ergänzung wenigstens ankündigen (zitieren); dadurch erleichtert er zugleich dem Referenten seine schwierige Arbeit.

Verfasser hätte daher auf S. 12 nicht unterlassen sollen, anzuzeigen, dafs seine Erklärung von „Säure" auf S. 24 ergänzt werden würde, wenn man überhaupt — was uns zweifelhaft erscheint — diese Ergänzung in einer höhern Töchterschule geben darf. Ähnlich auf S. 29 und S. 45 für den „gebrannten Kalk" und a. a. O.

Bezüglich der Bezeichnungsweise (chemischen Formeln) sind wir der Ansicht, dafs man heute in einem Schulbuche nur die neue Bezeichnung wählen sollte, um die Schüler nicht zu verwirren. Wir „Alten", die wir den schmerzhaften Prozefs der „Häutung" dieser Wissenschaft mit durchlebt haben, können uns freilich von den alten Formeln schwer trennen, sie hängen an uns, wie Ketten; um so mehr sollten wir den Schülern die Qual des doppelten Erlernens ersparen. Was würde man von einem Autor sagen, welcher in einem arithmetischen Lehr- und Übungsbuche neben Litern etwa noch Metzen, neben Reichsmark noch baierische Gulden oder Hamburger Mark Banko in Rechnung bringen wollte? Die Wissenschaft hat in der Chemie die alte Bezeichnungsweise über Bord geworfen und sie ist nur noch am Platze etwa bei akademischen Vorlesungen zum Zwecke geschichtlicher Orientierung über die Metamorphose unserer heutigen Chemie — noch ganz abgesehen davon, dafs die neue Bezeichnungsweise in Preufsen vorgeschrieben ist.

Den Herren Verfassern der Rezensionsvorlage möchten wir aber noch zur Erwägung anheimgeben, ob sich nicht noch eine ziemliche

Anzahl sehr bedenklicher Stellen der kritischen Scheere eines strengen und unparteiischen Rezensenten dargeboten hätte?*)

Vor allem aber: ob nicht die das ganze Buch charakterisierende Methode in erster Linie anzugreifen wäre? Ob nicht sie gerade mit Rücksicht auf die Bestimmung des Buchs (für „höhere Töchterschulen") gegen den didaktischen Grundsatz eines stetigen Fortschritts vom Einfachen zum Zusammengesetzten schwer sündiget? Hierüber möchten wir den Urteilsspruch aller verständigen Lehrer der Chemie, welche einen rationalen methodischen Lehrgang — wie ihn die Arendtschen Lehrbücher so schön ausgeführt aufweisen — noch nicht in die Rumpelkammer geworfen haben, provozieren.

Soviel über die Herren Verfasser des Buches. Wir kommen jetzt zu dem Herrn Rezensenten. Da ist nun unsere Meinung: auch er hat gefehlt, weniger darin, dafs er sachlich geirrt, als vielmehr darin, dafs er bei der Aufspürung der Mängel des Buches etwas zu tief geraten ist, dafs er „den Mund etwas zu voll genommen" m. a. W. übertrieben hat. Das ist nicht mehr „Kritik", sondern „Hyperkritik". Dadurch kommt ein Kritiker leicht in Gefahr, Rezensentenpflichten zu verletzen.

Wie aber soll ein Rezensent Bücher besprechen?

Ein Rezensent soll das zu begutachtende Werk genau und vom Anfange bis zum Ende nach Inhalt und Form nicht blofs durchblättern, sondern aufmerksam durchlesen. Freilich mufs er sich hierzu mit Geduld, die er nun ein für allemal braucht, wappnen. Er soll die Mängel des Buches nur zum Zwecke ihrer Beseitigung**) aufdecken. Seine Kritik soll „das Streben nach Verbreitung der Wahrheit", nicht aber „das Gelüste bekunden, in den Irrtümern anderer eine Quelle von Ergötzlichkeiten zu suchen".***) Er soll daher auch die guten Eigenschaften des Buches nicht verschweigen. Er soll sie nicht auf anderer Wage wägen, als auf welcher er die Mängel gewogen, soll seinen Gewichten für diese nicht das Brennus-Schwert hinzuwerfen. Er soll nicht zu stark auftragen, nicht übertreiben. Er soll gerecht und unparteiisch sein,

---

*) Zum Belege wollen wir den Lesern folgende Stelle (S. 24) hersetzen: „Wirft man z. B. in Schwefelsäurehydrat so lange Kalium, als noch Wasserstoff entweicht, so erhält man normales Kaliumsulfat

$$H_2SO_4 + 2K = K_2SO_4 + 2H$$

Wendet man verdünnte Schwefelsäure an, so wird man so viel Kalium eintragen, bis neutrale Reaktion eingetreten ist. Wirft man nur halb soviel Kalium in dieselbe Menge Schwefelsäure, dampft etwas ein und läfst auskristallisieren, so bleibt in dem Wasser keine Schwefelsäure zurück(!) — das Wasser reagiert neutral(!!); die Salzmasse enthält alle Schwefelsäure und hat die Zusammensetzung $KHSO_4$. In Wasser aufgelöst reagiert die Lösung(!!!) sauer. Hier überwiegt gewissermafsen die Säure das Metall; es ist nur die Hälfte des Wasserstoffes des Säurehydrats durch Wasserstoff ersetzt." —

**) Vgl. Dr. Godt, XIII, 234.

***) S. Dr. Pick in XII, 104.

nicht die Person, sondern die Sache ansehen. Er soll objektiv urteilen, sein Urteil nur auf wissenschaftliche und feststehende Prinzipien gründen und da, wo er seine eigene Ansicht vertritt, dieselbe begründen, doch als subjektiv zurücktreten lassen. Ein Rezensent für vorzugsweise naturwissenschaftliche Werke soll sich den grofsen Darwin zum Muster nehmen, von welchem Häckel (s. Heft 3 S. 225) sagt: nicht minder rühmlich war die aufserordentliche Bescheidenheit, mit der er seine Ansichten vortrug und die milde Sanftmut, mit der er auf die scharfen sachlichen Angriffe seiner Gegner antwortete, während er die persönlichen Beschimpfungen ignorierte."

Die meisten Rezensionen aber, die man heutzutage liest, verstofsen leider gegen diese Forderungen. Gewöhnlich sind es zwei extreme Sorten von Rezensenten, die den Büchermarkt beherrschen. Die einen, mit vornehmer Kennermiene ihre Rezensionsvorlage durchblätternd, greifen einige schwache Stellen, die ihnen für einen Angriff passend erscheinen heraus und im Gefühle ihrer Rezensentenmacht „reifsen sie das Buch tüchtig herunter". Nicht selten spielt dabei Autorneid eine Rolle. Sie verstehen hierbei die weite Kluft zwischen ihrem eigenen bescheidenen und dem umfassenderen Wissen des Autors mehr keck als mutig, doch geschickt zu überspringen. Diese Leute gleichen bissigen Hunden, welche einem Vorübergehenden, an dessen Kleidung ihnen etwas mifsfällt, in die Beine fahren und die Hosen zerfetzen, das ist die Spezies der Bockjäger; der Volkswitz bezeichnet sie treffend als „litterarische Klopffechter"; sie gehen, immer den Klopfstock in den Stiefeln, herum, jederzeit bereit, die Jacken der Autoren auf Motten zu untersuchen. Aber auch die andere Sorte der Rezensenten fehlt nicht; zu feige, um die bezeichnete Wissenskluft mutig zu überspringen, schleichen sie sich leise um dieselbe herum und finden, unfähig das Buch zu verstehen, aus „Geschäftsrücksichten" gegen Buchhändler oder Autoren oder um das „Rezensionsexemplar" nicht zu verlieren, Alles im Buche „vortrefflich". Das sind die Lobhudler. Diese Spezies macht besonders die Tageblätter unsicher. — Nur wenige gehen die goldene Mittelstrafse und begründen nach ehrlicher, fleifsiger Vorarbeit, Mängel und Vorzüge des Buches unparteiisch und objektiv abwägend, ihr gründliches, aber bescheidenes Urteil.

Wie hat sich nun dem gegenüber unser Herr Rezensent verhalten? Er hat nach seinem eigenen Geständnis das Buch nur bis zur Hälfte durchgelesen.*) Das ist erklärlich, aber nicht zu billigen. Ein Verfasser hat das unzweifelhafte Recht, vom Rezensenten die vollständige Lektüre seines Werkes zu fordern.

Von dem wirklich Gelesenen bespricht er aber nur die Mängel;

*) Dieser Umstand zieht ihm auch den Vorwurf des Verfassers zu: hättest du das Buch ganz durchgelesen, so würden dir meine Ergänzungen nicht entgangen sein.

von den guten Eigenschaften (Vorzügen) — und sollte deren denn das Buch gar keine haben?*) — schweigt er. Dafs er die groben Irrtümer hervorhebt und wegen derselben, selbst wenn man sie nur als „Versehen“ bezeichnen wollte, gegen die Verfasser scharf zu Felde zieht, wer möchte ihn darob schelten? War es doch schwer, Milderungsgründe aufzufinden, wenn man nicht etwa Arbeits- und Geschäftsüberhäufung(!) der Hr. Hr. Verfasser annehmen will. Aber er hätte nicht Versehen oder Nachlässigkeiten zu groben Mängeln (die „Böckchen“ zu „Böcken“) stempeln dürfen. Das ist Übertreibung. Sie zeigt sich z. B. in seiner Kritik der Definition einer „Säure“. Wie schon bemerkt, halten wir aus didaktischen Gründen, die sogar von grofsen Chemikern und Physikern gebilligt werden, beim chemischen Elementarunterricht — auch für die „höhern Töchter“ —, diejenigen Eigenschaften einer „Säure“, welche sinnlich leicht wahrnehmbar und zu veranschaulichen sind (Geschmack, Farbenänderung) für wichtiger und daher der besonderen Hervorhebung werter, als die Ersetzbarkeit des H durch Metalle. Letztere ist ein Kriterium, das vorläufig nur angedeutet (signalisiert) zu werden braucht, und das erst später, wenn die Schüler für das Verständnis reifer sind, nachgeholt werden mag. Überdies beruht diese Definition einer „Säure“ doch immer auch nur auf einer Schulansicht der gangbaren Chemie und wer weifs, ob sie nicht nach 10 Jahren durch eine andere ersetzt ist? Die Übertreibung aber kennzeichnet sich noch mehr als solche dadurch, dafs der Rezensent gerade hierein die Autorehre setzt („Wer sich nicht entschliefsen kann etc.“), während dieser Satz eher zu den groben Verstöfsen der Verfasser gepafst hätte. Zu diesen Übertreibungen könnte man vielleicht auch noch rechnen seine Ausstellungen an der stylistischen Form. Hierüber dürften aber die Ansichten sehr geteilt sein.

Wir würden allerdings nicht schreiben: „Denkt man ... so erhält man“. Allein diese „unlogischere“ Form des Vortragsstils ist in Büchern und auf dem Katheder so eingebürgert, das jeder versteht, was gemeint ist. Sie wird von manchen, die sie verteidigen, unter die sogenannten sprachlichen Elisionen gerechnet, eine Rechtfertigung, die vor einer strengen Kritik kaum bestehen dürfte.**) Daher kann es nicht schaden, wenn an solchen Beispielen mitunter den Lehrern der Chemie ein Riechpulver unter die Nase gehalten wird. Gerade unter den Chemikern giebt es eine Menge von Leuten, welche mehr an der technischen (oder gar handwerksmäfsigen) Seite ihrer Wissenschaft klebend auf Grund ihrer mangelhaften allge-

*) Man müfste doch dann erwarten, dafs die Schulbehörde das Buch nicht zugelassen (approbiert) haben würde!

**) Dergleichen machen sich in mathematischen Schulbüchern ebenso breit wie in chemischen. Man könnte die Beispiele schockweise sammeln, z. B. „Hieraus α in der gewöhnlichen Weise bestimmt kommt etc. etc.“ statt: „Wenn man .... bestimmt, so kommt (erhält man)“.

meinen (besonders sprachlichen) Bildung mit der Form salopp umspringen, wohl gar hochmütig auf solche „Nebendinge" herabblicken. Der wissenschaftlich gebildete Chemiker aber, besonders der Lehrer mit Gymnasialbildung, sollte sich von solchen Verirrungen fern halten.

Wir haben in dem Vorstehenden unsere Ansicht einmal offen und, wie wir glauben, unparteiisch ausgesprochen. Gefehlt wurde von beiden Seiten (*infra et extra muros*). Zwei Verfasser machen sich grober Fehler und Nachlässigkeiten in einem Schulbuche schuldig. Ein Rezensent giebt ihnen dafür eine derbe Lektion; er hat in der Hauptsache Recht, geht aber in seinem Feuereifer zu weit, wogegen der (eine) Verfasser wieder mit gleicher Münze auszahlt, indem er dem Rezensenten „grenzenlose Leichtfertigkeit" und „gewissenlose Ehrabschneiderei", vorwirft, unbekümmert darum, daſs er doch die begangenen Verstöſse nicht wegläugnen kann und daſs ein zweiter Referent, unabhängig von dem ersten, das Buch gleichfalls ungünstig rezensiert hat.*) Wir hätten Entgegnung und Rechtfertigung leicht unterdrücken können; da uns aber die letztere sehr sachgemäſs und objektiv erschien, und wir sie nicht gern unterdrücken mochten, so muſsten wir das Ganze geben. Da wir ferner dringend wünschen, daſs eine so unwürdige Polemik in dieser Zeitschrift nicht weiter Platz greife, so wollten wir den Lesern einmal ein abschreckendes Beispiel vorführen und wir sprechen hiermit die Erwartung aus, daſs das besprochene Buch und mit ihm die ganze Methode der saloppen Büchermacherei eine gründliche Umwandlung erfahren möchte, daſs aber auch fernerhin den Diskussionen in dieser Zeitschrift jener unwürdige Ton fern bleiben möge, welchen die Kampfesweise gewisser parlamentarischer Körperschaften nicht bloſs in Frankreich, Ungarn und Österreich, sondern auch in unserm lieben deutschen Vaterlande zum Bedauern aller Gebildeten aufzuweisen hat! —

B. Programmschau.

Mathematische und naturwissenschaftliche Programme von Mecklenburg. Ostern 1882.

Referent Dr. V. Schlegel in Waren.

1. **Ludwigslust.** Realschule 1. Ord. Progr. Nr. 583. Dr. A. Maynz: *Einige Sätze, welche Flächen 3. Grades betreffen.*

In Bezug auf ein gegebenes Tetraeder werden zwei Punkte $A\ (x, y, z, t)$ und $A'\ (x', y', z', t')$ einander zugeordnet durch die Gleichungen $xx' = yy' = zz' = tt'$. Nachdem dann gezeigt ist, wie man durch elementare Konstruktionen A' aus A erhalten kann, ergiebt sich als Ort von A', wenn A eine Gerade durchläuft, eine Raumkurve 3. Ordnung, und wenn A auf einer Ebene E variiert, eine Fläche 3. Ordnung (φ) mit vier Doppelpunkten, von der im Folgenden zahlreiche andere Eigenschaften abgeleitet werden.

*) Siehe d. Rezension von Vogel in Hft. 2, S. 116 u. f.

So werden z. B. die zehn Punkte bestimmt, deren erste Polarflächen in Bezug auf φ Ebenenpaare sind; die Hessiana von φ findet sich als Ort derjenigen Punkte, für welche diese Polarflächen Kegel sind; die Gleichung von φ wird durch eine sehr einfache Transformation als verschwindende Summe von fünf Kuben dargestellt etc. (Ist E die unendlich ferne Ebene, so ist, wie beiläufig bemerkt sein mag, φ diejenige Fläche, deren Eigenschaften Ref. im Programm Waren 1871 mittelst der Methoden der Ausdehnungslehre entwickelt hat.) Werden die drei Ebenenpaare $x^2 - y^2 = x^2 - z^2 = x^2 - t^2 = 0$, in Bezug auf welche die Punkte A und A' polar konjugiert sind, durch allgemeine Flächen 2. Ordnung ersetzt, so stellt φ die allgemeine Fläche 3. Grades dar. Auf diese Fläche werden die vorigen Betrachtungen im zweiten Teile der Abhandlung ausgedehnt. — Die Arbeit hat den ausgesprochenen Zweck, die Vorzüge der analytischen Methode gegenüber der meist rein synthetischen Behandlung der speciellen Flächentheorie zur Geltung zu bringen, nach Ansicht des Ref. vortrefflich erreicht, und reiht sich durch Einfachheit, Eleganz und die überall vorhandene geometrische Durchsichtigkeit der Darstellung den von Hesse und Salmon gegebenen Vorbildern würdig an. Wir teilen die Ansicht des Verf., daſs dieselbe als elementare Einleitung in die Theorie der Flächen 3. Grades angesehen werden kann, und sehen der versprochenen Fortsetzung mit Interesse entgegen.

2. Parchim. Friedrich-Franz-Gymnasium. Progr. Nr. 576. Dr. K. Bremer: *Beitrag zur Theorie des Potentials.*

Nach einem Überblick über die Geschichte der Potentialtheorie werden zuerst die allgemeinen Formeln derselben aufgestellt und statt der Koordinaten x, y, z die beiden Variablen p und q eingeführt, welche Gauss zur Bestimmung der Anziehungskomponenten des dreiaxigen Ellipsoids benutzte. Diese Formeln werden dann für solche Fälle specialisiert, in denen erstens die Begrenzungsflächen des anziehenden Körpers sich einfach durch Gleichungen in p und q darstellen lassen und zweitens die Integrationen entweder vollständig ausgeführt oder auf einfache Quadraturen zurückgeführt werden können. Demnach werden diejenigen Körper behandelt, welche begrenzt sind 1) von Regelflächen, speciell denjenigen 2. Ordnung, 2) von konoidischen Flächen, speciell von der elliptischen Keilfläche, 3) von abwickelbaren Flächen, speciell von Cylinder- und Kegelfläche (wobei die verschiedenen Flächen 2. Ordnung besonders durchgenommen werden). Hierzu kommt noch 4) die Kappe des Rotations-Paraboloids und des zweischaligen Rotations-Hyperboloids für den Fall, daſs der angezogene Punkt in der Rotationsaxe liegt. Da aber nach Boole der Fall der allgemeinen Lage des angezogenen Punktes auf diesen Specialfall reduciert werden kann, so ist auch der Fall 4) allgemein erledigt. Die einschlägige Litteratur ist überall sorgfältig berücksichtigt.

3. Waren. Gymnasium. Progr. Nr. 579. Dr. V. Schlegel. *Einige geometrische Anwendungen der Graſsmannschen Ausdehnungslehre.*

Die Arbeit liefert Ergänzungen zu des Verf. „System der Raumlehre", indem verschiedene Sätze aus der Geometrie der Geraden und des Kreises auf einfache Weise darin abgeleitet werden, z. B. das Stuart'sche Theorem, der Satz des Pappus, Sätze vom Pascal'schen und Brianchon'schen Sechseck, sowie zahlreiche Sätze über den Kreis der mittleren quadratischen Entfernungen, den Feuerbach'schen Kreis, Höhenpunktkreis, Schwerpunktkreis etc.; ferner über das anharmonische Verhältnis von Punkten in der Ebene, den Zusammenhang der vom Verf. aufgestellten trigonometrischen Richtungsfunktionen mit den Hyperbelfunktionen u. s. w. — Ein Anhang enthält 1. eine Begründung des vom Verf. vorgeschlagenen Ausdrucks „kongruente" (statt symmetrale) Determinante, 2. den Nachweis, daſs ein

neuerdings von Lipschitz in Bonn in den Comptes Rendus aufgestellter neuer algebraischer Kalkül mit gewissen Operationen der Ausdehnungslehre identisch ist, 3. neues Material aus dem Briefwechsel zwischen St-Venant, Cauchy und Grassmann, betreffend die zwischen den beiden letzteren s. Z. schwebende Prioritäts-Angelegenheit, 4. ein zwanzig Nummern umfassendes Verzeichnis der dem Verf. bekannt gewordenen Arbeiten anderer Autoren, worin Methoden der Ausdehnungslehre benutzt oder erörtert sind.

C. Bibliographie.

März.

Erziehungs- und Unterrichtswesen.

Vollhering, das höhere Schulwesen Deutschlands vom Gesichtspunkte des nationalen Bedürfnisses, für Behörden, Schulmänner und Familienväter. (46 S.) Leipzig, Lincke. 1.

Mathematik.

A. Reine Mathematik.

1. Geometrie und 2. Arithmetik.

vac.

B. Angewandte Mathematik.

(Astronomie. Geodäsie. Mechanik.)

Schmidt, Rh., der Venusdurchgang. (18 S.) Prag, Deutscher Verein. 0,20.

Physik.

Munker, Prof., die Grundsätze der Elektrodynamik, synthetisch hergeleitet und experimental geprüft. (27 S.) Nürnberg, Ebner. 1.

Behrend, das elektrische Licht. Mit 18 Holzschnitten. (23 S.) Halle, Knappe. 1.20.

Hauck, die galvanischen Batterien mit besonderer Rücksicht auf ihre Konstruktion und ihre mannigfaltigen Anwendungen in der Praxis. (256 S.) Wien, Hartleben. 3.

Urbanitzky v., das elektrische Licht und die hierzu angewandten Lampen, Kohlen und Beleuchtungskörper. (240 S.) Ebenda. 3.

Urbanitzky v., die elektrischen Beleuchtungsanlagen mit besonderer Berücksichtigung ihrer praktischen Ausführung. (272 S.) Ebenda. 3.

Japing, die elektrische Kraftübertragung. Ebenda. 3.

Sack, die Telegraphie mit besonderer Rücksicht auf die Bedürfnisse der Praxis. Ebenda. 3.

Schwartze, Telephon, Mikrophon und Radiophon. Ebenda. 3.

Wilke, Elektrolyse, Galvanoplastik und Reinmetallgewinnung. Ebenda. 3.

Wilke, die elektrischen Meſs- und Präcisionsinstrumente. Ebenda. 3.

Zech, Prof. Dr., Elektrisches Formelbuch mit einem Anhang, enthaltend die elektrische Terminologie in deutscher, englischer und französischer Sprache. Ebenda. 3.

Chemie.

Wenghöffer, L., die wichtigsten Forschungsresultate auf dem Gebiete der Chemie der Kohlenstoffverbindungen. Stuttgart. 1,20.

Naturphilosophie.

Spir, A., Studien. 1. Zwei Naturforscher über das Naturerkennen. 2. Was sehen wir? 3. Versöhnung von Wissenschaft und Religion. 4. Gehirn und Seeenleben. (78 S.) Leipzig, Findel. 1,20.

Beschreibende Naturwissenschaft.

1. Zoologie.

Spitzer, Doc. Dr., über das Verhältnis der Philosophie zu den organischen Naturwissenschaften. Vortrag. (64 S.) Leipzig, O. Wigand. 0,80.

Jaeger, Prof. Dr. Gust., Entdeckung der Seele. 3. stark vermehrte Auflage. Mit dem Bildnis des Verfassers. Leipzig, Günther. 4.

Altum, Prof. Dr., die Artkennzeichen des inländischen entenartigen Geflügels. (56. S.) Berlin, Baensch. 1.

Krukenberg, die Farbstoffe der Vogeleierschalen. (19. S.) Würzburg, Stahel. 1,20.

2. Botanik.

Rabenhorst, Fungi europaei et extraeuropaei esiccati, cura G. **Winter**. Hotingen-Zürich.

Bail, Prof. Oberl. Dr., Methodischer Leitfaden für den Unterricht in der Naturgeschichte in engem Anschlufs an die neuen Lehrpläne der höheren Schulen Preufsens. Botanik 1. Heft. Kurs. I—III. (148 S.) Leipzig, Fues. 1,20.

3. Mineralogie.

Vogt, Karl, Eduard **Desor**. Lebensbild eines Naturforschers. (37 S.) Breslau, Schottländer. 0,60.

Waldmann, Dr. F., der Bernstein im Altertum. (87 S.) Berlin, Friedländer und Sohn. 2.

Geographie.

Kettler J. und **Wolkenhauer**, Dr., Schauenburgs kleiner hanseatischer Schulatlas. Lahr, Schauenburg. (28 Karten.) 0.75.

Karte des deutschen Reiches. Abteilung: Königreich Sachsen und Teile der angrenzenden Staaten. 1 : 100 000. Leipzig, Hinrichs.

Haardt, v., Geographischer Atlas der österreichisch-ungarischen Monarchie für Mittel- und Fachschulen. I. Oro-hydrographische Ausgabe in 12 Karten. 1. — II. Politisch-topographische Ausgabe in 12 Karten. 1. — III. Vollständige Ausgabe in 24 Karten. 2. Wien, Hölzel.

Amerikas Nordwestküste. Neueste Ergebnisse ethnologischer Reisen. Herausgegeben von der Direktion der ethnologischen Abteilung der Museen in Berlin. (13 S. mit 5 Chromolithographien und 8 Lichtdrucken nebst 13 Blätter Tafelerklärungen.) Berlin, Asher. 50.

Neue Auflagen.

1. Mathematik.

Joachimsthal, Elemente der analytischen Geometrie der Ebene. 3. Auflage, verbessert und durch einen Anhang von Aufgaben und deren Lösungen vermehrt von O. Hermes. Mit 8 Tafeln. (223. S.) Berlin, Reimer. 3,60.

Rottok, Rektor, Prof. Dr., Lehrbuch der Planimetrie für höhere Lehranstalten. 2. Auflage. (74 S.) Leipzig, Schulze. 1,40.

Rottok, Lehrbuch der Stereometrie 2. Auflage. (59 S.) 1,25.

2. Naturwissenschaften.

Milne-Edwards, A., Zoologie méthodique et descriptive. 2 édit. (399 S.) avec. 487 fig. Paris.

Quatrefages, A., De l'espèce humaine. 7. éd. Paris. 5.
Schellen, Dir. Dr., die Spektralanalyse in ihrer Anwendung auf die Stoffe der Erde und die Natur der Himmelskörper. 3. Auflage. 2 Bände mit Atlas. (518 S. 456 S.) Braunschweig, Vieweg. 32.
Taschenkalender für Pflanzensammler 3. Auflage. Mit Bildnis Linné's (228 S.) Leipzig, Leiner. Geb. 2.
Krass und Landois, der Mensch und das Tierreich in Wort und Bild für den Schulunterricht. 5. Auflage. (243 S.) Freiburg, Herder. 2,20.

3. Geographie.

Streich, Oberl., Übersichtskarte des deutschen Reichs. Für die Hand der Schüler. 1 : 3 270 000. 6. Auflage. Eſslingen, Weismann. 0,30
Foss, Prof. Dir. Dr., Leitfaden der Geographie. 3. Auflage. (82 S.) Berlin, Gärtner. 0,80.
Berghaus, H. und Gönczy, Wandkarte der ungarischen Kronländer. (1 : 625 000.) 8. Auflage. Gotha, Perthes. 7,40.

April.

Erziehungs- und Unterrichtswesen.

Jeitteles, weil. Prof. Dr., der naturgeschichtliche Unterricht in der Volksschule. (16 S.) Wien, Bermann. 0,40.
Petersdorff, Dr. H., die wichtigsten Punkte der Methodik im gymnasialen Unterricht. Leipzig, Fock. 1,50.
Ufer, Ch., Vorschule der Pädagogik Herbarts. (64 S.) Dresden, Bleyl. 1.
Berlin, Prof. Dr. und Med. Ass. Dr. Rembold, Untersuchungen über den Einfluſs des Schreibens auf Auge und Körperhaltung des Schulkindes. Bericht an die zur Begutachtung dieses Gegenstandes niedergesetzte Kommission. (58 S.) Stuttgart, Kohlhammer. 2,40.
Friesendorff, Dir., Grundriſs der Unterrichtslehre. Für angehende Lehrer zusammengestellt. (96 S.) Leipzig, Hartmann. 2.
Walder-Appenzeller, die Erziehung zur Wahrhaftigkeit. Referat. (44 S.) Zürich, Höhr. 0,60.

Mathematik.

A. Reine Mathematik.

1. Geometrie.

Prix, Oberl., Elemente der darstellenden Geometrie. 1. Teil: Darstellung von Raumgebilden durch orthogonale Projektionen. (72 S.) Leipzig, Teubner. 1,20.
Becker, Prof. J., die Mathematik als Lehrgegenstand des Gymnasiums. Eine pädagogische Untersuchung. (99 S.) Berlin, Weidmann. 2.
Luke, Oberl., Sammlung trigonometrischer Aufgaben, nebst einer Anleitung zur Lösung derselben. Aufgaben für Obersekunda. (137 S.) Halle, Schmidt. 2,40.
Hering, Gymn.-Prof. Dr., Grundzüge der ebenen Trigonometrie für höhere Lehranstalten. (51 S.) Leipzig, Quandt und Händel. 1.
Gusserow, Oberl. Dr., und Dr. Levy, Abriſs der Trigonometrie, geometrisch behandelt. Mit 14 Holzschnitten. (30 S.) Berlin, Polytechniche Buchhandlung. 0,60.

2. Arithmetik.

Spitzer, S., neue Studien über die Integration linearer Differentialgleichungen. Wien, Gerold. 11,20.
Adam, Gymn.-Lehrer, über reciproke Gleichungen. (21 S.) Klausthal, Grosse. 1.

B. Angewandte Mathematik.

(Astronomie. Geodäsie. Mechanik.)

Konkoly, Dr. v., praktische Anleitung zur Anstellung astronomischer Beobachtungen mit besonderer Rücksicht auf die Astrophysik. Nebst einer modernen Instrumentenkunde. Mit 345 Holzschnitten. (912 S.) Braunschweig, Vieweg 24.

Buonaccorsi di Pistoja, Graf v., die Schiffsschraube. Mit 23 Abbildungen. (25. S.) Wien, Spielhagen. 1.

Physik.

Kempe, Handbuch der Elektricitätsmessungen. Aus dem Englischen von Baumann. (309 S.) Braunschweig, Vieweg. 8.

Binzer v., Vakuosität und Schwerkraft. Nachweis der gemeinsamen Ursache der Attraktions- und Gravitations-Phänomene, einschliefslich des Magnetismus. (49 S.) Salzburg, Dieter. 1.

Lange, Oberl. Dr., der Äther als Träger gewisser Naturerscheinungen (32 S.) Berlin, Gärtner. 1.

Gerland, Dr. E., Licht und Wärme. (320 S.) Leipzig, Freytag. Geb. 1.

Sumpf, Dr., Schulphysik. Methodisches Lehr- und Übungsbuch für den Gebrauch beim Unterricht an höheren Lehranstalten, elementare bearbeitet. Mit 411 Abbildungen. (367 S.) Hildesheim, Lax. 4,50

Verdet, Vorlesungen über die Wellentheorie des Lichtes. Deutsche Bearbeitung von Dr. Karl Exner. (490 S.) Braunschweig, Vieweg. 12,40.

Beschreibende Naturwissenschaften.

1. Zoologie.

Brunbauer, der Einflufs der Temperatur auf das Leben der Tagfalter. (115 S.) Jena, Deistung. 3.

Keller, das Tierleben in grofsen Meerestiefen. Basel. 0,80.

Martens, Prof. E. v., die Weich- und Schaltiere gemeinfafslich dargestellt. Mit 205 Abbildungen. (327 S.) Leipzig, Freytag. 5.

2. Botanik.

Cramer, C., Über das Bewegungsvermögen der Pflanzen. Basel. 0,80.

Goeze, Dr., Tabellarische Übersicht der wichtigsten Nutzpflanzen nach ihrer Anwendung und geographisch wie systematisch geordnet. (136 S.) Stuttgart, Enke. 3.

3. Mineralogie.

Fraas, Dr. O., Geognostische Wandkarte von Württemberg, Baden und Hohenzollern. 1 : 280 000. 4 Blätter. Stuttgart, Schweizerbart. 12.

Geographie.

Rohlfs, Gerh., Meine Mission nach Abessinien. Auf Befehl Sr. Maj. des deutschen Kaisers im Winter 1880/81 unternommen. Mit 20 Bildern und 1 Karte. (348 S.) Leipzig, Brockhaus. 12.

Chavanne, Dr. J., Haardt, Kerner etc., Geographische Charakterbilder für Schule und Haus. Ölfarbendruck. Imperial Folio. Wien, Hölzel. à Blatt 6.

Neumann, geographisches Lexikon des deutschen Reichs. Mit Ravensteins Specialatlas von Deutschland (10 Blatt). (1413 S.) Leipzig, bibliographisches Institut. Geb. 23.

Ullrich, die horizontale Gestalt und Beschaffenheit Europas und Nordamerikas. Ein Beitrag zur Morphologie beider Erdräume. (182. S.) Leipzig, Dunker. 4.

Völker, Österreich-Ungarn's ethnographische und kulturhistorische Schilderungen. Teschen, Prochaska. In einzelnen Bänden à 3,75.

Neue Auflagen.

1 Mathematik.

Reuters Wandkarte des nördlich gestirnten Himmels. 4 Blätter 5. Auflage. Gotha, Perthes. 5.

Koppe, Prof. K., Stereometrie. 11. Auflage, bearbeitet von Oberl. Dr. Dahl. (134 S.) Efsen, Bädeker. 1,60.

Köstler, Prof. Gymn.-Oberl., Leitfaden der ebenen Geometrie für höhere Lehranstalten. 1. Heft: Kongruenz. 2 Auflage. (64 S.) Halle, Nebert. 1,25.

2. Naturwissenschaften.

Kraepelin, Dr., Exkursionsflora für Nord- und Mitteldeutschland. 2. Auflage. (300 S.) Leipzig, Teubner. 3.

Müller, Prof. Dr., Lehrbuch der kosmischen Physik. 4. Auflage. 2. wohlfeile Ausgabe mit 431 Holzschnitten und einem Atlas. (851 S.) Braunschweig, Vieweg. 12.

Langhoff, Dir., Lehrbuch der Chemie. 4. Auflage. (335 S.) Leipzig, Denicke. 3.

Telephon, Mikrophon und Phonograph. 2. Auflage mit Holzschnitten. (139 S.) Quandt und Händel. 2,25.

Beetz, Prof. Dr. W., Leitfaden der Physik. 7. Auflage. (360 S.) Leipzig, Grieben. 4.

Mousson, Prof. Dr., die Physik auf Grundlage der Erfahrung. 3. Band. Galvanismus. 3. Auflage. (548 S.) Zürich, Schulthefs. 5,40.

Wiedemann, G., die Lehre von der Elektricität. 3. Auflage. (1002 S.) Braunschweig, Vieweg. 45.

3. Geographie.

Pütz, Prof. W., Leitfaden bei dem Unterrichte in der vergleichenden Erdbeschreibung für die unteren und mittleren Klassen höherer Lehranstalten. 19. Auflage bearbeitet von Prof. Behr. (228 S.) Freiburg, Herder. 1,20.

Pädagogische Zeitung.

(Berichte über Versammlungen, Auszüge aus Zeitschriften u. drgl.)

Bericht über den dritten deutschen Geographentag zu Frankfurt a. M.

(29.—31. März 1883).

Von Dir. Dr. Dronke in Trier.

I.

Der dritte deutsche Geographentag, welcher vom 29.—31. März d. J. in Frankfurt a. M. gehalten wurde, bewies durch seinen sehr starken Besuch, dafs die Anregung zu einer solchen speciellen Vereinigung der Fachgenossen und deren (zeitliche wie räumliche) Absonderung von den schon zahlreichen Wanderversammlungen ähnlicher Art durchaus glücklich war. Wenn man mit einem gewissen Bedenken den ersten Geographentag hat zusammentreten sehen, so mufs man durchaus gestehen, dafs der diesmalige Kongrefs alle diese Bedenken vollständig beseitigt hat. Über 510 Mitglieder — worunter sich freilich 340 Frankfurter befanden — hatten sich eingefunden: unter ihnen heben wir hervor die berühmten Reisenden: Dr. Ruppelt, den 88jährigen Senior der Afrikaforscher, O. Finsch aus Bremen, Lieutenant Wissmann, der eben erst von seinen grofsen Reisen zurückkehrte, Oberlieutenant Kreitner aus Wien, Dr. Pechuël-Lösche aus Leipzig, Prof. Rein aus Marburg, Dr. M. Bucher aus München u. v. A. Auch vom Auslande waren eine Reihe von Vertretern erschienen; Belgien hatte drei Vertreter gesandt, das Unterrichts-Ministerium den Prof. Du Fief, das Institut national seine Direktoren Falk-Fabian und Ghesquière; Direktor von Berecz aus Pest war im Auftrage des ungarischen Kultus-Ministeriums erschienen; aus Bern, St. Gallen, Wien, St. Petersburg, Christiania, selbst aus St. Francisco fanden sich Geographen ein; am schwächsten war verhältnismäfsig der Lehrerstand der nahegelegenen Rheinprovinz erschienen, welcher im ganzen durch 6 Teilnehmer vertreten war. Die Versammlungen fanden im Saalbau statt, in dessen ausgedehnten Räumlichkeiten auch die Ausstellung Platz gefunden hatte; zufolge früherer Abmachungen fanden Vormittags von 10—1 Uhr die allgemeinen Sitzungen statt, in welchen allgemein wissenschaftliche Vorträge gehalten wurden, während die Nachmittage von 3 Uhr an nur der Schulgeographie gewidmet werden sollten. Dem Referenten ist daher seine Arbeit sehr erleichtert, indem er dieser natürlichen Teilung selbst folgt und über die ersteren Sitzungen kurz, dagegen über die behandelten schulgeographischen Fragen und über die Ausstellung ausführlicher berichtet.

Nach Erledigung der Formalien und Begrüfsung der Versammlung durch den Präsidenten des Komités Hr. Prof. Rein, den Vorsitzenden des Frankfurter geogr. Vereins Hr. Geh. Reg.-Rat Dr. Varrentrapp und den Hr. Oberbürgermeister Miquél trat man sofort in die Verhandlungen ein

und hielt Hr. Dr Pechuël-Lösche (Leipzig) einen Vortrag über „den Gebirgslauf des Kongo“. In anschaulichster Weise schilderte er die Gliederung und die geologischen Verhältnisse des westafrikanischen Gebirges, kam dann auf die Fauna und Flora des Gebietes zu sprechen, (— dieser Teil des Vortrages wurde noch besonders anziehend durch die von dem Redner auf seinen Forschungsreisen angefertigten und im Nebensaale aufgestellten zahlreichen Skizzen —) und gab dann die ausführlichsten Details über die Verhältnisse des Kongo, welcher das Gebirge rechtwinklig durchschneidet. — Prof. Dr. Ratzel (München) sprach hierauf über „die Bedeutung der Polarforschung für die Geographie“, wobei er zunächst die Ergebnisse der bisherigen Expeditionen hervorhob und dann die Ansichten Weyprechts vertretend vor Illusionen warnte. Den schweren Opfern gegenüber hätten die bisherigen Polarreisen nicht die genügenden Ergebnisse geliefert, da man über die thatsächlichen Verhältnisse vielfach von irrigen Meinungen ausgegangen sei. Vor allem könne man die Gesetze der Verbreitung von Pflanzen und Tieren, die Kulturzustände der Menschen nach der Eiszeit an den Hyperboräern, die Meeresströmungen, die Verhältnisse in der Tiefsee u. s. f, in den Polarländern erforschen. Seine Resolution „der deutsche Geographentag erklärt die Wiederaufnahme der Polarexpedition seitens Deutschlands im Interesse der Wissenschaft und der Nation gelegen“ fand einstimmige Annahme.

In der zweiten Vormittagssitzung besprach der Direktor der Navigationsschule in Bremen Hr. Breusing „Die Hülfsmittel der Ortsbestimmung zur Zeit der grofsen Entdeckungen“. Im Altertume war man, seit Marinus überhaupt erst die Meridianrechnung eingeführt hatte, stets bei der Ortsbestimmung auf die Messung der Entfernungen angewiesen gewesen, wobei das Stadium (= einer Kabellänge = $^1/_{10}$ Seemeile = $^1/_{60}$ Grad) die Einheit bildete. Bei dieser Gelegenheit spricht sich der Redner für Wiedereinführung der Seemeile als Längen-Einheit in der Geographie aus. Durch die Erfindung des Kompasses durch Flavio Ghioja, welcher die Strichrose mit der Nadel fest verband, wurde die Bestimmung der Richtung, in welcher ein Schiff segelte, ermöglicht. Von der Deklination der Magnetnadel war im Mittelalter nichts bekannt, daher glaubte Kolumbus an eine Ortsveränderung des Polarsterns in Folge seiner Beobachtungen. Hierauf besprach der Redner die einzelnen Instrumente, deren man sich zur Bestimmung der Sonnen- oder Polhöhe (also der Breite) sowie des Horizontalabstandes zweier Punkte bediente: Astrolabium, Sehring, Quadrant, Gradstock von Regiomontanus, Jakobstab und verbess. engl. Quadrant (nach Davis).

Hr. Dr. Max Buchner hielt einen Vortrag über „die Bewohner Südwestafrikas“, deren Länder er selbst erforscht hat; es sind die wahrscheinlichen Ureinwohner Afrikas, Bantuneger; ihre Einteilung ist nur auf Grund der Sprache möglich, deren beiden Hauptdialekte das an der Küste gesprochene Angola und das Lunda der Völker des Innern sind. Zunächst schildert er den physischen Charakter dieser vielfach mit den Kulturvölkern noch gar nicht in Berührung gekommenen Naturmenschen; der Knochenbau ist gracil, die unteren Extremitäten verhältnismäfsig mager, die Hautfarbe von hellbraun bis tief dunkel, das Haar büschelförmig, kurz, wollig, Bekleidung aufser dem Schurzfell findet sich nur an der Küste. Die kulturielle Entwickelung ist nicht hoch, aber bedeutender, als man nach früheren Berichten anzunehmen geneigt ist. Namen führen nur Berge und Flüsse, nicht die Ortschaften, welche oft gewechselt werden. Die Hauptnahrung ist vegetabilischer Natur, Maniok (wahrscheinlich aus Amerika stammend, aber jetzt allenthalben verbreitet) und Sorghum; Fleisch und Fischnahrung ist bei den unvollkommenen Jagd- und Fischereigeräten selten; an Reizmitteln werden spanischer Pfeffer, Tabak, selbstbereiteter Wein und Bier genossen. Salz ist selten. Die Mortalitätsverhältnisse sind nicht günstig, die Zahl der Krankheiten grofs, Hülfe wird nur bei Zauberern

gesucht. Von Natur mit einer gewissen Intelligenz begabt sind die Bantu egoistisch, sanguinisch, wenig ehrgeizig, haben kein ausgebildetes Religionssystem, keine Priester; der Gott (Sambi) ist nur für die Weifsen da, Kobolde und die Seelen der Abgeschiedenen schädigen die Neger. Die Zeit rechnen sie nach Monden, wobei in der trockenen, für den Ackerbauer unnützen Zeit überhaupt keine Rechnung stattfindet; Tageszeiten werden nach dem Sonnenstande bestimmt. Die Sprache ist wort- und formenreich, die Bildung geschieht durch Praefixe, dem Zählen liegt das Dezimalsystem zu Grunde; merkwürdig ist, dafs für sexuelle Unterschiede keine Unterscheidungen gemacht werden, nur Vater und Mutter werden verschieden benannt, nicht Tochter und Sohn u. s. f. Die geistige Entwicklungsfähigkeit ist gröfser, als man gemeinhin annimmt, und grade in ihr dürfte man einen Beweis namentlich für die Einheit des Menschengeschlechtes finden.

Hr. Prof. Dr. Günther (Ansbach) hielt hierauf (leider zu später Stunde) einen äufserst gediegenen Vortrag über „die neueren Bemühungen um eine schärfere Bestimmung der Gestalt der Erde". Von den ältesten Versuchen in dieser Beziehung ausgehend beleuchtete er eingehend die Resultate aller Messungen seit Maupertius und Bouguer, besprach die theoretischen Ableitungen, welche namentlich Fergola, Jacobi u. v. a. m. über die Gleichgewichtsflächen rotierender Körper und namentlich über die Gestalt der Erde gemacht haben, ging dann zu den Resultaten der durch v. Bayer veranlafsten europäischen Gradmessungen über (namentlich die Lotabweichungen und deren Ursachen ausführlicher behandelnd) und besprach das Lichting'sche Geoid. Schliefslich ging er zu den bahnbrechenden Arbeiten von Bruns, den Theorien Airys und der durch die bayrischen Nivellementsbeobachtungen eruierten lateralen Refraktion über und zeigte, dafs die Bestimmung der Geoidfläche noch eine Aufgabe der Zukunft sei.

Am dritten Tage bestieg zunächst Hr. Lieutenant Wissmann, von der Versammlung durch lauten Zuruf begrüfst, die Tribüne und erzählte in schlichten und eben dadurch um so ansprechenderen Worten seine Durchkreuzung von Afrika. Im Auftrage der Afrikanischen Gesellschaft zu Berlin zogen Dr. Pogge und der Redner November 1880 von Loanda aus nach Osten, um das südliche Becken der Nebenflüsse des Kongo, des zweitstärksten Stromes der Erde, zu durchforschen. Statt der ihnen vorgeschriebenen Route nahmen sie eine mehr nördliche, da sie durch die Erfahrungeu der mit ihnen zusammentreffenden Reisenden Dr. Buchner und Major v. Mechow die Überzeugung erlangten, dafs sie ihr Ziel auf dem südlichen Wege in Folge der Intriguen des Negerhäuptlings Mvambo nicht erreichen würden. Die wissenschaftlichen Ergebnisse der an Abenteuern aller Art reichen Reise beziehen sich hauptsächlich auf die zahlreichen Nebenflüsse des Kongo. Im Innern trafen sie mit vielen Völkern zusammen, welche noch nie mit Weifsen in Berührung gekommen waren, und die teilweise eine verhältnismäfsig hohe Kultur besitzen, wie die Basonge, welche in grofsen geräumigen Häusern in sehr schönen reinlichen Dörfern wohnen und aufserordentliche feine Weberarbeiten verfertigen. In Njangwe, wo sie die erste arabische Station erreichten, trennten sich die beiden Reisegefährten, Hr Dr. Pogge zog in selbstlosester Weise nach Westen in die neuerforschten Länder zurück, um die Exploration zu erweitern und die einzelnen Fragen völlig zur Lösung zu bringen; er überliefs es seinem jüngeren Begleiter nach der Küste auf verhältnismäfsig sicherem Pfade nach Zanzibar und damit zur Heimat zurückzukehren, und die Erfolge der gemeinsamen Reise zu verkünden.

Hr. Dr. Penk (München) hielt hierauf einen sehr spannenden Vortrag über „den Einflufs des Klimas auf die Gestalt der Erdoberfläche". Das rinnende Wasser ist einer der Hauptfaktoren, welche die Änderungen in der Gestalt der Erde hervorrufen: Erosionsthäler, Seenbildungen, Deltas

u. s. f. sind die Zeugen der Thätigkeit des Wassers. An Afrika, dessen Kontinent die einfachsten Verhältnisse darbietet, zeigte der Redner die Wirkungen. Nun ist die Menge des fliefsenden Wassers aber abhängig von dem Klima und ändert sich mit einem Trockenerwerden, mehrt sich bei stärkeren atmosphärischen Niederschlägen. Dadurch werden nicht blos die gegenwärtigen Änderungen auf der Erdoberfläche ein Produkt der wirkenden Kräfte, sondern aus den jetzigen Formen lafsen sich auch auf die Änderungen des Klimas feste Schlüsse ziehen.

Die Ausbildung der Kandidaten für das höhere Lehramt vor dem preufs. Abgeordnetenhause (1883).*)

Das preufs. Unterrichtsministerium hatte in das Budget für die Bestreitung der Ausgaben für die Kommissionen zur Prüfung der Kandidaten des höheren Lehramts eine Summe von 10 800 M. eingestellt.**) Die Debatte über dieses Postulat im pr. Abgeordnetenhause war folgende:

Abg. Dr. Stern: Die Regierung beabsichtigt nach einer dieser Position beigegebenen Denkschrift, für die Kandidaten des höheren Lehramts auf das Probejahr ein Jahr kommissarischer Beschäftigung folgen zu lassen; aufserdem an das Ende des Jahres der kommissarischen Beschäftigung, also frühestens zwei Jahre nach Ablegung der wissenschaftlichen Lehramtsprüfung, eine praktische Lehramtsprüfung zu setzen, der Art, dafs erst durch das Bestehen dieser Prüfung die Anstellungsfähigkeit erworben wird. Zu diesem Zweck ist auch eine Probelektion für die Kandidaten in Aussicht genommen. Ich möchte mich insbesondere gegen diese Probelektion wenden. Die Vorwürfe, die man den Schulmännern macht, dafs sie vielfach den praktischen Lehrdienst nicht richtig kennen lernen, sind meist übertrieben; etwas Wahres ist aber daran und mit diesem Mangel an praktischer Ausbildung der Lehrer hängt auch die Überbürdung der Schüler der höheren Lehranstalten zusammen. Aber durch ein neues Examen, insbesondere durch eine einzige Probelection, wird man diesen Übelständen nicht abhelfen; durch das Examen kann man durchaus nicht sicher feststellen, wer nur für das Lehramt begabt ist und wer nicht. Lieber sollte man auf zwei anderen Gebieten auf eine Besserung hinwirken, und zwar soll man vor allem die jetzt übliche einseitige Ausbildung der Philologen auf den Universitäten wieder beseitigen. Auf den Universitäten werden viel zu eingehende Specialstudien getrieben, die wohl für diejenigen, welche akademische Docenten werden wollen, nothwendig, für praktische Gymnasiallehrer aber überflüssig sind, und es wird andererseits jene vielseitige, harmonische, wissenschaftliche Durchbildung vernachlässigt, welche sich früher die Philologen zum Ziel ihrer Studien zu setzen pflegten. Wir bilden jetzt auf den Universitäten Specialisten für Latein, Deutsch, Griechisch, Mathematik, neuere Sprachen heraus; diese Leute werden dann Lehrer und sind natürlich bestrebt, ohne Rücksicht auf die übrigen Schulfächer ihr Fach zum mafsgebenden zu machen; jeder will sein Fach nicht nur als das erste, sondern als das einzige hinstellen. (Sehr richtig!) Daher die Überbürdung der Schüler. Denken

*) Aus der Neuen Preufs. Ztg. 1. Beil. Nr. 48 (1883). Wir geben diese Verhandlungen auch deshalb, weil sie beweisen, dafs man selbst aufserhalb des Kreises der Sachverständigen das einzig richtige Mittel zu einer zweckmäfsigen Lehrerausbildung f. d. h. Sch.: die Errichtung pädagogischer (Hochschul-) Seminare mit Übungsschulen — wie wir sie in unseren Thesen (VI, 351 f.) gefordert haben — mit Scharfblick erkennt. Es mufs daher grofse Verwunderung erregen, dafs der sachverständige Regierungsvertreter seiner (in d. österr. Gymn.-Ztschr. ausgesprochenen) Ansicht untreu geworden ist. Hier können wohl nur finanzielle Gründe gewirkt haben. — D. Red.

**) Vergl. die hierauf bezügliche „Denkschrift“ in Heft 2, S. 139 d. Jhg.

Sie an die Zeiten, wo wir noch Gymnasiasten waren: da nahm der lateinische Lehrer in seinen Aufgaben auf den Mathematikus Rücksicht und umgekehrt; von einer Überbürdung der Schüler konnte damals nicht die Rede sein. Der zweite grofse Übelstand, der beseitigt werden mufs, liegt in dem unheilvollen System des jetzigen Berechtigungswesens zum einjährig freiwilligen Dienst. Früher dienten ein Jahr nur die, welche wirklich studieren wollten. Jetzt ist der einjährige Dienst ein Privileg der besitzenden Klassen geworden. Jeder nur einigermafsen vermögende Vater sucht seinen Sohn so weit zu bringen, dafs er nur ein Jahr zu dienen braucht. Die Folge ist die völlige Überbürdung der unteren Schulklassen. Der Lehrer mufs zum Schaden eines guten Unterrichts alle die jungen Leute mitschleppen, welche die Schule besuchen, nicht um etwas zu lernen, sondern um die Qualification für den einjährigen Dienst zu ersitzen. (Sehr richtig!) Diesen Uebelständen kann durch eine anderweitige Prüfungsordnung der Lehrer nicht abgeholfen werden. Ferner sind diese jungen Leute, welche die Schule nur besuchen, um sie mit dem einjährigen Zeugnis zu verlassen, meist später für das praktische Leben unbrauchbar. Woher kommen denn die tausende von stellenlosen Kommis, die sich für ein ehrliches Handwerk zu gut halten? (Sehr richtig!) Für oder gegen die Fähigkeit eines Pädagogen wird durch die einmalige Probelektion nichts bewiesen. Lassen Sie lieber die Directoren weniger unterrichten und sich mehr der Aufsicht der jungen Probe-Kandidaten widmen. Geben Sie lieber den Klassenlehrern auf, häufig dem Unterricht dieser Kandidaten während ihres Probejahres beizuwohnen, dann werden Sie nicht nur eine gute pädagogische Vorbildung erzielen, sondern auch auf eine kollegiale Annäherung der jüngeren Lehrer an die älteren hinwirken. (Sehr richtig!) Können Sie es aufserdem von jemand verlangen, der schon sein Oberlehrerexamen gemacht hat, dafs er sich und seine ganze Existenz dann noch von dem Zufall des Resultats einer Probelektion abhängig macht? Oft wird es nur an der vielleicht unglücklichen Methode des Schulrates liegen, wenn der Kandidat die Prüfung nicht besteht. Ich kann den Vorschlag befürworten, dem Probejahr ein zweites Jahr commissarischer Beschäftigung folgen zu lassen, kann mich aber nicht dafür aussprechen, dafs eine Probelektion am Schlufs dieses zweiten Jahres stattfindet; im Gegenteil, wenn das Zeugnis nach dem Probejahr gut ist, dann könnte man auch das commissarische Jahr erlassen. (Beifall.)

Abg. Graf zu Limburg-Stirum: Das Ziel, welches die Regierung durch diesen Etatstitel verfolgt, billige ich auch. Die Regierung sagt, dafs sie damit den berechtigten Klagen über die Überbürdung auf unseren höheren Schulen Abhülfe schaffen will. Wenn ich aber, meine Herren, hier das Wort ergreife, um die Frage der Überbürdung zu erörtern, so geschieht das deshalb, weil ich aus den Berichten, die ich über die Beratung der Unterrichts-Kommission in dieser Beziehung gelesen habe, den Eindruck entnommen habe, dafs in den Kreisen der Unterrichtsverwaltung dieser Frage doch nicht derjenige Ernst und diejenige Wichtigkeit beigemessen wird, welche man ihr in weiten Kreisen beimifst. Die Frage, ob auf unseren höheren Schulen eine Überbürdung oder Überspannung der jungen Leute herrscht, ist nicht ganz unbestritten. Einzelne Stimmen bei den betreffenden Discussionen bestreiten die Überbürdung, aber, meine Herren, die überwiegende Mehrzahl der Stimmen spricht sich dafür aus, dafs eine Überbürdung wirklich herrscht. Erstens, meine Herren, werden unter den Eltern der jungen Leute die Worte, die heute gesprochen werden, einen weiten Widerhall finden, zweitens, meine Herren, braucht man nur seine eigenen Augen zu nehmen und sich die jungen Leute anzusehen, welche in der Zeit unmittelbar vor und nach dem Abiturientenexamen sind. Die jungen Leute sind wirklich überspannt und übermüdet, und ihre Nerven sind in einer Weise angegriffen, wie es in dem Alter gefährlich und bedenklich ist. (Sehr wahr! rechts.) Meine, Herren, wenn

man unsere Gymnasiasten in diesem Alter vergleicht einmal mit den Kadetten, die aus dem Kadettencorps kommen und nicht in der Weise überbürdet werden, und das andere Mal vergleicht mit den jungen Leuten in England, so sieht man, daſs unsere jungen Leute sich in dieser Beziehung nicht vorteilhaft auszeichnen. Wenn ich dann nachher mir ansehe, was das weitere Resultat im Leben ist, so können wir doch nicht behaupten, daſs die Engländer hinter uns, hinsichtlich geistiger Leistung und Tüchtigkeit im Leben irgendwie zurückstehen. Meine Herren, wir haben aber auch eine gewichtige Autorität in dieser Beziehung in dem, was von bedeutenden Universitäts-Professoren darüber kundgegeben ist. Diese haben sich darüber klagend geäuſsert, daſs in den letzten Zeiten die jungen Leute, welche auf die Universität kommen, nicht diejenige Frische und diejenige Fassungsgabe des Geistes mitbringen, welche früher vorhanden war. Das, meine Herren, kommt daher, daſs die jungen Leute in den letzten Jahren der Gymnasialbildung überspannt und überbürdet waren, und daſs es erst wieder längerer Zeit bedarf, damit eine Erholung eintrete. Wir finden auch, daſs in den späteren Jahren wieder eine Erholung stattfindet und dann die geistige Frische wieder eintritt. Meine Herren, aber das Maſsgebenste für mich ist gewesen das medicinische Urteil, welches die von dem Feldmarschall v. Manteuffel eingesetzte Commission in Straſsburg abgegeben hat*), und ich möchte nicht unterlassen, dem alten Feldmarschall öffentlich die Anerkennung für die energische und praktische Weise auszusprechen, wie er diese Sache angegriffen hat. Wir können wirklich darauf stolz sein, daſs in dem Feldmarschall v. Manteuffel ein Mann aus der Armee hervorgegangen ist, welcher nicht allein in militärischen Dingen, sondern, wie er es beweist, in groſsen politischen Dingen, wie auch in Detailfragen, wie diese ist, mit praktischem und richtigem Blick das Richtige ergreift, um zu einem Resultate zu kommen. Wenn Sie, meine Herren, das Gutachten der Mediciner, welche dort versammelt waren, vergleichen mit den Lehrplänen unserer höheren Schulen, so finden Sie einmal, daſs die Sitzstunden für unsere Schulen viel bedeutender sind als dasjenige, was in dem medicinischen Gutachten für zulässig angegeben wird; Sie finden aber auch ferner, daſs die Arbeitsstunden, welche das medicinische Gutachten gestattet, bedeutend hinter denen zurückbleiben, welche von unseren jungen Leuten auf den Schulen gefordert werden, damit sie das geforderte Resultat erreichen. Nun ist von einer sehr bemerkenswerten Seite ein Ruf ins Land gegangen, um die Spiele und die körperliche Bewegung der jungen Leute zu erhöhen und dadurch ein Gegengewicht gegen die geistige Abspannung zu gewähren. Ich muſs hier anerkennen, daſs die Petition, welche von dem Amtsrichter Hartwich in Düsseldorf eingegangen ist, ausgezeichnet geschrieben ist und ich meinerseits jedes Wort, was in dieser Petition steht, unterschreiben möchte. Es ist auch in dieser Beziehung von dem Herrn Kultusminister ein Erlaſs ergangen, der die körperlichen Übungen empfiehlt und allerlei Vorschriften macht, wie man diese körperlichen Übungen in Scene setzen solle; ich finde aber, meine Herren, die Sache leidet an einem groſsen Einwand: woher soll die Zeit genommen werden für diese körperlichen Übungen? Das ist rein unmöglich! Ich glaube, da könnte man nur den Ausspruch des seligen Ministers v. Ladenberg wiederholen, der auf die Klage eines überbürdeten Rates antwortete: „Mein junger Freund, warum nehmen Sie nicht die köstlichen Morgenstunden zwischen 4 und 6?“ Also m. H., ich bin der Meinung, die Überbürdung ist unzweifelhaft vorhanden und auch die Überspannung unter den jungen Leuten, und es muſs in der entschiedensten Weise dafür Abhülfe geschaft werden. Ich glaube, daſs dasjenige, was der Herr Vorredner gesagt hat, gröſstenteils richtig ist, und ich freue mich, diese Übereinstimmung constatieren zu können;

*) Vgl. Hft. 2. S. 144 u. f. Red.

der Herr Vorredner ist mir ja sonst nicht bekannt, aber wenn ich nach den Notizen über ihn im parlamentarischen Almanach schliefsen soll, giebt es kaum eine gröfsere politische Divergenz als zwischen ihm und mir, und wenn ich eine Übereinstimmung mit ihm in dieser Frage constatieren kann, so zeigt dies, dafs hier eine Frage ist, die nicht eine einzelne Partei interessiert, sondern allen Parteien gemeinsam ist. (Sehr richtig!) Was für Fehler an unseren Schulen herrschen, will ich weiter nicht im Detail erötern. Ich bin der Meinung, dafs zu viel Gedächtniskram von den jungen Leuten verlangt wird und nicht genug darauf gesehen wird, ihre Spannkraft und Frische zu erhalten. Man mufs darauf hinausgehen, dafs die jungen Leute, wenn sie von dem Gymnasium abgehen, die Fähigkeit haben, in jede Wissenschaft hineinzugehen und jede Wissenschaft sich anzueignen. Dazu gehören zwei Dinge: sie müssen dasjenige gut lernen, was ich mit dem Ausdruck des Referirens bezeichne, d. h. aus einer grofsen Masse von Stoff das Wesentliche herauszunehmen und in praktischer, richtiger, deutlicher Weise zu ordnen, und ferner müssen sie lernen, die feinen Distinctionen zu machen, eine Fähigkeit, die ihnen allerdings nur der Unterricht in den alten klassischen Sprachen geben kann.*) Ferner, glaube ich, hat unser Abiturienten-Examen den Fehler an sich, dafs es die jungen Leute zwingt, sich in den letzten Jahren vor dem Examen zu überspannen und zu überanstrengen. Wenn ich mich der Zeit erinnere, ehe ich das Abiturienten-Examen machte, so wurde uns da in jedem Semester immer eine Instruction vorgelesen, in der uns gesagt wurde, das Examen solle nicht die Wirkung eines sogenannten Einpaukens sein, sondern es solle die langsam reifende Frucht eines methodischen und langsam fortschreitenden Unterrichts sein. Meine Herren, ich bin der Meinung, dafs die Zeit vor dem Abiturienten-Examen jetzt im allgemeinen den Charakter dessen angenommen hat, was man mit dem Ausdruck „Presse“ bezeichnet und das ist eine Sache, die wir nicht billigen können. Ich glaube, dafs man die Prüfung in denjenigen Dingen, welche reine Gedächtnissachen sind, bei dem Examen viel mehr in den Hintergrund stellen und sich damit begnügen soll, nur das Können der jungen Leute zu prüfen, dann würde man zu dem Resultat kommen, dafs sie wirklich mit geistiger Frische an die Universitäten gehen, und dafs die Klagen, die berechtigten Klagen der Universitäts-Professoren verschwinden werden; es würde dann auch unter den jungen Leuten viel mehr Freude und vielmehr Trieb sein, sich in neue Wissenschaften hineinzustürzen, als es wohl jetzt der Fall ist. Wenn ich nun auf den Titel übergehe, der uns hier beschäftigt, so trifft es ja zu, dafs die Methode vieler Lehrer an den Gymnasien nicht die richtige sein mag, und die Klage des Herrn Abgeordneten Stern ist begründet, dafs manche von den Lehrern sich zu sehr mit ihrer Specialität, mit ihrem grammatikalischen Zeug, wenn ich mich so ausdrücken soll, beschäftigen, anstatt auf das Allgemeine der Studien, der Bildung hinauszugehen. Aber meine Herren, führt denn der Weg, den uns die Königliche Staatsregierung vorschlägt, dazu, den Lehrern das Lehren zu lehren? Ich trete in dieser Beziehung den Ausführungen des Herrn Abg. Stern vollkommen bei; ich bin der Meinung, das Lehren lernt man nur, indem man unter Aufsicht tüchtiger Lehrkräfte im Lehren geübt wird, und die Bemerkung, welche hier in der Denkschrift gemacht ist, dafs bei der zu Grunde gelegten Analogie der praktischen Vorbildung der Volksschullehrer das gewichtigste Moment, die wesentliche Verschiedenheit der wissenschaftlichen Studien der Kandidaten des höheren Lehramtes von der Vorbildung der Volksschullehrer, nicht zu gebührender Würdigung gelangt ist, — kann ich in keiner Weise als richtig anerkennen.**) Meine Herren, die jungen Herren, die von der Universität abgehen und ihr philo-

---

*) Nicht auch die **Mathematik**? Red.

**) Sehr richtig! Red.

logisches Examen machen, haben allerdings vielmehr positive Kenntnisse, als die Elementar-Schullehrer, aber darum wissen sie doch in keiner Weise besser als diese, wie man junge Menschen im Alter von 10 bis 16 Jahren behandelt, und welche Anforderungen man an sie stellen kann. Im Gegenteil, je gelehrter einer geworden ist, desto weniger wird er wissen, was er so jungen Leuten zumuten darf. Ich möchte umgekehrt sagen, die Herren haben es noch viel nötiger, daſs ihnen das nahe gelegt wird, was man einem halben Kinde zumuten kann. (Sehr richtig!) Daher glaube ich, meine Herren, daſs das vorgeschlagene Mittel dem Zweck, den man damit verfolgt, in keiner Weise genügt, es ist nur eine fernere Überlastung der jungen Philologen, es zwingt sie, einige Prüfungsgebühren zu bezahlen, aber das Lehren lernen sie damit nicht, denn Sie bringen die Herren an Schulen, wo sie einen vielbeschäftigten Direktor und vielbeschäftigte Lehrer finden, und dieser vielbeschäftigte Direktor und die vielbeschäftigten Lehrer werden auch nicht die Zeit haben, sich eingehend mit der Lehrmethode der Kandidaten zu beschäftigen. Ich bin deshalb der Meinung, daſs der angeregte Gedanke von Lehrer-Seminarien für unsere Gymnasiallehrer ernstlich in Erwägung zu ziehen sein wird. Ich bin der Meinung, daſs, wenn an solchen Seminar-Gymnasien unter der Aufsicht von angestellten Lehrern — und das müſsten die ausgezeichnetsten Lehrer sein, die man überhaupt bekommen könnte — mehrere jungen Kandidaten ihre Übungszeit durchmachen, das Resultat ein praktisches sein wird, aber ich glaube nicht, daſs ein Examen den angemessenen Abschluſs geben kann, weil auch der scharfsinnigste Pädagog aus einem einmaligen Examen und einer einmaligen Probelektion nicht ersehen kann, ob ein junger Mann lehren kann oder nicht. Ich komme zum Schluſs, meine Herren, und bitte Sie auch, die Position abzulehnen. Ich möchte der Königl. Staatsregierung empfehlen, daſs man auch bei uns den Weg beschreite, den der Feldmarschall Manteuffel im Elsaſs beschritten hat, daſs man durch eine Kommission von Ärzten, von Leuten, die in der Praxis sind und von Leuten der Wissenschaft feststellt: wie viel Stunden kann man den jungen Leuten in den verschiedenen Stadien des Lebensalters zumuten, und daſs man dann eine Kommission, gemischt aus Schulmännern und aus Laien, berufe, welche feststellt: was kann man und wie kann man innerhalb dieser gebotenen Zeit lehren. Ich möchte darauf aufmerksam machen, daſs wir in diesem Hause, über diesen selben Gegenstand schon vor Jahren auſserordentlich tüchtige Darlegungen gehört haben. Ich erinnere an die Ausführungen des damaligen Abgeordneten, jetzigen Ober-Bürgermeisters von Frankfurt, Dr. Miquel, und an die des damaligen Abgeordneten Dr. Lucius. Ich empfehle Ihnen die Ablehnung der Position und hoffe, daſs die heutigen Debatten dazu beitragen werden, einen wesentlichen Schaden, die Überbürdung der Gymnasialjugend, zu heben. (Lebhaftes Bravo!)

Abg. Dirichlet: Meine Anschauungen über die Überbürdung der Schüler weichen wesentlich von denen der Vorredner ab. Als ich vor 35 Jahren die Bänke des Gymnasiums drückte, spielte dieselbe Agitation gegen die angebliche Überbürdung, und ich habe als Primaner und Sekundaner mich lebhaft an dieser Agitation betheiligt. (Heiterkeit.) Zum Glück waren meine Eltern nicht derselben Ansicht; sie fanden nicht, daſs das Lernen mir schädlich wäre, und es ist mir nicht schädlich gewesen. Diejenigen Eltern, welche finden, ihre Söhne seien auf den höheren Schulen überbürdet, halten meist ihre Kinder für etwas ganz Auſsergewöhnliches und verlangen für sie auſsergewöhnliche Schonung. (Sehr richtig!) Jedenfalls trifft der Vorwurf der Überbürdung bei den Schulen in den Provinzen nicht zu; ob in Berlin, das weiſs ich nicht; hier ist es eher möglich, weil hier die Primaner und Sekundaner schon eine gewisse gesellschaftliche Stellung einnehmen. (Heiterkeit.) Den Vorschlag indessen, welchen die Regierung uns heute macht, kann auch ich nicht billigen. Von den Lehramts-Kandidaten die womöglich unentgeltliche Ableistung noch eines

20*

kommissarischen Dienstes von einem Jahr nach absolvirtem Probejahr zu verlangen, ist praktisch unnütz und dabei eine grofse Unbill gegen weniger Bemittelte. Die Probelektion ist ebenfalls unpraktisch, sie haben ja überhaupt dabei kein Kriterium für die pädagogische Fähigkeit; eine bestimmte, allgemein gültige und anerkannte Methode, wie unterrichtet werden müsse, existiert noch nicht. Ich bitte Sie, die Position abzulehnen. (Zustimmung.)

Geh. Rath Bonitz: Der Frage der Überbürdung auf den höheren Schulen ist von der Unterrichtsverwaltung fortdauernd die ernsteste Aufmerksamkeit gewidmet und die Oberpräsidenten und Schulräte sind um ihr Gutachten angegangen worden. Ein Teil derselben stellt die Existenz der Überbürdung überhaupt in Abrede, andere erkennen dieselbe in gewissem Umfange an. Jedenfalls ergiebt sich aus allen Gutachten, dafs die Anforderungen beim Abiturienten-Examen jetzt gröfser sind, als vor fünfzig Jahren. Früher wurden nur ein Paar Gegenstände vorzüglich kultiviert und über die Kenntnis in anderen beim Examen Nachsicht geübt; jetzt erstreckt sich das Examen gleichmäfsig über alle Fächer mit derselben Schärfe. Darin liegt doch kein Nachteil. Anlässe zu Klagen liegen vielmehr in anderen Umständen. Sie liegen in der hohen Frequenz der Gymnasien in grofsen Städten, welche den Lehrern die individuelle Teilnahme an den Schülern erschwert. In kleinen Städten bestehen Klagen über Überbürdung mit Schularbeiten und Mangel an Zeit zu Spiel und Bewegungen, wie ich mich persönlich überzeugt habe, nicht. Die allerdings nicht zu billigende Vermischung wissenschaftlicher Fragen mit dem praktischen Unterricht kommt viel weniger bei besonders gelehrten Lehrern vor, sondern bei solchen, die den Gegenstand nicht genügend beherrschen, vielmehr selbst noch versuchen zuzulernen, um dem Schüler das Gelernte beizubringen. Die Unterrichtsverwaltung wird diese Sache im Auge behalten. Man hat das Examen bemängelt. Die Methodik im allgemeinen kann nicht geprüft werden, wohl aber, wie der Lehrer den einen oder anderen Abschnitt eines Unterrichtsgegenstandes glaubt behandeln zu können, in welcher Ordnung er glaubt ihn vornehmen zu sollen. Diese praktische Prüfung ist ja keine neue Erfindung. Sie hat sich im ehemaligen Kurfürstentum Hessen bewährt, und ich möchte Sie im Interesse des Unterrichts bitten, diese Position zu bewilligen.

Abg. Dr. Kropatscheck: M. H., ich habe meinerseits nicht die Absicht, die ganze sogenannte Überbürdungsfrage hier noch in den Kreis meiner Betrachtungen hineinzuziehen. Jene an den Grafen Limburg-Stirum erwähnte Petition des Amtsrichters Hartwich ist in der Unterrichtskommission beraten worden, und der Bericht, den ich selbst zu erstatten die Ehre haben werde, wird dem hohen Hause seiner Zeit zugehen. Ich glaube, mein verehrter Gönner Graf Limburg-Stirum wird dann aus diesem Bericht ersehen können, dafs nicht blofs die Unterrichts-Kommission, sondern auch die Königl. Staatsregierung der Überbürdungsfrage vollen Ernst zugewendet hat. Ich will nur ganz kurz sagen, dafs ich in manchen Punkten mich wohl denjenigen Äufserungen nähern kann, die der Herr Abgeordnete Dirichlet hier vorgeführt hat. Auch ich weifs wohl, dafs nicht die Schule allein die Überbürdung trifft, sondern Haus, Familie und Gesellschaft zum guten Teil mit. Wenn ich nun auf die Frage übergehe, die uns hier eigentlich beschäftigt, nämlich die der Ausbildung von Lehrern des höheren Schulamts, so möchte ich mir doch folgendes auszuführen gestatten: Auf der Universität findet die wissenschaftliche Ausbildung statt. Der Abgeordnete Stern hat durchaus Recht, dafs nicht blofs auf dem Gebiete des rein philologischen Wissens, sondern eben so gut auch auf dem der Geschichte, der Geographie, (nicht auch d. Mathematik u. der Naturw.? Red.) der neueren Sprachen, wo Sie hinschauen, immer mehr eine specialisiertere Ausbildung der zukünftigen Lehrer stattgefunden hat. Man hat in der That oft den Eindruck, als

gelte es nur zukünftige Privatdocenten für Geschichte, Philologie u. s. w. vorzubereiten, dafs aber der Zweck, Lehrer für die Ausbildung unserer Jugend an den höheren Schulen vorzubereiten, fast ganz aufser Augen gelassen würde. Nun haben wir allerdings auf den Universitäten zum Teil noch sogenannte pädagogische Seminare. Sie werden, m. H., mit mir wohl aus den Zeitungen vernommen haben, dafs die Königliche Staatsregierung daran denkt, diese pädagogischen Seminare einer Reform zu unterwerfen. Ich bin nun allerdings der Meinung, dafs wir von den pädagogischen Seminaren, wie sie jetzt bestanden haben, wenig Nutzen für die Ausbildung unserer Lehrer gehabt haben, und ich fürchte, die geplante Reform wird auch nur eine halbe Mafsregel bleiben, so lange man sich nicht dazu entschliefst, eine Schule, die organisch mit dem pädagogischen Seminar verbunden ist, ins Leben zu rufen. (Sehr richtig!) M. H., damit ist ja dann aber auch die Ausbildung des jungen Lehrers auf der Universität vorbei, und er tritt nun das sogenannte Probejahr an. Die Denkschrift spricht von demselben mit etwas zu hoher Achtung, wie mir scheint, wenn sie sagt, die Arbeiten und Erfahrungen unserer Vorfahren sollten wir in ihm ehren. Ja, diese ganze Institution ist etwas mehr wie 50 Jahre alt, und ich erinnere daran, dafs man auf der Landes-Schul-Konferenz, die 1849 hier in Berlin getagt hat, über den faktischen Wert dieses Probejahres doch nur sehr zweifelhafte Urteile zu hören bekommen hat. Es liegt doch auf der Hand, dafs weder jeder Ort, noch jedes Gymnasium oder Realgymnasium, noch auch vor allen Dingen jeder Direktor irgendwie geeignet ist, das Probejahr zu einem wirklichen Nutzen für den jungen Lehrer sich gestalten zu lassen. M. H., darüber kann keine Frage obwalten, dafs man in der That ungünstiger über die Resultate des Probejahrs urteilen mufs, als es in der Denkschrift geschieht. Selbst aber, wenn Sie einen tüchtigen zur Vorbereitung des jungen Lehrers geeigneten Direktor hätten, so mufs ich doch auch dem Herrn Regierungs-Kommissarius sagen, dafs nach meiner persönlichen Erfahrung der Direktor in den meisten Fällen absolut nicht die Zeit dazu hat, diejenige Sorgfalt auf die Ausbildung des jungen Lehrers zu verwenden, die durchaus notwendig ist. M. H., unsere Direktoren geben meistens 12 bis 16 Stunden in der Woche und selbstverständlich in den oberen Klassen, wo auch sie gehörige Vorbereitung in wissenschaftlicher Beziehung nötig haben werden; unsere Direktoren sind aber auch mit so viel Schreibereien, Berichten und dergleichen belastet, dafs sie in der That eine reichliche Arbeitslast zu tragen haben und kaum irgend wie Gelegenheit finden werden, genügend auf den jungen Mann einwirken zu können. Ich kann wohl aus meiner eigenen Erfahrung sagen, wie auch der Herr Regierungskommissarius Ihnen vorhin andeutete, dafs ich diesem oder jenem Oberlehrer viel in meiner Ausbildung als Pädagog zu verdanken gehabt habe, aber, m. H., das war ein reiner Zufall, das fiel nicht in mein eigentliches Probejahr, sondern ich habe als junger Lehrer mit ihm als Kollege an derselben Schule unterrichtet und durch seinen Umgang manches lernen können. Wollen Sie unsere Kandidaten dem Zufalle aussetzen? Dies ist augenblicklich ohne Frage der Fall; es hängt rein von zufälligen Umständen ab, ob der junge Lehrer an eine Anstalt kommt, wo er auch nur irgend etwas für seine spätere Ausbildung lernt. Nun soll ein Mittel gefunden werden, diesen Übelständen in der praktischen Ausbildung der Lehrer abzuhelfen, und dies soll darin bestehen, dafs ein neues praktisches Examen sich daran anschliefst. Ja, ich mufs gestehen, was soll der junge Mann in dem zweiten Probejahre machen? Dann erteilt er kommissarischen Unterricht, und die eigentliche Anleitung des Lehrers wird keine tiefergehende sein als in dem ersten Jahre, sondern voraussichtlich noch oberflächlicher. Es wird ihm zur Vorbereitung zum Examen nichts weiter übrig bleiben, als neue Bücherweisheit in sich auf-

zunehmen, er wird sich wieder neue Kompendien beschaffen und zusehen, dafs er einfach mehr in seinen Kopf hineinbringt, um das Examen zu machen. Ja, was heifst denn Examen eigentlich? Das Examen kann nur bilden den Abschlufs einer vorausgehenden Entwickelungs-Periode, es kann nur den Ausweis liefern sollen über das, worin ich wirklich unterrichtet bin. In diesem Falle aber sollen die jungen Leute ein Examen ablegen, denen, ich sage es ganz offen, keine ausreichende Gelegenheit gegeben ist, das wirlich praktisch zu lernen, worin sie geprüft werden sollen, und darin liegt für mich die offenbare Ungerechtigkeit. Nun sagt der Herr Regierungs-Kommissar freilich, es könne dabei mancherlei Gutes geprüft werden, und er berief sich darauf, dafs ja auch über Lehrmittel geprüft werden würde. Dagegen mufs ich auch wieder konstatieren: wie auf den meisten Gymnasien und Realschulen die Sache faktisch liegt. so hat der junge Lehrer z. B. in der Geographie absolut keine Gelegenheit — und ich spreche aus eigener Erfahrung — in ausreichendem Mafse Lehrmittel kennen zu lernen, die Ausstattung an unseren städtischen höheren Schulen für die Geographie besteht meistenteils nur in einem Paar oft ziemlich alten Karten und einem noch älteren Globus. Das nenne ich keine genügenden Lehrmittel, an denen der Kandidat etwas lernen kann. An einem Seminar-Gymnasium, wie es der Herr Abg. Graf Limburg empfohlen hat, wäre ihm neuerdings Gelegenheit gegeben, alle Lehrmittel in der Weise kennen zu lernen, wie es die moderne Schulbildung verlangt. Meine Herren, ich stelle mich dieser Mehrforderung feindlich gegenüber, weil ich ein solches Examen jetzt nicht wünsche. Aber es liefse sich darüber streiten, ob ein ähnliches Examen nicht eintreten könnte in dem Falle, wenn dem jungen Lehrer Gelegenheit gegeben ist, gründlichen praktischen Unterricht zu empfangen, und damit komme ich auf die Frage zurück, welche der Herr Graf Limburg hier behandelt und welche der Herr Reg.-Kommissar allerdings ziemlich abweisend beantwortet hat, nämlich die Frage der seminaristischen Ausbildung der Lehrer an höheren Schulen. Darüber kann nicht der geringste Zweifel mehr sein, dafs unsere Volksschullehrer für eine ungleich bessere methodische Ausbildung erhalten, als die Lehrer die höheren Schulen, und dafs sie methodisch auch viel besser ausgebildet an ihr Schülermaterial herantreten, als wir, die wir von unseren Universitäten kommen. Unseren jüngeren Lehrern werden dann in dem Probejahr gerade die untersten Klassen anvertraut, wo es vor allen Dingen auf pädagogische Erfahrung ankommt. (Sehr wahr!) Denn gerade die kleineren Kinder zu behandeln, ist viel schwerer, als die in den oberen Klassen. (Sehr richtig!) Einem jungen Manne, der von der Universität mit den genügenden Kenntnissen kommt, können Sie viel eher den Unterricht in der Prima (?Untersekunda! Red.) anvertrauen, als den in der Sexta. Nun frage ich: ist es denn so etwas Unerhörtes zu fordern, dafs öffentliche Übungsschulen eingerichtet werden auch für höhere Lehrer? Ich mufs kurz erwähnen, dafs man in anderen Unterrichts-Verwaltungen anderer Meinung ist, als bei uns in Preufsen. Mir liegt hier vor die ganze ausgezeichnete dankenswerte Verordnung des königl. sächsischen Ministers v. Gerber vom 15. September vorigen Jahres. Gestatten Sie mir. dafs ich nur ein Paar Sätze daraus verlese. Er spricht über pädagogische Seminarien sich dahin aus, dafs ihr Hauptfehler „der Mangel eines festen Anschlusses an organisierte Lehranstalten sei, in welchem allein die Vorbedingungen zu einer erfolgreichen praktischen Vorbildung zu finden sein würden. Über das Probejahr spricht er sich mit Recht dahin aus, dafs es der Einrichtung desselben fehle „an einer planmäfsigen eingehenden Organisation, welche die praktische Ausbildung der Kandidaten für ihren künftigen Beruf nicht blos dem Zufall und mehr oder minder der Willkür der dabei beteiligten Lehrer und Kandidaten überläfst, sondern dieselben in den gesamten Unterrichtsplan systematisch einreiht und die Unterweisung nach festen Regeln

ordnet." Alles das wird jeder praktische Schulmann unterschreiben. Es heifst dann ferner von dem Probejahr: „auch fehlt es an jeder Einrichtung, welche die Kandidaten berechtigt und verpflichtet, nach Ablauf des Probejahres über die erlangte praktische Ausbildung sich auszuweisen." „Die praktische Vorbildung zum höheren Schulamt sei zu verlegen an bestimmte Anstalten, welche zu diesem Behufe entsprechend einzurichten sein würden."*) M. H., ich könnte noch eine ganze Reihe von ähnlichen, pädagogisch durchaus richtigen und wohlerwogenen Äufserungen aus der Denkschrift des sächsischen Kultusministers vorführen, aber ich habe noch einen viel besseren Zeugen Ihnen vorzuführen für die Richtigkeit meiner Ansicht, unsere pädagogischen Seminarien müfsten mit Schulen verbunden sein, wo eben die praktische Ausbildung stattfindet.**) Ich finde in der Zeitschrift für österreichisches Gymnasialwesen vom Jahre 1863 eine Notiz, worin es heifst: „also ein pädagogisches Seminar mufs eine ihm angehörige Schule derjenigen Kategorie haben, für welche Lehrer zu bilden, es zur Aufgabe hat. Der Direktor des Seminars mufs zu gleicher Zeit Direktor der Schule sein, denn die geteilte Herrschaft zwischen einem Schuldirektor und einem Seminar-Direktor ist mit den seltensten Ausnahmen das sicherste Mittel zum Ruin der Schule." Und, m. H., der Verfasser dieser Artikel ist der Herr Regierungsrat Dr. Bonitz, der eben zu uns gesprochen hat. (Hört! hört!) Ich glaube, dafs wir diesen Worten von ihm, welche er vor 20 Jahren geschrieben hat, noch voll und ganz zustimmen müssen. Nun m. H., wir haben in der That — ich will mir erlauben, noch kurz darauf hinzuweisen — gerade jetzt in der Stadt Halle den Versuch machen sehen, von dem Direktor der Franckeschen Stiftung, Dr. Frick, wie man auf die vorteilhafteste Weise die Schule mit einer solchen seminaristischen Ausbildung verbinden kann. — In einem Punkt will ich dem Herrn Regierungs-Kommissar zustimmen. Wenn wir solche Seminarien schaffen, wo selbstverständlich die dort angestellten Lehrer und Direktoren nur eine verhältnismäfsig geringe Anzahl von Stunden zu geben haben, wo alle möglichen notwendigen Lehrmittel vorhanden sind und auch zu gleicher Zeit die Schullokale denjenigen Ansprüchen genügen, welche die Schulhygiene heute erfordert, wo ferner auch zu gleicher Zeit eine Übungsschule mit verbunden ist — dafs eine solche Einrichtung ungleich viel mehr Mittel erfordern wird, als diese 10 000 M., das ist ja selbstverständlich! Ich glaube aber, dafs diese Mittel in der That im Interesse der Ausbildung der Lehrer der höheren Schulen aufzuwenden sind, um wirklich einem Übelstand abzuhelfen, in dem ich zum guten Teil auch mit den Grund der Klagen der Überbürdung finde. (Bravo! rechts.)

Abg. Perger erklärt sich gegen die geplante zweite Probelektion und das zweite kommissarische Jahr. Das jetzige Probejahr genüge vollkommen. (??Red.) Wenn der Direktor öfters die Lektionen besuche, so könne er sich besser von der pädagogischen Leistungsfähigkeit des Kandidaten überzeugen, als eine Kommission, die auch den besten Lehrer durchfallen lassen könne, wenn sie wolle. (Lebhafter Beifall.)

Abg. Dr. Löwe (Bochum): Es besteht allgemein eine nicht unbegründete Abneigung gegen die Examina; wir kommen immer mehr in das Chinesentum hinein; mehr Kenntnis, weniger Können! Ich begrüfse im Gegensatz zu meinen Vorrednern die geplanten Mafsregeln als den ersten Schritt dazu, einen Teil der Überbürdungsfrage zu lösen. Wenn wir methodisch gebildete Lehrer hätten, so würden wir mit der Überbürdung leicht fertig werden. Die Menge der häuslichen Arbeiten ist immer eine schlechte Note für die Lehrer. Die häusliche Arbeit ist vom

---

*) „Der Worte sind genug gewechselt, lafst uns nun endlich Thaten sehn!" D. Red.
**) Man sehe unsre schon oft citierten Thesen etc. in VI, 351 ds. Z. Red.

Übel. Die Hauptschwierigkeit der Überbürdung liegt an den Familien, namentlich in den grofsen Städten, wo die Jünglinge mit gefüllten Taschen an Theatern und Konzerten teilnehmen. Des Morgens wird der Kaffee kaum heruntergestürzt, man hat kaum Zeit, die notwendigsten Lebensbedürfnisse zu befriedigen (Heiterkeit). Da ist der Herd vieler Klagen. In einem Punkt kann ich dem Herrn Kommissar nicht recht geben. Man geht in der Forderung der harmonisch gleichmäfsigen Ausbildung in allen Fächern zu weit. Die jugendlichen Geister verkümmern deshalb zu früh, weil sie alles gleichmäfsig erfassen sollen; dadurch wird der Geist auf den Schulen ermüdet; nicht das Multum, sondern das Multa erdrückt. Die Mängel, welche sich bei der Vorbereitung zum Einjährigendienst zeigen, liegen weniger an den Institutionen als an den Direktoren und Lehrern. Das „Ersitzen" tritt doch erst in der Untersekunda ein und kann reglementsmäfsig durch das Fortschicken eines solchen Schülers vermieden werden. (Beifall.)

Die Position wird fast einstimmig abgelehnt.

Einladung zur Naturforscher-Versammlung in Freiburg i. B.

Für die 56. Versammlung deutscher Naturforscher und Ärzte, welche vom 18.—22. September ds. J. in Freiburg i. B. stattfinden wird, hat der Unterzeichnete die Einführung der Sektion für

mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht

übernommen. Da es nach den gemachten Erfahrungen wünschenswert erscheinen mufs, die Sektions-Sitzungen bei Zeiten vorzubereiten, so erlaube ich mir, die Herren Fachgenossen schon jetzt zur Beteiligung an der diesjährigen Versammlung einzuladen mit der Bitte, Themata, über welche Sie in den Sektions-Sitzungen Vorträge zu halten wünschen, mir möglichst bald mitzuteilen, damit dieselben in dem allgemeinen Einladungs-Zirkular, welches im Laufe des Monats **Juni** zur Versendung kommen wird, angekündigt werden können.

Koch, Gymn.-Prof.
Rheinstrafse 42.

Prost.

Der Faust-Tragödie (—*n*)ter Teil.*)

Von Herrn von Goethe, Excellenz, durch astrophysische Vermittelung aus der vierten Dimension in ein von allen Seiten verklebtes Buch eigenhändig aufgezeichnet. Im spirituösen Auftrage des Mathematischen Vereins zu Breslau aufgeschnitten und herausgegeben von Dr. Kurd Lasswitz. Zur Feier des 20. Stiftungs-Festes am 11. Februar 1882 aufgeführt und für die Mitglieder und Gönner des Vereins als Manuskript gedruckt.

Personen: **Prost**, stud. math. in höheren Semestern, steht vor dem Staats-Examen. **Mephistopheles. Dx** (sprich: De-ix), Differentialgeisterkönig. **Ein Fuchs.** Ort: Breslau. — Zeit: Nach dem Abendessen.

(Rechts ein Sofa, auf dem Tische zwischen allerlei Büchern ein Bierseidel und Bierflaschen, links eine Tafel auf einem Gestell, Kreide und Schwamm. Auf der Tafel ist eine die ganze Fläche einnehmende ungeheuerliche Differentialgleichung aufgeschrieben. Prost am Tische, mit den Büchern beschäftigt. Er stärkt sich.)

Prost. Habe nun, ach, Geometrie, Analysis und Algebra und leider auch Zahlentheorie studiert, und wie, das weifs man ja! Da steh' ich

---

*) Wir glauben, den Herren Fachgenossen ein angenehmes Stündchen zu bereiten, wenn wir ihnen (mit Erlaubnis des Hrn. Verfassers) dieses besonders für die mathematischen Vereine bestimmte Scherzspiel hier mitteilen, in welchem gewisse Richtungen der neuern Mathematik und Verhältnisse der Mathematiklehrer mit beifsendem Witz persifliert werden. Der Hr. Verfasser ist aber noch sehr gelinde aufgetreten. Es liefse sich noch vielmehr auf-

nun als Kandidat und finde zur Arbeit keinen Rat. Liefse mich gern Herr Doktor lästern; zieh' ich doch schon seit zwölf Semestern herauf, herab und quer und krumm meine Zeichen auf dem Papiere herum und seh', dafs wir nichts integrieren können. Es ist wahrhaftig zum Kopfeinrennen! Zwar bin ich nicht so hirnverbrannt, dafs ich mich quälte als Pedant, wenn ich 'ne Reihe potenziere, zu seh'n, ob sie auch konvergiere, und ob 'ne Funktion stetig sei, das ist mir gänzlich einerlei. Dafür — ist es nicht zum Ergrimmen? — will mir auch niemals die Rechnung stimmen. Eine Gleichung hab' ich zu diskutieren, doch kann ich vom Integral nichts spüren. Im Verein ist's schlecht um mich bestellt; denn zum Beitrag habe ich niemals Geld. Es möchte kein Hund so länger leben. Drum hab' ich (auf sein Seidel klopfend) mich der Magie ergeben, ob Geistes Kraft durch meinen Mund mir ein Geheimnis mache kund, dafs ich nicht mehr mit Kreide und Schwamm zu traktieren brauche den Formelkram, dafs ich finde mit einem Mal meiner Gleichung Integral. (Er stärkt sich.) O sähst du, volles Deckelglas, zum letzten Mal mich fern vom Fafs, wo ich so manche Mitternacht in deinem Dienst herangewacht. Dann dem Vereine freundschaftlich, geliebter Ganzer, kam ich dich! Ach, könnt' ich nach der Sitzung Müh'n, wenn andre dem Lokal entflieh'n, am Kneiptisch wieder Lieder brüllen, mit braunem Trank den Leib mir füllen und bei der Schoppen Lustgetön noch lange nicht nach Hause gehn! (Stärkt sich, sitzt still und fährt dann auf.) Pfui! Steck' ich in der Bude noch? Verfluchtes dumpfes Mauerloch, wo Lärm und Sang mich nicht entzückt, wo mich kein Tabaksqualm erquickt! Von diesem Bücherhauf erdrückt beinahe wär ich eingenickt. — Und fragst du noch, warum dein Kopf dir ungeschickt zum Rechnen brummt? Warum dich philiströsen Tropf Analysis schon halb verdummt? Statt aus lebend'gem Bieresschank, wo Suchan*) reicht die Seidel dir, auf deiner Bude ohne Dank säufst du das schnöde Flaschenbier. Doch nein! Selbst hier fühl' ich den Geist, der in dem Biere sich erweist. Ob nicht auch wohl der stille Suff mitunter klare Einsicht schuf? (Stärkt sich.) Schon fühle ich ein sanftes Weh'n durch Kopf und Glieder lieblich geh'n — Ich dächte — lafst doch einmal sehn, den Riemann müfst' ich jetzt verstehn. (Schlägt ein Buch auf.) Ha, welche Wonne fliefst in diesem x auf einmal mir durch alle meine Sinnen! Jetzt, will mir scheinen, müfst' ich augenblicks das längst gesuchte Integral gewinnen. Welch holder Index! Welch ein Modulus! $\varphi\varkappa\lambda$ .... r heifst Radius — Welch reizende Determinanten mit 36 fraglichen Konstanten! Welch Schauspiel! — — Aber ach, ein Schauspiel nur! Ich fühl' es wohl, noch fass' ich keine Spur. (Schlägt das Buch zu und stärkt sich.) Fort mit dem schnörkelhaften Buche! Ob ich's noch einmal selbst versuche? Vielleicht, dafs mich der Geist erleuchtet, wenn ich ihn kräftig angefeuchtet. (Stärkt sich im Folgenden wiederholt, das Seidel immer frisch füllend.) Die Gleichung, ha, vor der mir graut, die ich der Tafel anvertraut — da steht sie! Ja, wenn ich nur wüfst', was damit anzufangen ist. (Er nimmt verschiedene unmögliche Operationen vor. Hier hat der Humor des Darstellers freien Spielraum. Das Trinken ist nicht zu vergessen, das Operieren an der Tafel mufs sehr rasch gehen.) Die Gleichung — soviel seh' ich schon — definiert eine neue Funktion. Aber was für Eigenschaften mögen das Ungetüm behaften? Was hat sie wohl für eine Verzweigung? Zu welcher Entwickelung zeigt sie Neigung? Welche Ordnung und welches Geschlecht? Aber, mag ich sie gleich nicht kennen, will ich sie doch inzwischen benennen: die Prost-Funktion! So ist es recht! (Stärkung. Man merkt die wachsende Bekneipheit, die jedoch nur leicht markiert werden darf.) Wie anders winken jetzt die Zeichen mir! Schon fühl' ich mich der Lösung näher. Der Grad der Gleichung wird nicht höher. Schon glüh' ich wie

finden, was dem Sarkasmus geweiht werden könnte, natürlich — alles nur im Scherz! Zugleich wird hierdurch das Vorurteil widerlegt, dafs die „ledernen Kerle" und „Sonderlinge" nur unter den Mathematikern zu suchen seien. — D. Red.

*) Name des Wirts.

von ächtem Bier. Ich fühle Mut zum Transformieren! Dies Glied hier wird sich annullieren, und dieses auch — und dieses hier — (Er wischt massenhaft weg.) Es lebe der Bier! Was kann da sein? Alles 'rein! (Wischt wieder.) Wie wird mir so hell! Ins Dunkel grell leuchtet ein Blitz des Geistes mir schon. Noch eine Substitution, und die Funktion hat ihm schon! Ha! Ich stehe wie auf Kohlen! Die Substitution, und sollt' ich sie stehlen, darf mir nicht fehlen! und sollt ich sie holen aus der nten Dimension! Geist der Ordinaten und Abscissen, du mufst es wissen, der Abscissen und Ordinaten, du mufst mir raten! Geist des Unendlichkleinen, du sollst mir erscheinen! Ich fühl' es tief, du wirst mein Leiden kürzen — du mufst! du mufst! und sollt' ich noch eins stürzen! (Er greift nach dem Seidel.)

Der Geist **Dx** erscheint. (Phantasiekostüm, langer Talar mit mathematischen Zeichen, auf dem Kopfe eine kegelförmige Mütze mit mathematischen Figuren, auf der Brust ein grofses dx, in der Hand ein (aus Mappe oder Blech herzustellendes) grofses Integralzeichen; er spricht feierlich, die Maske mufs jedoch möglichst blödsinnig sein.) Wer ruft mir?

Prost (stellt sein Glas erschrocken hin.) Schauderhafter Wicht.

Dx (ergreift das Seidel). Prost!

Prost. Sauf's!

Dx (trinkt einen Ganzen sehr schnell).

Prost. So kann ich's freilich nicht.

Dx. Du flehst, den Geist Dx zu schauen, zu sehen ein Differential — mich rührte deines Hirnes Qual — da bin ich! — Welch Philistergrauen fafst, alten Burschen, dich? Wo ist der Kehle Zug, die manchen Ganzen in den Leib dir schlug? Wo bist du, Prost, der so unendlich trank, dafs er mich zu erscheinen zwang? Bist du es, der von meinem Hauch umwittert wie ein skalpierter Walfisch zittert? So fürchterlich bist du im Thran?

Prost. Soll ich dem reinen Formbegriffe weichen? Ich hab' studiert, ich kenne deine Zeichen.

Dx. Im Unendlichkleinen, im Weltenwahn wachs' ich zu, nehme ab, schrumpf' ich ein und aus. Geburt und Grab für den Gröfsengraus, ein Raumverlieren, ein Integrieren, so walt' ich im denkenden Meisterverstand und wirke der Forschung formales Gewand.

Prost. Der du die weite Wissenschaft umgreifst, allmächt'ger Geist Dx, ich kenne dich!

Dx. Du kennst den Geist, in dem du säufst, nicht mich! (Verschwindet.)

Prost. Nicht dich? Was denn? Ich, Mitglied des Vereins, und kenne nicht dich? Soll es denn niemals mir gelingen ins analytische Reich zu dringen und meine Gleichung zu bezwingen? (Trinkt und schläft allmählich ein.) Könnt' ich durch Substitution nur noch — — eine Transformation — wenn dann — — die Indices — μ, λ, ν — dy — dr — $d\varphi$ — — (Schnarcht.)

Meph. (tritt auf.) Er schläft. Geleert ist seine Kuffe. Ja, so was kommt vom stillen Suffe. Fahr nur so fort! Ich sage Amen! Dann fällst du glänzend durch's Examen. Zur Hälfte hab' ich jetzt dich schon, doch will ich sicher dich gewinnen und auf 'ne hübsche Transformation für deine Seele mich besinnen. 'S ist zwar ein schlecht Geschäft für mich die Mathematiker zu holen. Sie sind mit Bier durchtränkt so fürchterlich, dafs sie im besten Ofen kaum verkohlen. Prost, wache auf!

Prost (Im Schlafe.) μ, — λ, — $\varkappa$, — ϱ, —

Meph. Wach auf!

Prost. Nanu, wer schüttelt mich denn so?

Meph. Wach auf!

Prost. Wer sind Sie? Gehen Sie zum Teufel.

Meph. Ist nicht erst nötig, denn ich selber bin's. Du aber scheinst mir nicht ganz hellen Sinns. Moral'schen Kater hast du ohne Zweifel.

Prost. Den Teufel, ja! Und physischen dazu.

Meph. Und mathemat'schen Kater obendrein.
Prost. Was geht's euch an? Laſst mich in Ruh!
Meph. (Geht an die Tafel.) Die Lösung scheint mir doch nicht schwer zu sein.
Prost. Der Teufel mag die Gleichung integrieren.
Meph. Wenn dir's beliebt, so will ich es riskieren.
Prost. Ihr wolltet?
Meph. Gern. Ich thu' dir's zu Gefallen.
Prost. Und dann hat mich der Teufel in den Krallen?
Meph. Nicht mehr, als du mir ohnedies verfallen.
Prost. Wieso?
Meph. Wenn du verbummelst.
Prost. Nimmermehr! Nur das Examen, fürcht' ich, fällt mir schwer. Der Wust von Sätzen, all' die Einzelheiten, macht dem Gedächtnis Müh' und Schwierigkeiten, und darum graut mir fast vor dem Examen. Doch frei der freien Wissenschaft gelob' ich meine beste Kraft. Siehst je du meinen Mut erlahmen, wenn es der Forschung hohe Ziele gilt, siehst du zum Bummeln dann mich je gewillt, so sei ich dein.
Meph. Drauf geh' ich ein.
Prost. Topp! Und die Gleichung?
Meph. Mach' dir keine Sorgen, ich löse sie.
Prost. Noch heut?
Meph. Warum nicht morgen?
Prost. Darauf will ich mich nun nicht steifen. Jetzt geht es an ein frisch Begreifen!
Meph. O glaube mir, der an dem harten Leder „Mathematik" zweitausend Jahre kaut, daſs von der Schulbank bis auf das Katheder nicht leicht ein Mensch den Zauber ganz verdaut.
Prost. Allein ich will.
Meph. Es wird dir nicht gelingen. Und dann, mein Freund, was kannst du denn erringen? Ein Zeugnis Nummer I? Du sollst es haben! Dann lehrst du im Gymnasium die Knaben ($r^2\pi$) und $(a + b)^2$ und korrigierst bis abends spat. Willst du dich dann zu deinen Formeln setzen, ermüdet fallen dir die Augen zu; du sagst, so hab' es denn bis Morgen Ruh', am Stammtisch will ich noch ein Stündchen mich ergötzen. So geht es Tag für Tag und Jahr für Jahr, verbummelst als Philister ganz und gar.
Prost. Ich nicht, ich nicht! Mein Freund, in deiner Lehre, was kümmert mich die tägliche Misère? Jetzt preis' ich meiner Studien Geschick! Fort Staatsexamen! Hoch Mathematik! Jetzt soll mich keine Mühe mehr verdrieſsen, kein äuſs'res Wissen soll in mir sich häufen, mein Geist soll jetzt das Höchst' und Tiefste greifen und ganz der freien Wissenschaft genieſsen!
Meph. Da hast du auch was Recht's! Zu reüssieren muſst du in's Specielle dich verlieren. Hast du es dann so trefflich weit gebracht, daſs du was wirklich Neues dir erdacht — sieh dich nur um, wo du die Menschen findest, die das versteh'n, was du ergründest. Du magst gewiſs ein groſses Lumen sein, doch stehst du in der weiten Welt allein. Und die Studenten zu examinieren, heiſst das vielleicht ein besser Leben führen? Du hast die alte Wissenslast doch stets auf's neue vorzutragen. Zu lehren, was du selbst gefunden hast, wie selten blüht dir dies Behagen. Eh' deine Hörer dich begriffen, sind sie gewöhnlich ausgekniffen. (Es klopft.) Das ist ein Füchslein.
Prost. Habe keine Zeit. Die Gleichung löse mir, und laſs uns eilen!
Meph. Sogleich, mein Freund, ich bin sogleich bereit. Will nur den Fuchs rasch dem Vereine keilen. Gieb Deinen Schlafrock — so — und lass mich hier. Im Nebenzimmer liegt ein Fäſschen Bier. (Prost ab. Meph. legt den Schlafrock an.)

Meph. (als Prost): Verachte nur den regulären Gang, der steten Arbeit wunderthät'gen Zwang, laſs selbstgenug im eitlen Wahn dich wiegen mit einem Schlag zum Ziel empor zu fliegen, dann kommst du ganz gewiſs nicht weit. Ihm hat das Schicksal ganz das Zeug gegeben was Tücht'ges zu erringen mit der Zeit. Nun fass' ich ihn bei der Bequemlichkeit, mit grossen Plänen nur soll er sich tragen, im Einzelnen nichts zu vollbringen wagen, herabseh'n auf der Freunde Regsamkeit — im Stolz auf eig'ner Bahn zu wandern trenn' ich vom Eifer ihn der andern. Statt redlich wirken im Verein soll er dem stillen Suff sich weih'n.

Fuchs (tritt auf). Ich lieſs mich heut immatrikulieren, möchte gern Mathematik studieren. Da dacht' ich denn, ihr wär't ein Mann, der mir ein wenig raten kann, wie mir's am besten möchte frommen im Studium recht bald weiter zu kommen.

Meph. Eu'r Besuch ist mir sehr angenehm macht's euch doch, bitte, recht bequem. (Lädt ihn zum Sitzen ein.) Habt ihr euch auch schon resolviert, welchen Zweig ihr besonders cultiviert?

Fuchs. Ich denke, ich muss doch darauf seh'n die allgemeinen Grundzüge zu versteh'n, eh' ich kann ins Specielle treten.

Meph. Das ist nun gerade nicht von Nöten. Wühlt euch nur wie ein Maulwurf ein, grabt nur recht tief und guckt nicht nach den Sternen.

Fuchs. Doch kann man auch von andern lernen.

Meph. Vor allem hütet euch vor dem Verein.

Fuchs. Ich hörte nun gerade drauſsen sagen, daſs man sich dort soll sehr behagen.

Meph. Ihr sollt ja in die Tiefe graben, was braucht ihr da Gesellschaft zu haben? Ich höre gar, die Gemütlichkeit macht sich dort mitunter breit. Ihr lasst am Ende euch verführen nach zehne noch ein Glas zu riskieren. Der Kater ist das schlimmste Tier.

Fuchs. Ihr habt wohl recht. Fast scheu ich nun das Bier. Auch wollt' es meiner Mama nicht passen mir den Hausschlüssel zu überlassen. Was soll ich nun aber denn studieren?

Meph. Ihr könnt es mit analytischer Geometrie probieren. Da wird der Raum euch wohl dressiert, in Coordinaten eingeschnürt, daſs ihr nicht etwa auf gut Glück von der Figur gewinnt ein Stück. Dann lehret man euch manchen Tag, daſs, was ihr sonst auf einen Schlag construiertet im Raume frei, eine Gleichung dazu nötig sei. Zwar ward dem Menschen zu seiner Erbauung die dreidimensionale Raumanschauung, daſs er sieht, was um ihn passiert, und die Figuren sich construiert — der Analytiker tritt herein und beweist, das könnte auch anders sein. Gleichungen, die auf dem Papiere stehn, die müſst' man auch können im Raume sehn; und könnte man's nicht construieren, da müſste man's anders definieren. Denn was man formt nach Zahlengesetzen müſst' uns auch geometrisch erletzen. Drum in den unendlich fernen beiden imaginären Punkten müssen sich schneiden alle Kreise fein säuberlich, auch Parallelen, die treffen sich, und im Raume kann man daneben allerlei Krümmungsmaſse erleben. Die Formeln sind alle wahr und schön, warum sollen sie nicht zu deuten gehn? Da preisen's die Schüler aller Orten, daſs das Gerade ist krumm geworden. Nicht-Euklidisch nennt's die Geometrie, spottet ihrer selbst, und weiſs nicht wie.

Fuchs. Kann euch nicht eben ganz verstehn.

Meph. Das soll den Philosophen auch so gehn. Doch wenn ihr lernt alles reducieren und gehörig transformieren, bis die Formeln den Sinn verlieren, dann versteht ihr mathematisch zu spekulieren.

Fuchs. Ich bin von alledem so consterniert, als würde mir ein Kreis im Kopfe quadriert.

Meph. Nachher vor allen andern Sachen müſst ihr euch an die Funktionen-Theorie machen. Da seht, daſs ihr tiefsinnig faſst, was sich zu integrieren nicht paſst. An Theoremen wird's euch nicht fehlen, müſst

nur die Verschwindungspunkte zählen, umkehren, abbilden, auf der Eb'ne 'rumfahren und mit den Theta-Produkten nicht sparen. Und daſs ihr mir die Formeln deutlich schreibt!

Fuchs. Gewiſs, damit es richtig bleibt. Denn wenn einmal ein Buchstab' nicht zu lesen, wer kann dann je noch wissen, wie's gewesen?

Meph. Wie wär' es mit der Astronomie?

Fuchs (macht eine abweisende Gebärde).

Meph. Ich kann es euch so sehr nicht übelnehmen. Man treibt dabei doch nicht bloſs Theorie, die Praxis aber führt zum Unbequemen. Ihr müſst in kalter Winternacht euch stundenlang auf Bauch und Rücken legen, und wenn ein selt'nes Phänomen euch lacht, giebt's zur erhofften Stunde sicher Regen. Und dann das Rechnen! Dieser Zahlenzwist! Stets liegt mit Zahlen man in Fehde. Vom Zahlen, das an uns gerichtet ist, von dem ist leider nie die Rede.

Fuchs. Mein Bedenken wird durch euch vermehrt. O glücklich der, den ihr belehrt. Fast möcht' ich nun moderne Algebra studieren.

Meph. Ich wünschte nicht euch irre zu führen. Was diese Wissenschaft betrifft, es ist so schwer, die leere Form zu meiden, und wenn ihr es nicht recht begrifft, vermögt die Indices ihr kaum zu unterscheiden. Am Besten ist's, wenn ihr nur Einem traut und auf des Meisters Formeln baut. Im Ganzen — haltet euch an die Symbole. Dann geht ihr zu der Forschung Wohle ins sichre Reich der Formeln ein.

Fuchs. Ein Resultat muſs beim Symbole sein?

Meph. Schon gut! Nur muſs man sich nicht allzu ängstlich quälen. Denn eben, wo die Resultate fehlen, stellt ein Symbol zur rechten Zeit sich ein. Symbolisch läſst sich alles schreiben, müſst nur im Allgemeinen bleiben. Wenn man der Gleichung Lösung nicht erkannte, schreibt man sie als Determinante. Schreib was du willst, nur rechne nie was aus. Symbole lassen trefflich sich traktieren, mit einem Strich ist alles auszuführen, und mit Symbolen kommt man immer aus.

Fuchs. Ich halt' euch auf mit vielen Fragen, jedoch verzeiht noch einen Augenblick. Wollt ihr vielleicht von der Physik mir auch ein kräftig Wörtlein sagen?

Meph. Die mathematische Physik ist leicht zu fassen. Ihr deformiert nur die unendlich kleine Welt, um es am Ende sein zu lassen — wie's dem Empiriker gefällt. Vergebens, daſs ihr rings nach Hypothesen sucht. Ein Jeder nimmt, was er gebrauchen kann. Doch der den höheren Potenzen flucht, ist ein gemachter Mann. Vernachlässigt nur wacker Stiel und Strunk, und wenn's nicht stimmt, schiebt's auf die höher'n Glieder. Und geht's noch immer nicht, dann sagt ganz bieder: das liegt an Fehlern der Beobachtung! Besonders lernt mir die Constanten zwingen. 'S ist eine lange Frage oft ganz unverhofft durch ein Constantchen aus der Welt zu bringen. Auch könnt' ihr rechnen mit Wahrscheinlichkeiten und Mittelwerte fein bereiten nach dem Gesetz der groſsen Zahlen, nur hütet euch vor schweren Integralen. Zuletzt, wiſst ihr euch besser nicht zu raten, greift zu Abscissen und zu Ordinaten, tragt's auf 'nem groſsen Bogen ein und sagt: so muſs die Curve sein.

Fuchs. Das sieht schon besser aus, man weiſs doch wo und wie.

Meph. Falsch, teurer Freund, ist alle Empirie und nur die Rechnung ist gewiſs.

Fuchs. Ich bin schon wie im Paradies. (Empfiehlt sich mit vielen Verbeugungen.)

Meph. Nun, lieber Prost, kannst du hereinspazieren. Ich will dir deine Gleichung integrieren.

Prost (tritt ein).

Meph. (nimmt willkürliche Operationen an der Tafel vor, bis plötzlich die unten angegebene einfache Formel dasteht). Zunächst — das macht man einfach so — zwei Striche noch — wir schreiben r statt ϱ — so — so — da haben

wir's: $df = i\,(la)^2\,dr$. Die Variabeln sind getrennt. Das Weitere kann selbst ein Student gleich dir berauscht vom Geist des Biers. Fahr fort.

Prost (schreibt weiter). $f = ir\,(la)^2 + \text{Const.}$

Meph. Nun, die Constante ist gleich b.

Prost (schreibt). $f = ir\,(la)^2 + b$.

Meph. Schreib sie voran.

Prost (schreibt). $b + ir\,(la)^2$

Meph. Verstehst du nun? Leb wohl.

Prost. Du gehest schon? So bleib doch hier. Erkläre mir —

Meph. Es thut mir leid, hab' keine Zeit. Doch höre, welch ein holder Ton!

Chor hinter der Scene singt leise den ersten Vers von „Der Bierlala war der einzige Sohn" etc.

Meph. (während des Gesanges). Damit er mich nicht incommodiert, sei er ein wenig hypnotisiert. (Er streicht ihn.) Prost schläft ein. Meph. deckt ihn mit dem Schlafrock zu. Sobald der Gesang beendet schreibt Meph. an die Tafel:

Bierlala! Die Lösung ist da! Die Tafel weih' ich mit diesem Worte, nun soll ihm nichts mehr zu finden gelingen. Sobald er rechnet an diesem Orte, wird ihn ein höllischer Durst bezwingen. (Er streckt den Arm aus. Gesang hinter der Scene:) „Als Bierlala in ein Wirtshaus kam etc." Nach Beendigung dieses Verses erscheint der Geist Dx.

Meph. Holla, was willst du?

Dx (die Tafel fassend). Das ist mein Gebiet!

Meph. Ich habe mir den Prost gefangen.

Dx. Wenn ihr euch nicht sogleich verzieht, will ich euch Eine 'runterlangen.

Meph. Ihr seid sehr grob.

Dx. Das will ich sein. Mit solchen Teufeln redet man nicht fein. Nach Geisterrecht bist du mein Knecht.

Meph. Wieso?

Dx. Weil du dich mathematisch widersetzt, mit Absicht Rechnungsregeln hast verletzt, mit einem Wort, weil du falsch integriert.

Meph. Als ob das nicht auch sonst passiert.

Dx. Ich zwinge deinen Zauber zu vergehn. Was zur Verführung du gethan, er halte es für Traumeswahn und nur zur Warnung sei es ihm geschehn. Gerettet sei der gute Prost und an der Tafel rechne er getrost. Was er beginnt, das führe er zum Ziel! Daſs er in redlichem Calcul selbst mag das Schwierigste begleichen, weih' ich ihn ein mit diesem Zeichen. (Er berührt ihn mit dem Integralzeichen.)

Meph. Dem stärkern Zauber muſs ich weichen. Das Eine konnt' ich doch erreichen: er integriere noch so schön, der Durst wird nimmer ihm vergehn. Der Chor singt den letzten Vers: „Als Bierlala nun gestorben war etc." Während dessen weist Dx Meph. hinaus, der unter höhnischen Gebärden abgeht. Der Geist verschwindet. Prost erwacht sichtlich verkatert.

Prost. War mir's doch gerad', als säſs' ich im Verein, als hätten wir den Bierlala gesungen. Und blieb doch still zu Haus! Das ist gelungen! Sollt' ich denn hier bekneipt gewesen sein? Was wollt' ich gestern eigentlich beginnen? Ich kann mich gar nicht mehr besinnen. Zehn leere Flaschen? Hm! Ja, freilich dann — kein Wunder, wenn man nicht mehr rechnen kann. (Sieht auf die Tafel.) Bierlala! Hahaha! Ein schönes Integral! Und dazu diesen Schädel! Nein, nein, nein! Der stille Suff kann nicht gedeihlich sein. Heut war es ganz gewiſs zum letzten Mal! Ich fühl' es wohl, nur im Verein kann uns das Bier gesegnet sein, daſs man mit neugestärkter Kraft sich stürze in die Wissenschaft. Will nur ein kleines Frühschöpplein probieren — dann geh' es frisch an's Integrieren! (ab.)

Neuer Einlauf.

Rezensions-Exemplare.

Kommerell, Lehrbuch d. ebenen Geometrie, neubearb. u. erw. v. Fink. 3. Aufl. — Kommerell, Lehrbuch d. Stereometrie, neubearb. u. erw. v. Hauck. 5. Aufl. Tübingen, Laupp, 1882. — Köstler, Leitfaden d. ebenen Geometrie. 1. Heft, Kongruenz. 2. thw. umgearb. Aufl. Halle, Nebert, 1883. — Koppe, Die Stereometrie f. d. Schul- u. Selbstunterricht. 11. Aufl. Bearb. v. Dahl. Essen, Bädeker, 1883. — Prix, Elemente der darstellenden Geometrie. 1. Th. Leipzig, Teubner, 1883. — Wittstein, das mathematische Gesetz der menschlichen Sterblichkeit. 2. verm. Aufl. Hannover, Hahnsche Hofbuchhandlung, 1883. — Sumpf, Schulphysik, methodisches Lehr- und Übungsbuch für den Gebrauch beim Unterrichte an höheren Schulen, elementar bearbeitet. Hildesheim, Lax, 1883. — Langhoff, Lehrbuch d. Chemie. Vierte umgearb. Aufl. Leipzig, Denicke, 1883. — Bail, Methodischer Leitfaden für den Unterricht in der Naturgeschichte in engem Anschlusse an d. neuen Lehrpläne d. h. Schulen Preufsens. Hft. 1. Botanik. 2. verb. Aufl. Lpz., Fues' Verlag (Reisland), 1883. — Melde, Akustik. Fundamentalerscheinungen und Gesetze einfach tönender Körper. (LVI. Bd. der internat. wissensch. Bibliothek.) Leipzig, Brockhaus, 1883. — Wiedemann, Die Lehre von der Elektricität. II. Bd. Braunschweig, Vieweg u. S., 1883. — v. Konkoly, Praktische Anleitung zur Anstellung astronomischer Beobachtungen, mit besonderer Rücksicht auf die Astrophysik. Ebenda 1883. — Richter, der praktische Schulmann, Archiv f. Materialien zum Unterricht etc. XXXII. Bd. 2. Hft. Leipzig, Brandstetter, 1883.

Zeitschriften.

Zeitschr. f. d. R.-W. VIII, 3. — Central-Org. XI, 3. — Magazin f. Lehr- u. Lernmittel, ed. Schröder. VII. Jahrg. Nr. 6. — Knauer, Der Naturhistoriker, illustr. Monatsschrift für Schule u. Haus. V. Jahrg. Jan.-Febr.-Hft. Wien 1883. — Central-Organ etc. XI, 4. — Päd. Archiv XXV, 3. — Zeitschr. f. Schulgeographie IV, 4. — Zeitschr. f wissensch. Geogr. III, 5—6. — Sciense, an illustrated Journal published Weekly at Cambridge Mass. U. S. A. By Moses King.

Briefkasten.

A. Specieller.

Eingelaufene Beiträge: V. i. Br. (durch G.-R. S.) „Das sparsamste Gewichtssystem". I. M. in O. „Über periodische Dezimalbrüche". Auch Sie haben versäumt, eine kritisch-geschichtliche Einleitung zu geben. — H. i. E. Die Erweiterungen der Begriffe Zahl, Produkt, Potenz. — H. i. A. (H) „Die negative Zahl". — A. i. K. Programmschau H. — Prof. H. in Cz. „Über den Begriff der Stabilität" (Sep.-Abdr.). — D. i. Tr. Geographentag, Bericht II. — H. i. B. „Über mechanische Perspektive und Photogrammetrie". Sitzungsbericht. — K. i. Gr. „Nochmals die Multiplikation mit negativem Multiplikator." — F. i. G. Beantwortung Ihrer Fragen. — V. i. B. (W.) „Ein Versuch mit der Centrifugalmaschine". — H. i. Schn. Die Begründung des Multiplik.-Gesetzes f. negative Z. (nach Weierstrafs). — V. i. M. Referat zu Wagner, Pritzel, Frenkel. Verteidigung von Kr. contra W. — V. i. B. (Westf.) Schon im „nächsten" Heft? Sie sind ja recht gebieterisch! Die Redaktion d. Z. ist nicht in „Dresden"! Sehen Sie doch gefälligst auf den Umschlag! — W. i. R. Wir erwarten das Programmreferat für Prov. Br. bestimmt von Ihnen. Im Princip suchen wir allerdings in der Regel einen Ref. in einer Universitätsstadt. Aber

wir verschmähen auch andere Referenten nicht, da sie ja zugleich tüchtige Schulmänner sein müssen. —

Antworten: A. i. K. Ja, Sie haben Recht. Lassen wir ihn laufen. — Verein „Aquarium“ in Gotha: Ihre „Satzungen“ erhalten. Sollen veröffentlicht werden. — B. i. L. Zinseszinsformel. Soll untersucht werden. — H. i. H. Senden Sie Ihren (umgearbeiteten) ausgezeichneten Artikel; wenn nicht anders möglich, so sollen die Figuren hier reduziert werden. (Angabe des Reduktionsmafsstabes!). — K. i. Gr. Ja, es giebt auch Rezensenten, die im stolzen Gefühle ihres Mehrwissens die Rezensionsvorlage einseitig nur nach dem neuesten Standpunkte der betr. Wissenschaft beurteilen. Bis zu einem gew. Grade sind sie aber auch dazu berechtigt. — K. i. Fr. Danken für gütige Einladung; Ihre Stadt ist ein anziehender Ort, aber — zu weit! Und die Ungunst der Versammlungszeit! — Sch. i. K. - Den Herren geschieht schon Recht! Eine Biographie von Dr. G. kennen wir nicht. Warten Sie, bis er tot ist. — L. i. Gr. Behrens Mikroskopie und Bail method. Botanik sind rezensionswürdige Bücher. — C. i. Lufs. (Istrien) „Synthetische Ableitung und Fehlergleichung des Stundenwinkels“ pafst besser in eine astronomische Zeitschrift. —

B. Allgemeiner.

1. Wir bitten die Herren Mitarbeiter, denen Korrekturfahnen zur Revision zugehen, wiederholt und dringend, dieselben rasch zu erledigen und (ohne Manuskript!) an uns zurückzusenden; sonst laufen sie Gefahr, dafs der betr. Artikel sofort für's nächste Heft zurückgestellt wird.

2. Die Meisten der Herren, welche die Multiplikation mit negativem Multiplikator $[(-a)\cdot(-b)]$ behandelt haben, sagen fast nur bekannte Dinge und haben den Punkt (Angelpunkt des Streits oder, wenn man will — der Dunkelheit) nicht gesehen, auf den es ankommt.

3. Beantwortungen unserer Anfrage Nr. 2 des Briefkastens in Heft 3 liefen ein von: Wittrien-Königsberg, F. Meyer-Halle, Günther-Ansbach, Fischer-Benzon-Kiel, Weifs-Weilburg, Gouzy-Münster i. E., Schönfliefs-Colmar u. e. a. Nicht der Satz selbst, — wie es nach der verfehlten Form der Anfrage scheinen konnte — war uns unbekannt, sondern sein Entdecker. Sonach scheint Euler die Priorität zu gebühren; doch vermuten wir, dafs ihn schon De la Hire hat. Genaueres darüber werden wir später mitteilen. — Unsere beiden andern Fragen blieben unbeantwortet, nur Nr. 3 wurde gestreift. —

4. Alle diejenigen, deren Zuschriften zu beantworten wir etwa vergessen haben sollten, bitten wir, uns p. P.-K. daran zu erinnern.

5. Diejenigen Einsender, welche ihren Artikel zurück wünchen, mögen nicht unterlassen, das nötige Porto beizulegen! — Man schreibt immer noch an uns nach Hamburg oder vermutet uns in Dresden! Man wolle daher den Umschlag nachlesen! —

6. Mitteilung: Unser geschätzter langjähriger Mitarbeiter Dr. Pisko in Wien, vorm. Direktor der Realschule in Sechshaus bei Wien, hat sich nach 31jähriger Dienstzeit in's Privatleben zurückgezogen und erhielt als Auszeichnung den Titel „Regierungsrat“ (wie bereits auf dem Titelbl. ds. Ztschr. Heft 3 zu lesen ist). —

(NB. Den Briefkasten für's Aufgaben-Rep. siehe am Schlusse desselben S. 271.)

Fragekasten.

5) Von wo kann man Schieferkugeln zur Benutzung im physikal. resp. mathematischen geogr. Unterricht beziehen? Dr. L. i. G. — Antw. Von der Lehrmittelhandlung von Dietz und Zieger in Leipzig, Grimm. Steinweg und von jeder Globenhandlung. D. Red.

Einige wichtigere Abschnitte aus der mathematischen Botanik.

Von Oberlehrer Dr. F. Ludwig in Greiz.

III.*)

Nachdem wir sowohl für den äufseren wie für den inneren Aufbau des Pflanzenkörpers mathematische Gesetzmäfsigkeiten nachgewiesen haben, kommen wir zu einem der wichtigsten Kapitel der mathematischen Botanik, zur Mechanik des Pflanzenkörpers. Die wunderbaren physiologischen und biologischen Anpassungen der Pflanze (z. B. an die die Befruchtung vermittelnden und die Verbreitung des Samens bewirkenden Tiere), die so zweckmäfsig erscheinen, dafs noch ein berühmter Botaniker der Gegenwart glaubt, der Pflanze einen Vitalismus zuschreiben zu müssen, welcher sich im freien Willen und in der Intelligenz äufsert und die verschiedenen Anpassungen und Veränderungen in der organischen Welt leitet**), legen uns zuerst die Frage nahe, ob die Pflanze auch hinsichtlich der mechanischen Anforderungen, die an sie gestellt werden, jenen hohen Grad der Zweckmäfsigkeit erreicht hat, wie ihn die menschliche Intelligenz unter Heranziehung der mathematisch-

*) Man sehe Abschnitt I in Heft 3, Seite 161 u. f., Abschnitt II in Heft 4, Seite 241 u. f. Red.

**) „Die Organismen variieren, weil sie freien Willen haben und dem unorganischen Reich mangelt die Fähigkeit zu variieren, weil in ihnen eben die Lebenskraft nicht existiert. Die physikalisch-chemischen Gesetze regeln wohl die Variabilität, doch können sie den Vitalismus nicht substituieren.“ F. Delpino, Il materialismo nella Scienza. Annuario della R. Univ. di Genova 1881. — Siehe dagegen Herm. Müller, die Befruchtung der Blumen durch Insekten etc. und besonders H. Müller, Geschichte der Erklärungsversuche in Bezug auf die biologische Bedeutung der Blumenfarben. Kosmos VI. Jahrg. 1881 S. 123.

physikalischen Lehre von der Festigkeit bei Bauten, Maschinen etc. erzielt, ob etwa die mechanisch-technischen Prinzipien auch in dem Bau des komplizierten Pflanzenkörpers zum Ausdruck gelangen.

Ehe diese Frage beantwortet werden konnte, war es nötig die mechanischen Eigenschaften organischer Gebilde (Membranen, Zellen, Zellgewebe) zu untersuchen; denn dafs dieselben hinsichtlich ihrer Elasticität, Dehnbarkeit, Festigkeit etc. sich wesentlich anders verhalten müssen und teilweise anderen mathematischen Formeln gehorchen, als unorganische Stoffe, dürfte von vornherein klar sein.

Nägeli und Schwendener waren es hier wieder, welche die Bahn gebrochen haben und es unternahmen, auf mathematischer Grundlage die mechanischen Bedingungen für den Gleichgewichtszustand pflanzlicher Organe festzusetzen. Am ausführlichsten sind die grundlegenden Prinzipien in dem Abschnitt über Mikrophysik des Werkes über das Mikroskop*) entwickelt und verweisen wir auf dieses umfang- und inhaltreiche Kapitel, hier nur einige Punkte daraus herausgreifend.

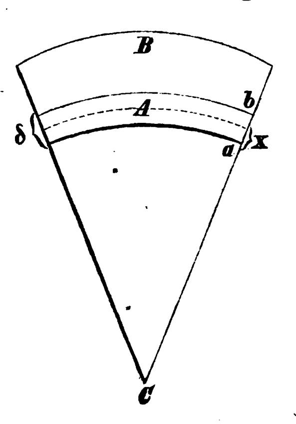
In einem besonderen Abschnitt über das Verhalten organischer Gebilde unter dem Einflufs von Kräften, welche eine Formveränderung bewirken, werden zunächst der Elasticität, der Dehnbarkeit, dem Tragvermögen und der Biegungsfestigkeit der lebenden Membranen sowie deren abweichendem Verhalten von trocknen und nicht organisierten Körpern besondere Betrachtungen gewidmet. Für die Elasticitätsverhältnisse (Elasticitätsgrenze, Elasticitätsmodul der Gewebe etc.) ergibt sich, dafs sie mit der Dehnbarkeit und Elasticität der Membranen in einem ziemlich verwickelten Zusammenhange stehen, aufserdem aber von dem hydrostatischen Druck des Zellinhaltes abhängig sind.

Besondere Schwierigkeiten bietet die Ermittelung der Bedingungen, unter welchen entgegengesetzt gespannte Gewebe, z. B. Parenchym und Cuticula, die zu einem Ganzen verbunden sind, sich im Zustande des Gleichgewichtes befinden. Beschränkt man sich auf den einfachsten Fall, dafs ein saftiges

---

*) Nägeli und Schwendener, Das Mikroskop, Leipzig 1877, II. Auflage, p. 362—465.

Gewebe von parallelepipedischer Form mit zwei opponierten Flächen an Gewebelamellen grenzt, welche die freie Ausdehnung des ersteren hemmen, wie dies bei einem viereckigen Stück, das aus einer Blattspreite ausgeschnitten ist, der Fall ist, so ist dann das saftige Gewebe um einen gewissen Bruchteil kürzer, als im isoliert gedachten Zustand und infolge dessen positiv gespannt. Die beiden Lamellen erfahren dagegen eine entsprechende Streckung, so zwar, dafs die dadurch hervorgerufene negative Spannung der positiven das Gleichgewicht hält. Diese entgegengesetzten Spannungsn geben sich bekanntlich dadurch kund, dafs eine Teilung des ganzen Komplexes in zwei symmetrische Hälften eine Krümmung dieser Hälften zur Folge hat. Es wäre von praktischem Interesse, die Krümmung für verschiedene Voraussetzungen in Betreff der Dimensionsverhältnisse, der Elasticität und Dehnbarkeit mathematisch zu bestimmen, um dann umgekehrt aus bekannten Krümmungen und Dimensionsverhältnissen Schlüsse ziehen zu können auf die Elasticität und Dehnbarkeit. Die streng mathematische Lösung dieses Problems haben Schwendener und Nägeli unter gewissen Voraussetzungen gegeben. Sie gingen dabei von der gekrümmten Gleichgewichtslage aus und suchten die Summe der Spannkräfte zu bestimmen, welche in den koncentrischen Schichten von A und B der beigegebenen Figur nach Mafsgabe ihrer Verlängerung oder Verkürzung wirksam sein können. Sei die ursprüngliche Länge von A gleich l, die Längenzunahme der innersten Schicht in Folge der Spannung $\frac{l}{n}$, der Krümmungsradius $Ca = r$ und die Dicke $ab = \delta$, dann ist die Länge einer beliebigen Schicht, deren Krümmungsradius $r + x$ beträgt, gegeben durch:



$$\frac{r+x}{l}\, l\left(1+\frac{l}{n}\right) = l + \frac{r+(n+1)x}{nr}\, l$$

Die Verlängerung beträgt also

$$\frac{r+(n+1)x}{nr}$$

Da nun die resultierende Spannung innerhalb der Elasticitätsgrenzen dieser Spannung proportional ist, so ergibt sich als algebr. Ausdruck derselben, wenn man die Dicke der Schicht mit dx bezeichnet

$$\frac{k}{nr}(r + (n+1)\,x)\,dx$$

wo k eine nur von der Dehnbarkeit des Materials abhängige Konstante bedeutet.

Läfst man nun die Variable x von $x = o$ bis $x = \delta$ zu nehmen und substituiert die successiven Werte in obige Formel, so erhält man die sämtlichen Spannungen, welche in den aufeinander folgenden Schichten wirksam sind. Die Summe dieser Spannungen ist aber gegeben durch das Integral

$$\frac{k}{nr}\int_0^{\delta}(r + (n+1)\,x)\,dx = \frac{k}{nr}\left\{r\delta + \frac{(n+1)}{2}\,\delta^2\right\}$$

Ganz ebenso erhält man die Summe der positiven Spannungen in B, wenn die Verkürzung der äufsersten Schicht $\frac{1}{n}$ der ursprünglichen Länge, R der Krümmungsradius derselben ist und die übrigen Gröfsen durch blofse Indices von den früheren unterschieden sind, durch das Integral

$$\frac{k_1}{n_1 R}\int_0^{\delta_1}(R + (n_1+1)\,y)\,dy = \frac{k_1}{n_1 R}\left\{R\delta_1 + \frac{n_1-1}{2}\delta^2\right\};$$

Die Gleichsetzung der zweiten Glieder gibt

$$\frac{k}{nr}\left(r\delta + \frac{n+1}{2}\,\delta^2\right) = \frac{k_1}{n_1 R}\left(R\delta^1 + \frac{n_1-1}{2}\,\delta_1^{\,2}\right)$$

in welche Gleichung man nur die nötigen Data zu substituieren braucht, um die übrigen zu bestimmen. Sind z. B. r, δ, δ_1 bekannt und $k = k_1$, so läfst sich bei gegebener ursprünglicher Länge der Parallelepipeda sowol das Verhältnis $n : n$, als auch die Lage der neutralen Axe berechnen. Die nach obiger Formel berechneten Beispiele stimmen in ihren Resultaten mit den durch Raisonnement gefundenen überein.

Will man den Widerstand, den ein Gewebe einer seitlichen Ausbiegung entgegensetzt zur Bestimmung seiner Elasticitätsverhältnisse benutzen oder umgekehrt jenen aus diesen ableiten,

so kann dies nur auf Grund der Beziehungen geschehen, welche die Mechanik zwischen Elasticität und Dehnbarkeit der Substanz einerseits und der Biegungsgröfse bei gegebener Form und Belastung des Körpers andrerseits festgestellt hat. So ergibt sich z. B. für die mechanischen Zellen von *Molinia coerulea* aus dem bekannten Tragmodul von 22 Kilo (per qmm) und der Verlängerung in Folge der Belastung von 11‰ der Elasticitätsmodul gleich 2000 Kg-Mm etc. — Die Berechnung der Mafse der Biegungsmomente für bestimmte Trägerformen (Cylinder, Hohlcylinder, rechteckige Balken: $\frac{Fr^2}{4}$, $\frac{Fr^2 + r_1^2}{4}$, $\frac{Fh^2}{12}$) ergibt die bekannten Beziehungen, dafs hohle Träger und *T* Träger bei gleichem Querschnitt einen höheren Grad der Biegungsfestigkeit geben als solide oder parallelepipedische etc.

Ebenso werden auf Grund der bekannten Elasticitäts- und Dimensionsverhältnisse die Formänderungen eines Organs unter dem Einflufs des hydrostatischen Druckes bestimmt. Es ergeben sich bezüglich Inanspruchnahme der Wandung einer safterfüllten Zelle vom Radius r, der Wanddicke d, bei einem vom Zellsaft ausgehenden Druck von n Atmosphären z. B. für den tangentialen Zug bei der cylindrischen Zelle $\frac{rpn}{d} + 10{,}3275\, g$ per qmm, bei der kugelförmigen Zelle ist derselbe halb so grofs. Entsprechend kann der radiale Druck aus dem tangentialen, der longitudinale aus dem hydrostatischen Druck direkt berechnet werden und umgekehrt.

Hat man z. B. die gesamte Querschnittsfläche eines Systems cylindrischer oder prismatischer Zellen gleich 0,066 qmm, den Zellradius im Mittel gleich 0,007 mm und den Querschnitt der Wandungen gleich 0,02 qmm gefunden und hat man den thatsächlich vorhandenen longitudinalen Zug, oder was dasselbe ist, die demselben das Gleichgewicht haltende Kraft auf experimentellem Wege zu 1,5 g für den ganzen Querschnitt bestimmt und dabei eine Verlängerung von 10% beobachtet*), so gibt dies pro qmm Membransubstanz eine Belastung von $\frac{1{,}5}{0{,}02} = 75$ g, und es wird der Elasticitätsmodul

$$E = \frac{1{,}5 \,.\, 100}{0{,}066 \,.\, 10} = 227 \text{ G-Mm.}$$

*) Vgl. Pfeffer physiol. Unters. p. 119.

Der hydrostat. Druck ist dabei

$$\frac{1,5}{0,066 . 10,3275} = 2,2 \text{ Atmosphären.}$$

Indem wir uns hier auf diese wenigen Punkte aus der Zellenmechanik beschränken, kommen wir zur Antwort auf die anfangs gestellte Frage, die völlig im bejahenden Sinne ausfällt.

Schwendener hat das grofse Verdienst, nachgewiesen zu haben*), dafs, was vordem niemand erkannt, in den Pflanzen neben dem ernährungs-physiologischen ein zusammenhängendes mechanisches System vorhanden ist, welches dem bei den Tieren vorhandenen Skelett völlig vergleichbar ist, und dem Pflanzenkörper die erforderliche Festigkeit in allen seinen Teilen verleiht. Derselbe bezeichnet die als Skelett fungierenden specifischen mechanischen Dauergewebe der Pflanzen als Stereom, ihre zelligen Elemente, die z. T. im Tragvermögen dem des Schmiedeeisens gleichkommen, als Stereïden. Es sind namentlich die gestreckt prosenchymatischen Formen mit starker Wandverdickung — die Bast- und Holzzellen**), welche lufthaltig sind, und, bei noch im Wachstum begriffenen Gewebe, die safthaltigen Collenchymzellen (mit einem hydrostatischen Druck bis zu 12 Atmosphären).

Bei allen Verschiedenheiten der Inanspruchnahme richten sich die Formverhältnisse dieses mechanischen Systems streng nach den Grundsätzen der Mechanik, d. h. die erforderliche Festigkeit wird in der Pflanze mit möglichst geringem Materialaufwand erzielt und der Bau des Skelettes stimmt in allen Beziehungen mit den rationellen Konstruktionen der neueren Technik überein. Die „Festigkeitslehre"***), welche nunmehr ein unumgängliches Kapitel der Botanik bilden mufs, kann nicht umhin, mit den ersten Grundsätzen der Ingenieurwissenschaften zu be-

*) Schwendener, das mechanische Prinzip im anatomischen Bau der Monocotylen. Leipzig 1874. Engelmann.

**) Bezüglich der auf seiner Festigkeit beruhenden praktischen Verwendung des Stereoms sei an das Holz (eisenharte z. T. wie Gufseisen klingende Hölzer liefern verschiedene Bäume, z. B. der geradezu sogenannte Eisenholzbaum, *Nania vera*), an den Bast, die Leinwand, die Hanftaue erinnert. (Cf. Potonié Kosmos 1882, Heft 3, p. 197.).

***) Schwendener, „über die Festigkeit der Gewächse" in den würtembergischen naturw. Jahresheften. Stuttgart 1878. 34. Jahrg. u. a. Schriften.

ginnen und sie wird am besten thun, wenn sie die technischen Ausdrücke aus dieser herübernimmt (Zug- und Druckgurtung, *T* träger etc. etc.)

Schwendener war zunächst von den Monokotyledonen ausgegangen, doch haben seine Schüler den von ihm begonnenen Bau weiter ausgeführt.*) Zur Veranschaulichung des Gesagten dienen folgende Beispiele.

1) Biegungsfeste Systeme (von Hohlcylinder ähnl. Form, peripherische Pfosten oder *T*-Träger). Die glatte Röhre findet sich bei den *Gramineen* und einzelnen *Cyperaceen*, ein System einfacher peripherischer Pfosten bei den *Aroideen*, komplicierter gebaute Träger bei vielen *Cyperaceen*, zwei ineinander geschobene Hohlcylinder, von denen der äufsere aus Kollenchym, der innere aus Bast besteht, bei manchen Dicotylen etc.**) Bei den vorwiegend in Richtung der Schwerkraft in Anspruch genommenen Blättern und Blattstielen sind danach die Stereïden blofs in Bezug auf oben und unten peripherisch gestellt.***)

Zugfeste Systeme.†) (Querschnittsform gleichgiltig, aber centripetale Tendenz der mechanischen Zellen. Querschnittsgröfse mafsgebend): Centrale Fibrovasalmasse der Wurzeln und submersen Stammorgane etc. Zugfest sind auch die Schlingpflanzen, doch brauchen sie, bevor sie eine Stütze gefunden, die Biegungsfestigkeit und sind dementsprechend gebaut etc.

---

*) Vor allen Potonié: Über das Skelett der Pflanzen. Sammlung gemeinverständl. wissenschaftl. Vorträge von Virchow u. Holtzendorff Heft 382, sowie Potonié, Über das mechanische Gewebesystem der Pflanzen. Kosmos 1882 VI, Heft 3 p. 172. Ferner: Ambronn: Über die Entwicklungsgeschichte und die mechanischen Eigenschaften des Kollenchyms. Pringsheims Jahrbücher für wissensch. Bot. Bd. XII, 1881, p. 473—541. Giltay, Einiges über d. Kollenchym. Bot. Ztg. 1881. G. Haberlandt, die Entwicklungsgeschichte des — mechanischen Gewebesystems der Pflanzen. Leipzig 1879. M. Westermaier, „Beiträge zur Kenntnis d. mech. Gewebesystems als Familiencharakter“ in den Monatsber. der kgl. Akad. d. Wiss. zu Berlin 1881. Jan. 62—69. Nov. p. 1051—1064 etc.

**) S. auch Potonié über d. mech. Gewebesyst. l. c.: Skelettformen in allseitig biegungsfesten Organen. 5. Mechanisches System in den biegungsfesten Organen der in die Dicke wachsenden Gewächse p. 178—188.

***) l. c. p. 189—192: Skelettformen in einseitig biegungsfesten Organen.

†) Cf. l. c. p. 192—195: Das Stereom in zugfesten Organen.

Druckfeste Systeme.*) Eine der zweckmäfsigsten Konstruktionsformen gegen longitudinalen wie gegen radialen Druck ist die hohle Säule oder Röhre. Dieselbe findet sich als aufrechte Strebe, z. B. in den Stützwurzeln von *Pandanus*, als liegende Röhre in den Wurzelzellen und Rhizomen mancher wasserliebender Pflanzen, z. B. *Carex*, wo sie offenbar den Zweck haben, die grofsen *luft*führenden Kanäle zu schützen; ferner in verschiedener Stellung, z. B. bei den *Lycopodiaceen* als Umhüllung der centralen Gefäfsbündel, beziehungsweise des angrenzenden Hohlraums etc.

4) Schubfeste Systeme, welche den scheerenden Kräften (des Windes) Widerstand leisten sollen, kommen gleichfalls nicht selten vor. So hat Sachs besonders bezüglich des Blattskeletts einen derartigen Zweck erkannt.**)

Die Nervatur der Blätter hat neben der physiologischen Aufgabe, dem assimilierenden, chlorophyllhaltigen Mesophyll (Blattfleisch) das mit Nährstoffen beladene Wasser zuzuleiten und einen Teil der Assimilationsprodukte in die Sprossaxe zurückzuführen, noch den doppelten mechanischen Zweck, einmal — ähnlich wie die Speichen eines Regenschirms, — die sehr dünne Gewebeschicht straff ausgebreitet dem Lichte darzubieten, dann aber das Blatt vor der scheerenden Wirkung des Windes, vor dem Zerreifsen zu schützen. Es ist dieser letztere Zweck nicht bei allen Blättern zu erkennen, wie z. B. bei den *Bananen*, *Strelitzien* etc., deren bis 6 m breiten und bis 1 m langen Blätter in unserem rauhen Klima regelmäfsig wie ein ungesäumter Lappen zerfetzt und zerrissen werden; doch ist die Mehrzahl der Laubblätter durch den besonderen Verlauf der Nerven merkwürdig zweckmäfsig gegen die scheerende Wirkung des Windes geschützt. Sachs bemerkt darüber: „Diese Betrachtungen lehren zugleich, wie fruchtbar jede aus dem Kausalitätsprinzip entspringende Auffassung der organischen Formen ist, gegenüber der blofs formalen Vergleichung derselben. Im Sinne der letzteren hatte Ettingshausen Tausende von Blattnervaturen beschrieben, ohne zu irgend einem erheblichen Ergebnis zu gelangen, während unser einfaches Prinzip, wonach die Blatt-

*) Cf. l. c. p. 195: 9. Druckfeste Konstr.

**) Sachs, Vorlesungen über Pflanzenphysiologie I, p. 58 ff.

nervaturen einerseits die Zu- und Abfuhr der Nährstoffe bezweckt, andrerseits die mechanische Aufgabe erfüllt, die *Lamina* straff ausgebreitet zu erhalten und sie vor Zerreissungen zu schützen, eine ganz klare Einsicht in die hier herrschende Mannigfaltigkeit der Formen gewährt".*)

Auch bezüglich der Wirkung des hydrostatischen Druckes hat Schwendener durch Anwendung der theoretisch abgeleiteten Formeln wichtige Entdeckungen gemacht**) über den Bau und die Mechanik der Spaltöffnungen der Pflanzen.

Der Bau der Spaltöffnungen erscheint darnach völlig den Bewegungserscheinungen angepafst, welche das Öffnen und Schliefsen derselben herbeiführen.

Die Bedeutung der einzelnen Teile der Stomata, die Einrichtungen, welche die Beweglichkeit bedingen („das Hautgelenk der Spaltöffnungen") die Art der Bewegung der Spaltöffnungsapparate und die Abhängigkeit der Bewegungs-Erscheinungen vom hydrostatischen Druck der Schliefszellen etc. können wir hier nicht näher erörtern, wenn wir uns nicht zu sehr in das botanische Detail einlassen wollen.***)

Ebenso übergehen wir die von Nägeli und Schwendener abgeleiteten mathematischen Beziehungen und Formeln für die Torsionserscheinungen (Krümmung, Drehung, Winden), wie sie im Pflanzenreiche häufig vorkommen†). Auch hier lassen sich praktische Anwendungen in Fülle machen, z. B. bezüglich der Dehnungserscheinungen der Grannen von *Avena*

---

*) Wir wollen hier darauf aufmerksam machen, dafs es sich für den bot. Unterricht empfiehlt, anstatt der Abbildungen etc. bei Behandlung der Blattform und Blattnervatur von den Schülern selbst angefertigte Naturselbstdrucke (des mit einem Gemisch von Öl und Lampenrufs dünn bestrichenen Blattes) zu Grunde zu legen.

**) S. Schwendener: Über Bau und Mechanik der Spaltöffnungen. Monatsber. d. kgl. Akad. der Wiss. Berlin 1881 Juli, p. 833—867 m. 1 Taf. S. auch Bot. Ver. d. Prov. Brandenburg. 1881, p. 72

***) Hier ist auch noch eine recht lesenswerte Abhandlung von E. Detlefsen einzuschalten: Versuch einer mechanischen Erklärung des excentrischen Dickenwachstums verholzter Axen und Wurzeln. Michaelisprogramm der grofsen Stadtschule zu Wismar. 1881. Ein Ref. darüber s. Bot. Centralbl. 1881. VIII. 258.

†) Das Mikroskop, p. 414 ff.

sterilis, der Fruchtschnäbel von *Erodium* und anderer Früchte, „welche sich selbst begraben", bezüglich der schlängelnden Bewegung schraubenförmiger Körper (*Spirillum* etc.), bezüglich der Drehung der Stämme, des Windens der Stengel etc. etc. Es steht hier der praktischen Anwendung der Mathematik noch ein weites Feld offen (so sind die autodynamischen Aussäuungseinrichtungen, z. B. bei *Geraniaceen*, bei *Collomia* etc. etc.*), vom mechan. Standpunkt aus noch sehr wenig untersucht). Einiges ist allerdings auch in diesem Gebiete erreicht.**)

Zum Schlufs sei noch darauf hingewiesen, dafs z. B. auch bei Beurteilung der Vorgänge, die man als das Saftsteigen zusammenfafst, vor allem die Frage zu erörtern ist, was die bekannten hier in Betracht kommenden physikalischen Kräfte zu leisten vermögen. Die diesbezüglichen theoret. Erörterungen finden sich gleichfalls in dem öfter citierten Werk über das Mikroskop p. 378 ff.

IV.

(Schluss).

Es kann hier nicht unsere Aufgabe sein, die mannigfachen mathematischen Untersuchungen, die bei dem Studium der Pflanze Verwendung gefunden haben und noch verwendet werden, auch nur einigermafsen erschöpfend darstellen zu wollen; wir führen daher nur noch zwei neuerdings sehr in Aufnahme gekommene Kapitel der Botanik an, bei denen eine auf Frfolg rechnende Behandlungsweise mathematischer Voruntersuchungen nicht entrathen kann: die Phytophänologie und die Lehre von den kleinsten Organismen, den Bakterien. Bezüglich der ersteren hat zwar von Öttingen***) vom mathematischen Standpunkte aus die

*) Cf. Hildebrand, die Verbreitungsmittel der Pflanzen. 1873. — Zahlreiche kleinere Arbeiten anderer Forscher, z. B. in d. Bot. Ztg., Kosmos etc.

**) S. z. B. Schwendener, Über das Winden der Pflanzen. Monatsber. d. Kgl. Akad. d. Wiss. Berlin 1881. Dec. p. 1077—1112. Mit 1 Tf. — Henning, Über die Drehung der Baumstämme als Stabilitätsprincip. Österr. bot. Zeitschr. 1881 Nr. 7.

***) Von Öttingen, Zur Phaenologie der Dorpater Lignosen, 1879.

bisherigen Bemühungen zur Auffindung eines einfachen Ausdruckes für die Beziehungen der Temperatur zu den Vegetationszeiten und Vegetationsleistungen einer eingehenden Kritik unterworfen und gezeigt, dafs sie innerhalb gewisser Grenzen ihre Berechtigung haben (z. B. die Benutzung der „nützlichen Temperaturen“ im Sinne De Candolles) und Hoffmann*) glaubt einen für die einzelnen Jahre konstanten thermometrischen Wert für bestimmte Phasen der Vegetation dadurch gewonnen zu haben, dafs er die Summe der täglichen Temperaturmaxima vom 1. Januar (der Zeit der tiefsten Winterruhe) ab bis zum Eintritt jener Phase bildet;**) indessen glauben wir doch, dafs noch eingehendere mathematische Studien nötig sind, um jenen für die Meteorologie wie für die Botanik gleich wichtigen Untersuchungen***) ein festeres Fundament zu geben.

Bezüglich der kleinsten Organismen hatte man so lange verkehrte Anschauungen über die Verbreitung und Bewegung, z. B. der das Krankheitskontagium bildenden Spaltpilze in Boden; Wasser und Luft und über ihren Übergang aus dem einen ins andere Medium, bis Nägeli zunächst durch Experimente†), dann aber auf mathematisch-physikalischem Wege††) die betreffenden Verhältnisse klarlegte.

Auf mathematischem Wege hat Nägeli schliefslich auch die Vermehrungsfähigkeit der Spaltpilze (aus welcher sich auf die Wirkung schliefsen läfst) gefunden, die durch die Zeit

*) H. Hoffmann, Zur Lehre von den thermischen Konstanten der Vegetation. Bot. Zeitung. 1880. p. 465. Hoffmann, thermische Vegetationskonstanten. Zeitschr. d. östr. Ges. f. Meteorol. 1881. Bd. XVI, p. 330 ff.

**) Bei *Lilium candidum* tritt z. B. die Blüte erst ein, wenn die Summe der Temperaturmaxima auf 2823° R. angelaufen ist. (Die Genauigkeit, mit der diese Zahl an verschiedenen Orten beobachtet wurde — in Gera 2827°, in Giefsen 2834°, in Frankfurt 2813° — spricht allerdings zu Gunsten der Hoffmannschen Methode.)

***) Vgl. z. B. Cohn, Die Pflanze 1882: Der Pflanzenkalender; Drude, Anleitung zu phytophänologischen Beobachtungen in der Flora in Sachsen. Sep. aus Isis Jahrg. 1881. Jan.—Juni. 24 Seiten.

†) C. v. Nägeli. Die niederen Pilze in ihren Beziehungen zu den Infektionskrankheiten und der Gesundheitspflege. München 1877.

††) C. v. Nägeli, Über die Bewegungen kleinster Körperchen. Untersuch. üb. niedere Pilze aus d. pflanzenphysiol. Institut. München Bd. I, 1882, p. 76—128.

gegeben ist, welche für einmalige Teilung, also für die Lebensdauer einer Zelle oder einer Generation (einen eigentlichen natürlichen Tod gibt es ja für diese „unsterblichen“ Organismen nicht) erforderlich ist. Da Einzelkultur der Schizomyceten unter dem Mikroskop unmöglich ist, so hat N. folgenden Weg eingeschlagen, die Lebensdauer aus der Wirkung der Pilze auf das Substrat zu bestimmen.*)

Die Spaltpilze führen z. B. den Milchzucker in Milchsäure über; ist die Lösung anfänglich durch Lakmus blau gefärbt, so wird sie nach einiger Zeit infolge der Säurebildung rot. „Wenn man in mehreren Gläsern ursprünglich eine gleiche Menge der nämlichen Lösung hatte, so läfst sich für jedes durch den Farbenton der Zeitpunkt sehr genau bestimmen, wann eine gewisse Säuremenge erzeugt worden ist. Dazu bedarf es in jedem Glase der nämlichen Menge von Zellen und da jede Zelle eine zeitlang lebt und dann sich in zwei teilt, so mufs in einem Glase die bestimmte Wirkung um so später eintreten, je kleiner die ursprüngliche Zahl von Zellen war. Die endliche Wirkung ist also die Summe der Wirkungen auf alle einander folgenden Generationen. Unter gewissen Umständen (wenn nämlich verhältnismäfsig nur wenig Säure gebildet werden mufs, bis die gewünschte Wirkung eintritt) läfst sich annehmen, dafs der Zeitraum von einer Teilung bis zur nächstfolgenden in den ersten und letzten Generationen nahezu gleich sei.“

N. macht darauf fufsend eine Reihe von Gläsern mit derselben Nährlösung frei von lebenden Keimen (durch Erhitzen). Von einer bestimmten spaltpilzhaltigen Flüfsigkeit wird in das erste Glas etwa 0,1 ccm gegossen, dann wird jene Flüfsigkeit mit ausgekochtem Wasser auf die zehnfache Verdünnung gebracht und davon wieder 0,1 in das zweite Glas gebracht und so fort. Sind dann im ersten Glas x Zellen, so befinden sich in den folgenden Gläsern: $\frac{x}{10}, \frac{x}{100}, \frac{x}{1000}$ etc. In jedem Glas kommt die zu beobachtende Wirkung zustande, wenn die Summe der in den successiven Generationen thätigen Zellen die Zahl y erreicht hat, es ist dann

---

*) Das Mikroskrop. p. 645.

$$\text{für Glas} \quad \mathrm{I}: y = x\,(1 + 2 + 2^2 + \dots 2^m) \tag{1}$$

$$\mathrm{II}: y = \frac{x}{10}\,(1 + 2 + 2^2 + \dots 2^n) \tag{2}$$

$$\mathrm{III}: y = \frac{x}{100}\,(1 + 2 + 2^2 + \dots 2^p) \tag{3}$$

die betr. Zeit sei resp. t_1, t_2, t_3. Die Lebensdauer der Generationen, deren bezügl. $m + 1$, $n + 1$, $p + 1$ vorhanden sind, ist dann

$$\frac{t_1}{m+1}, \ \frac{t_2}{n+1}, \ \frac{t_3}{p+1}$$

und es mufs $\frac{t_1}{m+1} = \frac{t_2}{n+1} = \frac{t_3}{p+1}$ werden. (4)

Daraus folgt, den Gläsern I und II entsprechend,

$$(n + 1)\,t_1 = (m + 1)\,t_2, \quad n = \frac{(m+1)}{t_1}\,t_2 - 1. \tag{5}$$

Wird dies in (2) substituiert und die rechte Seite von (1) der von (2) gleichgesetzt, so folgt:

$$1 + 2 + 2^2 + \dots 2^m = \frac{1}{10}\left\{1 + 2 + 2^2 + \dots 2^{\frac{(m+1)\,t_2}{t_1} - 1}\right\}$$

oder

$$\frac{2^{(m+1)\frac{t_2}{t_1}} - 1}{2^{(m+1)} - 1} = 10. \tag{6}$$

Für den Fall, dafs die Zahl der Generationen nicht allzu klein ist, kann die 1 im Zähler und Nenner vernachläfsigt werden, dann ist

$$2^{(m+1)\left(\frac{t_2}{t_1} - 1\right)} = 10. \tag{7}$$

In einem bestimmten Falle war $t_1 = 18$, $t_2 = 30$, $t_3 = 42$ Stunden, also Gl. (7):

$$2^{\frac{2}{3}(m+1)} = 10, \text{ woraus}$$

$$m + 1 = \frac{3}{2 \log 2} = 4{,}98 \text{ oder rund } 5;$$

$$\text{aus Gl. (5) folgt } n = \frac{5 \,.\, 5}{3} - 1 = 7^1/_3.$$

Die Lebensdauer der einzelnen Generationen ist daher

$$\frac{t_1}{m+1} = \frac{18}{5} = 3{,}60 \text{ oder } \frac{t_2}{n+1} = \frac{30}{8^1/_3} = 3{,}60 \text{ Stunden.}$$

Zur Kontrolle kann die Berechnung auch für Glas I und III oder II und III ausgeführt werden. Die Vergl. von I und III

gibt eine Lebensdauer von 3,63 Stunden. Die genaue Übereinstimmung beider Resultate zeigt die Richtigkeit des Verfahrens.

So sehen wird denn, dafs die mathematische Botanik bereits eine Reihe hübscher und wichtiger Resultate aufzuweisen hat. Mögen dieselben in Zukunft den botanischen Unterricht noch fruchtbringender machen, als er es bis jetzt schon gewesen und mögen sie ferner auch Anregung geben zu weiteren tüchtigen Forschungen und Arbeiten der Botaniker und der Mathematiker.

Kleinere Mitteilungen.

Sprech- und Diskussionssaal.

Randbemerkungen

zu den redaktionellen Anmerkungen in der Besprechung von „Treutleins Übungsbuch etc.“ XIV, 107/8.

Von Schmitz in Neuburg a/D.

1) Zu Seite 107, zum Fragezeichen der Redaktion in der Anmerkung:

$914 - 8 \times 98 = 130$ wird gewöhnlich gesprochen: 8 × 8 ist 64 **und** 0 **ist** 64; 8 × 9 ist 72 und 6 ist 78 **und** 13 **ist** 91; der Vorschlag des Referenten aber ist, zu sprechen:

8 × 8 ist 64 **von** 64 **bleibt** 0; 8 × 9 ist 72 und 6 ist 78 **von** 91 **bleibt** 13; letzteres ist um keine Silbe länger als ersteres und dürfte aus den in obiger Besprechung angeführten Gründen vorzuziehen sein.

2) Zu Seite 108, (Anmerkung der Redaktion):

Unter ganzen Zahlen versteht hier der Referent auch solche, welche Nullen am Ende haben; die dafür gegebene Regel 3., ist in 1.,*) nicht enthalten; dieselbe findet z. B. Anwendung bei folgenden Multiplikationen

a) 140,5 × 14,17

1417,	Wir haben links (im ersten Teilprodukt)
567	den Faktor 100, rechts zwei Decimalen;
7	daher hat das Produkt keine Decimalen.
= 1991	

b) 14,05 × 1,415 = 19,91

Hier hat der eine Faktor des ersten Teilprodukts eine Null, der zweite Faktor hat drei Decimalen, das Produkt zwei Decimalen.

c) 140,5 × 141,5 = 19910

Hier hat der eine Faktor des ersten Teilproduktes zwei Nullen; der andere Faktor eine Decimale; das Produkt eine Null, selbstverständlich bedeutet die Null nur, daſs die Einheiten des Produktes nicht genau bestimmt sind.

---

*) Das haben wir auch nicht behauptet. Man sehe unsere Erwiderung No. 2. Red.

Erwiderung der Redaktion

auf die Bemerkungen des Herrn Schmitz.

Ad 1) Aus der Anmerkung des Herrn Schmitz S. 108 („Auch in der kurzen Division .... kann man ebenso schnell „abziehen", wie „aufzählen") geht hervor, dafs er das Aufzählen (Ergänzen) für nicht leichter und bequemer hält, als das Abziehen; und doch ist schon die instinktmäfsige Anwendung dieses Rechnungsverfahrens seitens des nicht mathematisch gebildeten Publikums (Ladenmädchen, Kellner) ein deutlicher Fingerzeig auf diese Leichtigkeit. Es ist doch auch hinreichend bekannt, dafs wir alle rascher vorwärts als rückwärts zählen (gerade wie beim Gehen). Wenn man also, um bei dem Beispiele des Herrn S. stehen zu bleiben, 91 — 78 berechnen soll, so müsste man logischerweise von 91 eine Reihe von 78 Einheiten ab- oder rückwärts zählen; nur dann hat das „bleibt" (= bleibt übrig) einen Sinn. Zählt man aber aufwärts, um 91 zu ergänzen, so darf man logischerweise nur sagen: „78 und 13 (dazu) ist (giebt) 91". Das „bleibt" ist hier nach unserm Gefühl unnatürlich und denkwidrig. Was aber die „Kürze" des Ausdrucks betrifft, so sind allerdings die Worte „78 von 91 bleibt 13" um keine Silbe länger, als jene „78 und 13 giebt 91". Aber, Herr S., kommt es denn beim Rechnen auf die Zahl der Silben und nicht vielmehr auf die Stärke und Logik der Gedankenarbeit an?

Schauen wir uns nun noch um in der Lehrpraxis! In Wien (und wohl auch in ganz Österreich) würde ein Lehrer von den Schülern ausgelacht werden, wenn er mit „bleibt" rechnete; auch an den Berliner „Vorschulen" der höhern Lehranstalten ist diese Art der Subtraktion, gegen welche sich anfangs die Elementarlehrer sehr gesträubt haben, (durch die Bemühungen des Herrn Dr. Kallius) jetzt gebräuchlich. Man darf doch sicherlich bei den Berlinern Vorliebe für Wienerisches oder Österreichisches nicht erwarten. Aber es zeugt immerhin von Unparteilichkeit und Gerechtigkeitsgefühl der Berliner Schulmänner, wenn sie das Wahre und Richtige, wo sie es auch finden, anerkennen und annehmen.

Ad 2) Wir haben (S. 108 Anm.) nicht gesagt, dafs Herrn S.'s Regel No. 3) in 1) enthalten, sondern dafs die Regel No. 2) auch für den Fall anwendbar sei, dafs der eine Faktor ganzzahlig ist. Die sogen. „abgekürzte" Decimalrechnung, die Herr S. vorzugsweise im Auge hat, haben wir dabei gar nicht berührt. Hiermit schon erledigt sich Herrn S.'s Einwurf. Wir wollen aber zur Erläuterung noch etwas hinzufügen:

Herr S. sagt wörtlich a. a. O.: „in keinem Rechenbuche, und auch in diesem nicht, hat Referent eine Regel gefunden über die Bestimmung des Dezimalzeichens bei der Multiplikation eines Dezi-

malbruchs mit einer ganzen Zahl."*) Da er diesen Satz so nackt hinstellt und nicht ausdrücklich hinzufügt, dafs er die „abgekürzte" Multiplikation mit Dezimalbrüchen im Sinne habe, so halten wir unsere Frage in der Anmerkung (S. 108) auch jetzt noch für berechtigt. Daran ändert auch nichts der darauf folgende Satz: „und doch fände namentlich bei der Multiplikation unvollständiger Zahlen diese Regel sehr häufig Anwendung und würde zu einer Abkürzung der langen (?) Regeln über das Abstreichen der Dezimalen führen." Denn erstens verstehen wir den Ausdruck „unvollständige Zahlen" nicht (wir meinen „unvollständige Dezimalbrüche") und zweitens scheint uns in diesem Satze ein ganz andrer Gedanke enthalten zu sein, da ja die Methoden für ungekürzte (vollständige) und gekürzte (unvollständige) Multiplikation ganz verschieden sind.

Die allgemeine Regel, nach welcher man zwei Dezimalbrüche (mit bezw. m und n Dezimalen) multipliziert ohne Rücksicht auf das Einerzeichen (wie ganze Zahlen) und dann im Produkt so viele Dezimalen von rechts nach links abschneidet, als beide Faktoren zusammengenommen haben $(m+n)$ — eine Regel, deren sich seit Jahrhunderten die gröfsten Mathematiker, Astronomen und Physiker bedienen und die jetzt schon jeder Quartaner kennt, — schliefst sie denn nicht den Fall als Spezialfall in sich, wo der eine Faktor keine $(=0)$ Dezimalen hat d. h. ganzzahlig ist? (Ja, sogar den Fall, wo beide Faktoren ganze Zahlen sind, als Grenzfall!). Man wird sich vergeblich bemühen, diese wirklich praktische Regel, wie manche Neuerer jetzt versuchen, über Bord zu werfen. Die andere Regel aber, nach welcher man das Einerzeichen sofort im ersten Teilprodukte bestimmt, beruht auf einem ganz andern Gedanken. Hier nämlich wird die Einerstelle, von der ja die Ganzen und die Klassen der Dezimalen abhängen, bestimmt mit Hilfe des Ranges der höchsten Stelle des Multiplikators, von der aus man ja auch deshalb die Multiplikation beginnt, und diese Methode ist ganz besonders zweckmäfsig für die „gekürzte" Multiplikation. Bei jener (gewöhnlichen) Methode aber wird die letzte (niedrigste) Stelle des Produkts durch die niedrigsten Stellen der Faktoren bedingt. Diese beiden Methoden gehen also von sehr verschiedenen Gedanken oder Punkten aus, um zu demselben Ziele zu gelangen. Der letztere Weg ist nun aber unbrauchbar für die gekürzte Multiplikation, da man nicht Dezimalen abschneiden kann, die man nicht hat; für sie ist vielmehr die andere Methode anzuwenden. Ob Herrn S. der Versuch diese (ältere) Regel auch für die „gekürzte" Multiplikation klar und praktisch zu machen, geglückt ist, das wollen wir einstweilen dem Urteile der Leser anheimgeben. Nur das Eine sei noch

*) Wir erinnern uns jedoch, dafs hierauf Bezügliches nicht selten in dieser Zeitschrift gelegentlich der Rezensionen arithmetischer Lehrbücher z. B. von Schwarz und Scherling eingehend erörtert worden ist.

bemerkt, dafs wohl alle Mathematiklehrer unter „ganzen“ Zahlen auch solche mit Nullen am Ende (i. d. niedrigsten Stelle) verstehen. Der geschickte Rechner aber, welcher die gebotenen Vorteile beim Rechnen ausnützt, wird hier mittelst Zerfällen des Multiplikators rechnen z. B. 498,3572 $\times$ 3600 (= 1000 . 36 d. i. 498357,2 . 36; der Faktor 36 aber = 6 . 6 u. s. w.)

Das Subtrahieren in der „kurzen Division“.

Zu XIV, 107. (Vgl. II, 512 und IV, 123.)

Von Dir. Dr. Kober.

Beim Subtrahieren zu sagen 3 **und** 5 ist 8 statt 3 von 8 bleibt 5, ist in der „kurzen Division“ allerdings vorteilhafter, weil die „zu merkende“ Ziffer zuletzt genannt wird. Z. B. bei 812 : 179 zu sagen 36 **und** 6 ist 42 (statt 36 **von** 42 bleibt 6) und 4 $\times$ 7 (+ 4) = 32 **und** 9 ist 41, hat den Vorteil, dafs die 40 beim Weiterrechnen noch im Ohr klingt und nicht so leicht vergessen werden kann.

Noch klarer ist der Vorteil, wenn die Summe mehrerer Posten zu subtrahieren ist, wie etwa, wenn man aus zwei Dreieckswinkeln den dritten berechnen will, oder in der Ausziehung der Kubikwurzel z. B.

$$\sqrt[3]{7342} = 19{,}4$$

63
27
243
729
483

Hier sagt man 9 und 3 ist 12, 6 und 8 ist 14, 19 und 4 ist 23, 6 und 0 ist 6; wollte man sagen 19 von 23 bleibt 4, so müfste man doppelt (oder mehrfach) „borgen“.

Über das Decimalzeichen.

Zu XIII, 338.

Von demselben.

Die Einwendungen gegen das Komma als Decimalzeichen erledigen sich sofort, sobald man die Bruchstellen mit kleineren Ziffern schreibt z. B. 47,283. Dann kann es auch nicht vorkommen (wie einst in Wien), dafs statt 17,245 fl. 17245 fl. gezahlt werden. Der Punkt kann beim Drucken gar zu leicht verschwinden.*)

*) Der Wiener (Österreicher) schreibt nämlich 17·245 fl. Red.

Zum Rechenunterricht.

Von Frenzel in Lauenburg (Pommern).

In vielen Rechenbüchern, sogar auch in dem sonst so vorzüglichen Buche von Harms und Kallius, wird zur Verwandlung eines periodischen Dezimalbruchs in einen gewöhnlichen Bruch eine Unbekannte x eingeführt. Diese Methode gehört doch in die Lehre von den Gleichungen 1. Grades, also nach dem heutigen Lehrplan an pommerschen*) Gymnasien in die Sekunda, während jene Aufgabe aus der Bruchrechnung in Quarta zu absolvieren ist. Ich bediene mich beim Unterricht der folgenden Methode, die nicht nur für einen Quartaner, sondern sogar schon für einen im letzten Semester stehenden Quintaner verständlich sein mufs, die aufserdem Gelegenheit bietet, den Schüler im Gebrauch der arithmetischen Operationszeichen zu üben.

Zunächst leite ich auf deduktivem**) oder induktivem Wege die Regel ab, dafs ein rein periodischer Decimalbruch einem gewöhnlichen Bruch gleich gesetzt werden kann, dessen Zähler gleich ist den Ziffern der Periode und dessen Nenner aus soviel Neunen besteht, als die Periode Ziffern enthält $\left(\text{z. B. } 0{,}\overline{57} = \frac{57}{99} = \frac{19}{33}\right)$. Ich ziehe für diesen Fall die induktive Methode vor, indem ich die Schüler eine grofse Anzahl von ihnen selbst zu wählender gewöhnlicher Brüche, deren Nenner aus lauter Neunen bestehen, in Decimalbrüche verwandeln und durch Umkehrung der gewonnenen Resultate die obige Regel ableiten lasse. Unrein periodische Decimalbrüche lassen sich durch Erweiterung mit einer Potenz von 10 auf rein periodische Decimalbrüche zurückführen, wie aus folgendem Beispiel erhellt:

$$27{,}49\,\overline{074} = 27 + 0{,}49\,\overline{074}.$$

$$0{,}49\,\overline{074} = 49{,}\overline{074} : 100 = 49\frac{74}{999} : 100 = 49\frac{2}{27} : 100 = \frac{1325}{27} : 100 =$$

$$\frac{1325}{2700} = \frac{53}{108}; \text{ also } 27{,}49\,\overline{074} = 27\frac{35}{108}.$$

Einer besonderen zu memorierenden Regel bedarf es dabei nicht.

Nachschrift der Redaktion. Diese Methode ist durchaus nicht neu — was wohl der Herr Verfasser auch gar nicht behaupten will. Wir wenigstens haben dieselbe früher als Real- und Gymnasiallehrer und später bei unserer Wiener und Hamburger Lehrthätigkeit, also seit mehr als zwanzig Jahren, immer angewendet, zweifeln auch nicht, dafs viele Lehrer bei ihrem Unterrichte und viele Autoren von Rechenbüchern sie ebenfalls anwenden. Es kann

*) Nur an pommerschen? Red.

**) Diese „deduktive" Ableitung hätten wir gern gehört. Red.

aber nichts schaden, wenn wieder einmal darauf hingewiesen wird. Wir gestehen aber auch offen, dafs wir diesen „induktiven Weg" immer mit einem gewissen Bedenken gegangen sind, weil er etwas nach „Probieren" riecht. —

Nochmals die Multiplikation mit negativem Multiplikator.

Von Direktor Dr. J. Kober in Grofsenhain (Sachsen).

Wenn im Produkte ax der Multiplikator x um eine Einheit abnimmt, so nimmt das Produkt ax um a Einheiten ab, d. h. es rückt in der (von $+\infty$ bis $-\infty$ ununterbrochenen) Zahlenreihe um a Stellen von der positiven Seite (ich will sagen „von oben") gegen die negative („nach unten"), also tiefer; wird x zu Null, so wird das Produkt Null; rückt x noch weiter nach unten, d. h. ins Negative, so gelangt auch das Produkt ins Negative, denn es mufs mit abnehmendem x dem $-\infty$ beständig (um je a Stufen) sich nähern, daher giebt ein negativer Multiplikator ein negatives Produkt. Z. B. rückt 9×4 bei abnehmendem Multiplikator (ganz gesetzmäfsig in der unendlichen Zahlenreihe) von 36 auf 27, 18, 9, 0, — 9, — 18 u. s. f.

Ist a negativ, so rückt, während x abnimmt (d. h. in der Zahlenreihe abwärts steigt), das Produkt ax (von der negativen Seite her) aufwärts, also, um die obigen Zahlen $[(-9).4]$ beizubehalten, von — 36 auf — 27, — 18, — 9, 0, also für negatives x notwendigerweise noch weiter (um je 9 Stufen) aufwärts d. h. auf $+9$, $+18$ u. s. f., kurz: das Produkt zweier negativer Faktoren mufs positiv werden.

Ganz ähnlich verhält es sich mit a^{-3}. Wenn $a^m : a^n = a^{m-n}$ (wo zunächst $m-n$ positiv gedacht werden möge), so nimmt $m-n$, während n zunimmt, notwendigerweise ab, d. h. es rückt in der Zahlenreihe abwärts, erreicht Null und endlich die negative Seite der Zahlenreihe; wenn also z. B. n um 3 gröfser ist als m, so mufs $a^{m-n} = a^{-3}$ sein. Andrerseits ist aber $\frac{a^m}{a^{m+3}} = \frac{1}{a^3}$. Es folgt also ohne weiteres aus dem Gesetze der Zahlenreihe, dafs $a^{-3} = \frac{1}{a^3}$.

Die Sache ist einfach und kann durch künstliche „wissenschaftliche" Definitionen nur verdunkelt werden. (Vgl. Bd. I ds. Zeitschr. S. 233 u. 234.)

Notiz der Redaktion.

In seinem ohnlängst erschienenen sehr empfehlenswerten Buche („Sammlung von arithmetischen und algebraischen Fragen und Aufgaben, verbunden mit einem systematischen Aufbau der Begriffe, Formeln und Lehrsätze der Arithmetik f. h. Sch."*) Potsdam, Stein,

*) Dasfelbe soll später von Dr. Günther besprochen werden.

1883) sagt der den Lesern ds. Z. wohlbekannte Dr. Schubert (Oberl. am Johanneum i. Hamburg) S. 66 Folgendes:

„Nach der Definition der Multiplikation ist ein Produkt, dessen Multiplikator Null oder negativ ist, eine sinnlose Zeichen-Vereinigung. Nun haben wir uns aber (in § 9) verpflichtet, Null und negative Zahlen als uneigentliche Differenzen in der arithmetischen Zeichensprache zuzulassen. Um also zu entscheiden, welchen Sinn wir der Produktform $(-4)\cdot a$ beizulegen haben, müssen wir -4 als eine Differenz betrachten und deshalb fragen, wie überhaupt mit einer Differenz multipliziert wird. Dies lehrt aber die umgekehrt gelesene Formel II*) Wenn wir also wünschen,**) dafs mit 0 und negativen Zahlen nach demselben Gesetz multipliziert werden soll wie mit eigentlichen Differenzen, so müssen wir unter $(m-p)\,a$, auch wenn $m \overline{\overline{<}} p$ ist, das verstehen, was sich aus $ma - pa$ ergiebt, z. B.

$$(-4)\cdot a = [c-(c+4)]\cdot a = c\cdot a-(c+4)\cdot a = ca - ca - 4a = -4a$$

$$0\cdot a = (m-m)\cdot a = ma - ma = 0$$

$$(-7)\cdot a = (0-7)\cdot a = 0\cdot a - 7a = 0 - 7a = -7a.\text{“}$$

Ist das etwas anderes, als was Hr. Dr. Kober (Heft 1, S. 14) will, und was Hr. Thieme (Posen) (Heft 3, S. 178, Zl. 1—3 v. o.) perhorresciert?

Antwort

auf die S. 260 f. im vorigen Heft dieser Zeitschrift von mir selbst gestellte Frage, warum die dort mitgeteilten geometrischen Relationen falsch sein müssen.

Von O. Fleischhauer in Gotha.

Angesichts das Umstandes, dafs die Mafseinheiten von Linien oder räumlichen Gröfsen einer Dimension, von Flächen oder räumlichen Gröfsen zweier Dimensionen, und von Körpern oder räumlichen Gröfsen dreier Dimensionen sich einander verhalten wie die erste, zweite und dritte Potenz einer linearen Gröfse, kann man räumliche Gröfsen von einer bestimmten Dimensionenzahl überhaupt als ebenso hohe Potenzen linearer Gröfsen ansehen und umgekehrt, und darum auch alle Konsequenzen der Potenzrechnung auf sie anwenden. Es ergeben sich daraus zur generellen Beurteilung geometrischer Relationen folgende Sätze:

---

*) Diese Formel lautet:

$15a - 4a = 11a$; $ma - pa = (m-p)\,a$, wo $m > p$ ist.

**) Mit blofsem „Wünschen“ ist doch wohl hier nichts gethan. Im Wunsch ist Willkür, hier aber herrscht unseres Erachtens Notwendigkeit! Red.

1) Verschiedene Potenzen linearer Gröſsen bedeuten räumliche Gröſsen von verschiedener Dimensionenzahl, also heterogene Gröſsen, die weder einander gleich sein, noch in additive oder substraktive Verbindung zu einander treten können, so wenig wie es denkbar ist, daſs eine Linie gleich einer Fläche sei, oder zu ihr addiert oder von ihr subtrahiert werden könne.

2) Sind Potenzen linearer Gröſsen durch Multiplikation mit einander verbunden, so bedeuten sie eine räumliche Gröſse von soviel Dimensionen, als die Summe ihrer Potenzexponenten angiebt.

3) Sind Potenzen linearer Gröſsen durch Division mit einander verbunden, so bedeuten sie eine räumliche Gröſse von soviel Dimensionen, als der Potenzexponent der im Dividendus stehenden Gröſse den Potenzexponenten der im Divisor stehenden übertrifft.

4) Sind Potenzen linearer Gröſsen zu potenzieren oder zu radicieren, so bedeuten sie eine räumliche Gröſse von so viel Dimensionen, als das Produkt der Potenzexponenten anzeigt, wobei Wurzelexponenten als reciproke Werte gleich hoher Potenzexponenten anzusehen sind.

5) Nullte Potenzen linearer Gröſsen bedeuten Zahlen, wie z. B. trigonometrische Funktionen von Winkelgröſsen und umgekehrt.

6) Negative Potenzen linearer Gröſsen sind als bloſse Umkehrungen gleichhoher positiver Potenzen anzusehen.

7) Die Summe oder Differenz von gleichhohen Potenzen linearer Gröſsen bedeutet eine räumliche Gröſse von soviel Dimensionen, als der Potenzexponent anzeigt.

Bezeichnet man der Kürze wegen, etwa ähnlich, wie man die Funktionen einer Gröſse durch das Symbol F andeutet, die räumlichen Gröſsen von n Dimensionen durch δ^n, so reducieren sich die in Frage stehenden Beispiele auf folgende Ausdrücke:

1) $$s_{2n} = \frac{s_n}{\sqrt{2(s_{2n} + t_n)}},$$

worin sämtliche Buchstaben lineare Gröſsen vorstellen,

$$\delta^1 = \delta^{1/2}$$

2) $$p_1 p_2 p_3 = abc \pm p_1 p_2 + p_1 p_3 + p_2 p_3 = a^2 + b^2 \pm c^2,$$

worin sämtliche Buchstaben lineare Gröſsen bedeuten,

$$\delta^3 = \delta^3 \pm \delta^2 = \delta^2$$

3) $$n_1 n_2 n_3 = \frac{(a + b - c)(a - b + c)(- a + b + c) + 2abc}{8\Delta},$$

worin die Buchstaben lineare Gröſsen bedeuten und Δ eine Flächengröſse ist,

$$\delta^3 = \delta^1$$

4) $$\Delta_1 - \Delta_3 = \sqrt{(s - a)(s - b)(s - c) - abc},$$

worin die Buchstaben lineare Grösen und die $\triangle$Zeichen Flächen-Grösen vorstellen,

$$\delta^2 = \delta^{1\frac{1}{2}}$$

5) $$P^2 K = (S_1 + S_2 + S_3)(S_1 + S_2 - S_3)(S_1 - S_2 + S_3)(-S_1 + S_2 + S_3),$$

worin P den Rauminhalt, K die Kante und S die Seitenfläche eines Körpers vorstellt,

$$\delta^7 = \delta^8$$

6) $$\operatorname{tg}\frac{1}{2}A = \sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{s-a}},$$

worin die kleinen Buchstaben lineare Grösen bedeuten und A eine Winkelgröße ist,

$$\delta^0 = \delta^{1/2}.$$

Da die gefundenen Dimensionsausdrücke sämtlich gegen den ersten Satz verstoſsen, so deuten sie sämtlich Unmöglichkeiten an.

Daſs mit Hülfe dieser generellen Prüfung einer geometrischen Relation nicht der Fehler derselben selbst, sondern nur die Notwendigkeit seines Vorhandenseins ermittelt werden kann, ist wohl ebenso selbstversändlich wie der andere Umstand, daſs eine geometrische Relation, welche eine solche generelle Prüfung aushält, deswegen nicht richtig sein muſs, sondern nur richtig sein kann.

Nachschrift der Redaktion.

Wir erhielten über die vom Verf. des vorstehenden Aufsatzes gestellte Frage (Hft. 4, S. 260) folgende Äuſserung eines sächsischen Fachgenossen, des Hrn. Sievers in Frankenberg:

„Die sämtlichen von dem Herrn Einsender aufgestellten Gleichungen verstoſsen gegen den Grundsatz, daſs nur gleichartige Gröſsen wirklich gleich sein können, ungleichartige aber nur in speziellen Fällen und unter bestimmten Bedingungen." Übrigens bin ich der Ansicht, daſs Herr Fleischhauer sich irrt, wenn er behauptet, daſs man weder in Schulen, noch in Lehrbüchern, noch auch in Aufgabensammlungen derartige Beurteilungen anrege. Meine Lehrer haben mich sehr oft auf die Unvergleichbarkeit der Gebilde von ungleich vielen Dimensionen aufmerksam gemacht, und ich thue ein Gleiches, soweit ich es für ratsam halte, bei meinen Schülern. Auch glaube ich, daſs die meisten Kollegen ebenso handeln. [NB. Die Lösung der Harmuthschen Aufgabe Nr. 296 (Hft. 4, S. 270) beruht auf Reflexionen, die hiermit zusammenhängen.]

Auch ein anderer (preuſsischer) Fachgenosse, welcher die Bemerkung des Herrn Sievers gelesen, schreibt uns: „Ich stimme Hrn. S. bei, daſs auf den, von Hrn. Fl. gerügten Übelstand jeder Lehrer (jeder? Red.) seine Schüler aufmerksam macht, und daſs deshalb nicht erst so viele Worte gemacht zu werden brauchen."

Aber es ist doch vielleicht recht heilsam, wenn in dieser, den betr. Lehrern zugänglichen Zeitschrift, einmal recht nachdrücklich auf diesen Übelstand aufmerksam gemacht wird! Red.

Eine dunkle Stelle im „Licht" mancher physikalischer Lehrbücher*)

Von Prof. Handl in Czernowitz.

In dem Lehrbuche der Physik von Dr. Paul Reis, 5. Aufl. 1882, ist auf Seite 421. Z. 5. v. u. die Bemerkung gemacht: „Was bei der Interferenz aus dem aufgehobenen Lichte wird, ist noch nicht erforscht; wahrscheinlich wird es in Wärme, vielleicht auch in chemische Strahlen umgewandelt". Ohne den Wert jenes ausgezeichneten Buches im geringsten beeinträchtigen zu wollen, mufs bemerkt werden, dafs hier ein Irrtum obwaltet. — Die Frage, was aus dem bei der Interferenz (an einer einzelnen Stelle) aufgehobenen Lichte wird, ist noch durch die andere Frage zu ergänzen, woher das (an anderen Stellen) durch die Interferenz verstärkte Licht kommt; denn bekanntlich ist z. B. beim Fresnelschen Spiegelversuch, wenn die Intensität eines der beiden interferierenden Strahlen = 1 gesetzt wird, das Maximum der Intensität = 4, das Minimum = 0. Nun läfst sich leicht nachweisen, (vergl. z. B. Verdet, Vorlesungen über die Wellentheorie des Lichtes, deutsch von K. Exner, 1881. Seite 121), dafs bei der Interferenz zweier Wellenzüge keine Änderung der gesamten Lichtmenge (Energie), sondern nur eine Änderung der Verteilung dieser Lichtmenge auf die einzelnen Stellen der von ihr getroffenen Fläche stattfindet. Ganz ebenso wie beim Fresnelschen Spiegelversuch hat man z. B. bei den Beugungserscheinungen durch Gitter eigentlich nicht ein Auslöschen eines Teiles der auffallenden Lichtmenge, sondern nur ein Zusammendrängen derselben auf gewisse Stellen des Schirmes, auf welchem man die Erscheinung beobachtet.

Vorschläge**) für die Beratungen der Mathematiker auf der nächsten Schulmänner-Versammlung in Dessau (Mich. 1883).

Von Dir. Dr. Dronke in Trier.

1) In manchen Lehrbüchern und an manchen Schulen (wie ich als Mitglied einer Prüfungs-Kommission leider noch öfter konstatieren mufste) wird noch heute geschrieben:

---

*) Überschrift von d. Redaktion.

**) Diese Vorschläge waren von folgendem Briefe begleitet: „Geehrte Redaktion. Zu meiner — und sicher auch der meisten Lehrer — Freude hat man begonnen auf den Versammlungen sich über die Bezeichnungsweisen in der Mathematik möglichst zu einigen.

2 = num. log 2 (= Numerus des Logarithmus von 2)
statt 2 = num. log 0,3010300 (Numerus zu dem Log.)

2) Welche der folgenden Schreibweisen soll beibehalten werden?

Wenn	$a = \sin x$,
dann ist	$x = \text{arc. } \sin a$,
oder	$x = \text{arc. } \sin (= a)$,
oder	$x = \text{arc. } (\sin = a)$.

3) In der Stereometrie bezw. sphärischen Trigonometrie wird in einzelnen Lehrbüchern von Dreikant in andern von einer körperlichen dreiseitigen Ecke gesprochen. Welcher Ausdruck ist vorzuziehen?

4) Polardreieck (Polardreikant) ist in manchen Lehrbüchern dasjenige benannt, dessen Ecken die diametral entgegengesetzten Punkte der Kugeloberfläche sind, sodafs Polarfiguren inhaltsgleich und symmetrisch sind und Polardreikante ein vollständiges Dreikant bilden. In andern Lehrbüchern ist nun „Polardreikant“ dasjenige, dessen Kanten auf den Seiten des ersteren (gleichartig) senkrecht stehen. Während also bei der einen Definition $\alpha = \alpha_1$, $a = a_1$ u. s. f. ist, ist nach der andern $\alpha + a_1 = \pi$, $\alpha_1 + a = \pi$ u. s. f. Das zweite Dreikant wird vielfach reciprok (wohl mit Recht) genannt. Welch' grofse Verwirrung durch diese verschiedenen Bezeichnungsweisen entsteht, braucht man wohl kaum zu sagen.

Wer da weifs, wie schwer es den Schülern mittlerer und geringerer Begabung — und diese bilden ja leider noch immer die gröfsere Zahl auch in den oberen Klassen — wird, eine Anschauung oder Bezeichnung zu vertauschen mit einer neuen, der kann nur wünschen, dafs die Bestrebungen auf Unifizierung in der Terminologie von Erfolg gekrönt sein möchten. Ich möchte heute in dieser Beziehung Ihre Aufmerksamkeit auf einige wichtige Punkte hinlenken mit der Bitte, dieselben zu prüfen und ev. zur Besprechung, sei es in der Zeitschrift, sei es in der Dessauer Versammlung, zu bringen.“

Man sehe übrigens unsere noch unerledigt gebliebenen Vorschläge zu Diskussionen (XII, 411; XIII, 420; XIV, 135). D. Red.

Zum Aufgaben-Repertorium.

(Redigiert von Dr. Lieber-Stettin und von v. Lühmann-Königsberg i. d. N.)

A. Auflösungen.

240. (Journ. élém. XIII_4, 283.) Ein Dreieck zu konstruieren aus a, b und $CO = m$, wenn O der Mittelpunkt des eingeschriebenen Kreises ist. 1—7. Aufl. siehe XIV_3, 185.

8. Anal. Man trage CA auf CB ab $= CK$; an den Kreis mit m um C lege man in O eine Tangente, welche CB in L trifft; dann ist $\sphericalangle LKO = LOB = \frac{1}{2}\alpha$ und $\sphericalangle LOK = LBO = \frac{1}{2}\beta$; also $\triangle LOK \sim LBO$, und daher $LO^2 = LK \cdot LB$; daher ist L ein Punkt der Potenzlinie der Kreise mit CO um C und irgend eines Kreises, der durch K und B geht, also bestimmt u. s. w.

8. Berechnung. Es sei $CL = x$; dann folgt aus $LO^2 = LB \cdot LK : x^2 - m^2 = (a - x)(b - x)$, also $x = \frac{ab + m^2}{a + b}$ und $\cos \frac{1}{2}\gamma = \frac{m}{x} = \frac{m(a + b)}{ab + m^2}$.

Schmidt (Spremberg).

9. Anal. Der Kreis um ABC treffe CO in E, $EH \perp CA$; CB trage man auf CA bis A' ab, so ist H die Mitte von AA'; ein mit EA um E geschlagener Kreis geht durch A und A', und berührt den Kreis mit m um C; daher E bestimmt.

Grassmann (Königsberg i. d. N.).

260—264. (Gestellt von Rulf XIV$_1$, 33). Eine Hyperbel zu konstruieren, wenn gegeben die Lage der reellen Achse, die Länge b der halben imaginären Achse und

260. zwei Punkte P und Q der Hyperbel.

1. Aufl. Die Ordinate von P sei $PU = y_p$ und die von Q sei y_q; über der reellen Achse $(2a)$ als Durchmesser beschreibt man einen Kreis, legt von U an denselben die Tangente UT und bezeichnet $\sphericalangle PUT$ mit φ, so ist $tg\varphi = \frac{y_p}{b}$ (Salmon, Anal. Geom. art. 240). Man findet also die Lage einer Tangente des Kreises, indem man von U die Strecke $UR = b$ auf der reellen Achse abträgt und von U auf PR die Senkrechte fällt. Da durch die gegebenen Punkte zwei solche Tangenten bestimmt sind, so liegt der Mittelpunkt O des Kreises und also auch der Hyperbel in dem Schnittpunkt der reellen Achse und einer der Halbierungslinien der von den Tangenten gebildeten Winkel.

Kiehl (Bromberg). Stoll (Bensheim).

2. Aufl. C sei der Punkt der Asymptote, welcher mit P dieselbe Abscisse hat; dann ist seine Ordinate $\eta_1 = \sqrt{b^2 + y_p^2}$. Man findet also einen Punkt einer Asymptote, indem man auf PU in P die Senkrechte $PS = b$ errichtet und US auf UP von U aus abträgt. Durch die beiden gegebenen Punkte sind zwei solche Punkte der Asymptote bestimmt, mithin auch der Mittelpunkt O. Es sei K derjenige Punkt der Asymptote, dessen Ordinate $KA = b$ ist; dann ist A ein Scheitel der Hyperbel und OK ist die halbe Excentricität. Eine zweite Hyperbel erhält man, wenn man statt eines der Punkte seinen Spiegelpunkt in Bezug auf die reelle Achse nimmt.

Bonhöffer (Tübingen). Kiehl. Rulf (Pilsen).
Scheffers (Leipzig). Stegemann (Prenzlau).

3. Aufl. Denkt man sich im Abstande b von der Hauptachse Parallelen gezogen, so sind dies die Scheiteltangenten der konjugierten Hyperbel, deren Gleichung sein wird: $\frac{\xi^2}{a^2} - \frac{\eta^2}{b^2} + 1 = 0$. Die Senkrechten von P und Q auf die Achsen mögen die konjugierte Hyperbel resp. in den Punkten P_k, Q_k, P'_k, Q'_k treffen mit den η-Koordinaten η_k, η'_k, $-\eta_k$, $-\eta'_k$. Dann ergiebt sich leicht $\eta^k = \sqrt{y_p^2 + 2b^2}$, $\eta'_k = \sqrt{y_q^2 + 2b^2}$. Man hat daher die Punkte P_k, Q_k, P'_k, Q'_k, sowie eine Tangente der konjugierten Hyperbel; und hiermit ist die Aufgabe auf ein bekanntes Problem zurückgeführt. Denkt man sich nämlich die Seiten resp. die Diagonalen des durch die vier Punkte bestimmten Vierecks durch die Tangenten geschnitten, so ist der Berührungspunkt einer der Doppelpunkte der Involution, die durch den Schnitt erhalten wird.

FUHRMANN (Königsberg i. Pr.).

4. Aufl. Es sei a die halbe reelle Achse. Dann ist $\frac{x_p^2}{a^2} - \frac{y_p^2}{b^2} = 1$ und $\frac{x_q^2}{a^2} - \frac{y_q^2}{b^2} = 1$, also $\frac{x_p}{x_q} = \sqrt{\frac{b^2 + y_p^2}{b^2 + y_q^2}}$; da auch $x_p - x_q$ bekannt, so sind x_p und x_q leicht zu konstruieren.

GLASER (Homburg v. d. Höhe).

5. Aufl. PU treffe die Hyperbel in P'. Dann ist $CP \cdot CP' = b^2$ und $CP' - CP$ bekannt. Dadurch wird C gefunden. Dann wie 2. Aufl.

ARTZT (Recklinghausen).

261. eine Tangente mit ihrem Berührungspunkt P.

1. Aufl. Wie in 260, 1. Aufl. findet man mit Hülfe von P eine Tangente an den Kreis (2a); wird mit φ derselbe Winkel bezeichnet, so ist die Abscisse des Punktes, in welchem die Hyperbeltangente die reelle Achse schneidet $= a \cos \varphi$. Man errichte daher in diesem Punkt auf der reellen Achse das Lot, im Schnittpunkt derselben mit der Kreistangente errichte man auf letzterer das Lot, welches die reelle Achse im Mittelpunkt der Hyperbel schneidet.

KIEHL. Ähnlich STOLL.

2. Aufl. Nach Salmon art. 189 ist das Rechteck aus einer Normale und dem Lot vom Centrum auf die Tangente gleich dem Quadrat der imaginären Halbachse, daher kann das Centrum gefunden werden. Die beiden Brennpunkte liegen symmetrisch zum Centrum und sind zugeordnete harmonische Punkte zu den Punkten, in welchen die reelle Achse von der Tangente und der Normale geschnitten wird.

KIEHL.

3. Aufl. Aus der Gleichung $y_p y = -b^2$ kann der Punkt der Nebenachse gefunden werden, durch welchen die gegebene Tangente geht. Dadurch ist das Centrum bestimmt.

KIEHL.

4. Aufl. Wie 260, 2. Aufl. konstruiere man Punkt C. Die Tangente schneide die Asymptoten in G und H, so ist $GP = HP$.

Fällt man HB senkrecht auf die reelle Achse und verlängert das Lot bis es die andere Asymptote in D trifft, so ist $CB \parallel PH$; daher findet man H und somit die Asymptoten.

BONHÖFFER. RULF. STEGEMANN.

5. Aufl. Bezeichnungen wie in 260, 3. Aufl. Ist φ_k der Winkel der Tangente im Punkte P_k und φ der Winkel der Tangente im Punkte P, so ist $\eta_k \operatorname{tg}\varphi_k = y_p \operatorname{tg}\varphi$. Hierdurch ist die Aufgabe auf folgende zurückgeführt: Eine Hyperbel zu konstruieren, wenn drei Tangenten und die Berührungspunkte von zweien derselben gegeben sind.

FUHRMANN.

6. Aufl. x_1 sei die Abscisse des Durchschnittspunktes der Tangente mit der X Achse. Dann ist $\frac{x_p^2}{a^2} - \frac{y_p^2}{b^2} = 1$, $x_1 x_p = a^2$; da aufserdem $x_p - x_1 = d$ bekannt ist, so findet man $x_1 = \frac{b^2 d}{y_p^2}$.

GLASER.

7. Aufl. C wie 260, 5. Aufl. zu konstruieren; C' sein Spiegelpunkt zur reellen Achse. Y sei auf CC' so bestimmt, dafs $CP = PY$. Dann ist YH (s. 4. Aufl.) $\parallel GC$, daher H der Durchschnittspunkt der Tangente mit der Mittelsenkrechten YC'. Im übrigen wie 4. Aufl.

ARTZT.

262. eine Asymptote.

Aufl. Wie 260, 2. Aufl. angegeben, sind die Brennpunkte sofort zu konstruieren.

ARTZT. BONHÖFFER. FUHRMANN.
GLASER. KIEHL. RULF. SCHEFFERS. STEGEMANN. STOLL.

263. eine Scheiteltangente und ein Punkt der Hyperbel.

1. Aufl. Wie 260, 1. Aufl. findet man eine Tangente an den Kreis (2a); eine zweite ist die gegebene Scheiteltangente. Auch hier genügen zwei Hyperbeln der Aufgabe.

KIEHL. STOLL.

2. Aufl. Diejenigen Punkte der Scheiteltangente, welche von der reellen Achse den Abstand b haben, liegen auf den Asymptoten. Ein zweites Punktepaar wird wie in 260, 2. Aufl. oder 5. Aufl. gefunden.

ARTZT. BONHÖFFER. KIEHL. RULF.
SCHEFFERS. STEGEMANN.

3. Aufl. Schneidet man auf der Scheiteltangente die Stücke $\pm b\sqrt{2}$ ab, so erhält man zwei Punkte der konjugierten Hyperbel; zwei andere Punkte erhält man leicht nach dem in 260, 3. Aufl. Gesagten.

FUHRMANN.

4. Aufl. Es ist $x_p - a = d$ bekannt; ferner $\frac{x_p^2}{a^2} - \frac{y_p^2}{b^2} = 1$; mithin $a = \frac{bd}{y_p^2}\left(\sqrt{b^2 + y_p^2} + b\right)$.

GLASER.

264. eine Scheiteltangente und die Bedingung, dafs die Hyperbel gleichseitig sein soll.

Aufl. Jeder der beiden Punkte auf der reellen Achse, welche von der Scheiteltangente den Abstand b haben, ist Mittelpunkt einer Hyperbel. Artzt. Bonhöffer. Fuhrmann. Glaser.
Kiehl. Rulf. Scheffers. Stegemann. Stoll.

265. (Gestellt von Petersen XIV_1, 33.) Über drei der Lage und Gröfse nach gegebenen Strecken AB, A_1B_1, A_2B_2 drei unter sich ähnliche Dreiecke ABX, $A_1B_1X_1$, $A_2B_2X_2$ so zu konstruieren, dafs $\triangle XX_1X_2$ einem gegebenen GG_1G_2 ähnlich wird.

1. Aufl. S sei der Situationspunkt für A_1B_1 und A_2B_2, S_1 der für A_2B_2 und AB, S_2 der für AB und A_1B_1. Dieselben sind durch Gröfse und Lage der Strecken bestimmt. Nun ist $\triangle XS_1X_2 \sim AS_1A_2$, daher $\sphericalangle S_1X_2X = S_1A_2A$ und ebenso $SX_2X_1 = SA_2A_1$, und da $\sphericalangle XX_2X_1$ bekannt, wird auch $\sphericalangle S_1X_2S$ bekannt, wodurch sich als Ort für X_2 ein Kreisbogen über S_1S ergiebt. Ebenso erhält man als Ort für X einen Kreisbogen über S_1S_2. Läfst man X diesen Kreis durchlaufen, indem S_1 fest bleibt, so beschreibt wegen der unveränderlichen Gestalt des Dreiecks XS_1X_2 Punkt X_2 einen Kreis, der ein zweiter Ort für ihn ist. Meyer (Halle a. S.).

2 Aufl. S_2 sei der Situationspunkt zu AB und A_1B_1, also auch zu ABC und $A_1B_1C_1$. Macht man $\triangle AA_1A'' \sim BB_1B'' \sim GG_1G_2$, so ist S_2 auch der Situationspunkt der drei ähnlichen Dreiecke AA_1A_2, BB_1B_2, XX_1X_2, mithin ist $\triangle A''B''X_2 \sim ABX \sim A_1B_1X_1$, also auch $\triangle A''B''X_2 \sim A_2B_2X_2$; X_2 ist also der Situationspunkt zu A_2B_2 und $A''B''$. Bonhöffer.

266. (Gestellt von Tarry XIV_1 33). Die Parallelen, welche durch A, B, C zu den Seiten des Dreiecks $A'B'C'$ gezogen sind, schneiden sich in einem Punkte R des um $\triangle ABC$ beschriebenen Kreises. (In der gestellten Aufgabe heifst es irrtümlicher Weise in $\triangle ABC$).

1. Beweis. Nach Satz 247, XIV_4, 262 schneiden sich die Lote von A auf $B'C'$, von B auf $A'C'$ und von C auf $A'B'$ in einem Punkte H_0, welcher auf der Peripherie des um ABC beschriebenen Kreises liegt. Die Parallelen zu den Seiten stehen auf jenen senkrecht, müssen also durch den Punkt gehen, welcher auf dem Kreise H_0 diametral-gegenüberliegt. Artzt. Fuhrmann. Stoll.

2. Beweis. Die Parallelen durch A und B mögen sich in R schneiden, dann ist $\sphericalangle ARB$ (bez. sein Nebenwinkel) $= A'C'B'$ und von entgegengesetztem Drehungssinn; die Winkel $A'C'B'$ und ACB sind ebenfalls einander gleich und von entgegengesetztem Drehungssinn; folglich sind ARB und ACB einander gleich und von gleichem Drehungssinn; d. h. ihre Scheitelpunkte R und C liegen auf demselben Kreise mit den Schnittpunkten A und B entsprechender Schenkel. Aus denselben Gründen mufs die Parallele durch C sowohl mit AR, als mit BR auf der Peripherie von ABC zusammentreffen; da die Parallele nicht mit AB zusammenfallen kann, so mufs sie durch R gehen. Kiehl. Stegemann.

Anmerk. R hat zu $\triangle ABC$ dieselbe Lage, wie K zu $\triangle A'B'C'$.

STEGEMANN.

267. (Gestellt von Tarry XIV$_1$, 33). R liegt auf der Linie HD, welche (nach Satz 200, XIV$_1$, 26) senkrecht auf der Kollineationsachse G der Dreiecke ABC und $A'B'C'$ steht.

Beweis. Nach 247, XIV$_4$, 262 liegen H und H_0 als entsprechende Punkte der perspektivisch liegenden Dreiecke ABC und $A'B'C'$ mit dem Projektionscentrum D auf einer Geraden. Da nun R auf H_0H liegt (266, 1. Bew.), so liegt es auf HD.

ARTZT.

Analytisch bewiesen von Fuhrmann und Stoll.

268—271. (Gestellt von Kiehl XIV$_1$, 33.)

268. Durch K, den Grebe'schen Punkt, gehen die drei Transversalen, welche die Ecken des Dreiecks ABC mit den Ecken desjenigen Dreiecks verbinden, dessen Seiten die durch A, B, C gelegten Tangenten des umgeschriebenen Kreises sind.

1. Beweis. Ist C_1 der Schnittpunkt der Tangenten durch A und B, $C_1D \perp CB$, $C_1E \perp CA$, so ist $C_1D = C_1B \sin\alpha$, $C_1E = C_1A \sin\beta$, und da $C_1B = C_1A$, so ist $C_1D : C_1E = \sin\alpha : \sin\beta = a:b$. Da auch die Abstände des Punktes K von a und b in demselben Verhältnis stehen, so geht CC_1 durch K. KIEHL.

2. Beweis. CK treffe AB in F und die Tangente in B in C_1; dann verhält sich $\sin KBC : \sin KBF = a:c$ und $\sin CBC_1 : \sin FBC_1 = \sin(\beta+\gamma) : \sin\gamma = a:c$; folglich ist $B(CFKC_1)$ ein harmonisches Büschel und C, F, K, C_1 sind harmonische Punkte. Ebenso läfst sich nachweisen, dafs wenn C_1' der Punkt ist, in welchem CK die Tangente in A schneidet, auch C, F, K, C_1' harmonische Punkte sind. Daher fällt C_1' mit C_1 zusammen. STEGEMANN.

3. Beweis. Ist E der Schwerpunkt des Dreiecks ABC, so ist $\sphericalangle KCA = ECB$. (Aufg. 231, XIV$_2$, 96). Ferner ist C_1 der Pol von AB. Verbindet man C mit C_1, der Mitte H_c von AB und den Endpunkten des auf AB senkrechten Durchmessers, so sind dies vier harmonische Strahlen; zwei von ihnen, die konjugiert sind, stehen auf einander senkrecht, halbieren also die Winkel der beiden anderen; also wird C_1CH_c durch die Halbierungslinie des Winkels γ halbiert, d. h. CC_1 fällt mit CK zusammen. (Vrgl. Fuhrmann, Einleitung in die neuere Geometrie, Nr. 32 der Übungen, Seite 39). FUHRMANN.

4. Beweis. CC_1 treffe AB in F und den umgeschriebenen Kreis in I. Es ist $\sin ACF : \sin FCB = \sin FBI : \sin IBC_1$. Da C_1 der Pol von AB, also $B(CIFC_1)$ harmonische Strahlen sind, so ist jenes Verhältnis gleich $\sin CBF : \sin CBC_2 = \sin\beta : \sin(\beta+\gamma) = \sin\beta : \sin\alpha$. Daher ist CC_1 Gegentransversale zur Mittellinie CE.

ARTZT.

5. Beweis. Die Tangente in C treffe AB in X. Strahlenbüschel $C(XFAB) \cong B(CFIC_1)$ und da letzteres harmonisch ist,

weil C_1 Pol von AB ist, ist auch $C(XFAB)$ harmonisch, daher $AF:BF = AX:BX = AX \cdot BX:BX^2 = XC^2:XB^2$. Nun ist $\triangle\, XAC \sim XCB$; daher $XC:XB = b:a$; mithin $AF:BF = b^2:a^2$. In demselben Sinne wird AB durch K geteilt. Artzt.

6. Beweis. Die Gleichungen der Tangenten in B und C sind $M = x_3 \sin\alpha + x_1 \sin\gamma = o$, $N = x_1 \sin\beta + x_2 \sin\alpha = o$, die Gleichung einer Geraden durch ihren Schnittpunkt A_1 also $M + \lambda N = o$. Soll dieselbe durch A gehen, so mufs der Koefficient von x_1 Null werden, also $\sin\gamma + \lambda \sin\beta = o$, folglich die Gleichung von $AA_1: x_2 \sin\gamma - x_3 \sin\beta = o$. Die analog gebildeten Gleichungen für BB_1 und CC_1 zeigen, dafs sich die drei Geraden in einem Punkte mit den Koordinaten $\sin\alpha$, $\sin\beta$, $\sin\gamma$ schneiden, d. h. in K.
Stoll.

269. K ist der Mittelpunkt eines Kreises, der je zwei der Seiten von ABC unter einem Durchmesser schneidet.

1. Beweis. Jede Parallele zu AB wird durch die Mittellinie CE halbiert; deshalb wird jede Antiparallele zu AB durch CK halbiert, weil CE und CK (vrgl. Aufg. 231, XIV$_2$, 96) Gegentransversalen sind. Zieht man also durch K die drei Antiparallelen UU', VV', WW' (U und V' auf AB, W und U' auf AC, V und W' auf BC) zu den Dreiecksseiten, so wird jede in K halbiert. Je zwei dieser Hälften, wie KU und KV', welche an einer Dreiecksseite liegen, sind als Seiten eines gleichschenkligen Dreiecks gleich. Artzt. Kiehl. Stegemann.

2. Beweis. Das Höhenfufspunktdreieck von ABC sei $A_aB_bC_c$; L_1 sei die Mitte von B_bC_c; da B_bC_c und BC antiparallel sind, so mufs AL_1 durch K gehen, es treffe BC in Q; dann wird BC in Q nach dem Quadrat der anliegenden Seiten geteilt. Wird AQ mit i_a bezeichnet, so ist (vrgl. Aufg. 241, XIV$_3$, 187) $\frac{t_a + i_a}{t_a - i_a} = \left(\frac{b+c}{b-c}\right)^2$, also $i_a = \frac{2\, t_a\, bc}{b^2 + c^2}$. Ferner ist $AK = \frac{i_a(b^2 + c^2)}{a^2 + b^2 + c^2} = \frac{2\, t_a\, bc}{a^2 + b^2 + c^2}$; und $AL_1 = t_a \cos\alpha$, $B_bC_c = a \cos\alpha$. Zieht man nun durch K zu B_bC_c die Parallele $U'U$, so ist $U'U = \frac{AK \cdot B_bC_c}{AL_1} = \frac{2\,abc}{a^2 + b^2 + c^2}$ $= \frac{8\, r\, \triangle}{a^2 + b^2 + c^2} = 2\, r \operatorname{tg} \vartheta$, wo ϑ die bekannte Bedeutung hat. Die Länge $U'U$ ist also unabhängig von der Seite B_bC_c, zu der man die Parallele gezogen hat, ist also für alle Seiten gleich lang. Zu bemerken ist noch, dafs die Seiten der Dreiecke UVW und $U'V'W'$ auf denen des Dreiecks ABC senkrecht stehen. Fuhrmann.

3. Beweis. $KA'' \parallel AB$ bis zum Durchschnitt mit BC, $KC'' \parallel BC$ bis zum Durchschnitt mit AB. Da VV' (s. 1. Bew.) durch K halbiert werden soll, ist $BV = BA''$ und $BV' = BC''$, daher $VV'^2 = 4\, BA''^2 + 4\, BC''^2 - 8\, BA'' \cdot BC'' \cos\beta$. Es ist

aber $BA'' = \frac{a \operatorname{tg} \vartheta}{2 \sin \beta}$ und $BC'' = \frac{c \operatorname{tg} \vartheta}{2 \sin \beta}$; mithin $VV'^2 = \frac{\operatorname{tg} \vartheta^2}{\sin \beta^2}$ $(a^2 + c^2 - 2ac \cos \beta) = \frac{b^2 \operatorname{tg} \vartheta^2}{\sin \beta^2} = 4r^2 \operatorname{tg} \vartheta^2$, also unabhängig von den Seiten. Stoll.

270. Die Cotangenten der in demselben Drehungssinne als positiv gerechneten Winkel, welche die Dreiecksseiten mit den durch ihre Halbierungspunkte und durch K bestimmten Transversalen bilden, haben Null zur Summe.

1. Beweis. Nach dem Fasbenderschen Satz (Grunerts Archiv, Teil 48, Seite 471) ist die Summe der Cotangenten der Winkel, welche die Mittellinien mit ihren Dreiecksseiten bilden, gleich Null. Die Gerade durch K und die Mitte einer Dreiecksseite geht nach Aufg. 183, 2, XIII_3, 203 durch die Mitte der zugehörigen Höhe; daher ist die Cotangente des Winkels zwischen der Geraden und der Seite jedesmal doppelt so grofs als die Cotangente des Winkels zwischen der Mittellinie und der Seite; folglich ist die Summe der ersteren Cotangenten ebenfalls gleich Null.

Fuhrmann. Kiehl.

2. Beweis. Die Mitte von BC sei F und $\sphericalangle KFC = \varphi_a$; dann ist $\cot \varphi_a = \frac{A'K}{A'F}$; $A'K$ treffe CA in I; dann ist

$$A'I = \frac{1}{2} a - \frac{1}{2} a \operatorname{tg} \vartheta \cot \gamma \text{ und } KI = \frac{1}{2} b \frac{\operatorname{tg} \vartheta}{\sin \gamma};$$

$$\text{folglich } A'K = \frac{1}{2} a - \frac{1}{2} a \operatorname{tg} \vartheta \cot \gamma - \frac{1}{2} b \frac{\operatorname{tg} \vartheta}{\sin \gamma};$$

$$\text{ferner } A'F = \frac{1}{2} a \operatorname{tg} \vartheta; \text{ also } \cot \varphi_a = \cot \vartheta - \cot \gamma - \frac{b}{a \sin \gamma}.$$

Analoge Ausdrücke ergeben sich für $\cot \varphi_b$ und $\cot \varphi_c$. Addiert man diese drei und beachtet, dafs $\cot \alpha + \cot \beta + \cot \gamma = \cot \vartheta$, $ab \sin \gamma = 2 \triangle$, so ergiebt sich $\cot \varphi_a + \cot \varphi_b + \cot \varphi_c = 2 \cot \vartheta - \frac{a^2 + b^2 + c^2}{2 \triangle} = 0$. Stegemann.

3. Beweis. M sei die Mitte der Höhe CD, P die von AB. Da PM durch K geht (XIII_3, 203), so ist $\cot DPK = \frac{DP}{DM} = \frac{p - q}{h_c}$ $= \frac{p}{h_c} - \frac{q}{h_c} = \cot \beta - \cot \alpha$. Bildet man entsprechend die Cotangenten der anderen Winkel, so ergiebt sich die Behauptung.

Artzt.

4. Beweis. M_1 Mitte von BC, $KK_1 \perp BC$, $KK_3 \perp AB$. Zunächst ist $\cot KM_1K_1 = (BM_1 - BK_1) : KK_1$. Es ist aber $BK_1 = KK_1 \cot \beta + \frac{KK_3}{\sin \beta} = \frac{KK_1 \cos \beta + KK_3}{\sin \beta}$, und $KK_1 = \frac{1}{2} a \operatorname{tg} \vartheta$, $KK_3 = \frac{1}{2} b \operatorname{tg} \vartheta$, daher $\cot KM_1K_1 = \left[\frac{1}{2} a - \frac{(a \cos \beta + c) \operatorname{tg} \vartheta}{2 \sin \beta}\right]$:

$\frac{1}{2} a \operatorname{tg} \vartheta = \cot \vartheta - \frac{a \cos \beta + c}{a \sin \beta}$. Für die Summe der drei Cotangenten ergiebt sich daher $3 \cot \vartheta - (\cot \alpha + \cot \beta + \cot \gamma) - \frac{\sin \alpha^2 + \sin \beta^2 + \sin \gamma^2}{\sin \alpha \sin \beta \sin \gamma} = 0$; da der erste Subtrahend $\cot \vartheta$ und der zweite (XIII_5 357, Anmerk. zu 195) gleich $2 \cot \vartheta$ ist.

STOLL.

271. Die Senkrechten, welche man durch die Halbierungspunkte der Seiten des Dreiecks $A'B'C'$ auf die Seiten von ABC fällt, schneiden einander im Mittelpunkte des Feuerbach'schen Kreises.

1. Beweis. Nach Satz 201, XIII_5, 360 und XIV_1, 27 haben die Dreiecke ABC und $A'B'C'$ denselben Schwerpunkt E. Ist C_2 der Mittelpunkt von $A'B'$, so ist $C'E:EC_2 = 2:1$; folglich verhalten sich auch die Projektionen von $C'E$ und EC_2 auf AB wie $2:1$. Ist F der Mittelpunkt des Feuerbach'schen Kreises, so verhalten sich HE und EF wie $2:1$, mithin auch ihre Projektionen auf AB. Nun fallen die Projektionen von CE und HE zusammen, daher auch diejenigen von EC_2 und EF, d. h. F_2 liegt auf der durch C_2 auf AB gefällten Senkrechten.

KIEHL.

2. Beweis. Im 3. Beweise des Satzes 201, XIV_1, 27 ist gezeigt, dafs, wenn A'' der Spiegelpunkt von A' in Bezug auf BC ist, $A''C' = AB'$ und $A''B' = AC'$ ist; daher ist $AC' \parallel A''B'$. Folglich sind auch die Projektionen von AC' und $A''B'$ auf BC einander gleich. Die Projektion von A'' auf BC ist der Mittelpunkt von BC, die Projektion von A auf BC ist der Höhenfufspunkt; es ist also die Projektion des Mittelpunktes von $B'C'$ der Mittelpunkt P des Stückes zwischen den beiden erwähnten Punkten; und das in P errichtete Lot geht also durch die Mitte von $B'C'$, aber auch durch den Mittelpunkt des Feuerbach'schen Kreises.

FUHRMANN.

3. Beweis. P, Q, R seien die Mitten von BC, CA AB; P', Q', R' die Mitten von $B'C'$, $C'A'$, $A'B'$. E ist gemeinsamer Schwerpunkt der vier Dreiecke ABC, $A'B'C'$, PQR, $P'Q'R'$ und Ähnlichkeitspunkt der Systeme $ABCPQR$ und $A'B'C'P'Q'R'$. Die drei von A', B', C' auf BC, CA, AB gefällten Lote sind bezüglich den von P', Q', R' auf RQ, RP, PQ gefällten Loten parallel. Da die letzteren auch auf BC, CA, AB bezüglich senkrecht stehen und die ersteren sich in einem Punkte, nämlich H, schneiden, so schneiden sich auch die letzteren in einem Punkte T, der auf EH liegt, so dafs $EH:ET = AB:PQ = 2:1$. T ist also Mittelpunkt des Feuerbach'schen Kreises.

ARTZT.

4. Beweis. Fällt man $B'P$ und $C'Q \perp BC$, so ist die Entfernung der aus dem Mittelpunkte von $B'C'$ auf BC gefällten Senkrechten von $B = \frac{1}{2}(BP + BQ)$. Die Entfernungen des Punktes

B' von BC und CA sind bezüglich $\frac{1}{2} b \frac{\sin(\gamma - \vartheta)}{\cos\vartheta} = r \operatorname{tg}\vartheta \frac{\sin\gamma^2}{\sin\alpha}$ und $r \operatorname{tg}\vartheta \frac{\sin\alpha^2}{\sin\gamma}$; daher $BP = \frac{r \operatorname{tg}\vartheta}{\sin\alpha \sin\beta \sin\gamma}(\sin\gamma^3 \cos\beta + \sin\alpha^3)$. Die Entfernungen des Punktes C' von BC und CA sind bezüglich $r \operatorname{tg}\vartheta \frac{\sin\beta^2}{\sin\alpha}$ und $r \operatorname{tg}\vartheta \sin\gamma$; daher ist $BQ = \frac{r \operatorname{tg}\vartheta}{\sin\alpha \sin\beta \sin\gamma}$ $(\sin\beta^2 \cos\beta \sin\gamma + \sin\alpha \sin\gamma^2)$. Unter Berücksichtigung der Bemerkung von Kiehl XIII$_5$, 357 erhält man $\frac{1}{2}(BP + BQ) = \frac{1}{2} r$ $(2 \sin\gamma \cos\beta + \sin\alpha)$. Denselben Ausdruck erhält man für die Entfernung der vom Mittelpunkt des Feuerbach'schen Kreises auf BC gefällten Senkrechten von B. Stoll.

272. (Gestellt von Emsmann XIV$_1$, 33). Ein rechtwinkliges Dreieck ABC $(\gamma = 90^0)$ zu konstruieren aus b und der Bedingung $a^2 + p^2 = \frac{1}{2} c^2$, wenn p der an a liegende Höhenabschnitt ist. $(b > a)$.

1. Aufl. Aus den drei Gleichungen $a^2 + p^2 = \frac{1}{2} c^2$, $a^2 + b^2 = c^2$ und $a^2 = cp$ findet man leicht $3 a^4 = b^4$ und daher $c = b \sqrt{1 + \sqrt{\frac{1}{3}}}$.

Fuhrmann. Glaser. Hoch (Lübeck). Hodum (Stafsfurt). Stegemann. Valta (München).

1. Konstr. $3 a^4 = b^4$ läfst sich leicht so umformen: $9 a^4 = 16 \left(\frac{b^2 \sqrt{3}}{4}\right)^2$, $\left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{1}{3} \frac{b^2 \sqrt{3}}{4}$. Daher verwandle man den dritten Teil des gleichseitigen Dreiecks, dessen Seite b ist, in ein Quadrat, so ist die Seite desselben $= \frac{1}{2} a$. Valta.

2. Konstr. Da a mittlere Proportionale zwischen b und $\frac{1}{3} b \sqrt{3}$ ist, so konstruiere über $AG = 2b$ ein gleichseitiges Dreieck AGE mit Mittelpunkt O; von dem Mittelpunkt C von AG trage CO auf CG ab $= CF$; ein Halbkreis über AF trifft EC in B.

Stegemann.

Konstruiert man $\triangle ACH$ gleichseitig, so ist $\frac{1}{3} b \sqrt{3}$ die Entfernung einer Ecke vom Mittelpunkt.

2. Aufl. q sei der an b liegende Höhenabschnitt. Subtrahiert man die beiden Gleichungen $a^2 + p^2 = \frac{1}{2}(p + q)^2 = \frac{1}{2} p^2 + pq + \frac{1}{2} q^2$ und $a^2 - p^2 = pq$, so erhält man $p = \frac{q}{\sqrt{3}}$; dies in $b^2 = q(q + p)$ substituiert, giebt $q^2 = \frac{b^2 \sqrt{3}(\sqrt{3} - 1)}{2}$.

Konstr. Man zerlege $q^2 = \frac{b^2 \sqrt{3}(\sqrt{3} - 1)}{2}$ in die beiden Fak-

toren $m = b\sqrt{3}$ und $n = \frac{b(\sqrt{3}-1)}{2}$. Dann ist m Seite des regulären Dreiecks, dessen großer Radius b ist, und n ist die halbe Differenz zwischen m und b. Aus m und n konstruiere man ein Rechteck und verwandle dieses in ein Quadrat, dessen Seite q ist.

HARMUTH (Berlin).

3. Aufl. Man findet durch Rechnung $q^2 = 3p^2$. Fällt man $DE \perp AC$ und verlängert es über E um sich selbst, so ist auch $AE^2 = 3\,CE^2 = 3\,EF^2$, daher $\sphericalangle CAF = 30^0$ und $\sphericalangle ACF = 45^0$. Die Punkte F, E, D, B sind nun nach und nach leicht zu konstruieren.

ARTZT.

4. Aufl. Man findet durch Rechnung $q = \frac{1}{2}c(\sqrt{3}-1)$. Diesen Ausdruck kann man zur Konstruktion eines Dreiecks benutzen, welches dem gegebenen ähnlich ist.

SCHUSTER (Pola) STOLL.

273. (Gestellt von Stoll XIV$_1$, 34). Zu beweisen, dafs, wenn p und m ganze positive Zahlen sind, $\binom{p}{m}\binom{m+1}{o} - \binom{p-2}{m}\binom{m+1}{1} + \binom{p-4}{m}\binom{m+1}{2} - \cdots = \binom{m+1}{p-m}$ ist.

Beweis. Man bestätigt leicht die beiden Identitäten $\binom{p-2k}{m}\binom{m+1}{k} = \frac{p-2k}{p-2k-m}\binom{p-2k-1}{m}\binom{m+1}{k}$ und $\binom{p-2k}{m}\binom{m+1}{k} = \frac{(p-2k-m+1)(m-k+2)}{(p-2k+1)k}\binom{p-2k+1}{m}\binom{m+1}{k-1}$. Multipliciert man die erste mit $(m+1-2k)(p-2k-m)$ und die zweite mit $2k(p-2k+1)$ und addiert, so erhält man: $(m+1)(p-m)\binom{p-2k}{m}\binom{m+1}{k} = (p-2k)(m+1-2k)\binom{p-2k-1}{m}\binom{m+1}{k} + 2(p-2k-m+1)(m-k+2)\binom{p-2k+1}{m}\binom{m+1}{k-1}$. Erteilt man jetzt dem k nach einander die Werte 0, 1, 2, $\cdots$ bis $\frac{1}{2}(p-m)$ oder $\frac{1}{2}(p-m-1)$, je nachdem $p-m$ eine gerade oder ungerade Zahl ist, so erscheint die Reihe von Identitäten:

$$(m+1)(p-m)\binom{p}{m}\binom{m+1}{o} = p\,(m+1)\binom{p-1}{m}\binom{m+1}{o} + 2(p-m+1)(m+2)\binom{p+1}{m}\binom{m+1}{-1},$$

$$(m+1)(p-m)\binom{p-2}{m}\binom{m+1}{1} = (p-2)(m-1)\binom{p-3}{m}\binom{m+1}{1} + 2(p-m-1)(m+1)\binom{p-1}{m}\binom{m+1}{o} \text{ u. s. w.}$$

Multipliciert man dieselben abwechselnd mit $+1$ und -1 und addiert, so kommt, wenn man die gegebene Reihe mit S_p und diejenige, welche aus ihr dadurch entsteht, dafs man p mit $p-1$ vertauscht, mit S_{p-1} bezeichnet: $(m+1)(p-m)S_p = (m+1)$

$(2m+2-p)\,S_{p-1}$ oder $(p-m)\,S_p = (2m+2-p)\,S_{p-1}$. Daraus schliefst man: $(p-m-1)\,S_{p-1} = (2m+3-p)\,S_{p-2}$, $(p-m-2)\,S_{p-2} = (2m+4-p)\,S_{p-3}$ u. s. w.; die beiden letzten in dieser Reihe von Identitäten sind: $2\,S_{m+2} = S_{m+1}$ und $S_{m+1} = (m+1)\,S_m$. Nun ist aber $S_m = 1$, folglich giebt die Multiplikation sämtlicher Identitäten: $S_p = \binom{m+1}{p-m}$. Stoll.

274. (Gestellt von Stoll XIV_1, 34.) Zu beweisen, dafs, wenn p und m ganze positive Zahlen sind und $p \gtreqless 2m$, $S_p = \binom{p}{m}\binom{m}{o} - \binom{p-2}{m}\binom{m}{1} + \binom{p-4}{m}\binom{m}{2} - \cdots = 2^m$ ist.

Beweis. Man findet leicht:

$S_p - S_{p-1} = \binom{p-1}{m-1}\binom{m}{o} - \binom{p-3}{m-1}\binom{m}{1} + \binom{p-5}{m-1}\binom{m}{2} - \cdots = \binom{m}{p-m}$ (siehe 273); folglich $S_{p-1} - S_{p-2} = \binom{m}{p-m-1}$ u. s. w.; schliefslich $S_{m+1} - S_m = \binom{m}{1}$ und $S_m - S_{m-1} = \binom{m}{o}$. Da nun $S_{m-1} = 0$ ist, so erhält man durch Addition sämtlicher Gleichungen $S_p = \binom{m}{p-m} + \binom{m}{p-m-1} + \binom{m}{p-m-2} + \cdots + \binom{m}{1} + \binom{m}{o} = 2^m$, wenn $p - m \gtreqless m$ ist. Stoll.

Beide Aufgaben sind auf mehr induktivem Wege von den Herren Artzt und Fuhrmann gelöst.

275. (Gestellt von Stoll XIV_1, 34.) Zu beweisen, dafs, wenn m eine ganze positive Zahl ist, $1 - \frac{m(m-1)}{2(2m-1)} + \frac{m(m-1)(m-2)(m-3)}{2\cdot 4(2m-1)(2m-3)} - \frac{m(m-1)(m-2)(m-3)(m-4)(m-5)}{2\cdot 4\cdot 6\cdot(2m-1)(2m-3)(2m-5)} + \cdots = 2^m : \binom{2m}{m}$

Beweis. Setzt man in der vorigen Formel $p = 2m$ und dividiert durch $\binom{2m}{m}$, so erhält man sofort die Formel. Fuhrmann.

Anmerkung. Dieser Satz ist, wie Herr Dr. Stoll bemerkt, schon von J. C. Eduard Schmidt in seinem Lehrbuch der mathematischen und physischen Geographie Bd. 1, S. 300, § 325, aber auf rein induktivem Wege gefunden.

B. Neue Aufgaben.

Aufgaben aus der algebraischen Analysis.

305. Welcher Grenze nähert sich das arithmetische Mittel der n Gröfsen

$$\frac{1}{\sqrt{(n\alpha)^2+(1\beta)^2}},\ \frac{2}{\sqrt{(n\alpha)^2+(2\beta)^2}},\ \frac{3}{\sqrt{(n\alpha)^2+(3\beta)^2}},\ \cdots\cdots \frac{n}{\sqrt{(n\alpha)^2+(n\beta)^2}},$$

falls n unendlich wächst?

306. Unter welchen Umständen hat das arithmetische Mittel der n Grösfen $\sqrt{\alpha^2+n\beta^2}$, $\sqrt{\alpha^2+n^2\beta^4}$, $\sqrt{\alpha^2+n^2\beta^6}$, $\cdots \sqrt{\alpha^2+n^2\beta^{2n}}$ für $n = \infty$ einen endlichen Grenzwert und wieviel beträgt derselbe?

307. Gesucht wird die Summe der unendlichen Reihe $\frac{x}{1-x^2} + \frac{x^2}{1-x^4} + \frac{x^4}{1-x^8} + \frac{x^8}{1-x^{16}} + \cdots$

308. Gesucht wird der Wert des unendlichen Produktes

$$\frac{1+x^{\frac{1}{2}}}{2} \cdot \frac{1+x^{\frac{1}{4}}}{2} \cdot \frac{1+x^{\frac{1}{8}}}{2} \cdot \frac{1+x^{\frac{1}{16}}}{2} \cdots\cdots$$

SCHLÖMILCH.

309. Die Winkel eines Dreiecks seien α, β, γ; gegeben ist γ und die Bedingung $\operatorname{tg}\alpha = \operatorname{tg}\beta^3$. Man soll die Winkel berechnen.
FUHRMANN (Königsberg i. Pr.)

310. Durch sieben Punkte, von welchen sechs die Ecken eines Prismas sind, eine Cylinderfläche zweiter Ordnung so zu legen, dafs keine der prismatischen Längskanten in die Fläche hineinfällt.
Dr. WEINMEISTER I (Leipzig).

311. Eine Kegelschnittssehne bewege sich so, dafs sie an einem festen Peripheriepunkt einen Winkel von unveränderlicher Gröfse spannt. Welche Kurve wird von ihr eingehüllt und welche Sätze erhält man aus dem Ergebnis mittelst Kollineation und Korrelation?
Dr. WEINMEISTER I (Leipzig).

312. Der Chordalpunkt (das Radikalcentrum) der drei Kreise, die einem Dreieck angeschrieben sind, ist der Schwerpunkt vom Umfange des Dreiecks. Zusatz. Denkt man sich eine Seite negativ belastet, so ist der Schwerpunkt von diesem Umfange der Chordalpunkt der Kreise, die zu den anderen Seiten als angeschriebene gehören und dem eingeschriebenen Kreise. FUHRMANN (Königsberg i. Pr.).

313. Innerhalb eines gegebenen Dreiecks ABC soll der Punkt O so bestimmt werden, dafs die Ecke A gleich weit entfernt ist von den Transversalen BO und CO, ebenso B von CO und AO, endlich C von AO und BO. SCHLÖMILCH.

Sätze über den Brocard'schen Kreis.

314. Ist C'' der Durchschnittspunkt des Kreises HAB und des Brocard'schen Kreises, so geht $C'C''$ durch die Mitte von $A'B'$.

315. Läfst man in entsprechender Weise wie C'' auch A'' und B'' entstehen, so liegen die Dreiecke $A''B''C''$ und $A'B'C'$ perspektivisch; ihr Projektionscentrum ist der Schwerpunkt E des gegebenen Dreiecks und die Kollineationsachse steht senkrecht auf EI (I Mittelpunkt des Brocard'schen Kreises). G. TARRY (Algier).

316. Die Geraden, durch deren Durchschnitt die Segmentärpunkte entstehen, bilden aufserhalb des Dreiecks zwei Dreiecke T_Θ' und T_Θ'', welche unter einander kongruent und dem gegebenen Dreieck ähnlich sind. Die Mittelpunkte der diesen neuen Dreiecken umgeschriebenen Kreise liegen in bezug auf H symmetrisch zu den Segmentärpunkten O und O'.

317. Die Segmentärpunkte O und O' sind die Grebe'schen Punkte der Dreiecke T_Θ' und T_Θ''.

318. Die Verbindungslinien der Ecken des Dreiecks ABC mit den Segmentärpunkten O und O' bestimmen auf den gegenüberliegenden Seiten zwei Systeme von je drei Punkten, welche die Ecken von zwei flächengleichen Dreiecken sind. Das Verhältnis ihrer Fläche zu der des gegebenen Dreiecks ist zu berechnen.

H. Brocard (Constantine).

Briefkasten zum Aufgaben-Repertorium.

Lösungen sind eingegangen von Bendix-Posen 288. 289. Fröhlich-Lichterfelde 295. Schuster-Pola 272. 276. 295. Hoch-Lübeck 288. Sievers-Frankenberg i. S. 296. 297. Stegemann-Prenzlau 288—292. 295. Artzt-Recklinghausen 276—287. Valta-München. Lösungen z. grofsen T. leider nicht numeriert. Wir ersuchen die Herren Einsender dringend, die Orientierung über ihre Beiträge den Redakteuren nicht zu erschweren! Red. d. Zeitschr.

Neue Aufgaben: Fuhrmann-Königsberg i. Pr. Weidenmüller-Marburg i. H. nebst Lösung.

C. Aufgaben aus nichtdeutschen Fachzeitschriften.

Aufgaben über geometrische Örter.

152. An einen Kreis K sind in den Endpunkten des Durchmessers AB Tangenten a und b gelegt. Die Schenkel eines rechten Winkels, dessen Scheitelpunkt A ist, schneiden b in C und D; von C und D sind an K zwei Tangenten gelegt, welche sich in P, und a in F und H schneiden. 1) Die Diagonalen des Trapezes $CDHF$ schneiden sich in einem Punkt M von AB so, dafs $AM = \frac{1}{5} AB$ ist.

Beweis. M liegt auf AB, da sich in jedem Tangentenviereck die Diagonalen und die Linien, welche die Berührungspunkte verbinden, in einem Punkte schneiden. Ferner $AM:MB = AF:BD$ und $AB^2 = BD \cdot BC$, also $AM:BM = AF \cdot BC:AB^2$; da ferner $\triangle KAF \sim CBK$, so ist $AF:AK = BK:BC$, also $AF \cdot BC = AK^2$; mithin $AM:BM = AK^2:AB^2 = 1:4$ und $AM = \frac{1}{5} AB$.

2) Gesucht wird der Ort für P, wenn sich der rechte Winkel um A dreht.

Auflösung. Es ist $PD:PH = CD:FH = MB:MA = 4:1$. Daher ist der Ort für P eine Parallele zu CD in der Entfernung $\frac{8}{3} r$.

Journ. élém.

153. Gegeben eine Gerade AB und auf ihr ein beweglicher Punkt C; über AC und BC konstruiert man nach derselben Seite die gleichseitigen Dreiecke ACD und CBE. Gesucht wird:

1) Der geometrische Ort der Mitte F der Seite DE. Auflösung.† Zieht man $FI \parallel DA$ und $FK \parallel EB$ bis zum Durchschnitt mit AB; AD und BE schneiden sich in G und $GH \perp AB$. Dann ist $AI = IC$, $BK = KC$; daher $IK = \frac{1}{2} AB$ und die Höhe des Dreiecks $IKF = \frac{1}{2} GH$. Der Ort für F ist also eine Parallele zu AB in der Entfernung $\frac{1}{2} GH$.

2) Der Ort des Schwerpunktes S von $\triangle CDE$. Auflösung.† Die Senkrechte von S auf AB ist $\frac{2}{3}$ der von F gefällten Senkrechten, also $= \frac{1}{3} GH$. Der Ort ist daher eine Parallele zu AB durch den Schwerpunkt Q von $\triangle ABG$.

3) Der Ort für den Durchschnittspunkt O der Höhen des Dreiecks CED. Aufl.† Die Höhen EL und DP schneiden AB bezüglich in N und T; dann ist $CN = CE$ und $CT = CD$, also $NT = CE + CD = AB$, daher $\triangle NTO \cong ABQ$, also O auf der Parallelen durch Q zu AB; wir erhalten daher denselben Ort wie in 2).

4) Der Ort M des um CDE beschriebenen Kreises. Aufl.† Da AQ und BQ Mittelsenkrechte zu CD und CE sind, so ist Q der Mittelpunkt des um $\triangle CED$ beschriebenen Kreises. Für diesen Punkt giebt es also gar keinen Ort; er ist für alle Lagen von C konstant und nicht, wie im Journ. élém. angegeben, dieselbe gerade Linie wie in 2) und 3). Journ. élém.

154. Auf der gegebenen Strecke AB sind in A und B nach derselben Seite hin zwei Senkrechte AC und BD so errichtet, daſs der Inhalt des Trapezes $ABDC$ den konstanten Wert m^2 hat. Von der Mitte E von AB sei auf CD die Senkrechte EF gefällt. Gesucht wird der Ort für F.

Auflösung. G sei die Mitte von CD. Der Ort für F ist der über $EG = \frac{m^2}{AB}$ als Durchmesser beschriebene Kreis.

Nouv. Ann.

155. Auf zwei Parallelen, deren Entfernung AB gegeben ist, sind auf derselben Seite der letzteren die Strecken AA' und BB' so angenommen, daſs $AA' \cdot BB' = AB^2$; AB' und BA' schneiden sich in M; $MP \perp AB$; MP über M verlängert trifft $A'B'$ in Q; AB und $A'B'$ treffen sich in C.

1) Gesucht der Ort für M, wenn sich AA' verändert.

Auflösung. Trägt man AA' auf die Verlängerung von $B'B$ über B bis D ab, so ist $BD \cdot BB' = AB^2$, also $\angle DAB' = 90^0$; und da $BM \parallel DA$, so ist auch $\angle BMA = 90^0$; mithin ist der Halbkreis über AB der Ort für M.

2) M ist die Mitte von PQ. Beweis. CM treffe AA' in E

und BB' in F. Da CE durch den Durchschnittspunkt M der Diagonalen des Trapezes $AA'B'B$ geht, so wird AA' in E halbiert, mithin auch PQ in M.

3) CE ist Tangente an dem Kreise in M. Beweis. O sei die Mitte von AB, so ist $OM = OB$, ferner $FM = FB$; daher $\sphericalangle OMF = OBF = 90^0$, also CM Tangente. Nouv. Ann.

156. Den Ort für den Mittelpunkt O eines gleichseitigen Dreiecks ABC zu finden, dessen Seiten durch drei gegebene Punkte P, Q, R gehen. (P auf BC, Q auf CA, R auf AB.)

Aufl. Um ARQ, BPR, CPQ werden Kreise beschrieben, welche bestimmt sind. Die Halbierungslinien der Winkel A, B, C gehen durch O und die bekannten Mitten L, M, N der resp. über QR, PR, PQ liegenden Bogen. Da $\sphericalangle LOM = AOB = 120^0$, so ist ein Ort für O der über LM liegende Bogen, welcher 120^0 als Peripheriewinkel faſst. Da ebenso $\sphericalangle LON = 120^0$, so ist der Ort für O der durch L, M, N gehende Kreis. Journ. élém.

157. Durch die Spitze C eines gleichschenkligen Dreiecks ABC zieht man eine beliebige Gerade CL und nimmt den zu B symmetrischen Punkt M in Beziehung auf CL. Der Ort des Punktes P, in welchem sich CL und AM schneiden, wird gesucht.

Auflösung. Da $CA = CB = CM$, so ist der Ort für M ein Kreis mit CA um C; da AB gegeben, so ist $\sphericalangle AMB$ konstant $= \frac{1}{2} ACB$; da $\sphericalangle AMB$ auch $= \frac{1}{2} APB$, so ist $\sphericalangle APB = ACB$. Mithin ist der Ort für P der um ABC beschriebene Kreis. Journ. élém.

158. Gegeben ein Kreis mit dem Durchmesser AB und Mittelpunkt K; man zieht eine beliebige Sehne AC und verlängert sie über C bis D, so daſs $CD = AC$ ist. Gesucht wird der Ort des Durchschnittspunktes E von BC und DK.

Auflösung. Im $\triangle ABD$ sind BC und DK Mittellinien; daher wird BC in E im Verhältnis $2:1$ geteilt. Zieht man $EM \parallel CK$ bis zum Durchschnitt mit BK, so ist der Kreis mit MB um M der gesuchte Ort. Journ. élém.

159. Gegeben eine Gerade und auf ihr zwei feste Punkte A und B. Man konstruiere zwei Kreise, welche sich unter einander und die Gerade in A und B berühren; ferner konstruiere man die zweite gemeinschaftliche äuſsere Tangente CD. Gesucht wird der Ort der Mitte M von CD, wenn sich die beiden Kreise verändern.

Auflösung. Beide Kreise berühren sich in F. Die gemeinschaftliche innere Tangente beider Kreise geht durch M und die Mitte E von AB. Nun ist AB fest, also auch E; da ferner $AE = EB = EF = FM = CM = DM$ ist, so ist $EM = AB$ und daher ist der Ort für M ein mit AB um E geschlagener Kreis. Journ. élém.

160. Von den Ecken A und C eines Dreiecks ABC fällt man auf eine sich um B drehende Gerade die Senkrechten AE und CD; man verbindet E mit der Mitte K von AB, und D mit der Mitte I von BC; gesucht wird der Ort für M, in welchem sich KE und DI schneiden.

Auflösung. $\sphericalangle KMI = KED + MDE = 180^0 - KBD + DBI = 180^0 - \beta$. Daher ist der Ort für M der Kreis über KI, welcher $180^0 - \beta$ als Peripheriewinkel fafst. Ist L die Mitte von AC, so ist $\sphericalangle KLI = \beta$; daher geht der Kreis auch durch L, ist also der Feuerbachsche Kreis. Journ. élém.

161. Gegeben eine Parabel; von einem Punkt derselben fällt man auf die Direktrix die Senkrechte MC und von C auf den Radiusvektor FM die Senkrechte CA. Gesucht wird der Ort für A.

Auflösung. Man fälle $FE \perp CM$ und FD senkrecht auf die Direktrix. $\triangle CMF$ ist gleichschenklig, daher $CE = FA = FD$. Also ist der Ort des Punktes A ein Kreis, dessen Mittelpunkt F und dessen Radius gleich dem halben Parameter FD ist. Die Punkte G und G', in welchen der Kreis FE schneidet, gehören der Parabel an. Journ. élém.

162. Gegeben eine Parabel; durch den Durchschnittspunkt O der Direktrix und Achse zieht man eine Sekante OAB; C sei die Mitte der Sehne AB; D sei die Projektion von C auf die Direktrix; ferner sei $DG \perp OAB$; gesucht wird der Ort von G.

Auflösung. CD schneide die Parabel in H; die Tangente in H ist parallel AB und daher senkrecht DG; da aufserdem $DH = HF$ ist, so geht DG verlängert durch F. Da $\sphericalangle OGF = 90^0$ ist, so ist der Ort für G der Kreis über OF. Journ. élém.

163. An einen Kreis O ist in dem Endpunkt B des Durchmessers AB eine Tangente gelegt, welche von einer an den Kreis in dem beliebigen Punkt M gelegten Tangente in C getroffen wird; gesucht wird der Ort des Durchschnittspunktes I von OM und der Senkrechten auf BC in C.

Auflösung. Da $IO = IC$ und $IC \perp BC$, so ist der Ort für I eine Parabel, deren Brennpunkt O und deren Direktrix BC ist. Journ. élém.

164. Gegeben Kreis K mit dem Durchmesser AB und der Tangente AL; man konstruiert eine unendliche Menge von Kreisen K', welche durch Punkt K gehen und AL berühren. Einer der Durchschnittspunkte von K und K' sei M; in M werde an K eine Tangente gelegt, welche K' in I trifft. Der Ort von I wird gesucht.

Auflösung. KI mufs durch K' gehen, da $\sphericalangle KMI = 90^0$ ist. Von K' und I fällen wir auf AL die Senkrechten $K'C$ und IG; KC treffe IG in E. Da $K'C = K'K$, so ist $IE = IK$. Mithin ist der geometrische Ort für I eine Parabel, deren Brennpunkt K ist und welche zur Direktrix eine Parallele durch E zu AL hat

Der Scheitel ist A und der halbe Parameter $KF = 2AK$. Anmerkung. 1) Der Ort des Mittelpunktes K' ist eine Parabel konfokal der ersteren. 2) Wenn man statt M den zweiten Durchschnittspunkt M' genommen hätte, so wäre der Ort diselbe Parabel gewesen. Journ. élém.

165. Gegeben Kreis K und zwei senkrechte Durchmesser AA' und BB'; von A zieht man eine Gerade, welche die Tangente in A' in D und BB' in E trifft; von D die zweite Tangente DG; AG trifft BB' in F. Der geometrische Ort des Durchschnittspunktes I von $A'F$ und AD wird gesucht.

Auflösung. $\sphericalangle DKA' = \frac{1}{2} GKA' = FAK$, daher $\triangle AKF \cong KA'D$, also $KF = A'D$. $\triangle AKE \sim AA'D$, $KE = EF = \frac{1}{2} A'D$. Von I fällt man auf BB' die Senkrechte IH und verlängert sie über I bis sie $A'D$ in L trifft. $\triangle EIF \sim DIA'$ also $IH : IL = EF : A'D = 1 : 2$. Folglich hat der Punkt I stets die Entfernung $\frac{1}{3} KA'$ von BB'; daher ist eine in der Entfernung von $\frac{1}{3}$ des Radius zu BB' gezgene Parallele der Ort für I. Journ. élém.

166. Eine gegebene Gerade AB werde von einem Kreise K in A berührt; eine Senkrechte auf AB in A treffe den Kreis in D. Von dem festen Punkt P auf AB zieht man an K die Tangente PE, welche eine Parallele durch D zu AB in I trifft. Gesucht wird der Ort des Punktes I, wenn sich der Kreis verändert.

Auflösung. Da $PE = PA$, so ist der Ort für E der Kreis mit PA um P; ferner ist $IE = ID$. Der Ort der Punkte I ist also der Ort der Punkte, welche von dem Kreise mit PA um P und einer seiner Tangenten gleich weit entfernt sind. Dies ist aber eine Parabel, deren Brennpunkt P, deren Scheitel A und deren Parameter $4\,PA$ ist. Journ. élém.

167. Auf einem ebenen Felde hört man den Knall des Gewehrs und das Einschlagen der Kugel in die Scheibe zu gleicher Zeit. Den Ort des Hörers zu finden.

Auflösung. r_1 und r_2 seien die Entfernungen des Hörers resp. von dem Schützen und von der Scheibe; v sei die Geschwindigkeit des Schalles in der Luft und t die Zeit, welche die Kugel braucht, um die Scheibe zu erreichen. Dann ist $\frac{r_1}{v} = \frac{r_2}{v} + t$, also $r_1 - r_2 = vt$. Daher ist der Ort eine Hyperbel, deren Brennpunkte der Schütze und die Scheibe sind. Educational Times.

Litterarische Berichte.

A) Recensionen.

Rosenberger, Dr. Ferd., Die Geschichte der Physik in Grundzügen, mit synchronistischen Tabellen der Mathematik, der Chemie und der beschreibenden Naturwissenschaften, sowie der allgemeinen Geschichte. Erster Theil. Geschichte der Physik im Alterthum und im Mittelalter.*) Braunschweig 1882, Fr. Vieweg & Sohn. 8. X u. 175 S.

Der vorliegende erste Teil eines Grundrisses der Geschichte der Physik giebt einen Überblick über die Entwickelung des physikalischen Erkennens und Wissens bis zu jener Zeit, von welcher ab wir die moderne Physik zu datieren haben. Demnach bezieht sich die Darstellung auf ein ebenso weites als schwer zu begrenzendes Gebiet, weil eine eigentliche Physik im Gegensatze zu anderen speciellen Naturwissenschaften nicht in ausgesprochener Form existiert, sondern die Elemente einer wissenschaftlichen Physik in Metaphysik, Naturphilosophie, Mathematik, Astronomie, Alchemie und Medicin vorerst aufzusuchen sind. Die Aufgabe, auf Grund erneuter und eingehender Quellenstudien die Geschichte der Physik bis zur Neuzeit zu schreiben, ist eine der schwierigsten, welche überhaupt gestellt werden kann, und sie ist daher, trotz mancher trefflicher Vorarbeiten bisher noch nicht gelöst worden. Es ist dies aber nicht die Aufgabe, welche der Verfasser sich vorgesetzt hat. Vielmehr schickt er selbst die Bemerkung voraus, dafs „der gründliche Kenner der Geschichte der Physik" nicht erwarten dürfe, in seinem Werke „materiell viel Neues" zu finden. Das Buch soll eben nur Grundzüge geben, es soll ein Leitfaden für die Geschichte der Physik sein, der als Lehrbuch zur Einführung und zur Orientierung mit Vorteil dienen kann und zugleich durch seine populäre Schreibweise dem allgemeinen Verständnis entgegenkommt.

Stellt man sich auf den Standpunkt des Verfassers, so kann man das Buch mit Befriedigung begrüfsen. Zwar fördert es die historische Forschung auf dem Gebiete der Physik weder durch die

*) Die Orthographie des Originals beibehalten. Red.

Benützung neuer Quellen, noch durch die Aufdeckung wesentlich neuer Beziehungen, ja es bleibt sogar ein sorgfältiges Studium der bekannten ursprünglichen Quellen und der Originalwerke der Physiker an vielen Stellen zu wünschen. Aber es wirkt in seiner reproduktiven Weise anregend und belehrend, indem es mit geschickter Beherrschung des Stoffes durch klare Ordnung und Gliederung desselben den Überblick über die Entwickelung der älteren Physik erleichtert. Und nicht nur für die Verbreitung historisch-physikalischen Wissens hat das Buch, das sich ebenfalls durch stilistische Sorgfalt als bildende Lektüre empfiehlt, einen hervorragenden didaktischen Wert, sondern auch zur Vertiefung der physikalischen Geschichtsforschung trägt es bei durch die kulturhistorische Beleuchtung, unter welcher die spezielle Entwickelung der Physik erscheint. Verdienstvoll ist namentlich die Betonung und Würdigung der Epoche der mathematischen Physik, welche im Altertum neben der Naturphilosophie und den praktischen Fortschritten der Technik ihren selbständigen Weg geht. Der Einfluſs der zeitgenössischen Philosophie ist überall berücksichtigt und zum Teil lichtvoll dargestellt; aber freilich fehlt die Erkenntnis der feineren Beziehungen, welche in speziellen Fragen unter der Oberfläche sich weiterspinnen und auf die Umgestaltung der physikalischen Weltanschauung ihren Einfluſs üben. Dahin gehören u. a. die Lehren, welche sich auf die Theorie der Materie, die Zusammensetzung aus Teilen, das Unendlichkleine, die Atomistik, das Beharren der Elemente u. dgl. beziehen; Fragen, welche sowohl für die Vermittelung antiker Wissenschaft wichtig waren, als auch späterhin an der Untergrabung der aristotelischen Autorität energischen Anteil hatten. Unterschätzt ist auch gänzlich der Einfluſs der platonischen und neuplatonischen Philosophie auf die Physik, der nicht nur bei Cusanus und den Italienern, sondern ganz besonders bei den Alchemisten hervortrat und die Weltanschauung gerade desjenigen Jahrhunderts bestimmte, welches den Übergang von der alten zur neuen Physik bildet. Auch die Bedeutung des Paracelsus ist verkannt; denn die Ersetzung der verwandelbaren aristotelischen Elemente durch unveränderliche, der Analyse mit Maſs uud Zahl zugängliche Substanzen ist eine geistige That, die in der Geschichte der Physik einen Ehrenplatz verdient. Überhaupt kommt, wie in den übrigen historischen Werken über Physik, so auch in diesem, die allgemeine theoretische Physik nicht zu der erwünschten Geltung.

Die Einrichtung des Werkes selbst kann nur gebilligt werden. Jeder der beiden Hauptteile — die Physik im Altertum und die Physik im Mittelalter — zerfällt in drei Abschnitte, welche nicht unpassend bezeichnet sind als: Physik als reine Naturphilosophie — Periode der mathematischen Physik — Periode des Untergangs der alten Physik; Periode der arabischen Physik — Christliche Periode der mittelalterlichen Physik — Übergangsperiode der mittelalter-

lichen Physik. Diesen einzelnen Abschnitten sind allgemeine Betrachtungen als Einleitungen vorausgeschickt, „welche im Voraus auf die neben- und durcheinander laufenden Fäden aufmerksam machen und so den Verfolg derselben erleichtern sollen.“ Innerhalb der erwähnten Abschnitte ist dann das Material in streng chronologischer Reihenfolge der Ereignisse abgehandelt. Für die lehrhafte Darstellung dürfte dies in der That der vorteilhafteste Ausweg sein, wenn auch in der Geschichte der Wissenschaften selbst frühe Entdeckungen oft spurlos vorübergehen, entgegengesetzte Anschauungen nebeneinander sich entwickeln, scheinbar Vergessenes plötzlich in seinen Wirkungen wieder auftaucht, und namentlich in jenen Zeiten langsameren Verkehrs und autoritativen Druckes thatsächliche Fortschritte mitunter ganz unbekannt bleiben, so dafs die einfache Jahreszahl noch keineswegs das Lebendigwerden einer Einsicht der Zeit nach bezeichnet. Aber dem Studierenden wird durch die chronologische Anordnung die Übersicht erleichtert; die synchronistischen Tabellen, welche nebst einem alphabetischen Namenregister dem Buche beigegeben sind, leisten für die Orientierung gute Dienste und regen zur selbständigen Vervollständigung an. Gegen die Auswahl der kurzen, hierin aufgenommenen Bemerkungen liefse sich allerdings mancherlei einwenden.

Überhaupt darf nicht verhehlt werden, — und der Verfasser ist sich dessen in verständiger Selbstkritik bewufst — dafs bei der Schwierigkeit der Aufgabe und der Fülle des Materials es an berechtigten Ausstellungen im materialen Teile des Buches nicht fehlen kann. Die Leistung bleibt trotzdem innerhalb der Grenzen, welche der Verfasser sich selbst gesteckt hat, eine erfreuliche und anerkennenswerte. An manchen Stellen macht sich allerdings der Mangel an selbständigem Quellenstudium störend bemerklich. Die mechanischen Probleme des Aristoteles sind in ihrer Bedeutung unterschätzt, ebenso wie die Bücher über Entstehen und Vergehen, die gerade für die Geschichte der Theorie der Materie bis in das siebzehnte Jahrhundert hinein auf die physikalischen und chemischen Grundvorstellungen einen lebhaften Einflufs ausgeübt haben. Wer die Schriften von Roger Baco und Cusanus näher kennt, wird den ersteren weniger, den letzteren höher schätzen als der Verfasser, insbesondere ist Baco mehr seiner eigenen Ansicht nach als im Vergleich zu seinen fehlerhaften Leistungen „ein guter Mathematiker“ gewesen. Fracastoro's theoretische Ansichten, Cardano's Theorie der Flamme, Telesio's Lehre von der selbständigen Erhaltung der materiellen Welt hätten eine Erwähnung verdient. Manche bedeutende litterarische Leistung ist unbeachtet geblieben und die gegebenen Citate sind durch Unvollständigkeit der Angaben für die weitere Benutzung teilweise unbrauchbar. Ganz besonders ärgerlich ist die Angabe, welche sich ähnlich auch bei Poggendorff (S. 140) und bei Heller (S. 255) findet, dafs Coppernikus ein Zeitgenosse und direkter

Schüler des Peurbach gewesen sei (S. 110), während doch Peurbach schon 12 Jahre vor des Coppernikus' Geburt gestorben ist.

Der Versuch, eine Übersicht über die Geschichte der Physik in faſslicher Form zu geben, ist vorläufig noch sehr gewagt, aber er muſs unternommen werden; und Referent kann nur wiederholen, was er an anderer Stelle*) gelegentlich der Besprechung von Hellers Geschichte der Physik — die allerdings mit dem Anspruche selbständiger Forschung auftritt — gesagt hat: Die Arbeit des Verfassers ist eine durchaus dankenswerte, wenn sie auch noch keine abschlieſsende sein kann. Dem Buche Rosenbergers kommt immerhin das besondere Verdienst zu, daſs es wohlgeeignet ist, das Interesse für das Studium der Geschichte der Physik in weiteren Kreisen zu erwecken; man darf daher den in Aussicht gestellten Fortsetzungen mit zustimmender Erwartung entgegensehen.

Gotha, März 1883. Dr. Kurd Lasswitz.

I. Martus, H. C. E. (vorm. Prof. an der Königstädt. Realschule, jetzt Direktor der Sophien-Realschule in Berlin.) Astronomische Geographie. Ein Lehrbuch angewandter Mathematik. Mit 96 in den Text gedruckten Figuren. Leipzig, C. A. Kochs Verlagsbuchhandlung (J. Sengbusch) 1880. Pr. 7 ℳ.

II. Derselbe, Astronomische Geographie etc. Schulausgabe. (Mit 80 Fig. i. T.) ib. 1881.

Die vorgenannten beiden Werke sind schon längst Gegenstände der Kritik pädagogischer und wissenschaftlicher Zeitschriften gewesen.**) Als das erstgenannte Buch erschien, da wurde es von den Fachlehrern an höheren Schulen fast durchgängig mit Beifall aufgenommen. Und in der That, die genannten Fachgenossen konnten sich gratulieren, endlich einmal von einem ihrer Kollegen ein Buch zu erhalten, welches gestützt auf die mathematischen Kenntnisse und Fertigkeiten der oberen Schüler höherer Lehranstalten, einen bislang entweder nur hochwissenschaftlich (doktrinär) oder nur populär behandelten Lehrgegenstand so bearbeitet enthielt, wie es gerade den oberen Klassen der genannten Schulen angemessen ist.

I. Was nun das erstgenannte Buch vor ähnlichen auszeichnet,

---

*) Göttinger gelehrten Anzeige. 1883. Stück 19, S. 596 ff. Eine Reihe materieller Bemerkungen, welche hier nicht wiederholt werden sollten, sind daselbst einzusehen.

**) Man sehe z. B. Rezension hierüber im Centralorgan f. d. R.-W. IX, Hft. 9, S. 557. Blätter f. d. Bayerische Realschulwesen. I. Bd, Hft. 5, S. 184. Es enthalten aber noch Rezensionen dieses Werks folgende Zeitschriften: die Zeitschriften f. österr. R.-W. (V, H. 5), f. (preuſs.) Gymn.-W. (Bd. 35, S. 488), Z. f. wissensch. Geogr. u. für Schulgeogr. Z. f. höheres Unt.-Wesen; der Naturhistoriker (Wien); Grunert-Hoppe Archiv. f. M. u. Ph. Bd. 65; die Natur; Naturforscher; Jahrb. über d. Fortschritte d. Math. u. v. A.

das ist das Eingehen auf den praktischen Teil der Astronomie, natürlich, so weit das für eine höhere Schule erreichbar ist. Während andere ähnliche Bücher den Eindruck machen, als ob ihre Verfasser die astronomische Geographie nur aus Büchern erlernt hätten, läſst uns dieses gleich auf den ersten Blick merken, daſs sein Verfasser sich mit Astronomie selbst praktisch beschäftigt hat, freilich wie aus vielen Stellen hervorgeht, mehr mit dem geodätischen Teile derselben, als mit der eigentlichen Astronomie. Gemäſs dieser praktischen Richtung geht Verf. von den „Erscheinungen" aus, eine Methode, welche für den Unterricht gar nicht genug empfohlen werden kann, da sie immer noch nicht genug befolgt wird. Gleich in den beiden ersten §§ „das Himmelsgewölbe" und „Sternbilder" wird der Lernende genötigt sich mit eigenen Augen am Himmel über die wichtigsten Sternbilder zu orientieren. Eine weitere Konsequenz dieses richtigen Prinzips ist, daſs die wichtigsten Meſsinstrumente vorgeführt werden und zwar vorzugsweise nach ihrem Prinzip und daher die wesentlichen Teile einfach schematisch dargestellt sind. Von didaktischem Werte ist dabei die vergröſserte Zeichnung kleinerer oder sehr kleiner Instrumententeile (Mikrometerskala, Teilung S. 25). Demgemäſs folgen nach einander die elementarsten Meſsinstrumente (Vernier, Sextant, Theodolith mit Mikrometer, Chronograph), deren nackte Beschreibung freilich, und wäre sie noch so klar und durch Zeichnung veranschaulicht, natürlich niemals die Autopsie und den wirklichen Gebrauch der Apparate ersetzen, sondern nur unterstützen bezw. vorbereiten kann. Hier vermissen wir den statt des Sextanten viel angewendeten „Reflexionskreis" auch „Prismenkreis" genannt. (S. z. B. Handbuch d. Navigation des Hydrogr. Amts, Berlin 1881. 2. Aufl. S. 221 u. f.) Nach einem Abschnitte „Astronomische Strahlenbrechung" folgt die Bestimmung der Polhöhe und des Azimuths auf einer Beobachtungsstation, Rektaszension und Deklination, Zeitbestimmung. Ekliptik, Länge und Breite. Zeitrechnung (mittlere Zeit, tropisches und siderisches Jahr) Gröſse des Fortschritts der Sonne (☉) in der Ekliptik. — Dieses ist der Inhalt des ersten Abschnitts, welcher überschrieben ist: „der Sternhimmel" (S. 1—97 in 15 §§). Ein noch hervorzuhebender Vorzug des Buches, welcher auch diesem Abschnitt zu gute kommt, ist die Genauigkeit der Zahlen und Gröſsenangaben bei Beobachtungen und Instrumenten auf Grund wirklich ausgeführter und dem Schüler leicht verständlicher Beobachtungen und Messungen (S. z. B. das Gnomon S. 32).

Der II. Abschnitt bespricht „die Erde" und behandelt der Reihe nach: die Kugelgestalt (Kap. I), Gröſse (Kap. II), Bewegung und zwar Rotation und Umlauf (Kap. III), das Erdsphäroid (Kap. IV) S. 98—341 in 30 §§. Das 1. Kap. enthält auch den wichtigen Abschnitt „geographische Ortsbestimmungen" und greift tief in die deskriptive Geographie ein (Kartenprojektionen, Gradnetze). Das 2. Kap.

behandelt den geodätischen Teil der astronomischen Geographie (Länderaufnahmen, europäische Gradmessung, sehr instruktiv durch „das Dreiecksnetz der Berliner Grundlinie" S. 133 erläutert). Dies ist jedenfalls der ausführlichste und bestgeratene Teil des Buches. Das 3. Kapitel behandelt die Bewegung nicht etwa nur der Erde, sondern auch der übrigen Planeten und ihrer Trabanten, wobei auch unser Mond eine ausgiebige Besprechung erleidet und besonders seine Bahn durch eine recht instruktive Figur (S. 281) erläutert wird. Hervorzuheben als besonders gelungen erscheint uns auch die Behandlung des Abschnitts über die (mittlere) Entfernung der Erde von der Sonne (§ 22, S. 242 u. f.), wobei auch die „Venusvorübergänge" der Erde vor der Sonne recht instruktiv erläutert werden (s. die Figuren 81 u. 82 auf den S. 248 u. 251).

Die zahlreichen Anmerkungen zeugen von dem Streben des Verfassers, den Leser in den Stand zu setzen, Kontrole zu üben oder weiter zu studieren.

Es würde zu weit führen, alle guten Eigenschaften resp. Vorzüge dieses Lehrbuchs, dessen Brauchbarkeit auch durch ein Verzeichnis der (96) Figuren und durch ein alphabetisches Register erhöht wird, im Einzelnen hier aufzuzählen. Es möge genügen, hier den Charakter desselben im Ganzen und Allgemeinen gekennzeichnet zu haben, nämlich: die Behandlung des Gegenstandes in der richtigen den mathem.-physikalischen Kenntnissen der Schüler der Oberklassen höherer Schulen angepafsten theoret.-praktischen Methode.

Wenn wir uns im Vorstehenden über das Buch als Lehrbuch für höhere Schulen im Allgemeinen günstig ausgesprochen haben, so sind wir nicht etwa der Meinung, dafs an demselben im Einzelnen nichts auszustellen sei. Wir sind vielmehr überzeugt, dafs dem Gegenstande näher stehende Fachkollegen manches geändert, hier ausgeschieden, da hinzugefügt, dort gleichmäfsiger behandelt („planiert") wünschen werden und gern stehen hierzu solchen Spezialkollegen die Spalten ds. Z. offen. Wir selbst möchten behaupten, dafs nicht überall der wissenschaftliche Standpunkt unserer gegenwärtigen Astronomie gewahrt sei und wir erlauben uns daher, einiges, was wir (unter dem Beirat und der Zustimmung eines tüchtigen Fachastronomen) für verbesserungsbedürftig halten, für eine künftige Auflage als berücksichtigungswert hervorzuheben.

Hätte der Verfasser, dem die Praxis der astronomischen Beobachtungskunst wesentlich nur aus geodätischen Arbeiten bekannt zu sein scheint, mehr Fühlung mit Fachastronomen genommen, dann würde er S. 39 nicht bemerken, dafs von manchen Astronomen für das Azimuth der Südpunkt des Horizontes als Ausgangspunkt der Zählung genommen werde, sondern, dafs dies gegenwärtig von allen Astronomen geschieht. Es ist dies das vollständige Analogon zur Zählweise des Stundenwinkels vom Süden des Meridians im Sinne der scheinbaren täglichen Umdrehung des Himmels-

gewölbes. Nur in der Navigation (und oft auch bei geodätischen Messungen) zählt man das Azimuth vom Nordpunkte des Horizontes, bald nach Ost, bald nach West, was der dem Seemann geläufigen Orientierung mittelst des Kompasses entspricht. Auch wäre es wünschenswert, dafs der Verfasser durch Einsichtnahme der sphärischen Astronomie von Brünnow (Berlin) oder des trefflichen und bislang ausführlichsten „Manual of spherical and practical Astronomy by Chauvenet (Philadelphia) sich den allgemein üblichen Bezeichnungs- und Zählweisen in der Astronomie angeschlossen hätte, um dem Lehrer oder Schüler den Übergang zu jenen Fachlehrbüchern nicht unnötig zu erschweren.

Im Abschnitt über Instrumente verweilt der Verfasser mit Vorliebe beim Theodoliten, worunter man in der heutigen Astronomie ein Altazimuth*) (Instrument für Höhen und Azimuthmessung) mit hauptsächlich fein geteiltem Horizontalkreis versteht. Dem astronomischen Ohre klingt es dann befremdend, wenn S. 40 das Passageninstrument oder der Meridiankreis als „ein besonderer Theodolit“ (später als ein „vereinfachter Theodolit“) bezeichnet wird. Am Passageninstrument fehlt bekanntlich jeder Horizontalkreis, während der vorhandene Vertikalkreis nur als Aufsuchungskreis dient und bei Beobachtung heller Sterne auch ganz entbehrt werden könnte. Sein wesentlicher Zweck ist ja, den Durchgang eines Sternes durch den Meridian, die sogen. „Kulmination“, genau zu bestimmen. Wo bleibt dann die Ähnlichkeit mit einem Theodoliten? Eine humoristisch angelegte Astronomennatur könnte am Ende hiernach auch einen Operngucker als „Theodolit“ erklären.

Bei den im Buche gegebenen graphischen Darstellungen der Sphäre ist durchweg das Übergreifen der gröfsten Kreise oder Parallelkreise über den gröfsten Kreis des Meridianes zu rügen (S. z. B. S. 22 Fig. 26 u. a. v. a. St.**). Wird letzterer in der Ebene des Papieres gedacht, worauf die einfachste Vorstellungsweise basiert, so ist dasselbe direkt unrichtig. Man könnte geneigt sein, dies für eine Nachlässigkeit des Xylographen zu halten, aber der Verfasser sagt ja in der Vorrede (S. IV): „Die Figuren sind nach den Zeichnungen des Verfassers durch Photographie auf die Holzstöcke übertragen und von dem Xylographen mit sehr anerkennenswerter Sorgfalt geschnitten.“ Auch sollte die Figur, die zum erklärenden Texte gehört, immer nahe bei demselben stehen und nicht gesondert, wie z. B. S. 122—123, wo vier grofse Figuren allein zwei Seiten, ohne eine Silbe Text, einnehmen, sodafs man genötigt ist, immer umzuwenden. Auch ist vielfach auszusetzen, dafs das aufzulösende sphärische Dreieck auf die Rück-

*) Vgl. Gretschel, Lexikon der Astronomie p. 19.

**) Es erinnert uns das immer an die schauderhaften Schnabelkreise oder Schnabelellipsen in den alten für Gymnasien bestimmten Lehrbüchern der Stereometrie.

seite der Kugel projiciert erscheint, (so z. B. S. 67) was die Imagination nicht wenig erschwert. Hätte der Verfasser die Zeichnung der Sphäre mit Zenith und Nordpol so entworfen, als würde er dieselbe vom Westpunkte des Horizontes betrachten (und nicht vom Ostpunkte, wie dies thatsächlich geschieht), d. h. hätte er die Weltaxe links von der Zenithlinie postiert, so würde er den Südwestquadranten im vordersten Teile der Zeichnung haben und damit zugleich die einfachste Betrachtung des astron. Dreieckes: Zenith, Pol und Stern, da, wie erwähnt, der Astronom Azimuth und Stundenwinkel von der Südseite des Meridians nach Westen hin zählt. Die Spezialisierung der Zeichnung auf S. 67 für den Augenblick, wo der Frühlingspunkt ♈ mit dem Westpunkte zusammenfällt, ist dann nicht nötig.

Bei Aufstellung der Formel für den Stundenwinkel der auf- oder untergehenden Sonne (S. 80 etc.) vermissen wir den einfachen Übergang zu den Fragen nach Dauer der bürgerlichen und astronomischen Dämmerung, deren erstere für die negative Sonnenhöhe von $6\frac{1}{2}^0$, letztere für jene von 18^0 leicht zu berechnen ist.

Im Kapitel über die Praecession der Nachtgleichen fehlt jede Zeichnung, und es wäre überaus instruktiv, die konische Bewegung der verlängerten Erdaxe um den Pol der Ekliptik innerhalb rund 26 000 Jahren zu veranschaulichen. Derart wäre auch die Betrachtung der Schwankung der Erdaxe, die sogen. Nutation, leicht zu geben, welche wir im Buche vergeblich gesucht haben.*)

Zum Beweise der Kugelgestalt des Mondes auf S. 107 läſst der Verfasser auſser Acht, daſs wesentlich die Libration des Mondes, welche später S. 276 (s. Fig. 86 dort) erörtert wird, eine stereoskopische Aufnahme des Mondes ermöglicht, worauf hinzuweisen gewesen wäre.

Das Kapitel über die Gröſse der Erde mit den betreffenden Gradmessungen ist weitläufig und instruktiv behandelt und dürfte allgemeinen Anklang finden.

Auf S. 199 findet sich eine Zusammenstellung der neuesten Bestimmungen von Fixsternparallaxen, wobei aber die wahrscheinliche Unsicherheit der einzelnen Resultate nicht angeführt ist; aber auf diese kommt es bei solch' subtilen Messungen ganz besonders an, um das Vertrauen, welches dem einzelnen Resultate beizulegen ist, zu kennzeichnen.

Auch im Abschnitte über die Aberration des Lichtes vermissen wir eine Zeichnung, die ebenfalls leicht und anschaulich zu entwerfen wäre. In Verknüpfung dieses Abschnittes mit den Betrachtungen über Nutation und Praecession wäre von scheinbaren, wahren und mittleren Örtern der Sterne zu sprechen, welche Unterscheidung für das Verständnis der astronomischen Ephemeriden von gröſster Wichtigkeit ist.

---

*) Auch im alphabet. Register fehlt sie.

Zum Kapitel der mittleren Entfernung der Erde von der Sonne ist zu bemerken, dafs — wie ausführlich auch dasselbe behandelt ist — in diesem doch die Methode der Beobachtung der kleinen Planeten zur Zeit ihrer Opposition, welche so manche Vorzüge vor den anderen besitzt, fehlt. Dagegen ist den Venusvorübergängen grofser Raum zugewiesen, und man erkennt, dafs der Verfasser den Verlauf dieser seltenen und wichtigen Erscheinung, welche unser Jahrhundert zweimal zu beobachten das Glück hatte, eifrig studiert hat. Immerhin würde diese Ausführlichkeit auch eine Erwähnung der verschiedenen Beobachtungsmethoden, unter welchen die angeführte Zeitbeobachtung der Kontakte wegen optischer Verzerrungsphaenomene die unsicherste ist, verlangen. Ebenso würde ein kurzer Abrifs der Geschichte der Venusvorübergänge am Platze sein. Wenn der Verfasser S. 255 meint, dafs nach den gegebenen einfachen Formeln die Berechnung der Sonnenparallaxe aus den Beobachtungen von 1874 und 1882 leicht genug wäre („die nach unsern Formeln leicht auszuführende Ausrechnung der Parallaxe“), so täuscht er den Leser vollständig über die Schwierigkeit und Komplikation solcher Diskussionen, sobald diese im Geiste der heutigen astronomischen Wissenschaft geschehen sollen.

Bei den Darstellungen des Planetenlaufes, des Mondlaufes, des Saturnringes, der Mond- und Sonnenfinsternisse könnte das Verständnis ebenfalls durch einfache Zeichnungen wesentlich gefördert werden, wie überhaupt dieses Hülfsmittel der Lehrmethode, natürlich nur bei zweckmäfsiger Auffassung und vorzüglicher Ausführung nicht hoch genug anzuschlagen ist.*)

Zum Schlusse sei noch bemerkt, dafs das im Allgemeinen klare und nützliche, in den geodätischen Darstellungen ausführliche Buch als Lehrbuch der astronomischen Geographie auch die Fragen der nautischen Astronomie behandeln müfste, welche zugleich hochinteressante und überaus instruktive Beispiele liefert; dann ist aber auch unter den Instrumenten dem Chronometer ein besonderer Platz anzuweisen, da dessen grofse Bedeutung für die Schifffahrt bekannt ist.

Wir hoffen, dafs diese wenigen Bemerkungen dem Hrn. Verfasser bei einer neuen Auflage eine Anregung sein werden, sein Werk im Geiste der heutigen wissenschaftlichen Astronomie weiter zu führen, resp. zu vervollkommnen. H.

II. Was das zweite obgen. Schulbuch, einen Auszug des vorstehend besprochenen Werkes, betrifft, welches im Gegensatz zu diesem Lehrbuch (oder Lehrer-Buch) als „Schul-Ausgabe“ (Schülerbuch) bezeichnet ist, so möchten wir uns für jetzt damit

---

*) Wir verweisen hier wiederholt auf die von uns in XIII, 323 angezeigten Wigandschen Projektionsphotogramme der astronomischen Zeichnungen des Dr. Weineck (früh. 1. Observ. an d. Leipz. Sternwarte) als auf ausgezeichnete Anschauungsmittel für die astron. Geographie.

begnügen, dem Hrn. Verfasser zur Erwägung anheimzugeben, ob nicht eine gröfsere Anzahl von Übungsaufgaben (Übungsmaterial) den Wert desselben für die Schule erhöht haben würde. Ein Schulbuch ohne Übungsmaterial und zwar reichliches, ist in jedem Fache heutzutage eine Halbheit. H.

GAEBLERS Spezial-Atlas der berühmtesten und besuchtesten Gegenden und Städte Deutschlands und der Alpen etc.

Von diesem (Hft. 4, S. 278 u. f.) angezeigten Kartenwerke erhielten wir die 5. Lieferung, welche enthält:

Nr. 4: Lübeck und Umgegend (Karton Kieler Hafen).
Nr. 48: Stuttgart und Umgegend.
Nr. 24: Der Rhein. 1. Blatt (Mainz etc.).
Nr. 93: Salzburg und Umgegend.

Unter diesen ist besonders interessant no. 4 wegen des ermöglichten Vergleichs der Lübecker und Kieler Bucht. Um Einiges, was wir bei unserm vorigen Referat (Hft. 4, S. 278 u. f.) weggelassen hatten, nachzutragen, sei Folgendes bemerkt: bei den Eisenbahnen sind die Stationen und Tunnels, die Chausseen, Landstrafsen, Verbindungs- oder Kommunikationswege und Fufswege durch besondere Zeichnungsweise unterschieden. Die Kirchdörfer sind zur Unterscheidung von den eingepfarrten Ortschaften durch ein kleines + markiert; besonders bezeichnet sind auch einzelne separat liegende Häuser, Ziegeleien, Wind- und Wassermühlen, letztere drei Fabriksgattungen wahrscheinlich deshalb, weil sie meist apart liegen. Wiesen und Weingärten sind leicht vom (grünkolorierten) Wald zu unterscheiden, bei welchem auch die Schneusen angegeben sind. Auch die Dämme sind, wo sie wichtig, verzeichnet.

Hiermit empfehlen wir diesen Atlas aufs Neue. H.

HOSÄUS, Dr. A., Elemente der Chemie. Ein Hilfsmittel für den chemischen Unterricht, insbesondere an Gymnasien. Leipzig, Quandt & Händel. Preis 1 ℳ*)

Schon wieder ein neuer Leitfaden der Chemie! Ein neuer, weil er im Jahre 1883 erschienen ist, genau genommen aber ein alter, weil er mit peinlicher Sorgfalt alle die Fehler wiederholt, die man in den meisten, zum teil viel gebrauchten Lehrbüchern findet.**)

---

*) Das vorstehend rezensierte Buch ist laut Vorrede durch das bekannte Ministerialreskript. vom 31. März 1882 veranlafst. Die Red.

**) Wir müssen dem Hrn. Rezensenten die Verantwortung für seine Behauptung überlassen, da wir das Buch nicht kennen und möchten ihm zu bedenken geben, ob er unsere Forderungen, die wir (Hft. 4, S. 290 u. f.) an einen Rezensenten stellen, ganz und voll erfüllt hat. Der Hr. Referent fügt freilich (brieflich) hinzu: „Meine Kritik richtet sich gegen 18 Schul-

Die nachfolgenden Zeilen wenden sich daher nicht nur gegen das oben genannte Buch, sondern auch gegen alle ihm ähnlichen.

Ich hebe Folgendes hervor:

1) Ordnung des Stoffes. Es ist nicht zu billigen, dafs dem Schüler chemische Wahrheiten eher überliefert werden, als er sie verstehen kann. Bereits in der 4. und 5. Zeile findet sich: „Natrium ist im Kochsalz, der Soda und vielen anderen Salzen vorhanden“ Unter „Schwefel“ (S. 30) heifst es Zeile 4 bis 11: „Noch häufiger findet er sich in Verbindung mit Metallen, mit Eisen, Blei, Kupfer u. s. w. als Schwefelkies, Glanze und Blenden. In Verbindung mit Sauerstoff als Schwefelsäure bildet er vielfach natürliche Sulfate, wie Gips, Schwerspat u. dgl. Auch findet er sich in manchen Pflanzen, wie in den Zwiebeln und dem Senf und in einigen Substanzen tierischer Natur, z. B. dem Eiweifs, der Galle, den Haaren, dem Horn u. dgl.“

2) Sachliche Fehler. S. 14. Zersetzung der Luft. Sauerstoff, welcher wie alle Gase unter Wasser aufgefangen werden kann. S. 24. Salpetersäure, die die meisten Metalle löst. Salpetersäure greift Silber an. S. 32. Destillation des Pyrits und $Fe S_2 = Fe S + S$. S. 38. In Verbindung mit Calcium bildet die Kohlensäure .... Im Diamant ist der Kohlenstoff krystallisiert. S. 46. Mit Thonerde, Kalk, Magnesia und anderen Metallen. S. 54. Calciumoxyd löst sich in Wasser. S. 57. Aluminium, Grundlage des Thons. S. 58. Aluminiumhydrat löst sich in Natronlauge. S. 62. Das Quecksilber kommt als Zinnober vor.

3) Verstöfse gegen die Muttersprache. S. 16. „Gesteine und Felsarten enthalten oftmals nahezu die Hälfte ihres Gewichtes“; (Es fehlt „Sauerstoff“.) S. 18. „Frei in der Atmosphäre, die zu $^4/_5$ aus ihm besteht. Gebunden im Salpeter und Salmiak und vielen Bestandteilen des Tier- und Pflanzenkörpers, die oftmals .... eingeteilt werden.“ S. 38. Kohlensäure mit Metallen gebunden. Der kohlensaure Kalk ist ein weit verbreitetes Vorkomnis.

4) Definitionen. Auch hier findet man die alten Fehler.*) Ich will einige derselben kurz andeuten, ohne insbesondere auf den oben genannten Leitfaden einzugehen. In Bezug auf Säuren und Basen verwerfe ich: a) Lackmus (Kupfersulfat eine Säure, Natriumkarbonat eine Basis). b) Geschmack (Über den Geschmack darf man nicht streiten). c) Eine Säure ist eine Verbindung von Wasserstoff mit einem elektronegativen einfachen oder zusammengesetzten Radikal. (Z. B. $H_2 O$, $H_2 S$, $H_3 N$, $H_3 P$,

---

und verschiedene Lehrbücher. Für den Fall, dafs Sie glauben sollten, ich hätte für meine Ansichten alle meine Truppen ins Feld geführt, füge ich hinzu, dafs ich nur meine Vorpostenkette kämpfen lasse.“ Die Red.

*) Arendt (3. Aufl. S. 239) ist meines Wissens der einzige, welcher diese Fehler nicht billigt. Trotzdem aber läfst er sie bestehen.

Anm. des Ref.

H_3As, ...) d) Gegensatz zwischen Säuren und Basen. (Besteht nicht zwischen sämtlichen Körpern, die chemische Verbindungen eingehen können, ein gewisser Gegensatz? Welcher Art ist dieser Gegensatz bei den vielen Hydroxyden, welche bald die Rolle einer „Säure“, bald die einer „Basis“ spielen?)

Ich behaupte, es giebt im allgemeinen nur 3 Arten chemischer Prozesse:

a) Verbindung zweier Körper $CaO + H_2O = H_2CaO_2$,

b) Zersetzung eines Körpers $2HCl = H_2 + Cl_2$,

c) Gegenseitige Zersetzung zweier Körper $H_2 + Cl_2 = 2HCl$.

Ich kann also durchaus keinen Unterschied zwischen den beiden Prozessen $2H_2SO_4 + Fe_2 = 2H_2 + 2FeSO_4$ und $2CuSO_4 + Fe_2 = Cu_2 + 2FeSO_4$ herausfinden und gebrauche deswegen die Namen Wasserstoffsulfat, Wasserstoffchlorid .... statt Schwefelsäure, Salzsäure ......

5) Nomenklatur. Sie ist im allgemeinen die jetzt gebräuchliche. Aber warum wird H_2SO_4 bald Schwefelsäure, bald Schwefelsäurehydrat (S. 32) genannt? Mit welchem Rechte gebraucht man ferner die Bezeichnung „Anhydrit“? Sagt man darum Schwefelsäureanhydrit, weil SO_3 und H_2O sich zu H_2SO_4 verbinden können? Dann dürfte man auch Calciumhydroxidanhydryt (! Red.) statt Calciumoxyd sagen, und wenn man noch einen Schritt weiter geht, Antimoniumanhydrogenium statt Antimon.

6) Experimente. Was bezwecken ferner die Notizen über die Ausführung der Experimente? Für den Lehrer, der hoffentlich nicht erst aus diesem Leitfaden Chemie lernen soll, sind sie überflüssig, für den Schüler sind sie schädlich, da er ihretwegen leicht die Hauptsachen aus dem Auge verlieren kann. Zum Überfluss sind einige Experimente falsch beschrieben: Natrium (S. 1) soll man mit der Schere schneiden. Um Phosphor (S. 15) in Sauerstoff zu verbrennen, soll man ihn schon in der Luft entzünden. Merkurioxyd (S. 14) soll man in einer Kochflasche mit Glasrohr zersetzen, während doch aus vielen Gründen eine Verbindung von einer Retorte aus schwer schmelzbarem Glase mit einer tubulierten Vorlage, einem Glasrohr und Gascylinder unter Wasser zu nehmen ist.

7) Abbildungen. Der Text des eigentlichen Leitfadens (S. 1—62) ist durch 44 Abbildungen erläutert. Unter diesen befinden sich 9 Wiederholungen (2 u. 10; 8 u. 22; 21 u. 28; 27, 31 u. 33; 16, 17, 18, 32 u. 37 stellen Flaschen von verschiedener Gestalt dar). Ich bin der Ansicht, dafs nur solche Abbildungen einem Leitfaden der Chemie beigegeben werden dürfen, welche den Zweck haben, Apparate zu veranschaulichen, die im chemischen Lehrzimmer nicht vorhanden sein können, also Apparate der chemischen Grofsindustrie. Wenn man aber doch glaubt, Reagiercylinder, Gascylinder, Kochflaschen, Retorten .... abbilden zu müssen,

dann sollten die Zeichnungen wenigstens richtig sein. Falsch sind Nr. 2, 10, 11[b], 14, 25, 27, 31, 33, 34, 37).

8) Auswahl des Stoffes. Von den 62 Seiten des Leitfadens sind dem Kalium 3, dem Calcium $3^1/_4$ gewidmet, während *Hg*, *Ag*, *Au*, *Pt* und die dem *Pt* ähnlichen Metalle auf $^3/_8$ Seite (S. 62) abgethan werden. Selen und Tellur nehmen $^1/_5$ Seite (S. 33) ein. Wasserstoffdisulfid (S. 32) ist erwähnt, während Bleinitrat, Silbernitrat u. dgl. mit Stillschweigen übergangen sind.

S. 63—72 findet sich als Anhang: „Die Organisation des Unterrichts in der Chemie." Darunter versteht der Verfasser eine Preisliste chemischer Apparate mit erläuternden Bemerkungen. Von diesen Bemerkungen bringe ich nur eine Probe (S. 67): „Man soll 1 Pfund Glasröhren von dem Durchmesser eines kleinen Damenfingerhutes kaufen." Für diejenigen, welche sich dieser neuen Maſseinheit bedienen wollen, füge ich hinzu, daſs der Verfasser, welcher Lehrer der Chemie am Realgymnasium und an der Groſsherzogl. Forstlehranstalt in Eisenach ist, hier unbedingt Eisenacher Damen im Auge gehabt hat.

Damit man nun nicht glaube, ich hätte hart geurteilt, bemerke ich noch, daſs das besprochene Buch meiner Schätzung nach wenigstens einige hundert Fehler enthält (S. 30 enthält 14, S. 55 auf $^2/_3$ Druckseite 10 Fehler). Die Orthographie ist zumeist die neue, bisweilen jedoch (S. 30, 42) die alte.

Marne (Holstein). E. R. Müller,
Lehrer am Realprogymnasium.

Nachschrift des Rezensenten. Die zweite Anmerkung der Red. veranlaſst mich Folgendes nachzutragen: Die aus meinem Briefe genommenen Zeilen waren nicht zur Veröffentlichung bestimmt, was ich auch in dem betreffenden Briefe ausdrücklich erklärt habe. Im übrigen glaube ich, daſs ich den Forderungen, welche die Red. an einen Rezensenten, (Heft IV. S. 290) in der vorstehenden Rezension nicht zuwider gehandelt habe, obgleich die obigen Zeilen schon im März l. J. entstanden sind; nur bin ich der Ansicht, daſs ein himmelweiter*) Unterschied zwischen der Rezension eines Schulbuches und der eines wissenschaftlichen Werkes ist.

---

*) Warum so „himmelweit"? Der Rezensent muſs beide ganz durchlesen, den Inhalt beider auf Korrektheit prüfen, vor allen Dingen aber bei beiden den inneren Zusammenhang des Ganzen, die logische Entwicklung (beim wissenschaftlichen Werke System beim Schulbuch Methode) und die Form des Vortrags oder der Darstellung einer eingehenden Beurteilung unterwerfen. Nur in Bezug auf die hierbei anzulegenden Maſsstäbe kann Verschiedenheit obwalten; aber gerade den richtigen Maſsstab zu finden ist bei einem Buche so nötig wie beim andern. Die Redaktion.

Zu Krebs, Leitfaden der Physik etc.*)

(Hft. 2. S. 115—116.)

Herr Redakteur! Sie bringen im zweiten Hefte ds. Jhg. Ihrer Zeitschrift (S. 116, sub I) eine sehr günstige Rezension über „Krebs, Leitfaden der Physik u. s. w.", mit welcher ich nicht übereinstimmen kann. Ich greife zum Belege aus einigen Seiten dieses Buches nur die allergröbsten Fehler heraus.

S. 2. „Doch aber (!) kann man nicht annehmen, dafs die Teilbarkeit, selbst durch chemische Mittel, unbegrenzt wäre, weil man sonst auf nichts käme. Man ist deshalb der Ansicht, dafs es kleinste Teilchen, sogenannte Atome gäbe ...." Bitte übrigens, auch den Stil zu beachten! (Vgl. Heft 4, S. 288. Red.)

S. 4. „Im luftleeren Raume dagegen fallen alle Körper gleich schnell; sie sind also alle gleichschwer." Damit zu vergleichen S. 13. „Der Schwerpunkt einer überall gleichschweren Stange liegt in ihrer Mitte." und S. 18, über die Schnellwage: „Sie ist ein ungleicharmiger Hebel, deren kürzerer Arm zusammen mit dem bei *A* angehängten Haken ebenso schwer ist wie die längere". Der letzte Satz enthält zwei grobe grammatikalische Fehler (natürlich Druckfehler), ist aufserdem sachlich falsch. Was für eine Vorstellung von dem Begriffe „schwer" aber mufs der haben, der 3 solche Sätze schreiben kann?

S. 12. „Der Mond bewegt sich in 27 Stunden einmal um die Erde." Natürlich ist man zunächst geneigt, dergleichen für Druckfehler zu halten. Aber es wird sich weiter unten („astronomische Geographie") zeigen, dafs der Verf. wirklich solcher Irrtümer fähig ist.

S. 16. „Die Abstände der Angriffspunkte der Kräfte vom Drehungspunkte (namentlich wenn die Kräfte parallel wirken) nennt man die Hebelarme derselben."

S. 16. „Einarmige Hebel sind .... das Ruder (bei welchem der Drehungspunkt da ist, wo das Ruder das Wasser berührt)." Auch „berührt" ist schön.

---

*) Wir müssen dem Hr. Verfasser die Vertretung seiner Ansichten resp. die Beweise für die Richtigkeit derselben voll und ganz überlassen und nehmen an, dafs er die Fehler, soweit es wirklich solche sind, nur „zum Zwecke ihrer Beseitigung" (s. unsern Art. in Hft. 4, S. 290 u. f.) hervorgesucht und mitgeteilt habe. Red.

Bemerkung des Referenten zu dieser red. Anm.

Ich verbessere einen Fehler höchstens in einem guten Buche, und dann durch private Mitteilung an den Herausgeber. Also nicht die Fehler des K.'schen Lehrbuches will ich berichtigen, sondern den Ruf Ihrer Zeitschrift bewahren, in deren Natur es freilich liegt, dafs sie einen Fehler nur auf dem Wege der Öffentlichkeit gut machen kann. Dafs ich mich bei dieser Gelegenheit mit dem K.'schen Lehrbuche befassen mufste, bedaure ich aufrichtig. Selbstverständlich übernehme ich für jedes meiner Worte die volle Verantwortung. W.

Und in dieser Weise geht es weiter. Gehen wir z. B. zum letzten Abschnitt, „astronomische Geographie“ S. 168 ff. über.

S. 168. „Alle Fixsterne drehen sich innerhalb 24 Stunden einmal in einander parallelen Kreisbahnen, welche gegen den Horizont geneigt sind, und zwar in der Richtung von Ost über Süd nach West. Die Verbindungslinie der Mittelpunkte aller dieser Kreise steht auf demselben senkrecht...“ Wenn man das „demselben“ wieder als Druckfehler gelten läfst, bleibt ein Satz, den Mittelschüler und höhere Töchter kaum verstehen können. Auch das „sich in parallelen Kreisbahnen drehen“ ist schön!

S. 168. „Man kann ihn auch finden [den Polarstern], wenn man die „Hinterräder“ α und β (Fig. 218) des „Wagens“ oder des grofsen Bären um das $5\frac{1}{2}$fache ihrer eigenen Entfernung voneinander verlängert.“*) „Hinterräder verlängern!“ sehr schön! Auch „Hinterräder des grofsen Bären“ nicht übel!**)

S. 169. Der Punkt des Horizontes, an welchem die Sonne am 21. März oder am 23. September aufgeht, nennt man den Ostpunkt.“ Natürlich Druckfehler.

S. 169. „Eine Vertikalebene, welche durch den Nord- und Südpol des Horizontes geht, wird der Meridian des Beobachtungsortes genannt; er geht gleichzeitig durch die Himmelspole P und P', sowie durch Zenith und Nadir $NPZSP'N_a$“ (Dazu eine Figur).

Auf zwei Seiten, denke ich, ist das genug! Der Schlufs des letzten Satzes zeigt auch, dafs die Unrichtigkeiten im Satzbau mindestens nicht alle auf Druckfehler zurückzuführen sind.

Zum Beweise aber, dafs die Fehler auch teilweise auf Unwissenheit beruhen, nur noch Folgendes:

S. 180. „Die ersteren (die unteren Planeten) sind näher an der Erde als die Sonne, was schon daraus hervorgeht, dafs sie zeitweise als dunkele Punkte vor der Sonnenscheibe hergehen — Durchgänge der Venus und des Merkur, während die anderen von der Sonne verdeckt werden können — Bedeckungen der oberen Planeten.“

Bis zu diesem Satze war ich wirklich zweifelhaft, ob ich es nur mit unerhörter Nachlässigkeit, oder zugleich mit Unkenntnis zu thun hätte. (Ich bemerke dabei zu meiner Entschuldigung, dafs ich zufällig auf S. 168 zu blättern angefangen habe.) Aber bei dem „während“ hört der Druckfehler auf. Herr Dr. Krebs glaubt wirklich, dafs Merkur und Venus nicht hinter der Sonne herumgehen können. Dann aber ist auch das „näher an der Erde als die Sonne“ kein Druckfehler. In meiner Gutmütigkeit habe ich es in meinem Exemplare zuerst noch korrigiert. Aber einige Zeilen später steht folgender Satz:

---

*) Auch im Leitfaden der Physik desselben Verf. S. 377. Red.

**) Auch „Deichsel des grofsen Bären“ kommt bisweilen vor, was besonders den verstorbenen Leipz. Prof. Zöllner erheitert haben soll. Red.

S. 180. „Ist ein Stern näher an der Erde als die Sonne, z. B. ein unterer Planet, so kann sich die Erde nie zwischen ihm und der Sonne befinden."

Ferner heifst es S. 181: „Steht der Mond im Süden, während die Sonne auf- oder untergeht, so sind sie in Quadratur."

Endlich S. 182. „Wäre der Mond unendlich weit entfernt, so müfste er zwei Beobachtern, welche sich auf demselben Meridian befinden, welche also den Mond gleichzeitig durch den Meridian gehen sehen, an derselben Stelle des Himmels erscheinen, er müfste für sie gleiche Zenithdistanz haben."

Auch für die beiden letzten Sätze ist die Entschuldigung mit einem Druckfehler ausgeschlossen. Herr Dr. Krebs steht also nicht nur mit dem Kopernikanischen System, sondern auch mit der Kugelgestalt der Erde auf gespanntem Fuſse.

Ich beschäftige mich sonst nicht mit Rezensieren. Aber die warme Empfehlung in Ihrer Zeitschrift würde unzweifelhaft zur Verbreitung des Krebs'schen Lehrbuches in weniger urteilsfähigen Lehrer-Kreisen beitragen, und mich jammern die armen Kinder, welche nach einem solchen Buche unterrichtet werden. Darum hielt ich es für meine Pflicht, den Irrtum richtig zu stellen und gleichzeitig den unvorsichtigen Kritiker für die Zukunft zu verwarnen.

Pleſs (Schlesien), d. 10. März 1883.

E. Witte.

Verteidigung des Rezensenten.

Hr. Witte bemüht sich, mit den obigen Zeilen nachzuweisen, daſs Dr. Krebs in seinem Leitfaden der Physik die „allergröbsten Böcke" begangen habe. Ich muſs gestehen, daſs mir, selbst wenn ich das angezogene Buch nicht kennen würde, ein solcher Vorwurf gegen einen Mann wie Krebs, der doch eine Reihe guter und sogar sehr guter Arbeiten als physikalischer Schriftsteller schon geliefert hat, übertrieben erscheint. Ich will und kann mich nicht um die astronomischen Fehler kümmern, weil die astronomische Geographie im Leitfaden selbst nur anhangsweise behandelt ist, glaube aber die von Witte angeführten physikalischen „Irrtümer" wirklich nur als übersehene Druckfehler und lapsus calami ansprechen zu dürfen. Wären sie eine Folge von Nichtwissen, wie Witte meint, so müſsten sie sich auch im Lehrbuche der Physik und Grundrisse der Physik desselben Autors finden.*) Ich will nun diese Flüchtigkeiten, deren sich leider manche auch in unsern besten Physikbüchern nachweisen lassen, gewiſs nicht rechtfertigen, ich

*) Vermutlich hat Hr. Dr. Krebs auch hier seinen Kompagnon für sich arbeiten lassen. Das Kompagnon-Geschäft kann unter Umständen recht unangenehm werden. Red.

möchte sie aber auch nicht zu einer Verurteilung des Buches im Sinne Wittes benützen, weil dazu doch eine Reihe thatsächlicher Fehler durch das ganze Buch sich ziehen mufs. Wie es nun mit solchen Fehlern im physikalischen Teile beschaffen ist, möchte ich an jenem Passus der obigen Kritik zeigen, wo es heifst, dafs Krebs „wirklich solcher Irrtümer fähig sei". Da beanstandet Witte nach einer für den mathematischen Hebel richtigen Definition des Hebelarmes das Beispiel des Ruders als eines einarmigen Hebels. Ich kann nun hierin gar nicht einen „der allergröbsten Böcke" erkennen, sondern vielmehr ein Verdienst des Verfassers, weil er sich ausdrücklich bemüht, der landläufigen Auffassung des zweiarmigen Hebels entgegenzutreten. Koll. Witte hätte sich, bevor er diesen scharfen Tadel aussprach, vergegenwärtigen sollen, dafs das Schiff die zu bewegende Last, dafs also Krebs im vollen Rechte ist, wenn er den Drehungspunkt des Ruders ins Wasser verlegt.

Manche Dinge im Leben lassen sich eben von zwei Seiten betrachten und wir dürfen nicht einseitig unsere Auffassung als die allein richtige und die zweite für verfehlt erklären. Im vorliegenden Falle ist übrigens die jedenfalls sinnreichere Erklärung von Krebs nicht einmal neu, sondern schon in ältern Werken zu finden.

Memmingen. Dr. Vogel.

Kleiner Litteratur-Saal*).

Neue Auflagen.

1. Wüllner, Lehrbuch der Experimentalphysik. 1. Bd. allgemeine Physik (Mechanik) und Akustik. Vierte vielfach umgearbeitete und verbesserte Auflage. Leipzig, Teubner 1882, VIII und 848. S. Pr. ℳ 10.

Dieses bekannte und geschätzte Werk, das unter den ausführlichen und wissenschaftlichen Lehrbüchern der Physik gegenwärtig wohl den ersten Rang einnehmen dürfte, erschien nur im ersten Bande als vierte Auflage. Die drei übrigen Bände konnten vorerst noch nicht in neuer Auflage erscheinen. Deshalb ist das dem vierten Bande beigefügte Register für die Abnehmer des vollständigen Werkes umgedruckt worden. Einer Empfehlung dieses ausgezeichneten auch in seiner äufseren Ausstattung schönen Werkes, das auch höhere Mathematik verwertet (weshalb S. 31 u. f. die für die Anwendung wichtigsten Sätze der Diff.- und Int.-Rechnung aufgenommen sind), bedarf es es wohl gegenwärtig nicht mehr.

Die renommierte Verlagsbuchhandlung von Vieweg und S. in Braunschweig fährt fort, eine Reihe wissenschaftlicher Werke in bekannter schöner Ausstattung teils neu, teils in neuen und verbesserten Auflagen herauszugeben. Unter dieselben gehören folgende Werke:

---

*) Obschon die nachstehend angezeigten wissenschaftlichen Werke strenggenommen nicht vor das Forum unserer Zeitschrift gehören, glauben wir doch, dieselben hier zu Nutz und Frommen unserer Herren Fachgenossen kurz anzeigen zu sollen.

2. Wiedemann G., Die Lehre von der Elektrizität (zugleich als dritte völlig umgearbeitete Auflage der „Lehre vom Galvanismus und Elektromagnetismus") 1. und 2. Bd. Braunschweig. Vieweg u. S. 1882/83. I. Bd. S. 1—795. II. Bd. 1—1002. Preis jeden Bds *M.* 25.

Dieses Werk ist aus des Verfassers „Lehre vom Galvanismus und Elektromagnetismus" hervorgegangen, von welchem die 1. Auflage 1861, die zweite 1874 erschien*). Die Trennung, welche man noch bis in die Mitte dieses Jahrhunderts bei der Behandlung der statischen und galvanischen Elektrizität und ihrer Wirkungen beibehielt, hat sich mehr und mehr als unhaltbar herausgestellt. Daher glaubte der Hr. Verf., in dieser neuen Auflage das gesamte Gebiet der Elektrizität zusammenfassen zu sollen. Das Werk, in der Litteratur über diesen Gegenstand als zusammenfassendes Lehr- und Handbuch wohl obenanstehend, zeichnet sich aus durch tiefe Wissenschaftlichkeit und Quellenstudien. Man weiſs nicht, worüber man mehr staunen soll, ob über die Tiefe des Schachtes auf diesem Gebiete und die reiche Ausbeute, welche die Arbeiter aus ihm zu Tage gefördert, oder über den Fleiſs des Autors, der diese Schätze sammelte und ordnete. Daſs auch dieses anscheinend rein experimentale Kapitel der Physik mathematisch und zwar z. Th. hochmathematisch behandelt ist, dürfte bekannter sein, als die „mathematische Botanik", von der uns Dr. Ludwig in ds. Z. ein Bild gegeben hat. Die Ausstattung des Buches ist die bekannte glänzende der Vieweg'schen Verlagsbuchhandlung.

3. Schellen, der elektromagnetische Telegraph etc. Sechste gänzlich umgearbeitete, bedeutend erweiterte und den neuesten Zuständen des Telegraphenwesens angepaſste Auflage. 1.—3. Lief. 1880—1883. Preis jeder Lief. 3 *M.* Von der 2. Lief. an bearbeitet von J. Kareis, k. k. österr. Telegraphenbeamter etc.

Die (elektromagnetische) Telegraphie ist durch die umfangreiche Praxis zu einer Wissenschaft von solcher Fülle angewachsen, daſs die fortwährenden neuen Erfindungen, Entdeckungen und Verbesserungen, die wir in den Spezialzeitschriften lesen, auch für dieses Werk eine neue Auflage notwendig gemacht haben.

Die neue Auflage enthält auſser einer gedrängten Darstellung der früheren elektro-telegraphischen Versuche eine bis ins kleinste Detail gehende Beschreibung aller gegenwärtig gebräuchlichen Telegraphenapparate. Aus der groſsen Zahl derselben seien hier hervorgehoben: die englischen Nadeltelegraphen, die Zeigertelegraphen und die Inductions-Zeigertelegraphen von Siemens-Halske und Wheatstone; die Schreibtelegraphen von Morse in den neuesten Konstruktionen (mit Selbstauslösung und als Farbschreiber), Morselinien mit Arbeits- und mit Ruhestrom, die verschiedenen jetzt gebräuchlichen Relais einzeln und in ihrer Verbindung mit dem Morseapparat, die Typenschnellschreiber; die gesamte automatische Telegraphie, die verschiedenen Uebertragungs- oder Translationsmethoden (durch bloſse Relais und vermittelst der Schreibmagnete) zahlreiche Stromlaufschemata für die verschiedenen einzelnen Fälle; die neuesten Umschalter für die Zwischen-, Übertragungs- und Centralstationen nebst Stromlaufschematen, die Einrichtung einer gröſseren Centralstation mit Generallinienumschalter, den vollständigen Betrieb der Unterseelinien (Thomson's Reflexgalvanometer, Syphon-Recorder u. s. w.); die chemischen Telegraphen, insbesondere von Caselli und Bonelli; die Typendrucktelegraphen (sehr ausführlich den Apparat von Hughes); die gesamte Doppeltelegraphie (Duplex, Quadruplex, Multiplex); die

*) Kurze Anzeigen desselben i. ds. Z. finden sich in III, 405 und VI, 239.

Telephonie; die Feuerwehrtelegraphen die Läutewerke; und die Haus-, Comptoir- und Fabrik-Telegraphie; die verschiedenen Eisenbahnläutewerke; die jetzt gebräuchlichen Blitzableiter u. s. w.

Eine wesentliche Erweiterung hat die neue Auflage erhalten einesteils durch die Beschreibung der neuesten Batterien und der umfangreichen Kapitel über die Galvanometrie, die galvanischeu Meſsinstrumente (Tangenten-, Sinus-Boussolen, Voltameter) und ihre Theorie, andernteils durch die Bearbeitung der Kapitel über die verschiedenen Strom- und Widerstandsmessungen, sowie über die Constanten der galvanischen Ketten (Rheostate, Widerstandsrollen, Ohm'sches Gesetz und seine Folgerungen, die Wheatstone'sche Brücke und ihre Anwendungen, Zweigströme, Bestimmung der Widerstände, der elektromotorischen Kraft, der Polarisation) u. s. w. wobei überall die neueren Maaſseinheiten, T. E., Ohmad, Volt, Weber, Farad und Microfarad angewandt sind. Ebenso ist in dem Abschnitt über die Leitung das Neueste über die oberirdische, unterirdische (Telegraphenseile, deutsche Reichskabel u. s. w.) und unterseeische Leitung (Atlantische Kabel, Ladung derselben, Rückströme) ausführlich mitgeteilt. Bei der Bearbeitung des theoretischen Theiles über elektrisches Potential, Widerstands- und Strommessungen, Ohm'sches Gesetz, Zweigströme u. s. w. hat der Verfasser die Anwendung der höheren Mathematik ganz ausgeschlossen und nur Kenntnis der einfachsten algebraischen Operationen vorausgesetzt. Den Schluſs des Ganzen macht die Beschreibung sowohl der älteren als der neuesten Konstruktionen der elektrischen Uhren. H.

B. Programmschau.

Mathematische und naturwissenschaftliche Programme der Rheinprovinz. Ostern 1882.

Referent: Direktor Dr. Dronke in Trier.

1. Düsseldorf. Höhere Bürgerschule (ohne Latein). Progr. Nr. 429. Dr. Lackemann: *Der algebraische Unterricht an den sechs Klassen höherer Bürgerschulen.*

Der Verfasser giebt zuerst allgemeine Bemerkungen über die Organisation der höheren Bürgerschulen und betont dabei deren charakteristische Unterscheidungsmerkmale gegenüber andern Anstalten; sodann behandelt er ausführlich den Unterricht in der Algebra, dessen Aufgabe er in der Erweiterung der durch den Rechenunterricht erworbenen Kenntnisse und in der Herstellung eines wissenschaftlich begründeten Zusammenhanges dieser Kenntnisse findet; er trennt also hierbei die Analysis nicht von der Algebra. Er verteilt den — wohl etwas weit gegriffenen — Unterrichtsstoff auf die (einjährigen) Klassen IV—V, wobei in IV nur im letzten Quartale die Algebra begonnen werden soll; daher muſs das gesammte Pensum, welches neben den 7 Rechenoperationen noch die Gleichungen bis einschl. des 2. Grades mit mehren Unbekannten und die Lehre von den Progressionen nebst deren Anwendung auf die Zinseszins- und Rentenrechnung umfaſst, in drei Jahren (bei 5 wöchentlichen Stunden für die gesammte Mathematik) erledigt sein: jedenfalls keine leichte Aufgabe. Genauere didaktische Erweiterungen werden alsdann angeschlossen. Da nach dem neuen Lehrplan der Rechenunterricht mit dem übrigen mathematischen Unterrichte vereint ist, so daſs die Zahl der Unterrichtsstunden wesentlich verringert ist (in IV und III 5 statt 7, in II und I 5 statt 6), während das Ziel in der Algebra beibehalten ist, so wird es einer sorgfältigen Auswahl des Stoffes bedürfen, um das Ziel auch zu erreichen.

2. Düsseldorf. Realschule I. O. Progr. Nr. 420. Direktor Dr. Böttcher: *Der Lehrplan der Realschule.*

Die Verteilung des Lehrstoffes in allen einzelnen Fächern (also auch in Geometrie, Algebra, Rechnen, Geographie, und den Naturwissenschaften) wird kurz angegeben. Aufgefallen ist dem Referenten, dafs für Untersekunda in der Geometrie „die Stereometrie“ das Hauptpensum bildet, während in der Algebra erst am Schlusse dieses Schuljahres „leichte Gleichungen zweiten Grades“ durchgenommen werden. Die Lösung von stereometrischen Aufgaben ist daher sehr beschränkt. Der neue Unterrichtsplan wird auch hier mehrere Änderungen nötig machen.

3. M. Gladbach. Gymnasium mit Realparallelklassen. Progr. Nr. 399. Dir. Dr. Schweikert: *Specielle Lehrpläne.* II. Teil.

Das diesjährige Programm enthält neben den Lehrplänen in den neueren Sprachen diejenigen für Mathematik und Naturwissenschaften. Zunächst wird das Ziel des gesammten Unterrichtes, dann werden die benutzten Lehrbücher und schliefslich die Verteilung des Unterrichtsstoffes auf die einzelnen Klassen angegeben. Wenn auf allen Stufen die vorgezeichneten Ziele in der — auch stets betonten — Gründlichkeit erreicht werden, so kann Referent den Kollegen nur zu dem vorzüglichen Schülermaterial beglückwünschen. In Gymnasial-Quinta z. B. bilden die Dezimalbrüche incl. des abgekürzten Rechnens, sodann die gewöhnlichen Brüche, die einfache und zusammengesetzte Regel-de-tri und endlich Prozent- und Zinsrechnung das Pensum bei 3 wöchentlichen Unterrichtsstunden; in der Stereometrie sollen die Lagenverhältnisse klar und leicht aufgefafst, eine anschauliche Zeichnung derselben in der Ebene entworfen werden; u. s. f. Die Realabteilung wird bei der Aufstellung stets besonders berücksichtigt. Der Lehrplan in der Naturgeschichte schliefst sich ziemlich genau an den vom Referenten s. Z. veröffentlichten an.

4. Köln. Realschule I. O. Progr. Nr. 417. Dr. Contzen: *Der Titicaca und seine Erinnerungen.*

Der Verfasser, früher Direktor in Lima, schildert in der Programmbeilage nach seinen eigenen Anschauungen den höchsten von Menschen umwohnten Alpensee der Erde. Im ersten Abschnitt charakterisiert er das Land Peru in seinen drei Hauptteilen; der regenlosen und daher wüstenartigen, von fruchtbaren Oasen unterbrochenen Küste, der Sierra mit ihren Gletschergebieten und öden Hochflächen der Puna, und der östlichen von jungfräulichen Urwäldern bedeckten Montaña, der eigentlichen Heimat der Cinchonabäume. Im zweiten Abschnitte beschreibt alsdann der Verfasser den Titicacasee seiner Lage, Gestalt, und seinen physikalischen Verhältnissen nach und knüpft daran kurze historische Betrachtungen über die Zeit des blühenden Inkareiches, der spanischen Eroberer und der traurigen Gegenwart. Hierauf schildert er — im dritten Teile — die Insel Titicaca, welche dem See ihren Namen verliehen hat, und die Insel Coati, von denen erstere dem Sonnengotte, letztere der Mondgöttin geweiht war, und welche beide noch bedeutende Reste der früheren grofsen Tempel und heiligen Gebäude tragen. Der vierte Abschnitt beschäftigt sich mit dem am Südufer gelegenen weiten Trümmerfeld von Tiahuanacu, dessen riesenhafte Bauwerke der Zeit vor dem grofsen Inkareiche angehören; ausführlich werden hierbei die einzelnen Reste (Tempel, die sog. Festung, das monolithische Thor mit seinen Reliefs) besprochen. Im fünften und letzten Teile werden schliefslich die übrigen in irgend einer Beziehung merkwürdigen Umgebungen des Sees einer Betrachtung unterzogen. Eine kleine Karte erleichtert die Orientierung bei der Lektüre der frisch geschriebenen, interessanten Abhandlung.

5. Düren. Gymnasium. Progr. Nr. 387. Oberl. Dr. Maur: *Über arithmetische Reihen höherer Ordnung.*

Der Verfasser entwickelt zunächst (auf genetischem Wege) die Gesetze über die Summe der Potenzen und über die Summe der Produkte der natürlichen Zahlen; ohne ein äufseres Zeichen, dafs nunmehr die eigentliche Abhandlung beginnt, giebt er (von p. 10—20) die Gesetze über die Glieder höherer arithmetischer Reihen und figurierter Zahlen. Der Gebrauch des Zeichens $\int$ für Summation ganzer Zahlen wirkt störend auf die Lektüre; ebenso einige leicht ersichtliche Druckfehler, wie S. 4, Z. 9 v. u. $\int n^3$ statt $\int n^2$, S. 10. Z. 4 v. o. $\frac{1}{3} n (n + 1) (n + \frac{1}{2}) (n + \frac{1}{2} n) (n + 1)$ statt $\frac{1}{3} n (n + 1) (n + \frac{1}{2}) + \frac{1}{2} n (n + 1)$.

6. Elberfeld. Kgl. Gewerbeschule. Dr. Sellentin: *Über Rouletten und Polbahnen ebener kinematischer Systeme.*

In der Einleitung erläutert der Verfasser den Begriff der kinematischen Geometrie, die Grundgesetze derselbeu und die hierbei auftretenden Begriffe: Pol, Roulette, Polbahn u. s. f.; und behandelt hierauf unter Anwendung auf einzelne Beispiele die Hauptprobleme der kinematischen Geometrie der Ebene. Zunächst werden die Gleichungen für die Polbahnen abgeleitet, wenn die Rouletten zweier Punkte gegeben sind; hierbei werden Entwicklungen, welche von H. Prof. Dr. Aronhold herrühren, veröffentlicht; nach Wiedergabe der Steiner'schen und Chasles'schen Sätze über Ordnung und Klassen der Rouletten werden als Beispiele die Kardanischen Kreise, die Antiparallelkurbel und die rotierende Schubkurbel behandelt. Im zweiten Teile werden die Polbahnen als gegebene vorausgesetzt, und alsdann die Rouletten beliebiger Punkte und Hüllbahnen beliebiger Hüllkurven konstruktiv und analytisch abgeleitet (Beispiele: 1. Eine Kreisevolvente rolle auf einer Geraden; 2. Eine Parabel rolle auf einer Geraden); hierbei wird nach Moret-Blanc ein Bewegungsproblem, wobei Parabel oder Ellipse stets durch den Punkt einer Geraden gehen und diese Gerade stets berühren, auf das behandelte Problem zurückführt. Im letzten Teile endlich wird analytisch die Polkurve bestimmt, wenn eine Roulette und die Polbahn gegeben sind, und die Polbahn, wenn eine Roulette und die Polkurve bekannt sind. Auch hier sind 6 erläuternde Beispiele gegeben. Eine Figurentafel, auf welche S. 6 verwiesen wird, ist der sehr lesenswerten Abhandlung nicht beigegeben.

7. Brühl. Progymnasium. Progr. Nr. 377. Blanke: *Planimetrische Aufgaben über Maxima und Minima.*

Im ersten Abschnitte werden 20 Aufgaben gelöst, in denen je ein Punkt so zu bestimmen ist, dafs gewisse Gröfsen (Differenz oder Summe von Abständen ein Rechteck u. s. f.) ein Maximum oder Minimum werden. Die 19 folgenden Aufgaben beschäftigen sich mit der Bestimmung von Dreiecken, deren Umfang oder Inhalt ein Maximum bez. Minimum sein soll. Bei allen Aufgaben ist die Analysis gegeben, bei einzelnen auch die Konstruktion, sodafs ein Schüler der entsprechenden Stufe mit Leichtigkeit die Aufgaben versteht. Überall ist dabei die Anwendung der Algebra ebenso sorgfältig, wie jede Anschauung aus dem Gebiete der neueren Geometrie vermieden; einzelne Aufgaben hätten sich auch unter Beibehaltung der Methode leichter und eleganter lösen lassen.

8. Prüm. Progymnasium. Progr. Nr. 403. Mertens: 1. *Entwicklung der Newton'schen Formel aus den ersten Keplerschen Gesetzen.* 2. *Über Krümmungsradien.*

Das Programm enthält zwei kleine Abhandlungen, in deren erster der Verfasser aus dem ersten Kepler'schen Gesetze über die Bewegung der Planeten die Grenzwerte der Beschleunigung als Funktion des Radius-

vektors ableitet. Die zweite kleine Abhandlung desselben Verfassers beschäftigt sich mit der Evaluierung des Krümmungshalbmessers zunächst bei Kurven, die durch gleichförmige Bewegung eines Punktes erzeugt werden; alsdann wird diese letztere Bedingung fallen gelassen und der Halbmesser des Krümmungskreises bez. der Krümmungskugel abgeleitet.

9. Düsseldorf. Kgl. Gymnasium. Progr. Nr. 388. Oberl. Dr. Brockes: *Über die Entwicklung der Insekten, und ihre Stellung zum Naturganzen.*

Auf 11 Seiten giebt der Verfasser in mehr belletristischer Weise eine kurze Darstellung über einige interessante Teile aus der Insektenkunde, so über die Muskelkräfte, den Instinkt bei der Fortpflanzung, Gröfse der Vermehrung, die Metamorphose, die Feinde der Insekten u. s. f.

10. Essen. Realschule. Progr. Nr. 422. Direktor Dr. Heilermann: *Bemerkungen über den mathematischen Unterricht an der Realschule.*

Nachdem Hr. Direktor Heilermann kurz die mathematischen Pensen der einzelnen Klassen angeführt — er erklärt sich hierbei als Gegner der Gallenkamp'schen Ansichten über Erweiterung des Lehrstoffes — giebt er eine Reihe didaktischer Bemerkungen zu den einzelnen mathematischen Disciplinen, wobei er namentlich und mit Recht für die Einführung der neueren Begriffe etc. sich ausspricht; er macht auf die Methodik des Rechenunterrichtes als der Grundlage für die Algebra aufmerksam u. s. f. Referent stimmt mit dem Verfasser in einzelnen Punkten — so namentlich 7) auf Seite 6, betreffend die Einführung einzelner geometrischer Begriffe — nicht überein, kann jedoch die kurzen Bemerkungen allen Fachkollegen zur Lektüre nur bestens empfehlen.

C. Bibliographie.

Mai und Juni.

Erziehungs- und Unterrichtswesen.

Benedicter, Bezirks-Schulinsp., Meine Schulreise durch Norddeutschland. (34 S.) Klagenfurt, Heyn. 0,80.

Willms, Dir., Zur Neugestaltung der Schule. Praktische Vorschläge zur Entlassung und Körperpflege unserer Jugend. (46 S.) Berlin, Chun. 0,75.

Katz, Dr., Die Kurzsichtigkeit nach Ursache, Wesen und Gefahren mit bes. Rücksicht auf Auge und Schule. (64 S.) Berlin, Horrwitz. 1,50.

Störmann, die Mädchenerziehung in Pensionaten. (28 S.) Frankfurt, Foesser. 0,50.

Hartz, Gymn.-Oberl., Dir., Aus der Gymnasialpraxis. Konferenzvorlagen. (35 S.) Altona, Harder. 1.

Leonhardt, Dr., die Erhöhung der nationalen Wehrkraft durch die Einführung militärischer Exerzitien in die Schulen. (32 S.) Berlin, Klein. 0,75.

Beerel, San.-R. Dr., Erziehungsnormen. Ein Handbuch für Eltern und Erzieher. (165 S.) Breslau, Woywod. 2.

Belhaghel, Prof. Dr., Der Turn- und Spielplatz des Gymnasiums und der Realschule. Pädag. Träumereien. (82 S.) Heilbronn, Henninger. 1.

Brüsselbach, Philosoph. Propädeutik f. die höh. Lehranstalten Deutschlands. (44 S.) Kaiserslautern, Fufsinger. 1.

Rappold, Gymn.-Dir., Gymnasial-pädagogischer Wegweiser. Für Kandidaten und Anfänger des Gymnasiallehramts zusammengestellt. (31 S.) Wien, Pichler. 0,80.

Ritzmann, Dr., Hygienische Ratschläge gegen das Überhandnehmen der Kurzsichtigkeit bei der Schuljugend. (30 S.) Schaffhausen, Schoch. 0,80.
Schultz, E., Über das theologische Fundamentalprinzip der allg. Pädagogik. (88 S.) Mühlhausen i/E., Bufleb. 1,60.
Zwick, Dr., Körperpflege und Jugenderziehung. Betrachtungen über die leibl. Erziehung der deutschen Jugend in Haus und Schule. (116 S.) Berlin, Öhmigke. 2.
Fick, Prof. Dr. A., Über die Vorbildung zum Studium der Medizin. (21 S.) Berlin, Weidmann. 0,40.
Fröhlich, Dr. G., die wissenschaftliche Pädagogik in ihren Grundlehren gemeinverständlich dargestellt. Gekrönte Preisschrift. (166 S.) Wien, Pichler. 2.
Hoppe, Prof. Dr., das Auswendiglernen und Auswendighersagen in physio-psychologischer, pädag. u. sprachl. Hinsicht. (134 S.) Hamburg, Voſs. 1,50.
Kratz, Gymn.-Oberl., Dr., die Lehrpläne und Prüfungsverordnungen für die höheren Schulen in Preuſsen v. 31. März u. 27. Mai 1882. (180 S.) Neuwied, Heuser. 1,60.
Neudecker, Privatdoc., Dr., die eigentliche Hauptfrage im gegenwärtigen Mittelschulstreit. (16 S.) Würzburg, Stuber. 0,50.

Mathematik.

A. Reine Mathematik.

1. Geometrie.

Fialkowsky, Prof., die Projektionslehre mit Inbegriff der Schattenkonstruktion und der orthographischen Parallelperspektive etc. Mit 266 Fig. (28 S.) Wien, Sallmayer. 1,20.
Menger, Prof., Lehrbuch der darstellenden Geometrie für Oberrealschulen. Mit 228 Holzschn. (337 S.) Wien, Hölder. 3,60.
Heger, Oberl., Prof. Dr., Leitfaden für den geom. Unterr. 3. Stereometrie. (150 S.) 1,80. — 4. Analyt. Geometrie der Ebene.. (92 S.) 1. — Breslau, Trewendt. (1.—5. Tl.: 5,30.)
Dornheim, Pror. u. Prof. Dr., Leitfaden der analyt. Geometrie für die erste Klasse der Realgymn. und Realschulen. (28 S.) Minden, Bruns. 0,60.

2. Arithmetik.

Schubert, Oberl. Dr., Sammlung von arithmetischen und algebraischen Fragen und Aufgaben, verbunden mit einem systematischen Aufbau der Begriffe, Formeln und Lehrsätze der Arithmetik für höhere Schulen. 1. Heft. Für mittlere Klassen. (222 S.) Potsdam, Stein. 1,80.
Fick, A., Prof. Dr., Philosophischer Versuch über die Wahrscheinlichkeiten. (46 S.) Würzburg, Stahel. 1,20.
Köster, Aufgaben aus dem Gebiete der Arithmetik und Algebra. 2. Tl.: Potenzen, Wurzeln, quadr. Gleichungen, diophant. Gl., Logarithmen, Progressionen und Zinsrechnung. (65 S.) Oldenburg, Schmidt. 0,80.
Löwe, Oberl., Methodisch geordnete Aufgaben zum kaufm. Rechnen mit ausgeführten Beispielen. Für Real-, Gewerbe- etc. Schulen. 2. Teil. Leipzig, Klinkhardt. 0,80.

B. Angewandte Mathematik.

(Astronomie. Geodäsie. Mechanik.)

Thiersch, Heinr. W. J. u. Thiersch, Aug., die Physiognomie des Mondes. Versuch einer Deutung derselben im Anschluſs an die Arbeiten von Mädler, Nasmyth und Carpenter. (43 S. mit 4 Taf.) Augsburg, Preyſs. 2.

Nisle, Dr., Grundzüge der mathematischen Geographie. Ein Leitfaden zum Unterrichten in den oberen Klassen der höheren Bürger- und Mädchenschulen. (39 S.) Breslau, Woywod. 0,60.
Wernicke, Doc. Dr., Grundzüge der Elementar-Mechanik für den Unterricht bearb. Mit 85 Holzschn. (445 S.) Braunschweig, Schwetschke. 4.

Physik.

Melde, Prof. Dr. Fr., Akustik. Fundamentalerscheinungen und Gesetze einfach tönender Körper. Mit 87 Abb. (356 S.) Leipzig, Brockhaus. 7.
Kayser, Dr., Lehrbuch der Spektralanalyse. Mit 87 Holzschn. u. 9 Taf. (358 S.) Berlin, Springer. 10.
Gerland, Dr. E., Beiträge zur Geschichte der Physik. (16 S.) Leipzig, Engelmann 1.
Reis, Prof. Dr., die periodische Wiederkehr von Wassernot und Wassermangel im Zusammenhang mit den Sonnenflecken, den Nordlichtern und dem Erdmagnetismus. (124 S.) Leipzig, Quandt & Händel. 2.
Schwartze, Telephon, Mikrophon u. Radiophon. Mit 119 Abb. (232 S.) Wien, Hartleben. 3.
Siemens, Will., Einige wissenschaftlich-technische Fragen der Gegenwart: Über die neuesten Errungenschaften der Wissenschaften. Über elektrische Beleuchtung. Der elektr. Schmelzofen. (120 S.) Berlin, Springer. 2,40.
Abendroth, Prof. Dr., Leitfaden der Physik, mit Einschlufs der einfachsten Lehren der Chemie und mathem. Geogr. 1. Kursus. Untersekunda. (134 S.) Leipzig, Hirzel. 2.

Chemie.

Haufsknecht, Oberl. Dr., Lehrbuch der Chemie u. chem. Technologie etc. (469 S.) Hamburg, Vofs. 4,50.
Wehnen, Dr., Leitfaden der Chemie mit bes. Berücksichtigung der landwirthschaftlichen Gewerbe. Zum Gebrauch an Real- und Landwirthschafts-Schulen. (270 S.) Berlin, Parey. 5.
Mitteregger, Prof. Dr., Lehrbuch der Chemie für Oberrealschulen. I. Anorgan. Chemie. (278 S.) Wien, Hölder. 3.
Hanimann, Dr., Der Chemie- u. Mineralogie-Unterricht in unsern Schulen. (82 S.) Schaffhausen, Schoch. 1,20.
Jahn, Doc. Dr., Die Elektrolyse u. ihre Bedeutung für die theoret. u. angewandte Chemie. (206 S.) Wien, Hölder. 4,40.

Beschreibende Naturwissenschaften.

1. Zoologie.

Lubbock, Ameisen, Bienen u. Wespen. Beobachtungen üb. die Lebensweise der gesell. Hymenopteren. (381 S.) Leipzig, Brockhaus. 8.
Keller, Schulr., Anatomische Schulwandtafeln. I. Athmungs- u. Kreislaufsorgane. II. Die äufsere Haut. III. Die Leber. IV. Das Skelett des Menschen. V. Das Nervensystem. — Chromolith. Imp. Fol. Karlsruhe, Bielefeld. Auf Leinwand mit Stäben à 6.
Keller, Dr., Das Tierleben in grofsen Meerestiefen. Akademischer Vortrag. (33 S.) Basel, Schwabe. 0,80.
Hertwich, Dr., Gedächtnisrede auf Ch. Darwin, geh. in der Sitzung der phys.-ökon. Ges. zu Königsberg. (12 S.) Berlin, Calvary. 0,50.
Meinhold's Wandbilder für den Unterricht in der Zoologie. Chromolithogr. Dresden, Meinhold. In Lfgn. v. 5 Taf. 4.

2. Botanik.

Lemmer, Eſsbare Pilze. Mit 2 Taf. in Farbendruck. (16 S.) Frankfurt a/M. Wilke. 1,40.
Cramer, Prof. Dr., Über das Bewegungsvermögen der Pflanzen. (33 S.) Basel, Schwabe. 0,80.
Detmer, Prof. Dr., Lehrbuch der Pflanzenphysiologie. (380 S.) Breslau, Trewendt. 7.
Richter, Blütenkalender. Anleitung zum Selbstbestimmen der phanerogam. Gewächse. 2. Aufl. (300 S.) Augsburg, Rieger. 2.
Göppert, Geh. Med.-R. Dir. Dr., Unsere officinellen Pflanzen. Ein Beitrag zur systemat. etc. Botanik. (12 S.) Görlitz, Remer. 0,50.
— Über das Gefrieren, Erfrieren der Pflanzen u. Schutzmittel dagegen. Altes u. Neues. (87 S.) Stuttgart, Enke. 2.

3. Mineralogie.

Rammelsberg, Prof. Dr. C. F., Elemente der Krystallographie. (208 S.) Berlin, Habel. 5.

Geographie.

Schneider, Dr. O., Naturwissenschaftliche Beiträge zur Geographie und Kulturgeschichte. (276 S.) Dresden, Bleyl. 10.
Mayr, Schulwandkarte v. Frankreich. 1 : 1000000. Miltenberg, Halbig. 10.
Steinhauser, A., Lehrbuch der Geographie. 1. Tl. Mit 34 Abb. (76 S.) Leipzig, Freytag. — Prag, Tempsky. 0,80.
Kullmann, Schulkarte v. Königreich Sachsen. 1:150000. Hildburghausen, Gadow. 6.
Leuzinger's, Billige Karte der Schweiz und der angrenzenden Länder. Nach Dufour's topogr. Karte bearb. 1 : 400 000. Bern, Dalp. 2.
Atlas général composé de 35 cartes. Gotha, Perthes. 5.
Studer, G., Über Eis u. Schnee. Die höchsten Gipfel der Schweiz u. die Geschichte ihrer Besteigung. (392 S.) Bern, Dalp. 5.
Wander, Kurzgefaſste u. übersichtliche Geographie von Deutschland. (4 S.) Dresden, Jänicke. 0,10.
Edlbacher, Prof., Landeskunde v. Oberösterreich. Wien, Gräser. (628 S.) 8,00.

Neue Auflagen.

1. Mathematik.

Vega's log. trig. Handbuch. Neue Ausg. bearb. v. Dr. Bremiker. 67. Aufl. v. Prof. Tietgen. (575 S.) Berlin, Weidmann. 4,20.
Harms u. Kallius, Rechenbuch für Gymnasien etc. etc. 10. Aufl. (262 S.) Oldenburg, Stalling. 2.
Friede, Kosmischer Führer. Wichtige Momente aus den Gebieten der Astronomie etc. 2. Aufl. (103 S.) Leipzig, Scholtze. 2,40.
Geistbeck, Dr., Leitfaden der mathemat.-phys. Geographie für Mittelschulen etc. 4. Aufl. (158 S.) Freiburg, Herder. 1,50.
Leroy, Die darstellende Geometrie. Deutsch mit Anm. v. Prof. E. F. Kaufmann. Mit Atlas. 3. Aufl. (266 S.) Stuttgart, Koch. 10.
— Die Stereotomie, Lehre v. Körperschnitte, enth. die Anwendungen der darstellenden Geometrie auf die Schattenlehre, Linearperspektive, Gnomonik etc. (382 S.) Ebda. 10.

2. Naturwissenschaften.

Friesenhof, Wetterlehre od. praktische Meteorologie. 2. Aufl. (339 S.) Wien, Frick. 4,80.
Schreiber, Dir. Dr., Handbuch der barometrischen Höhenmessungen. 2. Ausg. (307 S.) Weimar, Voigt. 4,50.

Müller, Schülerherbarium. 2. Aufl. (43 B.) Cöslin, Hendefs. 1,60.
Secchi, Dir. P. A., Die Gröfse der Schöpfung. 2 Vorträge. 2. Aufl. Aus dem Italien. v. C. Güttler. (52 S.) Leipzig, Bidder. 1,20.
Schmidt, Prof. Dr. O., Leitfaden der Zoologie zum Gebrauche an Gymnasien u. Realschulen. 4. Aufl. (256 S.) Wien, Gerold. 3.
Arendts' naturhistorischer Schulatlas. 4. Aufl. umgearb. u. verm. v. Oberl. Dr. Traumüller. 69 Taf. mit 1046 Abb. u. erl. Text. (43 S.) Leipzig, Brockhaus. 2,50.
Stewart, Prof., Physik. Deutsche Ausg. besorgt von Prof. Warburg. 3. Aufl. (158 S.) Strafsburg, Trübner. 0,80.
Altum u. **Landois**, Lehrbuch der Zoologie. Mit 238 Abb. 5. Aufl. (481 S.) Freiburg, Herder. 4.

3. Geographie.

Schworella, Kritischer Leitfaden der Kartographie mit Rücksicht auf das Bedürfnis des Unterrichts in der Erdkunde. 3. Aufl. (138 S.) Wien, Schworella & Heik. 2,60.
Hellwald v., Die Erde u. ihre Völker. 3. Aufl. Stuttgart, Spemann. In 28 Heften à 0,50.
Kirchhoff, Prof., Schulgeographie. 2. Aufl. (252 S.) Halle, Waisenhaus. 1,50.

Pädagogische Zeitung.

(Berichte über Versammlungen, Auszüge aus Zeitschriften u. drgl.)

Bericht über den dritten deutschen Geographentag zu Frankfurt a. M.

(29.—31. März 1883).

Von Dir. Dr. Dronke in Trier.

II.*)

Die Nachmittagssitzungen sollten, wie bereits bemerkt, allein der Schulgeographie gewidmet werden. Am ersten Tage hielt denn Hr. Oberlehrer Dr. Finger aus Frankfurt einen längeren Vortrag über die „Heimatkunde, eine Vorbereitung zur Erdkunde." Die älteste Form des geogr. Unterrichtes — so führt der Redner aus — bestand darin, den Kindern Begriffe beizubringen, für welche sie noch gar kein Verständnis hatten und haben konnten; die Idee, dafs die Anschauung die Grundlage des Unterrichts — namentlich auf den unteren Stufen bilden mufs, hat sich erst allmählich seit Albertus Magnus, Baco, Commenius, Basedow, Pestalozzi u. A. m. entwickelt, auch Ritter wirkte für den Anschauungsunterricht in der Heimatkunde. Redner selbst lernte vor 50 Jahren gemeinsam mit Stoy in dem Benda'schen Institute zu Weinheim die Einrichtung kennen und unterrichtete an dieser Anstalt längere Jahre in der Heimatkunde; seine Erfahrungen und Ansichten hat er in seinem Schriftchen „die Heimatkunde" niedergelegt, das wohl die Anerkennung der Fachgenossen gefunden haben mufs, da es 1880 bereits die 5. Auflage erlebte. Zunächst sucht er nun die Einwürfe zu entkräften, die man gegen die Heimatkunde als Lehrobjekt in der Schule erhoben hat. Es sei Sache der Eltern — so wirft man ein — die Jugend mit der Umgebung, mit der Heimat bekannt und vertraut zu machen; aber die Eltern sind eben bei den allermeisten Schülern gar nicht in der Lage die Unterweisung geben zu können, und deshalb mufs die Schule eintreten und diesen Unterricht übernehmen. Ferner behauptet man, es sei überhaupt nicht nötig, den Kindern durch Belehrung die Kenntnisse beizubringen, das Leben bringe sie von selbst; aber jeder Lehrer und jeder aufmerksame Vater weifs, dafs selbst die einfachsten Vorgänge nicht zum vollen klaren Bewufstsein des Kindes gelangen, wenn letzteres nicht auf die Einzelheiten aufmerksam gemacht und durch die Zergliederung des ganzen Bildes die Klarheit herbeigeführt wird; stille nachhaltige Anschauung giebt kein im Bewufstsein klares Bild, das richtige Hineinreden des Lehrers stört nicht, sondern fördert. Zum Unterrichte selbst übergehend hält der Redner die Einteilung in drei Jahreskurse für richtig; der Unterricht soll auf der ersten Stufe bereits beginnen und zwar nur unter Benutzung der Anschauung; zunächst dient die Schulstube zur Orientierung, dann wird von der Sonne,

---

*) Siehe I. Referat Heft 3. S. 300 u. f. Red.

welche hereinscheint, vom Monde, von den Sternen (Sternbildern) gesprochen; stehen Wolken am Himmel — der Unterricht soll nicht auf feste Stunden verlegt, sondern nur gelegentlich erteilt werden —, so bilden sie, dann Regen, Schnee und event. der Regenbogen den Gegenstand der Belehrung. An der Schulstube wird das Ausmessen, an das Haus mit seiner Umgebung die Darstellungsweise beim Zeichnen angeschlossen; ein Spaziergang erweitert die Anschauung; am Bache und Fluſs wird rechtes und linkes Ufer gezeigt, der Weg mit seinen Richtungsänderungen bestimmt, Pflanzen und Käfer werden gesammelt und geben das Objekt zu Betrachtungen in der nächsten Schulstunde u. s. f. Der zweite und dritte Kursus dienen zur Erweiterung und Befestigung der geographischen Grundbegriffe; die Spaziergänge werden weiter ausgedehnt, das Gesichtsfeld erweitert; Hügel, Berge, Gebirge, Ebene, Thal, Quelle, Bach, Fluſs und Strom sind neue Begriffe, die womöglich durch die Anschauung klar gemacht werden müssen; in gleicher Weise sind es Weiler, Dorf, Stadt, die politischen und socialen Einrichtungen; die Grenzpfähle dürfen hierbei nicht den Abschluſs der Betrachtungen bilden und soll nicht etwa nach Kreisen und Regierungsbezirk der Stoff begrenzt werden, da es z. B. für die Frankfurter Schulen unrichtig wäre das ferner liegende durch Schulspaziergänge nicht zu erreichende Wiesbaden oder Cassel in den Kreis der Besprechung zu ziehen, dagegen das wichtige und von Frankfurt aus sichtbare Offenbach deshalb nicht zu besprechen, weil es jenseits der Grenze liegt. Der Unterricht muſs natürlich völlig den örtlichen Verhältnissen angepaſst werden, alle Grundbegriffe der Geographie, welche beim späteren systematischen Unterrichte nötig sind, kommen aber schon auf diesen unteren Stufen vor, bei Gelegenheiten muſs stets auf sie zurückgegriffen, an ihre Bedeutung erinnert werden. Namentlich bittet der Redner, daſs früh genug auf die Himmelkörper aufmerksam gemacht werde. Zum Schluſs rügt der Redner die Fehler in einer Reihe von Büchern, sowohl sprachliche, als auch methodische und bezüglich der Richtigkeit der Daten.

In der leider sehr rasch geschlossenen Debatte zeigte Hr. Früh aus St. Gallen, welchen Wert man in der Schweiz gerade auf Heimatkunde lege. Wichmann (Hamburg) vermiſst die Betonung des Planzeichnens; in seiner Heimat wird der Unterricht erst im zweiten Jahre begonnen und auch auf ein Jahr beschränkt. In den weiteren Kursen werden einzelne Stunden dem Gegenstande gewidmet. Die Schwierigkeiten, durch Anschauung auf Spaziergängen den ärmeren Kindern in den stark gefüllten Klassen größerer Städte die geographischen Grundbegriffe nahe zu bringen, sind nicht zu unterschätzen; von 60 Kindern im Alter von 6—14 Jahren, welche Redner in eine Ferienkolonie brachte, hatte nur eines schon eine Fahrt auf der Eisenbahn gemacht; die meisten kannten nicht den Wald u. s. f. Nicolai (Jena) spricht seine volle Sympathie den Ansichten des Referenten gegenüber aus; das Kind müsse schon vom ersten Schulbesuche an mit der Heimatskunde vertraut gemacht werden.

Hr. Realschullehrer Mang (Baden-Baden) erläuterte hierauf ausführlich das von ihm äuſserst sinnreich konstruierte Tellurium-Lunarium*) und machte die auſserordentlich zahlreichen Versuche, welche der Apparat ermöglicht, vor (Tageslänge für jede geogr. Breite an jedem bestimmten Datum, Stand der Sonne, des Mondes, Finsternisse u. s. f.) Am folgenden Tage zeigte er, da er nicht fertig geworden war, nach 6 Uhr noch den Interessenten die übrigen Experimente.

In der zweiten Nachmittagssitzung begründete zunächst Hr. Prof. Wagner (Göttingen) seinen — bereits in Halle angenommenen, aber noch nicht durchgeführten — Antrag, daſs in den Nachmittagssitzungen stets nur 2 Vorträge auf die Tagesordnung gesetzt würden und dadurch Raum

*) Man vrgl. XI (1880), S. 157 u. f. Red.

für fruchtbringende Diskussionen geschaffen werde. Der Antrag wurde einstimmig angenommen.

Hr. Prof. Kirchhoff (Halle) referierte hierauf über die Ausführung des vorjährigen Beschlusses in Betreff der Mitteilung der damals acceptierten schulgeographischen Thesen an die einzelnen deutschen Schulbehörden; eine Reihe von zustimmenden Antworten ist bereits eingelaufen und werden dieselben auf dem Vorstandstische aufgelegt.

Hr. Prof. Zdenék (Prag) hielt einen Vortrag „über die kartographische Darstellung verschiedener geogr. Gegenstände, ein Beitrag zum Kartenzeichnen in der Schule“. Nachdem er in einigen einleitenden Worten über Schulwandkarten und Schulatlanten gesprochen und für das Kartenzeichnen nach Originalskizzen den Zeichenatlas von Kirchhoff-Debes empfohlen, führte er in einigen Skizzen die Methode vor, die er selbst beim Zeichnen an die Schulwandtafel aus dem Kopfe anwendet. Er nahm hierzu Südasien, den Vierwaldstätter See und die Schweiz, und legte überall die Merkator-Projektion zu Grunde. An einen Meridian und einen Parallelkreis (bei Südasien ist letzterer der Wendekreis, bei der Schweiz der durch Luzern gehende Meridian und Parallelkreis) lehnt er die ganze Figur, indem er durch die Entfernungen einzelne feste Punkte bestimmt; [ein rein. konstruktives Verfahren, das mit dem des Referenten also übereinstimmt, nur daſs Hr. Zdenék nicht die Hülfskonstruktionen ausführt, sondern nur deren Resultate benutzt]. Die Darstellung von der Meeresküste, den Flüssen, Seen und die Bezeichnung der Lage eines Ortes ist hierbei leicht; dagegen ist die vertikale Gliederung hierbei noch schwieriger als bei den Karten; die mit dem Geographentag verbundene Ausstellung zeigt, welche groſse Kunst die Kartographie darauf verwendet, um dies schwierige Problem — die Achillesferse der ganzen Kartographie — zu lösen. Groſse Fortschritte sind hier zu verzeichnen und um so mehr anzuerkennen, als seitens der Zeichner, welche höchstens genannt werden, wenn ein Tadel ausgedrückt werden soll, mit Aufopferung der Augen gearbeitet werden muſs. Nach der Überzeugung des Redners ist auf den Kartenskizzen an der Tafel von der Darstellung der Vertikalgliederung gänzlich abzusehen.

In der an den Vortrag anknüpfenden Diskussion sprach sich zunächst Hr. Prof. Wagner gegen die Zugrundelegung der Merkatorprojektion aus, die man nur für die Äquatorialgegenden anwenden dürfe; auch müsse man im Gegensatz zu dem Vortragenden die Richtung der Küsten, Flüsse, Gebirge, wol auch mit SW. NW. u. s. f. bezeichnen. Hr. Matzat (Weilburg) und Hr. Kirchhoff sprechen sich für die Darstellung der Vertikalgliederung aus, ersterer unter einer wenig klaren Demonstration. Hr. Zdenék bekennt, dass er nur in den oberen Klassen unterrichtet und daſs seine Entwicklungen eben nur für die höheren Klassen berechnet sind. [Der eine Hauptzweck des Zeichnens, den Schüler die Orientierung auf der Karte zu erleichtern und in ihm ein allgemeines aber festes Bild von der Lage der Länder, Flüsse u. s. f. zu einander zu geben, kann nur durch Einführung der zeichnenden Methode auf den unteren Stufen erreicht werden; dabei ist nicht ersichtlich, wo bei der geringen Stundenanzahl (1 in Sekunda) die Zeit zur Einübung der Kartenskizzen in den oberen Klassen hergenommen werden soll].

Hr. Reallehrer Coordes (Cassel) sprach sodann ausführlich über das Thema: „Welche Grundsätze sollen bei Herstellung und Begutachtung von Schulkartenwerken maſsgebend sein“? Neben dem vielen Vortrefflichen, was die neuere Zeit auf dem Gebiete der kartographischen Litteratur hervorgebracht hat, ist auch viel Mittelmäſsiges und viel Schund namentl. in der Schulgeographie entstanden; von den Recensenten werden ausgezeichnete Werke schlecht gemacht, schlechte dagegen gelobt. Wesentliche Schuld trage die vielfach ungenügende Vorbildung der Lehrer der Geographie. Wünschenswert sei es aber, daſs sich Männer,

welche ein volles Verständnis für die Bedürfnisse der Schulen haben, über die allgemeinen Grundsätze einigten, welche bei der Herstellung von Kartenwerken mafsgebend sein sollen. Der Verein für Erdkunde zu Cassel habe diese Frage diskutiert und werde sich gestatten an alle ähnlichen Vereine eine Vorlage zu senden behufs Prüfung und Äufserung über die Prinzipien; bis Ende August möge man dem Kasseler Verein die etwaigen abweichenden Ansichten mitteilen, worauf nochmals die Frage durchgearbeitet und die entsprechenden Resolutionen dem nächstjährigen Geographentage unterbreitet werden sollen. Erwünscht sei auch eine Kommission, welche sich über die Schreibweise und über die Aussprache der ausländischen geographischen Namen einigte. Hr. Prof. Kirchhoff bemerkt hierzu, dafs diese Frage durch die Hirt'sche Verlagsbuchhandlung dadurch zum Austrag gebracht würde, dafs demnächst entsprechende Fragebogen zur Versendung kämen.

Hr. Realgymnasiallehrer Votsch (Gera) referierte über die geographischen Lehrbücher Michael Neanders, welcher im 16. Jahrh. für seine Anstalt (Ilfeld) neben andern Lehrbüchern auch die ersten geographischen herausgab. Wegen der vorgerückten Zeit mufste der Vortrag, welcher hauptsächlich den Inhalt der gen. Lehrbücher wiedergab, stark gekürzt werden.

Am letzten Sitzungstage erstattete Hr. Dr. Lehmann (Halle) Bericht über die Thätigkeit der vom 2. Geographentag eingesetzten Kommission für wissenschaftliche Landeskunde in Deutschland. Zunächst war festzusetzen, ob sich diese letztere nur auf das gegenwärtige Deutschland oder auch auf die Nachbarländer beziehen solle; man habe sich für die letztere Auffassung entschieden. Sodann sei beschlossen worden, eine allgemeine Bibliographie über alles das, was bereits in Programmen, Zeitschriften u. s. f. auf dem Gebiete der Landeskunde erschienen sei, herzustellen, um dadurch das systematische Vorgehen zu erleichtern. Die Kommission wandte sich mit ihrem Aufrufe an die Vereine und an einzelne Personen und zwar mit günstigem Erfolge. Die geographische Gesellschaft in Jena hat bereits eine Bibliographie betreffend das Gebiet des Thüringer Waldes hergestellt. In Österreich, Holland, Belgien selbst in Russland hat man die Angelegenheit in die Hand genommen. Es soll nun die Organisation so getroffen werden, dafs nach Landschaften selbstständig vorgegangen wird. Die landschaftlichen Ausschüsse sollen die Bibliographie zusammenbringen, anregend wirken, neue Forschungen veranlassen und die Centralkommission soll alsdann die Zusammenstellung besorgen. Die Ausführung des grofsen, ganz Deutschland berücksichtigenden bibliographischen Werkes ist ohne Staatshülfe nicht möglich, eine solche wird aber nicht fehlen, sobald man zeigt, dafs man wirklich etwas leistet. Eine Zeitschrift zu gründen, wie vorgeschlagen wurde, hält die Kommission zur Zeit nicht für opportun; dagegen bittet sie, die Kommission um 2 Mitglieder zu verstärken.

In der Diskussion betont Hr. Dr. Penk (München), dafs die Sache nicht zersplittert werden dürfe, dafs die Einheit in den Prinzipien gewahrt bleiben müsse. Der Kommission (Prof. Dr. Ratzel, Dr. Lehmann und Prof. Zöppritz) wird der Dank ausgesprochen und werden noch die Herren Hauptmann Kolm (Metz) und Prof. Hugo (Dresden) hinzugewählt.

Die nächstjährige Versammlung soll gemäs des einstimmigen Beschlusses in München in den Tagen nach Ostern stattfinden; in den geschäftsführenden Ausschufs wurden die Herren Prof. Ratzel, Vorsitzender, Schulrat Dr. Romeder (München), Prof. Wagner (Göttingen), Direktor Prof. Schwalbe (Berlin), Prof. Rein (Marburg) gewählt und es wurde beschlossen die etw. Einrichtung von Ausstellungen jederzeit dem Komité zu überlassen, das gegenwärtige aber zu beauftragen, der nächstjährigen Versammlung ein Statut für den Geographentag vorzulegen. Die Versammlung wurde mit einem Dank für das Lokalkomité und einem Hoch auf die Stadt Frankfurt geschlossen. —

Die Behandlung der schriftlichen mathematischen Hausarbeiten der Schüler; die Unerläfslichkeit solcher Arbeiten und die Unerträglichkeit ihrer schriftlichen Korrektur.

Eine Mitteilung aus alter Erfahrung.

Vortrag des Herrn Professor Helmes (Freiburg i. B.) in der mathem.-naturw. Sektion der (36.) Philologen-Versammlung in Karlsruhe September 1882.*)

(Abdruck aus den Verhandlungen dieser Versammlung S. 301 u. f.)

Meine Herren! Es könnte fast vermessen erscheinen, wenn sich ein alter Invalide noch unter die jungen Streiter mischt. Treibt's ihn aber nur, neuen Bekannten alte Erfahrungen mitzuteilen, seine eigenen Erlebnisse zu erzählen, wer wollte das nicht verzeihlich, ja natürlich finden und unter Umständen auch nützlich. In solcher Lage erkenne ich mich in dieser Versammlung im schönen Badener Lande, das nun schon ins vierte Jahr als neue Heimat mein Glück ausmacht. So oft darum von ihm aus ein Ruf ergeht zu Versammlungen, welche Angelegenheiten meines dereinstigen Amtes und Berufs berühren, werde ich, wie auch vor drei Jahren beim Rufe zur Naturforscherversammlung in Baden-Baden, nicht leicht fern bleiben können, schon um den neuen Nachbaren mich als dankbarst zugehörig zu erweisen. Mein Thema ist ja aber auch ganz anspruchsloser Art. Es verspricht die Mitteilung eines Stücks Erfahrung, und an dieser werden wir ja selbst reicher und reifer, je älter wir werden. Ich werde darum auch kürzer über die beiden ersten Thesen meines Themas, über die Unerläfslichkeit der schriftlichen mathematischen Hausarbeiten einerseits und die Unerträglichkeit ihrer schriftlichen Korrektur andrerseits hinweggehen, um Sie eingehender über den Ausgleich dieser beiden Gegensätze zu unterhalten, wie ihn eine langjährige Praxis in der Behandlung solcher Arbeiten bei mir herausgebildet hat. Und nun zur Sache!

Erstens: Die schriftlichen mathematischen Hausarbeiten sind unerläfslich.

Ich will mich bei der Begründung dieser Thesis nicht auf das Verfahren derjenigen meiner Kollegen berufen, deren ganzer Unterricht vorwiegend aus schriftlichen Arbeiten besteht. Ich meine diejenigen Kollegen, deren Unterricht sich wesentlich auf die Durcharbeitung von Aufgabensammlungen, wie die von Bardey, Heis, Meier-Hirsch u. a. einrichtet. Denn sie gefährden, meine ich, einen spezifischen Vorzug des mathematischen Unterrichts, vor jungen Schülern und unter ihrer vollen Mitwirkung den Aufbau einer Wissenschaft zu vollziehen; ein Vorzug, den mit dem mathematischen Unterrichte nur noch eine Disziplin, der grammatische Sprachunterricht, teilt; dieser aber in viel beschränkterem Sinne. Ich sage, in viel beschränkterem Sinne. Denn einmal übertreffen die mathematischen Fundamente des Zählens und Messens an Einfachheit und Zugänglichkeit für den jugendlichen Geist bei weitem die Fundamente des grammatischen Unterrichts, die Formenlehre und die Syntax. Zweitens aber vollzieht sich der Aufbau in den vier oder sieben Species, in der Lehre vom Dreieck und Kreis ohne Vergleich einfacher und bestimmter als auf den mancherlei Ausweitungen und Verzweigungen des Denkens und seiner Ausdrucksformen. Endlich ist der Bau selbst vollendeter. Im

*) s. Hft. I ds. Jhrg., S. 74 ff., wo der Vortrag nur im Auszuge als Referat gegeben ist. — Einen ähnlichen aber gegensätzlichen Artikel findet man in den Neuen Jahrbüchern für Philologie II. Abt. (Paedagogik) Jahrg. 1883, 3. Hft., wo Hr. Dr. Piper in Lemgo „eine neue Methode des mathematischen Unterrichts, bei welchem die häuslichen Arbeiten fortfallen“, beschreibt. Sollte es der Hr. Verf. gestatten, so werden wir auch diesen Art. (im nächsten Hefte) abdrucken lassen. Red.

Aufbau einer Wissenschaft vor den Augen des Schülers und unter seiner vollen Mitwirkung steht die Mathematik einzig da; und dieser ihr Vorzug ist in der geistigen Erziehung und Bildung des Schülers vor allem zu benutzen; zu benutzen durch strenge gemeinsame Arbeit des Lehrers und Schülers in den Unterrichtsstunden, was immer der Kern und die Hauptsache des mathematischen Unterrichts sein und bleiben muſs. Genannte und andere Aufgabensammlungen lassen nun in den loser verbundenen Paragraphen von Aufgaben den Bau einer Wissenschaft nur mangelhaft erkennen und sind in dieser Beziehung immer durch leidige Diktate des Lehrers zu ergänzen. Aber, wie gesagt, eine derartige Einrichtung des mathematischen Unterrichts, der gewissermaſsen nur oder doch vorwiegend aus schriftlichen Arbeiten des Lehrers und des Schülers bestände, will ich zu meiner Beweisführung nicht benutzen. Ich will einen Unterricht voraussetzen, der an der Hand eines schon wissenschaftlich geordneten Lehrbuchs diesen Bau zu erkennen und selbständig nachzubilden anleitet. Aber auch dann müssen schriftliche Hausarbeiten des Schülers den vorwiegend theoretischen Unterricht des Lehrers ergänzen. Diese Arbeiten müssen dem mathematischen Unterrichte sein, was die sogenannten Exerzitien dem grammatischen Unterrichte sind; und glaube ich durch diese Parallelisierung allein ihre Unerläſslichkeit, die ja beim sprachlichen Unterricht gar nicht bestritten ist, hinlänglich angedeutet zu haben. Sie sollen den Lehrer vom Verständnis seines Unterrichts überzeugen; den Schüler in der Selbstthätigkeit üben; ihm zeigen, daſs er mit seiner Wissenschaft auch was machen kann; sollen das Wissen durchs Können unterstützen, Kopf und Hand sich gegenseitig helfen lassen. Ich darf mich hier nicht weiter über Art und Umfang der betreffenden Aufgaben einlassen, nur das eine möchte ich darüber im Vorbeigehen noch bemerken, daſs sie ja nicht zu schwer sein sollen, daſs sie vielmehr Lust durch Leichtigkeit wecken; durch Form und Inhalt das Interesse des Schülers erregen; über den mündlichen Unterricht nicht sowohl hinausgehen als ihn vielmehr nur innerlich befestigen; und daſs ihnen, um sie desto bestimmter als integrierenden Teil des Unterrichts erscheinen zu lassen, in der Periode der Woche je eine Stunde zugewiesen werde, wie ich das im letzten Teile meines Vortrags weiter auszuführen mir vorbehalten will. (Ich sehe dabei von gröſseren sogenannten Vierteljahrsarbeiten der Schüler, wie sie auch von namhaften Pädagogen empfohlen werden und namentlich von Erler-Züllichau in vorzüglichen Musterbeispielen vorliegen, und die ich den lateinischen Aufsätzen vergleichen möchte, hier ganz ab; ich habe niemals recht Zeit gefunden, sie anzuwenden.)

Was ist nun zweitens mit diesen wöchentlichen Hausarbeiten der Schüler zu machen?

Sie müssen vor allem, gleich den sprachlichen Exerzitien, vom Lehrer korrigiert werden; einmal, damit der Schüler in dieser Kontrolle des Lehrers den weiteren äuſseren Antrieb erhält, die Sache so gut wie möglich, mit Fleiſs und Gewissenhaftigkeit auszuführen; dann aber auch, damit er sich nicht in Fehler hineinarbeite, die um so fester bei ihm einwurzeln würden, je mehr sie nun Werk seiner eigenen Thätigkeit und Überlegung geworden sind.

Das ist nun schon bei sprachlichen Exerzitien eine aufreibende, schwere Aufgabe des Lehrers; ohne Vergleich schwerer bei den mathematischen. Ich habe in den ersten Jahren meines Amtes lateinische und französische Exerzitien zu korrigieren gehabt. Man kennt da leicht die Kasus, die Konjunktionen und Konstruktionen, auf die man zu fahnden hat, um den Rotstift hier unter einem Akkusativ, dort unter einem Dativ, hier unter *ut* und *quod*, dort hinter einem Akkusativ cum Infinitiv sein einförmiges Spiel treiben zu lassen. Schwerer wird's schon bei den Aufsätzen, worüber mir eine kurz vorübergehende Erfahrung in der Untersekunda als deren Ordinarius nicht erspart geblieben ist. Und ähnlich schwer oder schwerer

ist's mit den mathematischen Korrekturen, namentlich der höheren Kurse, weil bei dem netzartigen Zusammenliegen der mathematischen Wahrheiten die Wahl des Weges zum Übergange von der einen zu der andern und die wirkliche Ausführung des gewählten Weges soviel Freiheit läſst. Und nun so stundenlang auf Fehler zu fahnden und sie in gleicher oder ähnlicher Weise 30—40 mal hintereinander wieder notieren zu müssen, wo eine einzige mündliche Belehrung und Berichtigung die 30—40 anderen augenblicklich zur Selbst-Korrektur vermocht hätte: es erfüllt mit einem Unmut, mit einer Langweiligkeit, worin alle Frische des Geistes untergeht; man wird am Ende selber dumm in solcher Gesellschaft von Dummheiten und Dummen. Doch was vergeude ich die Zeit mit der Schilderung von Leiden, die wirklich die allergröſsten des sonst so glücklichen Lehramts sind, die wahre Crux desselben, die ja aber jeder aus eigenster Erfahrung leider nur zu gut kennen zu lernen hat.

Ist da gar nicht zu helfen? Und mit dieser Frage trete ich an die Hauptaufgabe meines Vortrags.

Ich habe da vorab den jungen Anfänger des Fachs und den erfahrenern Lehrer zu unterscheiden. Junge angehende Lehrer sollen gern und willig das Kreuz der Korrektur auf sich nehmen und es einige Jahre hindurch geduldig tragen. Kaum ist's Geduld zu nennen, was sie dabei zu üben haben; so neu und lehrreich ist die Erfahrung, die sie dabei machen, so groſs und unersetzlich der Gewinn, den sie selbst davon haben, und zwar in der doppelten Beziehung: Einmal werden sie dadurch von den Höhen ihrer jüngsten akademischen Studien, von den hohen Kronen der Bäume herabgerufen zu Stamm und Wurzel dieser Bäume, die sie da in den Niederungen des ungeschulten jugendlichen Geistes zu hegen und zu pflegen haben. Sie werden wohlthätig erschreckt werden von den ersten Früchten ihres gelehrten Unterrichts; von den entsetzlichen Dummheiten der ersten Leistungen ihrer jungen Schüler und dann umkehren und herabsteigen, bis und wo sie von den tief untenstehenden Schülern er- und gefaſst werden können. Darin werden sie zweitens dann zugleich die rechte Erkenntnis der vielartigen Individualität der Schülernaturen gewinnen, eine Erkenntnis, welche die unerläſslichste Vorbedingung jeder gesegneten Wirksamkeit des Lehrers ist. Und dann erst, wenn er diesen hohen pädagogischen Wert dahin hat; wenn er zum Standpunkte des Schülers hinabgeführt ist, und die geistigen Individualitäten auch sonst schon sicher zu unterscheiden gelernt hat: dann erst wird er den Druck der ihm nun nicht weiter förderlichen Korrektur fühlen und sich nach Hilfe sehnen.

Wo ist diese Hilfe zu finden?

Ich habe keine andere Antwort als: „Aide-toi et dieu t'aidera".

Aber ehe ich nun ausführe, wie ich mir geholfen habe, kann ich es doch nicht unterlassen, hier einzufügen, wie hie und da auch Institutionen Hilfe zu geben imstande sind. Mit Dankbarkeit gedenke ich der alten jesuitischen Einrichtung der *Silentia* und *Praeceptores* am bischöflichen Gymnasium Josephinum zu Hildesheim in Beziehung auf Korrektur der lateinischen Exerzitien, eine Einrichtung, deren Wohlthaten ich volle sechs Jahre meines Lehramts genossen habe. Es wurden diese Exerzitien, wöchentlich zwei, samt anderen Arbeiten, in den täglichen sogenannten Silentiis unter Aufsicht der „Präzeptoren", Kandidaten der Theologie der an das Gymnasium sich anschlieſsenden theologischen Fakultät, angefertigt und dann zur Korrektur an den Präzeptor abgeliefert. Nur jedesmal sechs bis acht „propria arte" oder „propria Minerva" geschriebene Exerzitien wurden unmittelbar an den Professor eingeliefert, alle anderen in der vorab vom Präzeptor vollzogenen Korrektur. Der Professor nahm dann die Kritik sämtlicher Arbeiten vor, diktierte schlieſslich die korrekte Ausführung der Aufgabe, und letztere war dann selbst zu memorieren und zu rezitieren. Der Professor brauchte aber auch wirklich nur die sechs bis acht Arbeiten propria Minerva gelesen zu haben, um darin alle Fehler-

quellen zu entdecken oder wiederzufinden, die auch über die 30—40 übrigen Arbeiten laut Meldung des Herrn Präzeptors ihre unheilvollen Fluten ergossen hatten. So dankbar ich dieser Einrichtung auch gedenke, die ihren Zweck in Beziehung auf die lateinischen Exerzitien so vollkommen erfüllte: von den mathematischen Korrekturen und denen des Aufsatzes konnte sie mich schon nicht befreien. Sie kann es nicht, ihrer Natur nach, und da sie ohnehin nicht leicht eine allgemeine Einführung wird finden können, so komme ich zurück auf mein: „Aide-toi ....“ und will nun ausführen, wie ich mir selbst half.

Bestimmt durch den doppelten Zweck: dem Schüler einmal den nötigen äufseren Antrieb zur Selbstthätigkeit zu geben; dann, ihn davor zu bewahren, sich in Fehler hineinzuarbeiten, war mein Verfahren etwa folgendes:

1. Der überwiegend theoretische, auf den Aufbau der Wissenschaft der Mathematik gerichtete Unterricht wird allwöchentlich durch „die Stunde der wöchentlichen Hausarbeiten“, kurz, „die Arbeitsstunde“ unterbrochen.

2. Für diese Arbeitsstunde hat der Schüler zwei Hefte anzulegen: a) das sogenannte „Übungsheft“, eine Art Kladdenheft,*) welches er auch in allen anderen mathematischen Lehrstunden zu benutzen hat, jedoch so gehalten, dafs es nur mathematische Arbeiten, keine anderen enthält, also dadurch von dem sogenannten „Diarium“ unterschieden; b) das sogenannte „Reinheft“; dessen Bestimmung sich sogleich ergeben wird.

3. In das Übungsheft werden die Aufgaben der folgenden Woche, an Zahl 2—3, notiert, durch Angabe der Nummern oder Paragraphen des Lehrbuchs, oder der Aufgabensammlung, wo diese Aufgaben stehen; sonst durch Diktat der Aufgaben selbst.

Und in diesem Übungshefte sind dann im Laufe der Woche auch die Ausarbeitungen der Auflösungen in Tinte auszuführen.

4. In der Arbeitsstunde selbst habe ich es nun immer also gehalten:

a) Jeder Schüler hat sein Übungsheft mit der Ausführung der wöchentlichen Hausarbeiten offen vor sich aufgelegt zu halten.

b) Ich eröffne jede Stunde vom Katheder aus mit der bankweise gestellten stereotypen Frage: ist jemand, der eine oder die andere Aufgabe nicht hat lösen können, und welche nicht? in der ersten Bank: Keine Meldung, alle haben alle Aufgaben gelöst; in der zweiten Bank: ebenso; in der dritten Bank eine Meldung. Die Meldung wird von mir notiert. Und so durch alle Bänke hindurch. Ungeachtet das Resultat nun schon bekannt ist, schliefse ich doch immer mit der Frage: wem ist nun gar keine Auflösung gelungen? Eine Meldung auf diese Frage war nicht leicht, aber auch nicht häufig.

c) Nun geht's an die Auflösung der einzelnen Aufgaben an der Tafel, während ich das Katheder verlassend die offen liegenden Übungshefte so viel rätlich und thunlich durchmustere. Wehe dem, der die Auflösung nicht hätte und doch sich nicht gemeldet hätte!

d) An die Tafel zur Ausführung der Auflösung wird nun nicht blofs derjenige gerufen, der durch weitest vorgestreckten Kopf oder höchstgehobene Hände ganz Vorzügliches geleistet zu haben meint, sondern nach pädagogischem Ermessen bald dieser, bald jener.

Der zur Tafel Angerufene hat vorab den Weg anzugeben, den er gegangen ist. Ist der ein guter oder selbst der beste, so wird gleich an seine Ausführung an der Tafel gegangen. Dann aber wird noch gefragt, ob andere andere Wege gegangen sind, und welche, und so nach Umständen noch ein zweiter und dritter Weg ausgeführt. Erkennt der Lehrer den zuerst angegebenen Weg als minder gut oder selbst verkehrt, so führt

---

*) Der Ausdruck „Kladde“ ist in Norddeutschland (Hamburg, Altona) gebräuchlich, während man in Wien sagt „Theke“, in Sachsen (Mitteldeutschland) „Diarium“.
Anm. d. Red.

die Frage: wer bessere Wege gefunden habe, gleich einen anderen an die Tafel zur Ausführung seines Weges u. s. w. u. s. w.

Es wäre vergeblich und ist vor dieser Versammlung auch durchaus unnötig, das bunte Leben und Treiben einer solchen Arbeitsstunde zu beschreiben. Ich kann nur versichern, daſs sie dem Lehrer und Schüler wohl die angenehmste der ganzen Unterrichtstunden war und ihre Arbeit dann manchmal auch erst in der folgenden Stunde zum Abschluſs gebracht wurde. Jedesmal aber wurde von jeder Aufgabe eine korrekteste Auflösung an der Tafel gegeben; und

e) diese Auflösung war dann im Laufe der Woche, wo irgend möglich noch an demselben Tage, jedenfalls unter dem Datum dieses Tages in das Reinheft einzutragen, unverändert oder nach den Korrekturen der Arbeitsstunde aus dem Übungshefte.

Ausnahmsweise, und wenn ein Schüler sich ganz sicher wuſste, konnte auch gleich in der Arbeitsstunde das Reinheft statt des Übungsheftes auf- und vorgelegt werden.

f) Für jede der verschiedenen mathematischen Disziplinen wurde ein besonderes Reinheft angelegt, so ein arithmetisches, ein planimetrisches, ein trigonometrisches und ein stereometrisches und in eins von Tertia bis Prima fortgeführt und vom Schüler aufbewahrt.

Zweck und Aufgabe dieses Reinheftes muſs ich hoch anschlagen. Der Schüler wird veranlaſst, da in korrektester Form zu arbeiten; und mit Wohlbehagen überschaut der Primaner in diesem Hefte noch den Weg, den er von der Tertia an durchwandelt, und die Fortschritte, die er gemacht hat.

Aber wälzt sich so die Last der Korrekturen nicht auf die Revision dieser Reinhefte, die ja sonst doch noch die Lagerstätten von Fehlern, dazu auch die Brutstätten von Veruntreuungen durch Abschreiben von anderen werden könnten?

Ich habe Ihnen da zum Schluſs nun noch eine letzte Einrichtung vorzuführen, die diese Revision auf ein kaum nennenswertes Minimum von Arbeit reduziert und sie durch eine einzige Korrektur ersetzt, die mir in diesem Falle aber nicht mehr eine Last, sondern eine wahrhaft mit Lust und Liebe und in höchster Spannung ausgeführte Arbeit war. Nämlich

g) am Ende jedes Quartals, nach Abschluſs eines bestimmten Pensums des Unterrichts, wurde eine mehrstündige Klausurarbeit angefertigt, deren Aufgaben alle oder doch gröſstenteils aus den wöchentlichen Hausarbeiten des abgelaufenen Quartals entnommen wurden.*) Vor Anfang dieser Arbeit waren sämtliche Reinhefte zur Revision abzugeben.

Diese Klausurarbeiten wurden aufs sorgfältigste korrigiert und darüber das strengste Gericht bei Durchnahme derselben gehalten. Ihr Ausfall bestätigte oder berichtigte einmal das Urteil, welches man über den einzelnen Schüler sich gebildet hatte, und das dann seinen schlieſslichen Ausdruck in dem vierteljährlichen Zeugnis fand. Die Arbeiten dienten dann zweitens aber namentlich auch als Revision des Reinheftes. Wo sich bei einem Schüler Fehler in seiner Klausurarbeit fanden, wurde sein Reinheft aufgeschlagen und nachgesehen, ob sich dieselben auch in diesem Hefte fänden. Die pädagogische Verwertung des Befundes ist ja offenbar und bedarf keiner weiteren Ausführung. Sonst wurden alle Reinhefte fast nur durchblättert; auf Vollständigkeit der Wochen- und Datumszahl, auf Ordnung und Sauberkeit u. s. w. angesehen und dann ohne alle und jede Korrektur im Hefte selbst wieder zurückgegeben. Höchstens bezeichnete mal ein NB. die Spur des revidierenden Lehrers. Wohl aber wurden bei dieser Zurückgabe noch einmal solche Kardinalfehler aufgenannt, gegen welche der Lehrer am häufigsten Kampf zu führen hat und für welche es

*) aber doch wohl mit anderen (verschiedenen) numerischen Werten? Red.

ihm dann eine Kleinigkeit ist, aufser den schon bei Korrektur der Klausurarbeiten nachgeschlagenen Heften dies oder jenes andere Heft als Warnungstafel zu benutzen.

Gewann es dadurch bei dem Schüler leicht den Anschein, dafs man alle Hefte aufs genaueste durchgesehen hätte, so habe ich diesen Schein gerade nicht ängstlich bekämpft, am wenigsten beim Tertianer; doch aber immer wiederholt, dafs der Lehrer bei solchen Massen nicht alles einzelne ansehen und nicht für jeden Buchstaben des Reinhefts verantwortlich sein könne und wolle. Es wäre ja Schuld des einzelnen, wenn die Auflösung nicht so korrekt im Reinhefte sich fände wie sie einstens an der Tafel gegeben war. Hätte man aber bei Anfertigung seines Reinheftes sogar das eines anderen benutzt statt seines Übungsheftes samt Korrektur, so betrüge man sich, nicht den Lehrer und am Ende würde es doch offenbar werden. Dem Primaner habe ich's denn auch wohl ausgesprochen: Eine Tugend, die immer bewacht sein wolle, sei der Wache nicht wert.

Ich glaube nicht, dafs sich je einer meiner Schüler mit einer Veruntreuung gerühmt hätte, sondern vielmehr, dafs er jede wirklich begangene mit innerer Beschämung gebüfst und gesühnt hat; und hatte mich oft zu freuen, wie noch der Primaner an seinen Arbeiten der Tertia gebessert hatte, um sein Reinheft so korrekt als möglich zu halten. Der Lehrer darf sich ja überhaupt nicht auf den Kriegsfufs „List um List“ gegen den Schüler stellen, sondern sich mit ihm in gleicher Kampflinie zur Erringung gemeinsamer Ziele fühlen. Ich gedenke dabei des Ausspruchs unseres unvergefslichen Kohlrauschs unter seinem Bilde: „Des Lehrers wahrhaft bildende und belebende Kraft, dem Schüler gegenüber, beruht in seinem Charakter.“

So habe ich es länger als ein Menschenalter hindurch gehalten zu meiner vollen Befriedigung und zum Besten, glaube ich, auch meiner nahezu zweitausend Schüler; habe auch die Konnivenz der oberen Schulbehörden, deren Bestimmungen „keine schriftlichen Hausarbeiten erlaubten, die nicht vom Lehrer korrigiert wurden“, gefunden, insofern der Vakat-Strich hinter meinem Namen in der Rubrik der wöchentlichen Korrektur niemals ein Monitum erfahren hat. Hielt ich diesen Vakat-Strich auch nicht für recht und hätte es meine Arbeit richtiger bezeichnet, wenn statt des Strichs ein 4—5, die Zahl der wöchentlichen Hausarbeiten, die ich in ebensoviel Klassen leitete, gestanden hätte: so habe ich doch nie anders als im Scherz gegen diesen Strich remonstriert, um den mich meine Kollegen ja ohnehin nur beneideten.

Mafse ich mir nun auch durchaus nicht an, in meiner Behandlung der schriftlichen mathematischen Hausarbeiten eine allgemeine Norm für alle geben zu wollen (hängt sie doch aufs innigste mit der Einrichtung des mündlichen Unterrichts zusammen, mit dem sie ein Ganzes ausmachen soll); und bin ich mir auch voll und ganz der alten Wahrheit bewufst: „eines schickt sich nicht für alle“: so glaube ich doch in der treuen Mitteilung einer glücklichen Erfahrung ein tröstendes und ermunterndes Beispiel für alle abgeben zu können, die gleich mir, das Bedürfnis fühlen, von einer unerträglichen Last sich zu befreien, indem ich an die Stelle der Korrektur des Lehrers die Selbstkorrektur des Schülers setzte. Ich schliefse mit der Bemerkung, dafs der wahre Lehrer, gleich dem Künstler, ohne Bewufstsein der Regeln wirkt, die er anwendet, und die er vielmehr erst nachträglich aus seinem Werke erkennt.

(Die hierauf folgende Diskussion s. Hft 1, S. 76.)

Miscellen.

Der Verein „Aquarium“ zu Gotha.

Wir erhielten folgende Mitteilung: Nachstehend erlaubt sich der ergebenst Unterzeichnete Ihnen die zwei Hauptparagraphen (1 u. 2) der Satzungen des hierorts ins Leben getretenen Vereins „Aquarium“ zu übersenden, mit der höflichen Bitte, in Ihrer werten Zeitschrift unseres Vereins resp. seiner Bestrebungen gefälligst Erwähnung thun zu wollen. Die Übersendung der betreffenden Nummer*) würde s. Z. sehr erwünscht sein. Hochachtungsvoll

Der Vorstand
des Vereins „Aquarium“ zu Gotha.

§ 1. Zweck: Pflege und Förderung der Liebhaberei**) des Haltens von Aquarien nach allen ihren Richtungen: der naturwissenschaftlichen, technisch-praktischen und ästhetischen.

§. 2. Mittel: 1. Anlegung und Einrichtung von Aquarien jeder Art. — 2. Anknüpfung von Verbindungen mit Freunden der Aquarien am Platze und anderorts. — 3. Ermittelung billiger resp. geeigneter Bezugsquellen für Aquarienobjekte, Beschaffung und Abgabe derselben zur Beobachtung. Lösung gestellter Aufgaben unter Führung eines Beobachtungstagebuches oder Ausfüllung von Fragebogen. — 4. Gegenseitige Förderung der Mitglieder durch Austausch eigener und Mitteilung fremder, das Aquarium betreffender Beobachtungen und Erfahrungen. — 5. Sachgemäfse Vorträge. — 6. Gelegentliche Besichtigungen von Aquarien und Exkursionen nach den Gewässern der Umgegend. — 7. Eingewöhnungsversuche mit Wassertieren und Wasserpflanzen der mitteleuropäischen Süfswasserfauna und Süfswasserflora, insbesondere im Teichaquarium des Vereins. — 8. Auflage von Fachzeitschriften oder von solchen verwandter naturwissenschaftlicher Bestrebungen. — 9. Benutzung eines Fragekastens. — 10. Sammlungen und Anfertigung einschlägiger Präparate.

Wie man anregend für die Geographie schreiben soll.

(Aus dem Leipz. Tagbl. Nr. 50. 2. Beil. 1883.)

Chicago und San Francisco,
eine Parallele.

Die beiden jugendlichsten, hoffnungsvollsten Grofsstädte Nordamerikas, welch grellen Contrast bieten beide Metropolen! Ein unfreundliches, extremes Klima mehr oder minder das ganze Jahr über in der einen, See- und Präriestürme, unaufhörliche Regengüsse im Frühjahr und eine sommerliche Tropenhitze, die kaum hinter der Gluttemperatur von St. Louis zurückbleibt, — in der andern ein wonniger Frühling mit herrlichem Blumenflor selbst in der Stadt und ringsum, wo nur immer ein bischen Humus den Sand überdeckt, kühle Sommerwinde, nimmer Orkane, Gewitter und sieben Monate lang eine trockene Zeit, in der man keinen Regenschirm sieht.

Ebenso einförmig wie das Klima ist in San Francisco der Verkehr, sind es auch die Leute. Alles geht hier seinen ruhigen, gewohnten Gang. In Montgomery-, Kearney-, Marketstreet sieht man tagtäglich dieselben „Prominenten“ zur Promenadenzeit, dieselben Schönheiten in den genannten

*) Nummern dieser Zeitschr. (d. h. Hefte) werden zu solchen Zwecken nicht versendet. Red.

**) „Der Liebhaberei“? Warum nicht des Studiums? Und warum nicht gleich ein grofses Aquarium, etwa im Herzogl. Schlofspark oder in den Anlagen der Stadt als Anfang zu einem zoologischen Garten? So ist es ja nur Kräftezersplitterung! viribus unitis! Ihr Herren Gothaner! Das Aquarium würde dann ein hübsches Seiten- oder Gegenstück sein zum grofsen feurigen Ofen für Leichenverbrennung. Vielleicht wollen die Gothaner durch diese neue Gründung andeuten, dafs, wo Pluto herrscht, auch Poseidon nicht fehlen dürfe. D. Red.

Zeiten des Verkehrs, immer in „ruhigen, neutralen, geschmackvollen Toiletten, und die übliche Gesellschaftsrunde trägt Jahr ein Jahr aus die gleichen Namenslisten der Eingeladenen, die gleichen Veranstaltungen zur Schau, während, Dank den billigen Lebenspreisen, dem guten Verdienst und dem Marktüberfluſs eines das ganze Jahr über tragenden Bodens, die Bewohner bei aller Aufgewecktheit, Urteilsschärfe eine gewisse Harmlosigkeit, Bonhommie, naive Offenherzigkeit kennzeichnet.

In Chicago keine Ruhe und Rast, ein fieberhaftes Ringen nach Besitz, ein Straſsenlärm, der mit der Stimmung der Bewohner bestens harmoniert, buntere Mannigfaltigkeit und schnellerer Wechsel im Leben und Treiben, ein groſsartigerer Verkehr in einer Straſse als in allen Straſsen San Franciscos, eine so imposante Thätigkeit oft in einem groſsen Geschäftshause, wie sie nicht die zehn gröſsten Firmen San Franciscos zusammen aufzuweisen haben!

Dabei ist der Gartenstädter unceremoniös rasch, derb, laut in Sprache wie in Kleidung, raffinirter in seinen Genüssen, trägt im Geschmacke gern dem Auſserordentlichen oder Mammutartigen Rechnung und ist mit Recht auf seine gewaltigen, modernen Anlagen und glänzenden Geschäftsviertel stolz.

Er macht mehr Geld und giebt auch mehr Geld aus, als der San Franciscaner, wie denn zur Zeit infolge all jener liebenswürdigen „Korner"-Speculationen das Chicagoer Pflaster wohl das teuerste der Union ist.

In diesem regenreichen Frühling muſste einem Californier der Aufenthalt in Chicago recht unangenehm sein, und als die Regengüsse der sengenden Hundstagshitze Platz machten, da ergriff ihn unbezähmbares Sehnen nach dem kühlsten Sommerklima der Union, das an der schönen Bai von San Francisco zu finden ist, ebenso wie vielleicht, im Vergleich zu der kostbaren Knappheit in Chicago, nach den californischen Fleischtöpfen.

Preisaufgaben.

Die K. Societät der Wissenschaften zu Göttingen hat für die nächsten beiden Jahre (1884 und 1885) folgende Preisfragen gestellt:

1. Für den November 1884 von der physikalischen Klasse:
   Die vorhandenen Angaben über die Chloride und Amide des Cyans sind zum Teil so unsicher, daſs sie der Bestätigung oder der Berichtigung bedürfen. Die K. Gesellschaft der Wiss. verlangt daher eine auf neue genaue Versuche gegründete Erforschung dieser Verbindungen.
2. Für den November 1885 von der mathematischen Klasse:
   Die K. Ges. der Wiss. verlangt, daſs die von Eisenstein angefangene Untersuchung über den Zusammenhang der quadratischen Zerfällung der Primzahlen mit gewissen Congruenzen für die Fälle, in welchen die von Cauchy und Jacobi angewandten Principien nicht mehr ausreichen (s. Crelle, Jour. f. d. Math. Bd. 37. S. 97 ff.) fortgesetzt und soweit möglich zu Ende geführt werde.

Die Konkurrenzschriften müssen, mit einem Motto versehen, vor Ablauf des Septembers des bestimmten Jahres an die K. Gesellschaft der Wissenschaften portofrei eingesandt werden, begleitet von einem versiegelten Zettel, welcher den Namen und Wohnort des Verfassers enthält und auswendig mit dem Motto der Schrift versehen ist.

Der für jede dieser Aufgaben ausgesetzte Preis beträgt mindestens fünfzig Dukaten. (Aus „Nachrichten v. d. K. Ges. der Wiss. und der Univ. zu Göttingen" Nr. 21. 15. XI. 82, S. 699)

Eingelaufene Druckschriften.

(Mai bis Juni 1883.)

Harms und Kallius, Rechenbuch f. Gymnasien, Realgymnasien, Oberrealschulen, Realschulen, h. Bürgerschulen, Seminare u. s. w. 10. Auflage. Oldenburg, Stalling 1883.
Wenzely, Lehrbuch d. kaufmännischen Arithmetik. I. Tl. Elementare Arithmetik. Leipzig, Renger'sche Buchh. (ohne Jahresz.)
Schubert, Sammlung von arithm. u. algebr. Fragen und Aufgaben, verbunden mit einem system. Aufbau der Begriffe, Formeln und Lehrsätze der Arithmetik f. h. Sch. Potsdam, Stein 1833.
Menger, Lehrbuch d. darstellenden Geometrie f. Oberrealschulen. Wien, Hölder 1882.
Verdet, Vorlesungen über die Wellentheorie des Lichts. Deutsche Bearbeitung von R. Exner. 1. Bd. 2. Abt. (Schlufs d. 1. Bd.) ib. 1883.
Schellen, Der elektromagnetische Telegraph etc. bearb. v. J. Kareis. 6. Aufl. 3. Lief. ib. 1883.
Wernicke, Grundzüge d. Elementar-Mechanik. Braunschweig, Schwetschke u. S. 1883.
Kolbe, Kurzes Lehrbuch d. organischen Chemie. 3. Hft. (Schlufs.) Braunschweig, Vieweg u. S. 1883.
Kirchhoff, Schulgeographie. 2. verb. Aufl. Halle, Buchh. d. W. 1883.
Lubarsch, zoolog. Wandtafeln. Taf. 1 u. 4 m. Text. Kassel, Th. Fischer 1883.
Kirchhoff, Rassenbilder z. Gebrauch beim geogr. Unterricht. 1. Lief. (3 Bl.) ebenda 1883.
Wandtafeln (3) zur Erklärung d. Lichtmaschinen der Herren Gramme u. v. Hefner-Alteneck (Siemens u. Halske), sowie der Influenzmaschine nach Angaben von Dr. Mauritius (Coburg), ausgeführt von Fr. Heller in Nürnberg. (Die dazugehörigen „Sechs Modelle" sollen dem betr. Referenten zur Ansicht übersandt werden.)
Zeitschriften: Central.-O. f. d. Int. d. R.-W. XI, 5—6.
Zeitschr. f. R.-W. VIII, 4—5.
Päd. Archiv XXV, 4.
Revue de l'instruction publique. XXVI, 1—2.
Nouv. Annal. d. Math. Avril—Juin 1883.
Zeitschr. f. wissensch. Geogr. III, 3.
Petzold, Neuer Anzeiger f. Bibliographie u. Bibliothekswissenschaft 1883. Hft. 6. Dresden, Schönfeld. Buchh.
Science (amerik. mathem.-naturw. Zeitschr.). Vol. I. no. 15.

Beiträge. Böcklen-Reutlingen, A.-R. Sätze aus Steiner (?). D. i. V. Einige Beweise aus d. sphär. Trigonometrie (oder besser: Wie erleichtert man den Schülern den Eingang in die sphärische Trigonometrie?) Die Figuren auf besonderm Blatt leider vergessen! — E. i. H. Noeggerath, Anschauungsapparat f. d. trigon. Unterr. — Soll, wo möglich, im nächsten Hefte folgen. (s. auch Briefk.)

NB. Es sind in jüngster Zeit noch eine Anzahl Beiträge eingelaufen, über die wir erst im nächsten Heft quittieren können.

Briefkasten.

B) Spezieller.

Z. i. Br. Artikel: Reformvorschläge für den naturw. Unterr. in Form von Thesen und — **B. i. Bl.** Ein Beitrag zur Bedeutung und Tragweite des naturw. Unterr. — Diese Beiträge müssen erst das Sieb des Red.-R. passieren. Übrigens sieht die Red. Artikel von solcher Allgemeinheit nicht gern und sie hat schon oft den Wunsch ausgesprochen, es möchten doch spezielle Gebiete des naturw. Unterrichts bearbeitet werden. — **P. i. Bo.** Der Besprechung ihres Programms durch G. steht nichts im Wege. — **S. i. Fr.** Von Dr. G. i. L. noch nichts eingelaufen. — **W. i. Ma.** Atw. Fallmaschine, ob sie für verzögerte Bewegung angewandt? In Weinholds phys. Demonstr. finden wir nichts darüber. Ebensowenig in Wüllner, Experimentalphysik. — **A. i. Bay.** Ob das Gleichungssystem $x^2 + y = a$, $y^2 + x = b$ ohne Hilfe einer kubischen Gl. durch einen Kunstgriff sich lösen lasse, darüber im nächsten Heft. Lös. von 97 in XIII, 36: interess. Anw. eines Kongruenzsatzes. — **Sch. i. C.** Antwort brieflich. — **A. i. Ca.** Wir wünschen die „erläuternden Bestimmungen". — **H. i. Sta.** Schrift über Segmentärpunkte im nächsten Heft. — **S. i. Spr.** Sie kennen die Zeitschrift erst von diesem Jahrgange an? „Spät kommt Ihr, doch Ihr kommt!" — **H. i. Cz.** Wir sandten Ihnen durch P. die physikal. Lehrbücher eines berühmten deutschen Schulmannes und Schriftstellers zur gründlichen Besprechung. — **R. i. Taschirowo** (Rufsland). Sie wollen sich durch Selbststudium auf das Maturit.-Ex. eines Realgymnasiums (Realsch. 1. O.) vorbereiten? Studieren Sie für d. Math.: Helmes, Elementarmathem. 3 Bde., oder Reidt, Elementar-Mathematik, dann Baltzer, Elemente etc. und arbeiten Sie durch: die (arithm.) Aufgabensammlungen von Bardey u. die geometrischen von Lieber-Lühmann. — **Br. i. Ei.** (Ungarn). Methode zur Aufsuchung vielfacher Werte bei d. zusammengesetzten Alligationsr. Ist doch ein gar zu spezielles Thema über eine für die Praxis u. E. nicht gerade wichtige Rechnung. Doch vielleicht gelegentlich.

A) Allgemeiner.

1) Wir bitten für die Verhandlungen der mathem.-naturw. Sektion der diesjährigen Schulmännerversammlung in Dessau um weitere Vorschläge zu Diskussionen. (Ein Einführer der Sektion von dort meldete sich bis jetzt noch nicht.)

2) **Gesuch.** Der Herausgeber d. Z. sucht für eine nahe Verwandte, welche zu Michaeli ds. J. ihr Examen als „Kindergärtnerin" ablegen wird, eine Stellung. Geehrte Herren Fachgenossen, die ihn in seinen Bemühungen hierin gütigst unterstützen wollten, würden ihn zu grofsem Danke verpflichten. Eine feste Stellung, abhängig von einem Magistrat oder Verein, würde einer Privatstellung, eine gröfsere (die Fortbildung ermögliche nde) Stadt einer Provinzialstadt, der Westen (Rheing.) dem Osten vorgezogen werden.

3) Man wolle den Wohnungswechsel der Redaktion (s. Umschlag) berücksichtigen.

Einige Aufgaben der darstellenden Geometrie und der Kartographie, die mit der Theorie der isogonalen Verwandtschaften zusammenhängen.

(Hierzu zwei Figurentafeln.)

Von Dr. G. Holzmüller, Direktor der königl. Gewerbeschule
in Hagen (Westfalen).

§ 1. Vorbemerkungen.

Die Theorie der isogonalen Verwandtschaften giebt zu einer Reihe von Übungsaufgaben für die darstellende Geometrie Veranlassung, die mit den auf höheren Lehranstalten gebräuchlichen Hülfsmitteln recht wohl durchgeführt werden können und zugleich geeignet sind, den Schüler auf dem Wege der Anschauung über gewisse Fragen der Kartographie und der mathematischen Physik zu orientieren. Wir meinen die Einteilung ebener Flächenräume und gewisser krummer Oberflächen in rechteckige Flächenstücke, die mit zunehmender Kleinheit der Ähnlichkeit zustreben, besonders die Einteilung in kleine „Quadrate“.

Gelingt es z. B., den Globus mittels der Meridiane und Parallelkreise mit einem Quadratnetz zu überziehen, so kann der Schüler ohne weitere Vorkenntnisse die Theorie der Mercatorkarte erfassen und sie selbst vollständig durchkonstruieren, Namentlich über die wechselnden Vergröfserungsverhältnisse wird er dabei besser unterrichtet, als durch abstrakte Vorträge, die sich auf die gewöhnliche Gradeinteilung gründen. Zeichnet er ferner in ein solches Netz die „Diagonalkurven“ mit beliebiger Genauigkeit ein, so erhält er eine Idee von den loxodromischen Linien (Schiffahrtskurven), durch die man ebenfalls eine Quadrateinteilung erzielen kann.

Die konstruktive Durchführung solcher Zeichnungen regt das Denken nach verschiedenen Richtungen an und hat in manchen Fällen wohl auch ein gewisses ästhetisches Interesse.

Auf einigen Universitäten ist es leider noch immer gebräuchlich, die Geometrie des Raumes rein analytisch zu behandeln und auf das darstellende Element zu verzichten, die Aufgaben also gewissermafsen nur im Prinzip zu lösen. Die darstellende Geometrie gehört eben nicht zu den obligatorischen Unterrichts-, noch weniger zu den Prüfungsgegenständen. Aber gerade hierin liegt der Grund zu der nicht seltenen Erfolglosigkeit des an sich so herrlichen Gebietes der Raumgeometrie. Man beherzigt noch immer nicht das Wort, welches Steiner gelegentlich aussprach, dafs von der Lösung mit dem Munde bis zur Lösung mit der Hand (mit Zirkel und Richtscheit, wie Albrecht Dürer sagt) noch mancher Schritt zu thun sei. Und viele Analytiker verzichten auf Veranschaulichung alles dessen, was sie aus den Formeln gelesen haben, einfach deshalb, weil sie selbst nicht zeichnen können.

Für die Schule ist die darstellende Geometrie ein ganz vorzügliches mathematisches Bildungsmittel. Der Schüler gewöhnt sich in ganz anderer Weise an räumliches Denken, wie bei der gebräuchlichen Art, Stereometrie zu treiben, bei der bisweilen Lehrer und Schüler an einer gefährlichen Klippe scheitern, an dem Mangel korrekter zeichnender Darstellung. Schon das Bewufstsein, nach festen Prinzipien zeichnen zu können, was er verstanden hat, hebt den Schüler und regt ihn an, sich an schwierigeren Dingen zu versuchen. Und die Fähigkeit, technische Zeichnungen mit Leichtigkeit in die räumliche Anschauung zu übersetzen, ist in unserem industriellen Zeitalter als ein ganz unschätzbarer Besitz zu betrachten.

Die in Folgendem zu besprechenden Aufgaben beschränken sich, von den Vorbereitungen abgesehen, im Wesentlichen auf die Darstellungsweise nach Grundrifs und Aufrifs. Der Übergang zu anderen Projektionsmethoden mag dem Leser überlassen bleiben. Die Bekanntschaft mit der Theorie der Inversion (Transformation mittels reciproker Radii vectores) wird an einigen Stellen als bekannt vorausgesetzt, da auch die neueren Lehrbücher sie nicht mehr übergehen. Ein Spezialfall, der als

die „stereographische Projektion“ des Ptolemäus (besser noch des Hipparch) bezeichnet wird, kommt gleichfalls zur Anwendung.*) Die kartographischen Lehrbücher von Gretschel, Möllinger, Jordan und anderen geben das Nöthigste über denselben. Auch in Grunerts Archiv, Bd. 39. S. 332, ferner in Klügels math. Wörterbuch (Artikel „stereographische Projektion“) kann man sich darüber unterrichten. Die Lehre von der Inversion als Beispiel konformer Abbildung findet man in des Verfassers „Einführung in die Theorie der isogonalen Verwandtschaften“ ausführlicher behandelt. Auf die „Kreisverwandtschaft“ von Möbius und auf Reyes „synthetische Geometrie der Kugeln“ mag gleichfalls hingewiesen werden. Auch in Steiners geometrischen Betrachtungen und anderen Abhandlungen, die in die Gesammtausgabe seiner Werke aufgenommen sind, findet sich viel hierhergehöriges Material.

§ 2. Die Rechteckseinteilung der Ebene durch Strahlenbüschel und konzentrische Kreisschaar und durch zwei orthogonale Kreisschaaren.

Es handelt sich zunächst um die Einteilung in ähnliche Rechtecke mittels der Polarcoordinaten. Soll die Rechtecksreihe schliefsen, was stets angenommen wird, so müssen die Strahlen unter dem Winkel $\frac{2\pi}{n}$ aufeinanderfolgen, wo n ganze Zahl ist. Exakte Konstruktion ist nur in den Fällen möglich, für welche das reguläre n-Eck konstruiert werden kann. In anderen Fällen begnügt man sich mit den bekannten Annäherungskonstruktionen.

Aufgabe 1. Gegeben seien zwei benachbarte Strahlen des Büschels und zwei benachbarte Orthogonalkreise desselben. Das Netz der Rechtecksteilung soll vollendet werden.

Aufl. In Figur 1**) seien AB und A_1B_1 die aufeinanderfolgenden Kreisbogen. Man ziehe $B_1A_2 \parallel BA_1$, schlage um M mit MA_2 einen Kreis und fahre nach rechts und links mit der-

*) Man versteht darunter die Projektion der Kugelfläche von einem ihrer Punkte aus auf die gegenüberliegende Tangentialebene.

**) Die Figuren 1—12 sind auf Taf. I. Red.

selben Konstruktion fort. Die Strahlen des Büschels erhält man durch Vervielfachung des Winkels AMB nach beiden Seiten.

Bem. Die Winkel der von M ausgehenden Strahlen bilden, von MA aus gerechnet, eine arithmetische Reihe, z. B, 0, $\pm\beta$, $\pm 2\beta$, $\pm 3\beta$, ... Die Radien bilden eine geometrische Reihe z. B., wenn $MA = 1$, $MA_1 = e^{\alpha}$ gesetzt wird (wo e die Basis der natürlichen Logarithmen bedeutet, die im Folgenden mehrfach wiederkehrt), die Reihe

$$e^0,\ e^{\pm\alpha},\ e^{\pm 2\alpha},\ e^{\pm 3\alpha}, \ldots\ldots$$

Aufg. 2. Eine vorhandene Rechtecksteilung soll durch fortgesetzte „Halbierung" bis ins Kleinste durchgeführt werden.

Aufl. Man halbiere die Winkel des Strahlenbüschels, konstruiere zu zwei aufeinanderfolgenden Radien die mittlere Proportionale, tragen sie als Radius ein, wende die vorige Zickzackkonstruktion an, u. s. w.

Bem. Die „Rechtecke" der jetzigen Teilung sind denen der ursprünglich gegebenen nicht ähnlich, stehen aber doch zu ihnen in einer noch zu erörternden Ähnlichkeitsbeziehung.

Aufg. 3. Gegeben ist Winkel $AMB = \frac{2\pi}{n}$ und $MA = 1$. Die Ebene soll in kleine „Quadrate" eingetheilt werden.

Aufl. Denkt man sich die Aufgabe gelöst und die Teilung bis ins Kleinste durchgeführt, also n sehr grofs, so ist in

$$AA_1 = e^{\alpha} - e^0 = \left(1 + \frac{\alpha}{1} + \frac{\alpha^2}{1\cdot 2} + \frac{\alpha^3}{1\cdot 2\cdot 3} + \cdots\right) - 1$$
$$= \frac{\alpha}{1} + \frac{\alpha^2}{1\cdot 2} + \frac{\alpha^3}{1\cdot 2\cdot 3} + \cdots$$

die Gröfse e^{α} sehr nahe an 1, d. h. α beliebig nahe an Null, so dafs man berechtigt ist, die höheren Potenzen zu vernachlässigen, d. h. man hat für die Grenze $AA_1 \doteq \alpha$. Soll nun AA_1B_1B ein kleines Quadrat sein, so hat man zu setzen $AA_1 = AB = \frac{2\pi}{n} = \alpha$, so dafs die Reihe der Radien wird

$$e^0,\ e^{\pm\frac{2\pi}{n}},\ e^{\pm\frac{4\pi}{n}},\ e^{\pm\frac{6\pi}{n}}, \ldots.$$

während die Winkel des Strahlenbüschels folgender Reihe folgen:

$$0,\ \pm\frac{2\pi}{n},\ \pm\frac{4\pi}{n},\ \pm\frac{6\pi}{n}, \ldots\ldots$$

Bis jetzt war n als sehr grofs angenommen. Man bezeichnet nun auch bei kleinerem n diese Art der Einteilung als „quadratische“, und zwar auf Grund der Analogie, die zwischen der Aufgabe 2 und der entsprechenden für ein System wirklicher Quadrate besteht. Eine wirkliche Quadratteilung und eine der eben besprochenen Art führen, bis ins Kleinste fortgesetzt, auf Zeichnungen, deren Flächenteile mit zunehmender Kleinheit der Ähnlichkeit zustreben. Figuren, die in dieser besonderen Ähnlichkeitsbeziehung stehen, nennt man nach Gaufs „konform“. Nach Siebeck bezeichnet man jede solche Beziehung als eine „isogonale Verwandtschaft.“ Sind nämlich entsprechende sehr kleine Rechtecke solcher Zeichnungen ähnlich, so schneiden sich z. B. ihre Diagonalen (genauer Diagonalcurven) unter demselben Winkel; überhaupt entsprechen Curven der einen Figur, die sich irgendwo schneiden, solche der anderen Figur, die sich unter demselben Winkel schneiden. In solcher Beziehung stehen viele der gebräuchlichen Landkarten, z. B. die Ptolemäische Darstellung (stereographische Projektion) der Halbkugel (östliche, westliche, nördliche, südliche Halbkugel, die Halbkugeln der gröfsten Land- und Wassermasse u. s. w.), die Mercatorkarte, Lamberts konforme Kugelprojektionen, Augusts cycloidische Projektion u. s. w. Genaueres findet man in dem citierten Werke des Verfassers.

Figur 2 stellt den Anfang einer der Aufgabe 3 entsprechenden Quadratteilung dar. Da $n = 16$ angenommen ist, handelt es sich um die Reihen

$$0,\ \pm\frac{\pi}{8},\ \pm\frac{2\pi}{8},\ \pm\frac{3\pi}{8},\ \cdots,$$

$$e^0,\ e^{\pm\frac{\pi}{8}},\ e^{\pm\frac{2\pi}{8}},\ e^{\pm\frac{3\pi}{8}},\ \cdots\cdot$$

Ist die Einheit gegeben, so braucht man nur den einen Wert $e^{\frac{\pi}{8}} = 1{,}480973 \cdots$ angenähert einzutragen. Alles andere läfst sich konstruktiv erledigen.

Aufg. 4. Wie ist α bei gegebenem $\beta = \frac{2\pi}{n}$ zu wählen, wenn die Rechtecksteilung einer solchen mit dem Seitenverhältnis $\frac{a}{b}$ entsprechen soll?

Aufl. Man hat nur nötig, das Rechteck mit dem „Radius" 1 und e^a zu untersuchen. Soll a der auf dem Radius liegenden Rechtecksseite entsprechen, so mufs sein

$$(e^a - 1) : \frac{2\pi}{n} = a : b,$$

also bei Vernachlässigung der höheren Potenzen der Reihenentwicklung:

$$a : \frac{2\pi}{n} = a : b.$$

Die Reihe der Radien wird also jetzt:

$$e^0, \quad e^{\pm \frac{a}{b} \frac{2\pi}{n}}, \quad e^{\pm \frac{a}{b} \frac{4\pi}{n}}, \quad e^{\pm \frac{a}{b} \frac{6\pi}{n}}, \ldots\ldots$$

Aufgabe 5. Die Karte der nördlichen Halbkugel in stereographischer Projektion soll zur Mercatorkarte umkonstruiert werden.

Aufl. Man teile die gegebene Karte, von der Peripherie ausgehend, in ein Quadratnetz obiger Art ein. Sodann zeichne man einen beliebigen Parallelstreifen, der bis ins Unendliche erstreckt zu denken ist. Man teile ihn mittels weiterer Parallelen in ebensoviele Streifen, wie man der Halbkugelkarte Sektoren gegeben hat, nehme eine dazu Senkrechte als Äquator an und kostruiere von ihr aus beliebig viele aufeinander folgende Quadratreihen. In das neue Quadratnetz können nun die Länderformen mit beliebiger Genauigkeit eingetragen werden.

Bem. Die südliche Halbkugel stereographischer Projektion wird gewöhnlich von der nördlichen getrennt gezeichnet, weil bereits am Äquator die Darstellung den doppelten Mafsstab erhält, wie am Pol, und darüber hinaus die Verzerrungen noch auffallender werden. Das zum Aufsenteil gehörige Quadratnetz ist das Reciproke des Inneren. An Stelle dieser Reciprocität tritt in der Mercatorkarte Symmetrie (Spiegelung) gegen den Äquator. Gebilden, die symmetrisch gegen den Äquator des Flächenstreifens liegen, entsprechen überhaupt Gebilde der Polarkarte, die reciprok gegen den Äquatorkreis liegen. Hieraus lassen sich zahlreiche Eigenschaften der „logarithmischen Abbildung" ableiten.*)

---

*) Vgl. Cap. XIII. in dem citierten Werke des Verfassers.

Aufgabe 6. Der Äquator der Mercatorkarte habe dieselbe Länge, wie der der Polarkarte, nämlich $2r\pi$. Welche Mafsstabsverhältnisse finden zwischen beiden Karten statt?

Aufl. Denkt man sich die Teilung bis ins kleinste fortgesetzt, so ist ein kleines Quadrat im Innern der Polarkarte im $\frac{\varrho}{r}$fachen Mafsssstabe gezeichnet, wie die Randquadrate, also auch wie die der Mercatorkarte. Ist also z. B. $r = 1$, so ist jedes Quadrat der letzteren im $\frac{1}{\varrho}$fachen Mafsstabe gezeichnet, wie das entsprechende der ersteren*). Für die Pole ist das Mafsstabsverhältnis unendlich grofs oder unendlich klein.

Bemerkung: Diagonal aufeinander folgende Quadrat- resp. Rechtecksecken der Mercatorkarte liegen auf geraden Linien. Diesen entsprechen in der Ptolomäischen Polarkarte Kurven, welche wegen der Konformität die Strahlen (Meridiane) unter konstantem Winkel schneiden, d. h. logarithmische Spiralen. Dieselben können also mit beliebiger Genauigkeit in das Rechtecksnetz eingetragen werden.

Diese Kurven sind die kartographischen Darstellungen der loxodromischen Linien, d. h. sie geben den Weg eines Schiffes an, welches stets denselben Kurs beibehält. Da die Mercatorkarte diese Kurven als Gerade wiedergibt, eignet sie sich vorzüglich zur Seekarte. Aus der geradlinigen Verbindung zweier Küstenpunkte erkennt man sofort den zu nehmenden Kurs.

Die Eigenschaften der Kugelloxodromen und der logarithmischen Spirale lassen sich nach den obigen Bemerkungen sehr bequem aus denen der Geraden ableiten, was in dem Werke des Verfassers geschehen ist.

Aufgabe 7. Die beiden orthogonalen Spiralensysteme zu zeichnen, welche die Strahlen der Polarkarte unter Winkeln α und β schneiden, die sich z. B. aus den Gleichungen $\tan \alpha = -2$ und $\tan \beta = \frac{1}{2}$ ergeben, und zwar soll die Figur durch beide Kurvenschaaren in ein Quadratsystem eingeteilt werden.

Aufl. Man lege das Quadratnetz der Polarcoordinaten zu Grunde und zeichne die Diagonalkurven von Doppelquadraten

*) Die Gröfse $\frac{1}{\varrho}$ hängt damit zusammen, dafs $\frac{d \lg \varrho}{d\varrho} = \frac{1}{\varrho}$ ist.

mit beliebiger Genauigkeit ein, wie es in Fig. 3 bei wirklichen Quadraten durchgeführt ist.

Aufgabe 8. In der Polarkarte sei ein Kreis mit beliebigem Radius und Centrum gezeichnet. Er soll in die Mercatorkarte übertragen werden.

Aufl. Der Kreis schneidet bestimmte Quadrate der möglichst ins kleinste durchgeführten Teilung. Man suche die entsprechenden Quadrate der Mercatorkarte, bestimme mit beliebiger Annäherung die Schnittpunkte und zeichne so die Kurven ein.

Bem. Geht der gegebene Kreis durch zwei Diametralpunkte des Hauptkreises der Polarkarte, so entspricht er einem gröfsten Kugelkreise. Die entsprechenden Kurven der Mercatorkarte sind noch wenig untersucht, obwohl sie häufig in der Astronomie Anwendung finden. Viele Himmelserscheinungen sind nämlich innerhalb eines gröfsten Kreises der Erdkugel sichtbar, die Grenzkurven der Sichtbarkeit auf der Mercatorkarte würde eine der eben besprochenen Kurven geben.

Neben der Rechtecksteilung der Ebenen durch Strahlenbüschel und koncentrische Kreise gibt es noch eine andere mittels des Kreisbüschels und der orthogonalen Kreisschaar. Zur letzteren kann man mittels der Inversion gelangen, d. h. man nimmt irgend einen Punkt der Einteilung mittels Polarkoordinaten als Nullpunkt, irgend eine Länge als Einheit an und denkt sich jeden Punkt der Figur mit dem Nullpunkte verbunden. Ist r die Länge einer solchen Verbindungslinie, so schneide man auf ihr vom Nullpunkte aus die Länge $\frac{1}{r}$ ab, welche der Proportion $\frac{1}{r} : 1 = 1 : r$ gemäfs konstruiert wird, wozu man aber auch die Konstruktion des vierten harmonischen Punktes verwerten kann. Jedem Punkte entspricht so sein reciproker (inverser) Punkt, jeder Figur die reciproke Figur. Diese Übertragung gehört zu den konformen Transformationen, also geht eine Quadratteilung wieder in eine solche über. Leicht kann bewiesen werden, dafs dabei jedem Kreise ein Kreis entspricht, jedem Kreisbüschel — also auch dem Strahlenbüschel — ein Kreisbüschel etc. Hierüber vergleiche man Kap. III des

citierten Werkes, wo auch gezeigt wird, dafs die obigen Reihen

$$0, \pm\beta, \quad \pm 2\beta, \quad \pm 3\beta, \ldots \quad \text{für } \vartheta$$

und

$$e^0, e^{\pm\alpha}, \quad e^{\pm 2\alpha}, \quad e^{\pm 3\alpha}, \quad \ldots \quad \text{für } r$$

bei der neuen Einteilung erhalten bleiben, nur werden diese Werte, statt von ϑ und r, jetzt von $\varphi_1 - \varphi_2$ und $\frac{p_1}{p_2}$ angenommen,*) wo p_1 und p_2 Radiivectores bedeuten, die von den Büschelpunkten ausgehen, während φ_1 und φ_2 die Neigungswinkel von p_1 und p_2 sind. Die Meridiane der östlichen oder westlichen Halbkugelkarte nach Ptolomäus sind ein solches Kreisbüschel.

Die Inversion, auf den Raum ausgedehnt, verwandelt Kugeln in Kugeln, Kreise auf denselben in Kreise, Loxodromen in Loxodromen (nur braucht das Kreisbüschel derselben nicht ein Büschel gröfster Kreise zu sein). Auch hier bleibt, wie elementar bewiesen werden kann, die Konformität erhalten, so dafs Quadratteilungen aller Oberflächen in Quadratteilungen der reciproken Flächen verwandelt werden.

Man gelangt also in Ebene und Raum zu neuen Koordinatensystemen, durch welche sich zahlreiche Probleme der Geometrie und der mathematischen Physik lösen lassen.

Denkt man sich z. B. eine dünne, die Elektricität leitende, ebene Platte, in welche in einem Punkte oder längs der Peripherie eines Kreises Elektricität eingeleitet, längs eines konzentrischen Kreises abgeleitet wird, so sind die zwischenliegenden konzentrischen Kreise Kurven konstanter elektrischer Spannung, während die Strahlen des Orthogonalbüschels Strömungskurven sind. Nur ist dabei vorauszusetzen, dafs der Zustand bereits ein stationärer geworden ist.

Macht man hingegen bei unbegrenzter Platte zwei Strahlen des Büschels zu Elektroden, so werden die zwischenliegenden Strahlen Spannungskurven, während die Orthogonalkreise Stromlinien werden.

Auch nicht konzentrische Kreise, sowohl sich aus-, als auch sich einschliefsende, kann man zu Elektroden machen, ebenso

*) Wozu jedoch additive resp. multiplikative Konstante treten können.

zwei Kreise eines Kreisbüschels, auch können an Stelle der erstgenannten Kreise zwei Punkte als entgegengesetzte Elektroden eintreten. Stets werden bei diesen Anordnungen die Kurven-Individua der besprochenen Rechtecksteilungen als Spannungs- und Stromkurven zu denken sein,*) und zwar entsprechen die einzelnen Kurven arithmetisch aufeinander folgenden Spannungen.

Analoge Deutungen kann man für die Theorie der Wärmeverbreitung und der Bewegung von Flüſsigkeiten in Kanälen aus den Zeichnungen ablesen.

Durch weitere konforme Abbildung erhält man stets die Lösung neuer Probleme. Das Isothermische und Elektrodynamische läſst sich auch auf krumme Oberflächen ausdehnen.

Nach diesen Andeutungen mögen noch folgende konstruktive Aufgaben empfohlen werden:

Aufgabe 9. Eine Rechtecksteilung durch Strahlenbüschel und konzentrische Kreisschaar soll durch Inversion gegen einen ganz beliebigen Kreis in eine Rechtecksteilung durch Kreisbüschel und Orthogonalschaar verwandelt werden.

Bem. Hat man zwei benachbarte Individua von jeder Gruppe gefunden, so findet man leicht ein konstruktives Schema zur Abkürzung der Operationen. Das Quadratnetz ist nämlich in Bezug auf jeden seiner Kreise sich selbst reciprok, oder wie man auch sagen kann, es erzeugt bei isothermischer Spiegelung gegen einen solchen sich selbst wieder.

Aufgabe 10. Die Diagonalkurven einer Rechteckseinteilung durch Kreisbüschel und Kreisschaar sollen mit Annäherung konstruiert werden.

Bem. Die so entstehenden Kurven, die logarithmischen Doppelspiralen, haben eine reiche Fülle interessantester Eigenschaften, die sich direkt aus denen der Geraden ableiten lassen. Verfasser behandelte sie in Bd. XVI der Zeitschrift für Math. u. Phys. gelegentlich der logarithmischen Abbildung und in

*) Diese elektrischen Probleme wurden zuerst von Kirchhoff im Jahre 1846 behandelt. Vergl. dessen gesammelte Abhandlungen oder auch Jahrg. 1846 von Pogg. Annalen. Das Hydrodynamische ist in den Vorlesungen über math. Physik desselben Gelehrten zu finden, das Wärmetheoretische bei Lamé.

§ 95 seines oben citierten Werkes. Sie sind z. B. als Kugelloxodromen, übertragen auf die östliche Halbkugelkarte, aufzufassen. Auch besitzen sie eine bestimmte kinematische Bedeutung.

[Auch die confocalen Ellipsen und Hyperbeln lassen sich, wie hier bemerkt werden mag, zur Erzeugung eines Quadratnetzes verwerten, nicht aber die Schaar ähnlicher Ellipsen mit gemeinschaftlichen Axen und ihre Orthogonalschaar. Letztere geben zwar eine Rechtecksteilung, jedoch streben die Rechtecke nicht der Ähnlichkeit zu. Die Ermöglichung einer Quadratteilung kommt nur den Kurvensystemen zu, welche in der Funktionentheorie und der mathematischen Physik als „isothermische“ bezeichnet werden.]

Wie man leicht übersehen kann, lassen einige der hier behandelten Aufgaben projektivische Lösungen zu. Besonders läſst sich jede Transformation mittels reciproker Radii vectores durch eine Kugel vermitteln, an der man die Operation des stereographischen Projizierens resp. die Umkehrung derselben vornimmt, d. h. man überträgt die Ebene zunächst konform auf die Kugelfläche und projziert darauf die letztere stereographisch auf eine andere Tangentialebene. Also auch stereometrisch läſst sich der Schlüssel zu zahlreichen Problemen geben, die mit der Kreisverwandtschaft zusammenhängen.

Die gewonnenen Resultate sollen jetzt auf krumme Oberflächen übertragen werden, womit die eigentliche Aufgabe der Abhandlung beginnt.

§ 3. **Quadratische Einteilungen der Kugelfläche.**

Da sich die Einteilung in Rechtecke nur unwesentlich von der Quadrateinteilung unterscheidet, soll in Folgendem nur von der letzteren gesprochen werden.

Aufg. 1). Die Kugel durch Meridiane und Parallelkreise in ein Quadratnetz einzuteilen.

1. Lösung. Man zeichne in eine Ebene ein Quadratnetz aus Strahlen und konzentrischen Streifen, lege die Kugel so auf die Ebene, daſs der Berührungspunkt das Zentrum der Kreisschaar wird und verbinde jeden Netzpunkt geradlinig mit dem Antipodenpunkte des Berührungspunktes. Dabei verwandeln

sich die konzentrischen Kreise in Parallelkreise, die Strahlen in Meridiane der Kugel, und aus der isogonalen Beziehung zwischen Kugelfläche und Ebene, die durch diese Umkehrung der stereographischen Projektion erzielt wird, folgt, dafs auch die neue Einteilung eine quadratische ist. Die Verzeichnung nach Grund- und Aufrifs macht keine Schwierigkeiten.

2. Lösung. In Figur 4 ist die Kugel im Aufrifs dargestellt. CD sei ein Parallelkreis, z. B. der Äquator, AB der zum Berührungspunkte der Ebene gehörige Durchmesser. Man ziehe BD bis E, setze $AE = 1$, berechne $e^{\frac{2\pi}{n}}$, wobei n die Anzahl der Meridiane bedeutet und mache mit beliebiger Annäherung $AF = e^{\frac{2\pi}{n}}$. Zieht man jetzt BF, so ist der benachbarte Parallelkreis durch den Schnittpunkt G zu legen.

Die weiteren Konstruktionen sind nun folgende: Man ziehe in G eine Tangente bis zum Schnitte X mit AB, dann schneidet die Gerade DX den Kreis in einem Punkte H des folgenden Parallelkreises. In ähnlicher Weise fahre man fort, wobei der Leser selbst noch einige Abkürzungen finden wird.

Der Beweis für die Richtigkeit des Verfahrens ergiebt sich daraus, dafs es sich um eine Inversion mit dem Zentrum X handelt. Zieht man nämlich von einem Punkte X aufserhalb des Kreises an letzteren eine Tangente und schlägt man mit dieser als Radius um X einen Kreis, so verwandelt Inversion gegen diesen den gegebenen Kreis nur insofern, als der aufsenliegende Teil seiner Peripherie in den innenliegenden u. s. w. verwandelt wird.

Läfst man die so entstehende Figur um die Zentrale rotieren, so ergibt sich, dafs die Inversion gegen die zweite Kugel die erste Kugel in ganz entsprechender Weise wiedergibt. Das Weitere folgt aus der Isogonalität der Oberflächenbeziehungen.

Fig. 5. giebt die Quadratteilung im Aufrifs vollständig wieder. Die Meridiane erscheinen als Ellipsen, deren einzelne Punkte man mit Hülfe der Grundrifsfigur leicht auffindet. Eine lehrreiche Übung ist es, auf dem bekannten Drehungswege andere Ansichten zu konstruieren, bei denen auch die Parallelkreise in

Gestalt von Ellipsen erscheinen, und die Pole auch im Aufrifs ins Innere der Figur rücken.

Aufg. 2. Eine vorliegende quadratische Einteilung der Kugel soll durch fortgesetzte „Halbierung“ bis ins kleinste durchgeführt werden.

Aufl. Die Halbierung der Meridianwinkel ergiebt sich von selbst. Die Einschaltung neuer Parallelkreise geschieht folgendermafsen: In Figur 4) seien H und D die Schnittpunkte benachbarter Parallelkreise. Die Gerade DH giebt den Schnittpunkt X mit der Axe, von dem aus eine Tangente XG zu ziehen ist. Der Berührungspunkt G ist ein Punkt des gesuchten Parallelkreises.

Aufg. 3. Die Kugel soll durch Loxodromen, welche die Meridiane (oder Parallelkreise) unter gegebenen Winkeln schneiden [z. B. unter denen, die sich aus $\tan\alpha = \frac{1}{2}$ und $\tan\beta = -2$ ergeben], in ein Quadratnetz eingeteilt werden.

Aufl. Man lege die vorige Quadratteilung zu Grunde und zeichne die Diagonalkurven nach Analogie von Figur 3) in das Netz ein. In Figur 6) ist die Aufgabe gelöst.

Aufg. 4. Die Kugelfläche durch ein Kreisbüschel (welches durch zwei beliebige Oberflächenpunkte geht) und durch die orthogonale Kreisschaar in ein Rechtecks- oder Quadratnetz einzuteilen.

1. Aufl. Man projiziere die beiden gegebenen Oberflächenpunkte stereographisch auf eine beliebige Tangentialebene, und ege durch die Bildpunkte ein Kreisbüschel nebst Orthogonalschaar, welche die Ebene in Quadrate einteilen. Diese Teilung projiziere man stereographisch auf die Kugel zurück.

Figur 7) stellt eine solche Rechtecksteilung dar, jedoch ist im Aufrifs nur die Kreisschaar, im Grundriss nur das Büschel dargestellt,

2. Aufl. Hat man zwei willkürlich gegebene Kreise der Schaar, z. B. AB und CD in Fig. 7, oder hat man dieselben nach voriger Methode gefunden, so läfst sich die Aufgabe nach Analogie von Aufg. 1) vollenden. Am bequemsten wählt man die Lage, in der, wie in Fig. 7, die beiden Kreise als Gerade erscheinen, die sich in X schneiden. Die Tangenten in C und D mit dem Schnitte Y (auf der Polare zu X) sind die Darstellung eines

Tangentenkegels. Inversion gegen die Kugel um Y mit Radius CY bildet die gegebene Kugel auf sich selbst ab. Dabei entspricht dem Kreise AB ein Kreis EF, den man in der Zeichnung findet, indem man AY und BY zieht. Eine einfache Überlegung zeigt, dafs auch der Kreis EF als Gerade erscheinen mufs, und zwar geht dieselbe durch X. Da nämlich AY und BY durch Kreis und Polare harmonisch geteilt sind, und die harmonischen Büschel $(AWEY)X$ und $(BVFY)X$ drei Strahlen gemein haben, so haben sie auch den vierten gemein. Mit dem zu E und F gehörigen Tangentenkegel, dessen Spitze auf der Polare von X wandert, fährt man fort, besser aber verwendet man den zu CD symmetrischen Kreis C_1D_1 und verbindet C_1 und D_1 mit Y. Indem man alle gefundenen Kreise symmetrisch in die untere Hälfte legt, erhält man mit Hilfe von Y allein beliebig viele neue Kreise, und die Genauigkeit der Figur ist weit gröfser, als bei der Anwendung weiterer Tangenten. Dafs die Kreise der Schaar ein Ebenenbüschel bilden, dessen Schnittlinie durch X repräsentiert wird, ist ein bemerkenswerter Satz.

Ähnlich verfährt man im Grundrifs, wo die Büschelkreise, weil die gemeinsame Schnittlinie durch den Punkt H_1 dargestellt wird, ebenfalls als Gerade erscheinen. Die Kreise schneiden sich in Wirklichkeit so, dafs bei H_1 gleiche Winkel entstehen, mit den Projektionslinien aber ist dies nicht der Fall. Sollen SR und QT (die Polare von Z) zur Einteilung gehören, so ziehe man QR bis M, wo die Polare von H_1 geschnitten wird. Die Polare von M gibt dann einen neuen Kreis, auch gehört MH selbst zur Teilung. Im Übrigen vollendet man die Figur wie vorher.

Dem Leser bleibt es überlassen, die Kreise der Schaar als Ellipsen in den Grundrifs zu übertragen, ebenso die des Büschels in den Aufrifs. Um z. B. die zu OP gehörige Ellipse zu zeichnen, projiziere man OP und seinen Halbierungspunkt auf AB, was Zentrum und kleine Axe gibt. OP ist als grofse Axe daran zu setzen, so dafs die nötigen Elemente zur Konstruktion gegeben sind.

Denkt man sich die Lage der Kugel auf dem bekannten Drehungswege geändert, so rücken auch im Aufrifs die Pol-

punkte G und H ins Innere der Figur und alle Kreise erscheinen als Ellipsen.

Aufg. 5. Die Kugel durch isogonale Trajektorien der soeben gefundenen Kreisschaaren (d. h. durch Diagonalkurven der Rechtecksteilung) in ein Quadratsystem einzuteilen.

Aufl. Man verfahre nach Analogie von Aufg. 3. Die entstehende Figur enthält Fig. 6) als speziellen Fall.

Bem. Die elektrischen und isothermischen Deutungen bleiben auch für diesen Abschnitt bestehen. Denkt man sich z. B. in einem kugelförmigen Konduktor bei H und G (Fig. 7) Elektricität ein- und abgeleitet, so wandert sie auf den Kreisen des Büschels, die Kreise der Schaar hingegen sind Kurven gleicher Spannung. Läſst man hingegen Elektricität längs eines „Meridians“ einströmen, längs eines anderen ausströmen, so wandert sie auf Kreisen der Schaar, und die Büschelkreise sind Kurven gleicher Spannung. Das Isothermische ist analog auszusprechen. Auch Figur 6) und die Loxodromenzeichnung zu Fig. 7) lassen physikalische Deutungen zu. Die Wichtigkeit aller dieser Zeichnungen liegt aber mehr auf mathematischem Gebiete, da sich zahlreiche Sätze der Kugelgeometrie an ihnen beweisen lassen. Ausserdem bieten sie Übungsbeispiele für die Theorie der Inversion und der reziproken Polaren.

§ 4. Quadratische Einteilung des Kreis-Cylinders, des Kreiskegels und der zugehörigen reciproken Flächen.

1) Die Aufgabe, den unbegrenzten Kreiscylinder durch Gerade und Kreisschnitte in ein Quadratsystem einzuteilen, ist durch den Parallelstreifen erledigt. Die Verzeichnung ist ein einfaches Übungsbeispiel und in Figur 8, die sich selbst erläutert, durchgeführt.

2) Figur 8, löst gleichzeitig die Aufgabe, den Cylinder durch Schraubenlinien in ein Quadratnetz einzuteilen.

3) Wie der Kegel durch Kreise und Gerade eingeteilt wird, zeigt Figur 9, in Grundriſs und Aufriſs. Hat man die Kreise AB und CD und die Geraden PM und PG, so findet man weitere Kreise, indem man $EH \parallel MF$ zieht und so fortfährt. Die übrigen Strahlen ergeben sich aus dem Grundriſs, in den sich die Parallelkreise leicht projizieren lassen. Wird Quadrat-

theilung verlangt, so wickelt man den Kegel ab, was auf einen Sector führt, der durch Polarcoordinaten mit Hülfe der Exponentialfunktion, wie es früher mit der Ebene geschah, leicht einzuteilen ist. Hat man nur zwei Curven jeder Schaar, so ist das übrige leicht zu konstruieren.

4) Auch hier ist die Diagonalteilung mit Hülfe der Kegelschraubenlinien leicht durchzuführen.

5) Übertragungen der Erdoberfläche auf Kegel und Cylinder hat schon Lambert durchgeführt. Die Andeutungen des § 2. reichen vollständig dazu aus.

Aufg. 6. Die Oberfläche des Rotationskörpers, der durch Umdrehung des Kreises um eine Tangente entsteht, soll durch Meridiane und Parallelschnitte oder durch Diagonalcurven in ein Quadratnetz eingeteilt werden.

Aufl. Der Körper entsteht auch durch Inversion des Cylinders von einem Axenpunkte aus. In Figur 10 mögen AF und GH die Grenzlinien des Cylinders darstellen. Auf AF denke man sich die gleichen vertikalen Abstände der Cylinderteilung, auf AG die ungleich erscheinenden horizontalen Abstände derselben dargestellt. Die Geraden von M nach B, C, D, E, F, ... geben die Schnittpunkte B_1, C_1, D_1, E_1, F_1, ... mit dem Kreise über MA, durch welche die Horizontalen der Einteilung zu legen sind. Im Grundriſs sind die entsprechenden konzentrischen Kreise leicht einzuzeichnen. Überträgt man die Schnitte der Radien und Kreise aus dem Grundriſs vertikal in den Aufriſs, so erhält man beliebig viele Punkte der Ellipsen, als welche die Meridianschnitte erscheinen. Die Diagonalkurven lassen sich mit beliebiger Genauigkeit einzeichnen und sind in Figur 10 mit dargestellt.

Aufg. 7. Dieselbe Aufgabe für den Fall durchzuführen, daſs die Inversion mittelst eines exzentrisch im Cylinder liegenden Punktes durchgeführt wird.

Aufl. Der fragliche Körper läſst sich auch so entstanden denken, daſs man in einen Kreis (Grundriſs von Fig. 11) alle Berührungskreise einlegt, welche durch einen exzentrisch liegenden Punkt I gehen, und jeden dieser Kreise durch Rotation in eine Kugel verwandelt. Die umhüllende Fläche des Kugelsystems ist dann der gesuchte Körper. Er hat zwei Symmetrieebenen,

die Ebene des Aufrisses und die des Grundrisses. Da die Kreise und Geraden des Cylinders durch die Inversion in Kreise übergehen, so besitzt der Körper zwei Schaaren von Kreisschnitten*), die zur Teilung der Oberfläche verwendet werden sollen.

Da der Aufriſs so gewählt ist, daſs zwei Schnitte BC und B_1C_1 als Gerade erscheinen, so erscheinen alle Schnitte derselben Schaar als Gerade. Mit Hülfe des Tangentenkegels B_1C_1E findet man eine um E zu legende Inversionskugel mit Radius EB_1, gegen welche der Körper zu sich selbst reziprok ist. Durch BE und CE erhält man die Schnittpunkte B_2 und C_2, welche den Kreis B_2C_2 geben. Verbindet man E mit den symmetrischen Punkten zu B_1 und B_2, C_1 und C_2 in der unteren Hälfte, so findet man neue Schnitte, etc. Da der Inversionskreis die beiden Hauptkreise rechtwinklich schneidet, so gehen alle Schnitte durch den äuſseren Ähnlichkeitspunkt A, was die Konstruktion erleichtert und zugleich zeigt, daſs die Ebenen der Kreise ein Büschel bilden, dessen Schnittlinie durch A dargestellt wird. [Einen anderen Beweis erhält man dadurch, daſs man die Cylinderkreise als Berührungslinien von eingeschriebenen Kugeln auffaſst, welche bei der Inversion Kugeln bleiben und in der Zeichnung als Berührungskreise erscheinen. Die Verbindungslinien der Berührungspunkte gehen dann auch notwendig durch A.] Für den Grundriſs der Fig. 11 ist zunächst zu bemerken, daſs nach einem bekannten Satze**) die Potenzlinie des gröſsten Kreises und des Punktes I durch den Ähnlichkeitspunkt je zweier beliebigen durch I gehenden Berührungskreise geht, z. B. durch Z. Zwei nahe aufeinanderfolgende der oben besprochenen Berührungskugeln „schneiden" sich in der Projektion in einer Geraden durch I, z. B. in HI. Dies giebt die Darstellung der gesuchten Kreise, deren Ebenen ein Büschel geben, dessen Schnittlinie im Grundriſs durch I, im Aufriſs durch DE dargestellt ist. Sollen GI und IH zur Einteilung gehören, so schaltet man mit Hülfe der Tangenten ZK und ZK_1 die Schnitte

*) Dieselben sind bekanntlich für jeden Punkt die Linien gröſster und kleinster Krümmung.

**) Vergl. z. B. Steiners „geometrische Betrachtungen" im 1. Bande der gesammelten Werke.

IK und IK_1 ein. Zieht man HK bis V, so schaltet die Tangente VL den Schnitt LI ein, die Tangente VN_1 den Schnitt IN_1, während IL_1 und IN die zugehörigen symmetrischen Schnitte sind. V und Z waren nämlich als Mittelpunkte von Inversionskugeln eingetreten (die stets durch I gehen), deren Funktion die der früheren Hülfskugeln ist.

Die Ellipsen im Aufrifs sind wieder leicht zu construieren, da man, wie bei Figur 7, von jeder das Centrum und die beiden Axen, letztere auch der Lage nach, kennt. Ebenso ist es im Grundrifs, Auch hier sind die Diagonalkurven nach Analogie von Fig. 10. leicht einzuzeichnen.

Die Aufgabe 7, hat besonderen Wert dadurch, dafs sie zu Sätzen der Lehre von den Potenzlinien, Ähnlichkeitspunkten, Orthogonalkreisen und Berührungskreisen interessante Beispiele giebt und die räumliche Anschauung erheblich zu fördern imstande ist.

Aufg. 8. Dieselbe Aufgabe für den Fall durchzuführen, dafs der Inversionspunkt aufserhalb des Cylinders liegt.

Bem. In Figur 12 ist das Wesentliche für den Grundrifs und Aufrifs dargestellt. Im Aufrifs schneiden sich die gezeichneten Ebenen der Kreise in A_1, im Grundrifs in I, dem Ähnlichkeitspunkte der beiden Hauptkreise. Die Konstruktion ist der vorigen ähnlich, ebenso der Beweis für ihre Richtigkeit. Der Körper läfst sich durch Berührungskreise erzeugen, die in die Sichel zwischen zwei sich berührenden Kreisen eingeschrieben sind und in Kugeln verwandelt werden.

Aufg. 9. Dieselbe Aufgabe für den Fall durchzuführen, dafs der Inversionspunkt auf der Cylinderfläche liegt.

Bem. Die Konstruktion geschieht nach Analogie von Fig. 12; nur ist der gröfste Grundrifskreis eine Gerade. Die eingeschriebenen Hülfskugeln nehmen von unendlicher Kleinheit bis zu unendlicher Gröfse zu. Die im Unendlichen verlaufende Fläche enthält, wie früher, zwei Gerade. Sieht man sie in der Richtung des gemeinschaftlichen Lotes der letzteren an, so erscheint sie, wie mit einer kreisförmig gewölbten Brücke behaftet, die auch im Querschnitt kreisförmig und im Gipfelpunkte unendlich dünn ist. Den kreisförmigen Durchblick hat man in der Richtung der einen Geraden. Die Aufeinanderfolge der

Kreisschnitte ist wie vorher zu finden, jedoch fordert die Konstruktion der Ellipsen einiges Nachdenken, so dafs die Aufgabe als Übungsbeispiel zu empfehlen ist. Fig. 15b stellt eine Verallgemeinerung dieser Flächen dar.

Aufg. 10. Dieselben Inversionsaufgaben sind für den Kegel durchzuführen.

Bem. Hierbei treten stets Kreissicheln auf, in welche berührende Hülfskugeln (Kreise) eingeschrieben werden. Die Konstruktionen sind den früheren analog.

Bei sämtlichen Aufgaben lassen sich die Diagonalcurven construiren. — Der nächste Abschnitt umfafst die Aufgaben für allgemeinere Cykliden, § 4 hätte demnach übergangen werden dürfen. Es erschien jedoch dem Verfasser zweckmäfsig, vom Leichteren zum Schwereren überzuführen.

§ 5. Rechtecksteilung der Rotationscyklide und ihrer Verallgemeinerungen.

Aufg. 1. Die Fläche der Rotationscyklide durch Meridiane und Parallelschnitte in ein System ähnlicher Rechtecke einzuteilen.

Aufl. In Fig. 13*) sind im Aufrifs die willkürlichen Parallelschnitte AB und CD zu Grunde gelegt. Die Tangente in C giebt mit der Axe den Schnitt X; zieht man AX, so giebt der Schnitt E die Lage des Parallelkreises EF. Nach unten lege man, wenn AB der gröfste Parallelkreis ist, die symmetrischen Geraden, verbinde auch ihre Endpunkte mit X, was neue Punkte giebt. Man kann jedoch auch mit der Tangentenkonstruktion fortfahren.

Bem. Wünscht man, dafs die Reihe der Rechtecke schliefst, so gehe man von dem äusseren Äquator AB und dem inneren GH aus. Vom Centrum M lege man eine Tangente MA an den Rotationskreis, ziehe AK bis zum Schnitt M der Axe und fahre fort wie vorher. Der Beweis liegt darin, dafs das Verfahren, wie früher, auf der Inversion beruht. Die Einteilung des Grundrisses durch Polarkoordinaten ist nun leicht, ebenso die Konstruktion der Ellipsen, die ganz so, wie in einem früheren Beispiele, geschieht.

*) Die Figuren 13—15b sind auf Tafel II. Red.

Aufg. 2. Ein Diagonalnetz in die vorige Teilung einzuzeichnen.

Bem. Die in Fig. 13 dargestellte Diagonalteilung giebt nicht quadratische, sondern rhombische Flächenelemente. Die Quadratteilung nach Art der Aufg. 1 führt nämlich auf Schwierigkeiten, deren Überwindung nicht in diese Zeitschrift gehört, da es sich um eine Integration handelt und aufserdem gewisse irrationale Verhältnisse eine endliche Quadratteilung unmöglich machen können*).

Die Ebene wird durch Parallelenschaaren in Quadrate eingeteilt, deren Anzahl unendlich grofs zweiter Ordnung ist; bei Polarkoordinaten ist die Anzahl unendlich grofs erster Ordnung. Letzteres fand auch bei den besprochenen Einteilungen der Kugel, des Cylinders, des Kegels und derjenigen Cykliden, welche einen inneren Berührungspunkt haben, statt. Hier zeigt sich zum ersten Male eine endliche Anzahl von Rechtecken. So übersieht man, dafs diese Einteilungen in bestimmter Beziehung zu den nicht periodischen, einfach periodischen und doppelt

*) Für orientierte Leser sei das vom Verfasser bei der entsprechenden Untersuchung gefundene Resultat hier mitgeteilt, da es von allgemeinerem Interesse ist: Setzt man $MB = r$, $MH = r_1$, und denkt man sich alle Quadrate nach Analogie der Mercatorkarte gleichgrofs in die Ebene gezeichnet, so entsteht ein Rechteck, dessen Höhe sich zur Basis verhält, wie $r - r_1 : 2\sqrt{rr_1}$. Dieses kann in eine endliche Anzahl von Quadraten zerlegt werden, sobald das Verhältnis rational ist. Sofort läfst sich die Einteilung auf die Cyklide übertragen. Liefse sich z. B. das Rechteck so einteilen, dafs auf die Höhe 6 Quadratseiten kämen, so schlage man mit MK in Fig. 13 einen Kreis um M, der AB in Punkten P und P_1 schneiden mag. Durch beide Punkte lege man einen Kreis, dessen Tangente die Linie AB unter $60^0 = \frac{360^0}{6}$ schneidet, dann einen zweiten, der unter dem doppelten Winkel schneidet, und fahre so fort. Der Beweis für die Richtigkeit dieser Einteilung folgt aus den Eigenschaften der Inversion. Im Grundrifs giebt es, abgesehen von dem Problem der Kreisteilung, überhaupt keine Schwierigkeiten. Der Beweis für die Beziehung $h : b = r - r : 2\sqrt{rr_1}$, die mit gewissen Abbildungsproblemen mittels elliptischer Funktionen zusammenhängt, wird der Verfasser an anderer Stelle geben. Die Tangente von M an die Aufrifskreise ist die Darstellung einer speziellen Loxodrome. Die bekannten schrägen Kreisschnitte des Körpers geben also Loxodromen.

periodischen Funktionen stehen, dafs insbesondere die Rotationscyklide mit den elliptischen Funktionen in innigem Zusammenhange steht. Die obigen Betrachtungen haben also auch in funktionentheoretischer Beziehung eine fundamentalere Bedeutung.

Aufg. 3 Diejenige Cyklide, die durch Inversion von einem Punkte aufserhalb der Rotationscyklide entsteht, soll durch Kreisschnitte in Rechtecke eingeteilt werden.

Aufl. Die Auflösung ist der entsprechenden des § 4 ganz analog, auch die Beweise lassen sich in ganz ähnlicher Weise führen.

Im Aufrifs der Fig. 14 hat man die Hauptschnitte M_1 und M_2 mit dem äufseren Ähnlichkeitspunkte A und der Potenzlinie FG; BC und DE sind zwei Kreisschnitte, die als Gerade erscheinen und sich, wie in § 4, in A schneiden. Die Tangenten in D und E treffen sich also auf der Potenzlinie, z. B. in X. Zieht man CX, so erhält man den nächsten Schnitt HI u. s. w.

Im Grundrifs hat man N_1 und N_2 als Hauptkreise ins Auge zu fassen. Da sie die Kreise M_1 und M_2, die senkrecht unter denen des Aufrisses liegen, berühren, so ist AA_1 ihre Potenzlinie, und der innere Ähnlichkeitspunkt I_1 liegt auf der Potenzlinie FG von M_1 und M_2. Man kann sich den Körper, wie früher, durch Berührungskreise entstanden denken, die in den excentrischen Ring eingeschrieben sind. Verbindet man je zwei zusammengehörige Berührungspunkte, so geht die Gerade durch I_1. Diese Geraden sind, wie in § 4, Kreisschnitte des Körpers. Die Tangenten in zwei solchen Berührungspunkten treffen sich ferner auf der Potenzlinie AA_1. Dies giebt Veranlassung zu einem Tangentenkegel und einer Inversionskugel, gegen welche die Cyklide zu sich selbst reciprok ist. Sollen also z. B. KL und OP zur Einteilung gehören, so schaltet man die übrigen Schnitte folgendermafsen ein: die Tangente von A_1 an Kreis N_2 giebt den Berührungspunkt R und den Schnitt I_1R. PR giebt den Inversionspunkt S, die Tangente von S an N_2 den Punkt T, der den Kreisschnitt TI_1 bestimmt. T_1I_1 liegt symmetrisch zu diesem. AT giebt U resp. den Schnitt UI_1, PT den Schnittpunkt V, dieser die Tangente VW, welche den Schnitt WI_1 giebt, u. s. w. Die Inversionskreise schneiden

A_1P in zwei bestimmten Punkten, bilden also ein Büschel. Der Umstand, dafs aus Gründen der Konformität die Schnittwinkel arithmetisch aufeinanderfolgen, giebt eine zweite Konstruktion.

Die Schnitte sind nun in den Aufrifs zu übertragen. Sie erscheinen dort als Ellipsen, deren Centrum, Lage und Axenlängen man kennt. Ebenso sind die Schnitte des Aufrisses als Ellipsen in den Grundrifs zu übertragen. Die Diagonalteilungen geben auch hier ein aufserordentlich plastisches Bild des Körpers.

Aufg. 4. Durch Inversion von einem Punkte ihrer Oberfläche aus geht die Rotationscyklide in einen eigentümlichen Körper über, der gezeichnet und durch Kreisschnitte in ein Rechteckssystem eingeteilt werden soll.

Aufl. In Fig 15a, entspricht der Aufrifs dem Grundrisse von Fig. 14. Die Kreise N_2 und M_2 sind durch die vorgeschriebene Inversion unendlich grofs geworden und erscheinen als die Gerade FG resp. DE. Der Ähnlichkeitspunkt A_1 ist nach K gerückt, I mit O zusammengefallen. Alle Kreisschnitte im Aufrifs endigen in der Geraden FG, die zur Fläche gehört, aufserdem schneiden sie sich in der durch O repräsentierten Geraden, die, zur Grenzkugel DE gehörig, gleichfalls auf der Fläche liegt. Dieselbe enthält also zwei sich senkrecht kreuzende Gerade. Da von A_1 nur an den Innenkreis N_1 Tangenten gelegt werden können, so wird jetzt dieser benutzt. Tangente A_1B giebt den Schnitt BC, Tangente CH den Schnitt HG, beide durch O. Durch A_1H erhält man K und den Schnitt KP, u. s. w.

Der Grundrifs giebt die andere Schaar von Kreisschnitten als Gerade. Er entspricht dem Aufrifs von Fig. 14. Sollen AO_1 und AA_1 zur Teilung gehören, so ziehe man die Tangente O_1Z und AZ bis V. Die Tangente VW giebt den Schnitt AW u. s. w.

Um den Körper noch mehr zu veranschaulichen, ist in Fig. 15b. aus dem Grundrifs und Aufrifs nach bekannter Methode die Seitenansicht konstruiert, in der die Kreisschnitte als Ellipsen erscheinen. Zu jeder findet man leicht das Centrum, die grofse und kleine Axe, so dafs keine Schwierigkeit vorhanden ist. Denkt man sich die Geraden AB und CD der Fläche horizontal, so liegt AB um den Abstand AO_1 der Fig. 15a. unter CD,

der höchsten Punktreihe der Fläche, deren tiefste Punktreihe AB ist. In gröfserer Entfernung von der Mitte der Figur ist die Fläche fast eben — hinter ihr erstreckt sich der massive Körper ins Unendliche. Gegen die Mitte hin wölbt sich der vollständig kreisförmige Brückenbogen auf, dessen obere Bahn die horizontale CD ist. In der Richtung AB hat man den kreisförmigen Durchblick durch die Brücke. Man könnte diese besondere Cyklide geradezu als „Brückenfläche" bezeichnen. Sie enthält die am Schlufs von § 4 besprochene als speziellen Fall. Die Loxodromen sind leicht einzuzeichnen.

Aufg. 5. Für den Fall, dafs der Inversionspunkt innerhalb der Rotationscyklide liegt, soll dasselbe geleistet werden.

Bem. Der Körper erstreckt sich nach allen Seiten ins Unendliche, man kann also nicht Ansichten, sondern nur Schnitte zeichnen, die keine Schwierigkeiten machen, aber auch kein geeignetes Zeichenobjekt sind.

Entsprechende Aufgaben lassen sich für die Fälle stellen, bei denen die Grundkreise der Cyklide sich schneiden. Die Zeichnungen werden dabei weniger plastisch, da die Fläche sich selbst schneidet.

Die Deutungen der gezeichneten Raumkurven als Isothermen und elektrische Spannungskurven mag dem Leser überlassen bleiben. Auch rein geometrisch lassen sich die gegebenen Linien als Koordinaten verwerten. Besonders für die Diagonalkurven lassen sich mancherlei Eigenschaften direkt aus denen der Geraden ableiten, wie es in dem citierten Werke des Verfassers in analoger Weise häufiger geschehen ist.

Litteratur.

Die Theorie der isothermischen Einteilungen ist noch nirgends eingehend behandelt worden. In dem citierten Werke des Verfassers spielt sie eine Hauptrolle, beschränkt sich aber auf die Ebene. Die hier gegebenen Ausdehnungen auf Kugel, Kegel, Cylinder und Cyklide zeigen, wie aufserordentlich plastisch die körperliche Darstellung durch jene Teilungen wird, wie leicht auch transcendente Raumkurven dem Verständnis auf konstruktivem Wege näher gebracht werden können. Nur die Kenntnis der Lehre von den Ähnlichkeitspunkten, Potenzlinien, Polaren und reciproken Radien wurde vorausgesetzt, und diese werden in den

neueren Lehrbüchern hinreichend behandelt. Die Theorie der konformen Abbildung wurde nicht vorausgesetzt, die Litteratur über diese sehe man in des Verfassers „Einführung" nach.

Weit mehr ist über die Kugelgeometrie an sich vorhanden. In Reyes „synthetischer Geometrie der Kugelsysteme" giebt das Vorwort den Entwickelungsgang ausführlicher an. Die Reihe der Autoren beginnt dort mit Apollonius von Perga, dessen Kreisberührungsprobleme später von Vieta, Newton, Euler und Fuss behandelt und von Fermat auf die Kugeln ausgedehnt wurden. In neuerer Zeit untersuchten Dupin und Hachette die Bewegung einer veränderlichen Kugel, welche drei gegebene Kugeln berührt. Als ihren geometrischen Ort kann man die Cyklide bezeichnen, der Dupin eine eingehende Darstellung widmet. Man lese bei Reye nach, welchen Anteil Gaultier, Poncelet, Monge und Jacob Steiner an dem weiteren Ausbau dieses vielumworbenen geometrischen Bereiches haben. Die eigentliche Transformation durch reciproke Radien, die mehr oder weniger verborgen sich schon bei den letztgenannten Autoren findet, wurde jedoch erst von Plücker im Jahre 1834 als „ein neues Übertragungsprinzip" formuliert, so dafs diesem Analytiker die Priorität vor W. Thomson gebührt, dessen „Prinzip der elektrischen Bilder" erst 1845 veröffentlicht wurde und 1847 durch Liouville weitere Behandlung fand. Auch Jacobi hat schon im 15. Bande des Crelle'schen Journals sich mit dieser Methode beschäftigt.

Noch später trat diese Theorie in eigenartiger Behandlung in der Kreisverwandtschaft von Möbius als ein neues, in sich abgeschlossenes Gebiet auf. Die betreffenden Aufsätze befinden sich in den Abhandlungen der Leipziger Kgl. Gesellschaft der Wissenschaften vom Jahre 1853 und 1855. Durch Siebeck wurde 1858 im 55. Bande des Crelle'schen Journals die Kreisverwandtschaft mit der Abbildung mittels der gebrochenen rationalen Funktion komplexen Arguments vom 1. Grade identifiziert. Reye erwähnt dies nicht, wohl deshalb, weil Siebeck sich auf die Ebene beschränkt. Von demselben Standpunkte aus ist ihr in dem citierten Werke des Verfassers ein besonderes Kapitel gewidmet. Von andern Namen, die Reye nicht nennt, seien hier noch Townsend, Hart und Casey erwähnt. Der erstere behandelt die Cirkular-Inversion in den Chaptres on the modern Geometrie Bd. 2, S. 363. Hart giebt die Anwendung auf den Feuerbach'schen Kreis im Quaterly Journ. Bd. 5, S. 260; Casey behandelt die Kreisverwandtschaft elementar auf S. 318 desselben Bandes.

In erster Linie möchte der Verfasser das Studium der geometrischen Betrachtungen empfehlen, die sich im ersten Bande der von der Berliner Akademie neu herausgegebenen Werke des grofsen Geometers Steiner befinden. Namentlich die Sätze über Reihen von Berührungskreisen gehören hierher und lassen zahlreiche Schlüsse auf die Cyklide zu. Wenn der Verfasser noch erwähnt, dafs er soeben im 94. Bd. des Crelle'schen Journals eine Abhandlung über transscendente Flächen erscheinen liefs, welche die Cyklide als speziellen Fall enthalten, so geschieht es nur, um weitere konstruktive Aufgaben anzudeuten, deren Behandlung hier nicht durch-

geführt werden konnte. Es handelt sich um Kugelreihen, deren erzeugende Kreise logarithmische Spiralen oder ihre inversen Raumcurven berühren. Dabei wurde der Begriff der Krümmungscyklide eingeführt, welche die Konstruktionen und Abbildungsprobleme wesentlich erleichtert. Spezielleres über diese Dinge und über die eigentümlichen Beziehungen, die sich bei der Abbildung der Cyklide auf das Rechteck, auf die unbegrenzte Ebene, die Kugel und das dreiaxige Ellipsoid ergeben, hat der Verfasser soeben in einer gröfseren Abhandlung: „Geometrische und physikalische Untersuchungen über die Dupin'schen Cykliden und die ihnen entsprechenden Rechtecke" verarbeitet, die demnächst an anderer Stelle erscheinen wird.

Auch Herr F. Klein hat sich in seiner „Theorie der algebraischen Funktionen"*) mit diesen Fragen beschäftigt, da die in sich geschlossenen Flächen vom Geschlechte $p = 1$ durch die Cyklide am bequemsten repräsentiert werden. Er bildet aber das ganze Periodenrechteck, also auch die doppelschichtige Ebene, auf die einschichtige Cyklide ab, während es naturgemäfser erscheint, die damit verbundenen symmetrischen Beschränkungen dadurch zu entfernen, dafs man das halbe Periodenrechteck, die einschichtige Ebene und die einschichtige Cyklidenfläche in gegenseitige Beziehung setzt. Von besonderer Wichtigkeit ist dann die Untersuchung der Frage, für welche Fälle man die Verzweigungsschnitte auf der Cyklide entbehren kann, sodafs elektrodynamische und isothermische Probleme für die geschlossene Cyklidenfläche gelöst sind. Die dabei auftretenden Schwierigkeiten werden noch dadurch vermehrt, dafs man den beiden singulären Punkten, die auf der behandelten Fläche auftreten, eine ganz willkürliche Lage anweisen kann, und damit scheinen Dinge von gröfserer funktionentheoretischer Bedeutung zusammenzuhängen.

Diese Andeutungen treten zwar aus den Grenzen, die sich diese Zeitschrift gesetzt hat, heraus, sie werden aber dem vorgeschrittenen Leser zeigen, nach wie vielen Richtungen die einfachen Aufgaben der darstellenden Geometrie, um die es sich handelte, ein Eindringen in schwierigere Disciplinen ermöglichen.

*) Über Riemann's Theorie der algebraischen Funktionen und ihre Integrale, eine Ergänzung der gewöhnlichen Darstellungen. Leipzig bei Teubner 1882. Red.

Litterarische Berichte.

A) Rezensionen.*)

1) Knauer, Dr. K. Friedrich, Fang der Amphibien und Reptilien und deren Conservierung für Schulzwecke. Ein Vortrag, gehalten im Lehrerverein zu Hernals. Wien 1875, Alfred Hölder. Preis 0,80 M.
2) — Amphibien- und Reptilienzucht. Wien 1875, Hölder. Preis 2,40 M.
3) — Beobachtungen an Reptilien und Amphibien in der Gefangenschaft. Ein kleiner Beitrag zur näheren Kenntnis dieser Tiere. Wien 1875, Hölder. Preis 1,20 M.
4) — Die Reptilien und Amphibien Niederösterrreichs. Eine faunistische Skizze. Wien 1875. Preis 1,20 M.
5) — Naturgeschichte der Lurche (Amphibiologie). Eine umfassendere Darlegung unserer Kenntnisse von dem anatomischen Bau, der Entwickelung und systematischen Einteilung der Amphibien, sowie eine eingehende Schilderung des Lebens dieser Tiere. Mit 120 Illustrationen, 4 Karten und 2 Tabellen. Wien 1878, Pichlers Wwe. & Sohn. (Preis nicht angegeben.)

Es könnte scheinen, als ob ein so spezielles Kapitel der Zoologie, wie das über die Amphibien und Reptilien, das in den gebräuchlichen Schulbüchern meist auf einigen Seiten abgehandelt wird, nicht so recht zur Besprechung an diesem Ort geeignet wäre. Wir glauben indessen, dafs gerade das vorliegende Kapitel der Schulzoologie einer Reform bedürftig ist und dafs Werke, wie die vorliegenden dem Lehrer der Zoologie nicht genug zur Beachtung empfohlen werden können. Wie unter den wirbellosen Tieren auf den meisten Schulen aus vielen guten Gründen die Insekten eine gründlichere Behandlung erfahren (an manchen Anstalten wird fast ein volles Wintersemester auf sie verwandt, nachdem sie bereits auf den botanischen Exkur-

*) Bei Rezensionsexemplaren, deren Preis uns von den Verlagsbuchhandlungen oder Verfassern nicht angegeben wurde, lassen wir künftig denselben immer weg, um das bis jetzt übliche aber störende Zeichen „Preis ?“ zu vermeiden. Vgl. VII, 129, Anm. D. Red.

sionen des Sommers gehörig beachtet worden sind), so verdienen es unter den Vertebraten vor allen die Amphibien und Reptilien, dafs längere Zeit auf sie verwendet wird, als es bisher geschehen. Abgesehen davon, dafs sie für den Unterricht (wie wir sehen werden auch im Winter) leichter zu beziehen und besser zu konservieren sind, so lassen sich kaum bei einer anderen Wirbeltierklasse so leicht und eingehend eigene Beobachtungen über Entwicklungsgeschichte, Lebensweise, Organisation anstellen, als hier. Dabei hat der Lehrer fast nirgends solche Gelegenheit, auf das Gemüt der Schüler einzuwirken, als in diesem Kapitel. Über keine Tierabteilung sind lächerlichere Vorurteile verbreitet als über diese vom Volke geächteten und verabscheuten und doch in der Mehrzahl so nützlichen Tiere. Gegen keine Tiere wird daher so viel gesündigt als gegen sie. Wie viele Nattern, Kröten, Frösche werden in der entsetzlichsten Weise gequält oder in brutaler Weise zerschlagen, zertreten — nicht von Kindern allein, nein auch von Erwachsenen, die damit glauben der Menschheit einen Dienst gethan zu haben. Leider hat sich die Schule einen Teil der Schuld zuzuschreiben, indem sie es nicht versucht, die eingefleischte Scheu gegen diese Tiere durch rationelle Belehrung zu beseitigen. Da genügt es nicht — wie der Verf. bemerkt, dafs der Lehrer vortragend und erklärend sagt: „diese Schlange, Kröte ... ist durchaus ungefährlich, ganz harmlos und unschädlich, im Gegenteil sehr nützlich ...“, dabei aber sich selbst scheut, das Tier zu ergreifen und so das eben Gesagte thatsächlich zu erweisen; denn Schüler solcher Lehrer werden, wenn nicht von anderer Seite besser belehrt, sich nun auch vor solchem Tier entsetzen, oder, in einer Anwandlung von falschem Mut, dasselbe erschlagen. Die oben genannten Werke sind auch in dieser Beziehung geeignet jene ansteckend wirkende Scheu, Furcht und Rohheit zu beseitigen und diese „infernalischen Tiere“ zu unseren Lieblingen zu machen — falls sie von den Schulmännern genügend beachtet werden. — Besprechen wir sie einzeln.

In dem ersten kleinen Schriftchen lehrt Verf. ausführlich, wo und wie die Amphibien und Reptilien zu fangen sind und wie sie am besten zu konservieren und für die Schulsammlungen zu verwenden sind. In dieser trefflichen Anleitung konnte die Wickersheimersche Konservierungsflüssigkeit*), die dem Rezensenten nach vielen Versuchen für Reptilien und Amphibien besonders geeignet erscheint, indem sie die natürliche Färbung vollständig erhält, noch keine Aufnahme finden. Es empfiehlt sich aber neben den Wickersheimerschen Präparaten, die beweglich bleiben und eher etwas erweichen noch nach des Verf. Vorschrift Spiritusexemplare der verschiedenen Entwicklungstufen herzustellen, da diese die ihnen vorher gegebene natürliche Körperstellung für immer beibehalten. (Die Tiere sind

*) S. ds. Z. XI, 102 u. f. Red.

— etwa durch Äther — zu töten, bevor sie in die Wickersheimersche Flüssigkeit gesetzt werden, da z. B. Ringelnattern in dieser Flüssigkeit noch tagelang leben). — In einem zweiten Werkchen beschreibt Verf. die wenig kostspielige Zucht der eingefangenen Tiere, die Anlage von Terrarien und Aquarien, die in denselben fortkommenden Pflanzen und Tiere aus anderen Abteilungen, die Fütterung und Beschaffung des Futters im Sommer und Winter, die Behandlung der Eier und ausgeschlüpften Jungen, kurz er giebt in jeder Beziehung ausführliche und genügende Vorschriften. Mit Recht empfiehlt derselbe die Anlage von Aquarien und Terrarien zum Schulgebrauch; denn eine solche dient zur wesentlichen Förderung des zoologischen Unterrichtes, wie denn überhaupt der Unterricht möglichst an lebendes Material anknüpfen sollte. Das letztere ist auch im Winter zu beschaffen oder läſst sich vom Sommer und Herbst an ohne groſse Mühe bis zu den betreffenden Lehrstunden durch geeignete Fütterung (z. T. im Aquarium) munter erhalten. [Rezensent konnte z. B. regelmäſsig folgende Tiere in den zoologischen Stunden lebend vorzeigen: Infusorien, besonders Vorticellidenstöcke, Hydra grisea und viridis, Spongilla fluviatilis, Anguillula aceti, Naïs, Lumbricus, Hirudo officinalis (Apotheke) u. a. Vermes, Daphnia pulex, Cyclops, Branchipus, Gammarus pulex, Asellus, Oniscus, Astacus fluviatilis (Aquarium), Hydrarachna, Glycyphagus longior (alte Bierfilze), Acarus siro, verschiedene Spinnen z. B. Argyroneta, Insekten z. B. Heimchen (leicht in Gläsern zu züchten), Schaben, Speckkäfer, Niptus hololeucus, Marienkäferchen, Florfliegen, Blatt- und Schildläuse (an Zimmerpflanzen z. B. Rosen — Epheu — Palmen) etc., Anodonta, Unio pictorum, Limnaeus (hielten sich gut im Aquarium), Amphibien Fische etc.]. — Erscheint aber auch die Anlage des Aquariums, bezüglich Terrariums unthunlich, so wird es jedenfalls mit Beihilfe der Schüler nicht schwer halten, unter Anleitung des ersten Schriftchens die in der betreffenden Gegend vorkommenden Amphibien- und Reptilienspezies einmal sämtlich zusammen zu bringen und einige Tage (etwa in einem gereinigten Petroleumballon) zu beherbergen und zu füttern, damit der Schüler die auf den Exkursionen einzeln beobachteten Tiere noch einmal gründlich vergleichen kann und unterscheiden lernt. Kommen dann im Winter gut konservierte Exemplare zur Vorlage, so wird diesen die vorhergegangene sommerliche Beobachtung ein erhöhtes Interesse und offeneres Auge zuwenden. — Welche interessanten belehrenden Beobachtungen an den Tieren in der Gefangenschaft angestellt werden können und noch anzustellen sind zur Beantwortung mancher noch offenen Frage zeigt das dritte Schriftchen. — Das vierte anfangs genannte Heft beschäftigt sich speziell mit den Reptilien und Amphibien Niederöstreichs, doch dürfte auch dieses allgemeines Interesse beanspruchen, da es nicht nur die deutschen Arten zunächst enthält, sondern der weiten Variabilität der vorkommenden Spezies besondere Aufmerksamkeit widmet.

Kommen wir schliefslich zu dem Hauptwerke, so enthält dasselbe eine recht umfassende, musterhaft dargestellte, vorzüglich und reich illustrierte Naturgeschichte der Amphibien, deren einzelne Kapitel fast ein gleich lebhaftes Interesse verdienen. — Auf eine Geschichte der Amphibiologie, die bei Aristoteles beginnend eingehend die Entwicklung dieser Wissenschaft (auf Seite 5—31) uns vor Augen führt, folgt auf 25 Seiten allgemein verständlich und doch streng wissenschaftlich eine vergleichende Anatomie der Lurche. Sie, sowie die auf 30 Seiten folgende Entwicklungsgeschichte können nur dazu beitragen, dafs diesen Wirbeltierklassen eine gründlichere Behandlung zu Teil wird. In der That verdienen die Amphibien in gleicher Weise in anatomischer Beziehung besprochen zu werden, wie dies bei den höheren Säugern (bezüglich dem Menschen) gebräuchlich ist. Der Vergleich mit jenen zeigt dann, wie von den höheren Tieren mit ihren komplicierten Organen alle Übergänge zu den einfacher organisierten Wesen stattfinden, respektive wie die einfachen Organe letzterer in der Stufenleiter bis zu den höheren Tieren sich behufs gröfserer Arbeitsteilung mehr und mehr differenzieren. So finden wir z. B. von den 12 Gehirn-Nervenpaaren der höheren Wirbeltiere bei den Amphibien den N. facialis noch als Ast des N. oculomotorius, den N. abducens vom N. trigeminus, den N. accessorius und glossopharyngus vom N. vagus abgezweigt. Von den Teilen des Säuger-Gehörorganes finden sich bei den Schwanzlurchen nur noch Labyrinth und die drei Bogengänge, bei den Froschlurchen noch eine rudimentäre Schnecke, bei den übrigen Sinnesorganen, dem Knochen-, Muskel- und Gefäfssysteme ist eine ähnliche Vereinfachung zu konstatieren u. s. w. Es soll ja dieser Vergleich fort geführt werden von den Säugern bis zu den niedersten Tieren, um die Einheit der gesamten Lebewelt auch hier zum Bewufstsein zu bringen, wir meinen aber, dafs die Amphibien ihrer mittleren Stellung wegen, besonders geeignet erscheinen, ein einheitliches Princip in den gleichnamigen Körperorganen der verschiedenen Tierabteilungen erkennen zu lassen. — Fortpflanzung und besonders Entwicklungsgeschichte sind bei Amphibien besonders leicht zu beobachten und im Zusammenhang zu verfolgen (auch läfst sich hier die Einwirkung der Spermatozoen auf die Eier unbedenklicher erörtern), und die Bildung der Keimblätter, deren weitere Differenzierung — kurz die Batrachogenie, stimmt ja in den allgemeinen Umrissen mit der Entwicklung der höheren Säuger überein. Aus dem entwicklungsgeschichtlichen Kapitel seien nur noch hervorgehoben die wahrscheinliche Parthenogenesis des Feuersalamanders, die eigentümlichen interessanten Züchtungs- und Umwandlungsversuche, die Fräulein von Chauvin angestellt, die ja auch die entwickelte Form des Axolotl, durch Züchtungsversuche entdeckt hat, ferner sexueller Dimorphismus, Mimikry etc. — Der systematische Teil S. 91—124 ist sehr über-

sichtlich und enthält eingehendere Beschreibungen behufs Bestimmung der europäischen Arten. Gleich erschöpfend ist die Palaeontologie und der Abschnitt über geographische Verbreitung (S. 137—157) letzterer mit 3 Karten und 2 Tafeln. Aus letzterem heben wir nur einzelne Resultate hervor: die vorwiegende Verbreitung der Batrachier nach Norden und Osten, der Caudata nach Süden und Westen zu, das ausschliefsliche Vorkommen ersterer in der Ebene, während letztere mehr ins Gebirge hinaufsteigen. Über ganz Europa sind nur verbreitet Bufo vulgaris, Rana temporaria, Triton punctatus. Eigentümliche Arten hat Frankreich 2, Spanien und Portugal 3, Italien 2, Illyrien 1.

Der zweite Hauptteil enthält eine inhaltreiche lebendige von lebensfrischen Bildern durchwirkte Schilderung von 59 Arten — eine Schilderung, durch die wir uns an den sommerlichen Teich inmitten des Völkchens der munteren Batrachier und aalschnellen Molche versetzt fühlen. Und mit wie ganz anderen Augen beobachten wir hier, welche neue Welt thut sich da unseren Augen auf!

Auch dieses Werk enthält Einiges über Fang, Zucht und Präparierung der Lurche, dem eine reichhaltige Literatur folgt.

Wir sind überzeugt, dafs Niemand, der des Verfassers Werke*) studiert hat, es versäumt, sich näher mit diesen verkannten Tierklassen zu beschäftigen und denselben im Unterricht mehr Zeit als bisher zu widmen; bilden sie doch eins der erspriefslichsten Kapitel im zoologischen Unterricht.

Greiz. Ludwig.

De Bary, A. (Prof. an der Universität Strafsburg). Populäre Botanik. Mit (40) Abbildungen. Strafsburg 1878, Trübner. (Naturwissenschaftliche Elementarbücher). Preis geb. 0,80 M.

Die naturwissenschaftlichen Elementarbücher, herausgegeben von Huxley, Roscoe, Balfour Stewart, sind bestimmt für den ersten Unterricht in Elementar-, Mittel-, Real- und Töchterschulen, um so mehr ist es anzuerkennen, dafs sich einer unserer ersten und gröfsten Botaniker der Bearbeitung der „Botanik“ unterzogen hat. Und die Schule kann sich für diese Gabe bedanken. Wie wesentlich unterscheidet sich doch das kleine, bescheidene Buch von den ungeschickten knabenhaften Ausarbeitungen und „Naturgeschichten“ mancher schreibsüchtiger Elementarlehrer, die in den Naturwissenschaften selbst kaum über die Elemente hinausgekommen sind, es aber für nötig erachten, dafs die Welt von diesem ihrem Wissen gedruckte Kunde erhält. Der Verfasser befolgt die Methode, erst zu möglichst ein-

*) Aufser den vorliegenden ist noch ein populäres Werkchen von demselben Verfasser erschienen, das sich z. B. für Schülerbibliotheken recht eignet: „Europas Kriechthiere und Lurche. Für den Naturfreund beschrieben und nach ihrem Leben geschildert. Wien 1877. Preis 1,50 M.“

gehenden und scharfen Beobachtungen und dann zu folgerichtiger Ableitung allgemeiner Anschauungen aus diesen anzuleiten. „Soll diese Methode aber befolgt werden, so mufs auch der zu gebende Stoff nach Möglichkeit in denjenigen Grenzen gehalten bleiben, innerhalb welcher sich die eigene Beobachtung des Schülers zu bewegen versteht. Dafs es aufserhalb dieser Grenzen noch vieles sehr Wichtige und Wissenswerte gibt, wird dem Schüler dann bei einiger Aufmerksamkeit von selbst einleuchten, soll aber auch hervorgehoben werden". Gerade beim ersten Unterricht ist es so schwer das Richtige und Wichtige aus dem Andern herauszufinden und dies gelingt so ganz völlig eben nur einem, der zugleich ein Meister der Wissenschaft und ein tüchtiger Lehrer ist, wie De Bary. Sein Buch ist ein Muster methodischer Bearbeitung der elementaren Botanik.

Greiz. LUDWIG.

NOTH, Dr. H., (weil. Oberl. a. k. Gymnasium zu Freiberg i. S.). Die Arithmetik der Lage. Ein neues Hilfsmittel zur analytischen Behandlung der Raumlehre. Mit Berücksichtigung ebener geometrischer Gebilde erster und zweiter Ordnung. Leipzig, Barth 1882. VI u. 89 Seiten. Preis 2,40 ℳ.

Schon früher hatte der Verfasser*) in zwei Programm-Abhandlungen des Freiberger Gymnasiums unter dem Titel „Die vier Spezies in den Elementen der Geometrie" (1874 u. 1879. Siehe hierüber das Referat in dieser Ztsch. Bd. XI, S. 482) den erfolgreichen Versuch gemacht, die Methoden der Ausdehnungslehre auf die Geometrie der Lage anzuwenden. In obigem Buche finden wir diese Untersuchungen verbessert und weiter ausgeführt. Der Stoff zerfällt in zwei Teile. Im ersten (Abschnitt 1—5) wird die Theorie der Möbius'schen Netze vorgetragen, und zwar auf Grund des erdenklich einfachsten Algorithmus, welchen der Verfasser durch eine abgekürzte Schreibweise aus der Grafsmannschen Theorie gewonnen hat. Ist nämlich ein Punkt X in der durch die Punkte P, Q, R bestimmten Ebene aus P, Q, R mittelst der Zahlen α_1, α_2, α_3 abgeleitet, sodafs $X = \alpha_1 P + \alpha_2 Q + \alpha_3 R$ ist, so nennt der Verfasser X die „projektivische Summe" von P, Q, R, und schreibt abgekürzt $X = P + Q + R$. Sind diese 4 Punkte festgelegt, so lassen sich alle Punkte des durch sie bestimmten geometrischen Netzes in der Form $aP + bQ + cR$ oder $|\,a\,b\,c\,|$ darstellen, wo a, b, c ganze Zahlen sind. Man kann dann zu jeder Form den zugehörigen Punkt finden und umgekehrt. — Das vom Verf. „projektivisch-geometrisch" genannte Produkt von Punkten ist mit dem kombinatorischen Produkte der Ausdehnungslehre identisch und zeigt

*) Der Verf. ist bereits 1882 verstorben. Eine Rezension seines Buches s. m. auch in Schlömilchs Zeitschr. f. Math. u. Phys. XXVII, S. 175. Red.

auch die bekannte Verwandtschaft mit den Determinanten. Die naturgemäſse Fortbildung der vom Verf. neu aufgestellten Begriffe der projektivischen Addition und Subtraktion ist aber nicht die eben erwähnte, sondern die im zweiten Teile des Buches (Abschnitt 6 u. 7) behandelte „projektivisch-arithmetische“ Multiplikation und Division (in den früheren Arbeiten des Verf. „numerische“ genannt, und der Ausdehnungslehre fremd). Der Inbegriff aller vier Rechnungsarten, für welche auch die Regeln der gemeinen Arithmetik gelten, ist es, den der Verf. mit dem Namen „Arithmetik der Lage“ bezeichnet. Es ergeben sich hieraus interessante Beziehungen, z. B. zwischen einer Punktreihe und der Reihe ihrer Quadrate (Punktreihe zweiter Ordnung = Kegelschnitt). Auch das Paskalsche Sechseck und die Polarentheorie erscheinen in der Reihe der behandelten Gegenstände. Doch möchte die Bedeutung dieser Arithmetik der Lage nach Ansicht des Ref. mehr auf zahlentheoretischem als auf geometrischem Gebiete zu suchen sein. Auf letzterem ist offenbar die der ganzen Theorie eigentümliche Darstellung der Punkte durch ganze Zahlen nicht von Belang. Wohl aber erweist sie sich (was freilich weniger aus dem vorliegenden Buche als aus den brieflichen Mitteilungen des Verf. an den Ref. hervorgeht) als ein vorzügliches und interessantes Instrument zur graphischen Darstellung zahlentheoretischer Verhältnisse.

Der aufmerksame Leser wird von diesem Buch nicht scheiden ohne den Eindruck, daſs der Verf. darin ein weites und interessantes Gebiet zur Bearbeitung eröffnet hat, und wir möchten die Fortsetzung der hier begonnenen Untersuchungen um so mehr empfehlen, da der Verfasser leider kurz nach dem Erscheinen seiner Arbeit im besten Mannesalter durch den Tod der Wissenschaft entrissen worden ist.

Waren. Dr. V. Schlegel.

Paris, Fillippo. Nuovo sistema per la risoluzione delle equazioni di qualunque grado aventi le radici commensurabili. 1872. G. B. Paravia e comp. Roma-Torino-Milano-Firenze. 131 S.

Das vorliegende Werkchen ist freilich schon vor geraumer Zeit erschienen, dürfte jedoch in Deutschland wohl nur sehr wenig bekannt geworden sein. Ein bekannter italienischer Universitätsprofessor hat dasselbe dem Referenten mit der Bitte zugänglich gemacht, eventuell darüber in einer deutschen Zeitschrift zu berichten. In der That nun hat die in der Schrift consequent durchgeführte Auflösungsmethode algebraischer Gleichungen dem Unterzeichneten recht gut gefallen, da sie neu und von entschiedenem Werte für die Schulpraxis ist. Das Prinzip des Verfahrens, welches in recht vielen Fällen mit Nutzen angewandt werden kann, erläutert besser als eine weitläufige theoretische Auseinandersetzung die Be-

handlung einer unreinen quadratischen Gleichung, deren Wurzeln zunächst als ganzzahlig vorausgesetzt werden. Der Verf. führt die Gleichung

$$x^2 - ax - b = 0$$

in die Form

$$\frac{x}{b} = \frac{1}{x-a}$$

über und bildet aus dieser folgende neue Gleichungen:

$$\frac{x+1}{x+b-a} = \frac{1}{x-a}, \quad \frac{x+2}{2x+b-2a} = \frac{1}{x-a}, \quad \frac{x+3}{3x+b-3a} = \frac{1}{x-a} \cdots$$

Schliefslich kommt man links zu einem der Einheit gleichen Bruch, multipliziert mit $\frac{1}{p}$, und so ist

$$x - a = p$$

gefunden. So sei z. B. die Gleichung

$$x^2 - 3x - 88 = 0$$

aufzulösen. Dann erhält man folgendes System von Identitäten:

$$\frac{x}{88} = \frac{1}{x-3}, \quad \frac{x+1}{x+85} = \frac{1}{x-3}, \quad \frac{x+2}{2x+82} = \frac{1}{x-3}, \quad \frac{x+3}{3x+79} = \frac{1}{x-3},$$

$$\frac{x+4}{4x+76} = \frac{1}{x-3}, \quad \frac{x+5}{5x+73} = \frac{1}{x-3}, \quad \frac{x+6}{6x+70} = \frac{1}{x-3},$$

$$\frac{x+7}{7x+67} = \frac{1}{x-3}, \quad \frac{x+8}{8x+64} = \frac{1}{x-3}, \quad \frac{1}{x-3} = \frac{1}{8} \cdot \frac{x+8}{x+8},$$

$$x - 3 = 8, \; x = 11.$$

Wir können, ohne zu ausführlich zu werden, hier nicht weiter darauf eingehen, wie der Verf. die Generalidee, deren Wesen wir hier am leichten Einzelfalle zu verdeutlichen suchten, auf kubische, biquadratische und sogar auf höhere numerische Gleichungen auszudehnen weifs, wohl aber können wir versichern, dafs man den Ausführungen des Herrn Paris durchweg mit Interesse folgen kann. Kein Schulmann, dem die Belebung des algebraischen Unterrichts am Herzen liegt, wird das kleine Buch unbefriedigt aus der Hand legen.

Ansbach. Dr. S. Günther.

Klein, Dr. Benno. Theorie der trilinear-symmetrischen Elementargebilde. Mit vier lithographierten Tafeln. Marburg 1881, N. G. Elwertsche Verlagsbuchhandlung. IV, 78 S.

Diese wissenschaftlich bedeutende Schrift eines jungen Mathematikers, der sich aber auf dem Gebiete der synthetischen Geometrie

bereits einen geachteten Namen erworben hat, fällt an und für sich nicht in den Rahmen dieser Zeitschrift. Drei einstufige Gebilde stehen in einer „trilinearen“ Verwandschaft, wenn sie durch eine Gleichung der Form

$$xx'x'' + ax'x'' + a'x''x + a''xx' + bx + b'x' + b''x'' + c = o$$

unter einander verknüpft sind, wo die a, b, c Konstante, x, x', x'' dagegen drei Veränderliche darstellen, welche auf den drei Grundgebilden die Lage der veränderlichen Elemente bestimmen.*) Diese Gleichung kann symmetrisch sein, d. h. eine beliebige Vertauschung von x, x', x'' gestatten, und alsdann hat man eben den vom Verf. monographisch behandelten Fall. Wie schon gesagt, können wir in diese, für jeden Freund der reinen Geometrie höchst interessante Behandlung hier nicht näher eingehen; nur einer bestimmten darin enthaltenen Theorie wünschen wir jedoch wegen ihrer elementaren Bedeutung zu gedenken. Die obige Gleichung geht für den Fall der Symmetrie, wie bemerkt, in die folgende über:

$$xx'x'' + a(xx' + x'x'' + x''x) + b(x + x' + x'') + c = 0;$$

versteht man nun unter ξ_1, ξ_2, ξ_3 die sogenannten „Ordnungselemente“ der Verwandtschaft, so besteht die Relation

$$\xi^3 + 3a\xi^2 + 3b\xi + c = (\xi - \xi_1)(\xi - \xi_2)(\xi - \xi_3) = 0,$$

und da die Gröfsen a, b, c als die Konstanten der Verwandtschaft gegeben sind, so hat man in deren Ordnungselementen unmittelbar die Wurzeln einer kubischen — nicht reduzierten — Gleichung erhalten. Der Verf. zeigt, wie man mit Festhaltung dieses Grundgedankens zu einer sehr einfachen geometrischen Verzeichnung der Wurzeln einer Gleichung dritten Grades gelangen kann, welche im Wesentlichen darauf hinausläuft, zu einem gegebenen Schnittpunkt zweier Kegelschnitte die drei übrigen Schnittpunkte zu finden — eine Aufgabe, von welcher bekanntlich jedes kubische oder biquadratische Problem abhängt. Wo also die Lösung solcher Fragen mit in Betracht gezogen wird, deren analytische Fassung auf eine über den zweiten Grad hinausgehende Gleichung führt, da wird man auch die neue Methode B. Kleins nicht aufser Acht lassen dürfen.

Ansbach. Dr. S. Günther.

Pfeil, Graf. Mathematische und physikalische Entdeckungen. Berlin, bei Gustav Hempel, 1880.

Quid digni feret hic tanto promissor hiatu? Das etwas allzuselbstbewufste Vorwort teilt uns mit, dafs die in dem folgenden

*) Vgl. hierzu die den allgemeinsten Standpunkt einnehmende Note von H. Schubert im Maihefte 1881 der „Mitteilungen der mathematischen Gesellschaft in Hamburg“.

Buche enthaltenen Aufsätze bereits in Grunerts Archiv für Mathematik und Physik erschienen sind.*) Aufsatz I. behandelt mehr weitschweifig als deutlich die näherungsweise Teilung des Kreises in beliebig viele gleiche Teile. Um die Teilung in n gleiche Teile vorzunehmen, setzt man $\frac{k}{n}$, wo k sich um eine möglichst hohe Potenz 2^p von n unterscheidet, gleich $\frac{\alpha}{2^s}$. Der durch den gemischten Bruch α dargestellte Bogen besteht aus einem ganzen Vielfachen von $\frac{1}{2^s}$ und aus einem Bruchteil $\frac{\lambda}{n}$ des genannten Bogens, der annäherungsweise abgemessen werden kann. Da man den Bogen $\frac{1}{n}$ durch p Halbierungen des Supplementbogens von $\frac{k}{n}$ erhält, so wird der allenfalls gemachte Fehler noch sehr verkleinert.

Einen wissenschaftlichen Wert hat diese Abhandlung wohl nicht, und praktisch wird man eher mit einem Transporteur als auf die dargelegte Weise einen Kreis in n Teile teilen. — Die II. Abhandlung lehrt die trigonometrischen Funktionen kleiner Winkel aus fünfstelligen Logarithmentafeln berechnen; wenn von den dabei aufgestellten Wünschen für eine andre Anordnung der fünfstelligen Tafeln der erfüllt wird, dafs bei kleinen Winkeln die betreffenden Funktionen von 10 zu 10 Sekunden aufgeführt werden, so wird die gelehrte Berechnung ganz überflüssig. Auch diese Abhandlung erfreut sich, wie die folgende, einer namhaften Länge. — Der Aufsatz III. verspricht dadurch, dafs er die gerade Linie als „zusammengesetzten Begriff" bezeichnet, das „berüchtigte" elfte euklidische Axiom zu beseitigen; aber der Lehrsatz § 3b wird durch eine plumpe Empirie bewiesen, und steht mit der neuen Definition in keinem Zusammenhange. Will man, was ja gar nicht unberechtigt wäre, die Empirie in der Geometrie gelten lassen, so ist es am einfachsten, die Parallelentheorie durch die Anschauungen der neuern Geometrie zu erledigen, indem man einen Strahl um einen festen Punkt O dreht, und zeigt, dafs nur in einer einzigen Lage sein Schnittpunkt mit einer festen Geraden AB verschwindet. — Der IV. Aufsatz behandelt die Frage, unter welchen Umständen es für einen Staat vorteilhaft sei, ein deprimiertes Papiergeld gegen Verzinsung einzuziehen. Der Aufsatz erscheint dem Referenten, der übrigens kein Nationalökonom ist, etwas einseitig und oberflächlich. — Die Abhandlungen V und VII behandeln Gegenstände der Geodäsie. „Messungen auf kurzer Basis" und „Einrichtung des Mefstisches auf drei Punkte." — No. VI ist ein angenehm zu lesender Aufsatz über Wasserhosen, Duftanhang, und Hagel. — No. VIII

*) Dann wären sie doch als „Abdrücke" zu bezeichnen! Red.

„zur Schultrigonometrie“ entwickelt geometrisch die Formeln für $\sin(a \pm b)$, $\cos(a \pm b)$, $\operatorname{cotg}(a + b)$, ferner $\log(a + b)$, wenn $\log a$ und b gegeben sind; zuletzt giebt er die trigonometrische Auflösung quadratischer Gleichungen, ohne Neues zu bieten. — In No. IX wünscht der Verfasser, daſs seine allgemeine Teilung des Kreises und seine Theorie der geraden Linie in die Lehrbücher der Planimetrie aufgenommen werden möchten. — No. X erklärt die Erscheinungen im Zirknitzer See, No. XI die Bildung des Tones. — No. XII macht den Vorschlag, Scheintode in verdünnte Luft zu bringen, und ihnen dann sauerstoffreiche Luft zuzuführen. — In No. XIII glaubt der Verfasser, daſs man mit Flugmaschinen nie gröſsere Lasten wird bewegen können. — Endlich folgt noch eine Antikritik gegen die Verurteiler des vom Verfasser 1879 herausgegebenen Buches, „Kometische Strömungen auf der Erdoberfläche.“

Persönliche Freunde des Verfassers werden die eben besprochene Sammlung seiner Abhandlungen als Beweis seiner lebhaften und vielseitigen geistigen Thätigkeit begrüſsen; für das allgemeine mathematische Publikum hat dieselbe keinen besonderen Wert.

Neuburg a/D. SCHMITZ.

Neue Auflagen.

SCHLÖMILCH, Dr. O. (Geh. Sch.-R. i. s. M.) Grundzüge einer wissenschaftlichen Darstellung der Geometrie des Maſses. Ein Lehrbuch. Sechste Auflage. I. Heft: Planimetrie. II. Heft: Ebene Trigonometrie.

Dieses Lehrbuch war bekanntlich eins der ersten, welches bei seinem Erscheinen nach dem Vorgange des bahnbrechenden Buches von Snell*) die Fahne der genetischen Methode — gegenüber der bis dahin fast alleinherrschenden dogmatischen (Euklid'schen) — aufpflanzte. Es wird in dieser neuen Auflage desselben auch der Schulmethode, deren gröſserer Berücksichtigung es auch den späteren Sieg über das Snell'sche verdankt, dadurch noch gerechter, daſs es jetzt in einzelnen Heften, den Klassenpensen angemessen, erscheint. Durchgreifende Veränderungen hat Verfasser nicht vorgenommen, sondern hat sich auf kleine Verbesserungen beschränkt. Daher sind auch, wie früher, dem Buche Übungsaufgaben noch nicht beigegeben.

Als eine einzelne hervorzuhebende Eigentümlichkeit dieses Buches ist uns immer die Methode erschienen, nach welcher Verf. in §§. 11—12 den pythagoräischen Lehrsatz vorbereitet und entwickelt. Näher auf den Inhalt dieses bekannten Lehrbuchs einzugehen, haben wir um

---

*) neben vielen andern auch mit erwähnt in ds. Z. Bd. I, S. 219 bei Gelegenheit des Art. des Herausgebers „über schriftliche mathematische (u. naturw.) Schülerarbeiten etc.“

so weniger nötig, als bereits im 6. Jahrgange d. Z. (S. 160 u. f.) eine eingehende Besprechung desselben aus der Feder eines unserer Mitarbeiter vorliegt. — H.

BARDEY, Dr. E. **Algebraische Gleichungen nebst den Resultaten und den Methoden zu ihrer Auflösung. Dritte revidierte** und abermals stark vermehrte Auflage. XI und 378 S. Leipzig, Druck und Verlag von B. G. Teubner. 1883. Pr. 6 ℳ 80 ₰.

Dieses bekannte und geschätzte Buch des für das Studium und die praktische Durcharbeitung der Algebra höchst fruchtbaren Verfassers erscheint hier in 3. Auflage, und zeigt abermals Erweiterungen und Verbesserungen in Stoff und Methode, indem 160 neue Aufgaben und zahlreiche neue Bemerkungen für die Auflösungen hinzugefügt, bezw. ältere abgeändert sind. Besondere Sorgfalt ist den symmetrischen Gleichungen des 4. Gr. und den damit zusammenhängenden Sätzen nebst ihren Beweisen*) gewidmet (S. 140 u. f.). Einen besonderen Wert für die Durcharbeitung des Buches hat unsers Erachtens das am Schlufse befindliche Register für die quadratischen Gleichungen der (gröfseren) Aufgabensammlung des Verf.) deren Lösungen hier gezeigt, angedeutet, resp. erleichtert werden. Dafs das Buch, aufser von Lehrern, auch von Studierenden der Mathematik benutzt wird, beweist eine Bemerkung der Vorrede, nach welcher ein Stud. math. in Erlangen dem Verfasser eine Anzahl Druckfehler eingesandt hat, die er bei einer „fast vollständigen Durcharbeitung“ desselben auffand. Die Herren Fachgenossen auf vorliegende neue Auflage aufmerksam zu machen, ist der Zweck dieser kurzen Anzeige. Zu einer eingehendern Besprechung mit Rücksicht auf die Fortschritte der neuern Algebra dürfte sich später Gelegenheit bieten.

H.

Entgegnung

auf die Besprechung der Elemente der Chemie von Hosäus durch Hrn. E. R. Müller (Hft. 5. S. 372 u. f.)

Am angeführten Orte erlaubt sich Hr. E. R. Müller, Lehrer am Realprogymnasium zu Marne (Holstein) ein Urteil über die Lehrbücher der Chemie und wendet sich besonders gegen eine kleine, von mir herausgegebene Schrift, die speziell und ausgesprochenermafsen dem chemischen Unterricht an den Gymnasien dienen soll und den ersten Versuch macht, den an jene Anstalten durch das Ministerialreskript vom 31. März 1882 herangetretenen Anforderungen zu entsprechen. Ich fühle nicht den Beruf, für die angegriffenen Bücher überhaupt einzutreten und begnüge mich die Angriffe des Hrn. E. R. Müller, soweit sie meine Zusammenstellung betrifft, zurückzuweisen.

---

*) Diese Beweise sind nach der Vorrede veranlafst durch eine Rezension.

Zunächst ruft Hr. M.: „Schon wieder ein neuer Leitfaden der Chemie!“ Hat er nicht gewufst oder nicht wissen wollen, dafs das angegriffene Buch den, soweit mir bekannt, ersten Versuch macht, den neu an die Gymnasien gestellten Ansprüchen hinsichtlich des Unterrichts in der Chemie zu genügen?*) Für diesen Leitfaden ist sein Schmerzensruf also mindestens ganz entbehrlich.

Der Hr. Recensent bemängelt dann erstens die Ordnung des Stoffes. Frühere Arbeiten von mir zeigen, dafs ich ein warmer Anhänger der heuristischen Methode bin; „Eines aber pafst sich nicht für Alle“ und ich kann in Anbetracht aller Verhältnisse und besonders der zur Verfügung stehenden Zeit die Benutzung von ausführlichen, heuristisch durchgeführten Lehrbüchern bei dem chemischen Unterricht an den Gymnasien nicht für zweckmäfsig halten.

Weiter wendet sich Hr. M. zu den sachlichen Fehlern. Er rechnet dazu u. a. folgende Angaben: Salpetersäure greift Silber an. Destillation des Pyrits $FeS_2 = FeS + S$. In Verbindung mit Calcium bildet die Kohlensäure .... Calciumoxyd löst sich in Wasser auf. Aluminium, Grundlage des Thons.

Es ist doch kaum glaublich, dafs Hr. M. nicht weifs, dafs der Schwefel zum Teil durch Destillation des Pyrits erhalten wird und die Formel richtig ist; oder dafs sich Aluminiumhydrat in Natronlauge auflöst und die Salpetersäure Silber angreift. Wer in solchen Angaben sachliche Fehler findet, von dem kann man doch nur sagen, dafs er über Dinge spricht, von denen er nichts versteht.

Über die Verstöfse gegen die Muttersprache und die Unzulänglichkeit der Definitionen, die der Hr. Rec. nun berührt, glaube ich ruhig hinweg gehen zu können. Hinsichtlich der letzteren tadelt Hr. M. nur im allgemeinen. Vielleicht wird er noch einmal bahnbrechend auf chemischem Gebiete und erlebt die Freude, dafs seine Lehrer als gläubige Jünger zu seinen Füfsen sitzen.

Auch über die Nomenclatur macht Hr. Müller einige Bemerkungen. Die aufgeworfene Frage warum H_2SO_4 bald Schwefelsäurehydrat, bald Schwefelsäure genannt wird, hätte er sich wohl selbst beantworten können, und wenn er statt Schwefelsäure, Wasserstoffsulfat sagt und es ihm in der Schule erlaubt wird, so mag er es gern thun. Freilich giebt es Leute, die glauben, der Schule läge die Schaffung einer eigenen Nomenclatur fern.

Eine ganz besondere Schneidigkeit scheint Hr. M. bei der Besprechung der Experimente entwickeln zu wollen. Allerdings sollen die Notizen über deren Ausführung dem Lehrer dienen. Viele von den Herren Kollegen an den Gymnasien, die jetzt chemischen Unterricht erteilen sollen, haben der Chemie bisher nur als Zuschauer gegenüber gestanden und ich glaube nicht, dafs sich dieselben durch die kurzen Andeutungen beleidigt fühlen. Arrogant aber ist es zu behaupten, es sei falsch Natrium mit der Schere zu schneiden, und es ist eine aufsergewöhnliche Anmafsung zu sagen: es ist falsch den Phosphor, der in Sauerstoff verbrannt werden soll, vorher anzuzünden und Mercurioxyd in einer Kochflasche zu erhitzen. Das macht jeder, wie er will, Hr. Müller! — und wer im Laboratorium Erfahrungen gesammelt hat,, der nimmt gewöhnlich nicht die zerbrechlicheren Retorten, sondern haltbarere und billigere Geräte.

Unter Nr. 7) seiner Bemerkungen meint Hr. E. R. Müller: nur Abbildungen von Apparaten, die der Grofsindustrie dienen, gehörten in einen Leit-

*) Dies ist unseres Wissens nur richtig, wenn man Preufsen, speziell diese neuen Bestimmungen für dasselbe im Auge hat. In andern deutschen Staaten gab es schon Leitfäden, welche den Bedürfnissen des chemischen Unterrichts, auch in Gymnasien, zu genügen suchten. Ich erinnere nur an das Buch von Reis (IX, 229). Red.

faden. Ich bin der ganz entgegengesetzten Meinung und erfreue mich dabei der Zustimmung recht vieler Gesinnungsgenossen. Weiter werden die Abbildungen und Wiederholungen derselben bekrittelt, und es werden die Fig. 2 und 10, 8 und 22, 21 und 28 als Wiederholungen genannt. Es sind dies aber keine solchen, sondern andere Schnitte. Hr. M. hat auch hier wieder nicht ordentlich hingesehen und hält z. B. die Glascylinder in Fig. 21 und den Schmelztiegel in Fig. 28 für Wiederholungen.

Ob die Auswahl des Stoffes gelungen ist oder nicht, bleibt abzuwarten, und ich werde darauf bezügliche Vorschläge sehr dankbar entgegennehmen. Bleinitrat aber, welches zum Verdrufs des Hrn. M. nicht erwähnt worden ist, zu berücksichtigen ist wirklich ein mehr als absurdes Verlangen. Die Herren Kollegen an den Gymnasien werden sich hüten, ihre Schüler damit zu behelligen, und wenn Hr. M. nicht Besseres vorzuschlagen weifs, so wäre Schweigen seinerseits vielleicht das Richtigere gewesen. Die genannte Fehlerzahl auf Seite 30 und 55 zu finden, mag den Lesern überlassen bleiben.

Doch genug, ich grüfse meinen Recensenten!

Eisenach. Dr. A. Hosäus.

Bemerkung des Rezensenten zu vorstehender Entgegnung.

Meine Recension habe ich nur für Leser geschrieben, welche mit den Elementen der Chemie einigermafsen vertraut sind und wenigstens ein Jahr denkend experimentiert haben. Deswegen habe ich auf die „Entgegnung" des Herrn H. nichts Sachliches zu erwidern, bin aber gern bereit, jedem, der mich nicht versteht, und sich brieflich an mich wendet, die gewünschte Auskunft zu erteilen.

Der persönlichen Gereiztheit des Herrn H. will ich nur gegenüber halten, dafs es eine Eigentümlichkeit von mir ist, ganz still zu schweigen, wenn jemand mir gegenüber heftig wird, weil ich dann sicher weifs, dafs mein Gegner sein Unrecht schon ahnt.

Übrigens befindet sich ein Schreibfehler in meiner Rezension. Nicht Fig. 21 und 28, sondern 21 und 38 gehören zu den Wiederholungen. Hr. H. scheint sein eigenes Buch nicht recht zu kennen, denn sonst hätte er dies Versehen sofort herausfinden müssen. *)

Marne in Holstein. E. R. Müller.

Nachschrift der Redaktion.

Aus vorstehender Entgegnung und aus der Rezension des Hrn. Referenten in Verbindung mit früheren Controversen über chemische Lehrbücher und chemischen Unterricht geht deutlich hervor, dafs weitmehr als in anderen Lehrfächern, gerade in der Chemie Uneinigkeit unter den Fachgenossen herrscht und zwar sowohl bezüglich des Sachlichen als auch der Methode. Hierzu mag wohl viel beigetragen haben die Metamorphose („Häutung"), welche diese Wissenschaft seit einer Reihe von Jahren durchgemacht hat. Es wäre daher ebenso zeitgemäfs, wie dringend nothwendig, dafs irgendwo und irgendwann (etwa auf der nächstjährigen Dessauer Schulmännerversammlung) vor allen die Lehrer der Chemie über Umfang und Methode ihres Lehrobjektes wenigstens im Allgemeinen sich einigten. Wir wollen dazu hierdurch Anregung geben!

---

*) Für Schreibfehler in einer Rezension ist der Rezensent verantwortlich. Ein Rezensent hat sich ebensogut und — weil er ja das Richteramt ausübt — noch mehr vor Schreib- (resp. Druck-) Fehlern zu hüten, als der Autor. Red.

Eine dunkle Entgegnung

(gegen Dr. V. Heft 5 S. 379).

Hr. Witte (Plefs) bittet uns um Aufnahme des Folgenden: „Hr. Dr. Vogel schiebt mir in seiner „Verteidigung“ a. a. O. unter, ich beanstandete das Beispiel des Ruders als eines einarmigen Hebels. Was ich in dem betreffenden Satze beanstande, ist gesperrt gedruckt. Damit wird der einzige Punkt, hinsichtlich dessen sich Hr. Dr. Vogel verteidigen zu können glaubt, hinfällig.“ —

Nun lautet aber der Satz a. a. O. (S. 376, Zeile 15—17 v. u.): „Einarmige Hebel sind . . . das Ruder, bei welchem der Drehungspunkt da ist, wo das Ruder das Wasser berührt.“ Es werden also beanstandet (d. h. doch wohl hier: als fehlerhaft erklärt?) die Worte von „ist“ an bis „berührt“. Da nun das letztere noch besonders durch den Satz „auch berührt ist schön“ hervorgehoben wird, so kann sich der Tadel nur auf die übrigen Worte, oder auf die ganze Behauptung beziehen. Wir wissen also streng genommen auch nicht, was denn eigentlich Hr. Witte „beanstandet“. Der Fehler kann unseres Erachtens doch nur darin gesucht werden, dafs der Autor dieser Worte dasjenige, worin zwei Flächen (Ruderfläche und Wasserfläche) einander berühren, einen Punkt nennt. Oder ist es anders? — Dann bitten wir um Aufklärung! —

B. Programmschau.

Mathematische und naturwissenschaftliche Programme der Preufs. Provinz Hessen-Nassau. Ostern 1882 und 1883.

Referent Dr. Ackermann in Kassel.

1. Wiesbaden. Realgymnasium. Progr. Nr. 376. Dr. Rossbach, *die periodischen Kettenbrüche und die diophantischen Gleichungen zweiten Grades.* 24 S.

Verf. unternimmt es, das interessante (freilich auch umfangreiche) Problem der Zahlentheorie, die „Darstellung einer beliebigen Zahl d durch die quadratische Form $ax^2 + 2b\,xy + cy^2$“ oder die „Auflösung der diophantischen quadratischen Gleichung

$$ax^2 + 2b\,xy + cy^2 = d\text{“}$$

so elementar zu behandeln, dafs auch Primaner sich mit Erfolg an das Studium dieses Teils der Elementarmathematik begeben können. Der Raum einer Programmabhandlung gebot Beschränkung auf das Notwendigste. Es ist daher nur der Fall berücksichtigt, dafs die quadratische Form eine positive Determinante hat, die kein vollständiges Quadrat ist. Die Gaufs'sche Behandlung des Problems, die sich in den „Disquisitiones arithmeticae“ (Lect. V) findet, schien dem Verf. mit Rücksicht auf solche Leser der Abhandlung, welche sich nicht eingehender mit der Zahlentheorie beschäftigt haben, nicht geeignet. Er nimmt vielmehr seinen Ausgangspunkt von den Beziehungen der periodischen Kettenbrüche zu den Wurzeln der bestimmten quadratischen Gleichungen, indem er zunächst zeigt, dafs

> „der Wert eines jeden (reinen oder unreinen) periodischen Kettenbruches gleich ist der positiven Wurzel einer quadratischen Gleichung,“

sodann, dafs sich

> „die reellen irrationalen Wurzeln quadratischer Gleichungen in periodische Kettenbrüche verwandeln lassen.“

Ausgegangen wird von der Gleichung

$$ax^2 + 2b\,x + c = o,$$

welche Form sich immer voraussetzen läſst, da, wenn der zweite Koeffizient ungerad sein sollte, beide Seiten mit 2 multipliziert werden können. Es ist dann

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - ac}}{a} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{a}.$$

Es wird zunächst der Fall behandelt, daſs $\sqrt{D}$ (mithin auch x) rational ist; der Kettenbruch besteht dann aus einer endlichen Anzahl von Gliedern. Ist jedoch $\sqrt{D}$ (also auch x) irrational, so hat der Kettenbruch eine unendlich groſse Gliederzahl und zwar ist er periodisch. Am Schlusse dieses ersten Teils der Arbeit wird dann gezeigt, daſs die Gliederzahl der Periode eine gerade ist, wenn D eine Primzahl von der Form $4n + 3$ ist, ungerad dagegen, wenn eine Primzahl von der Form $4n + 1$. Im letzteren Fall läſst sich D in zwei Quadrate zerlegen. (Fermat'scher Satz.)

Der zweite Teil der Abhandlung (§ 11—14) geht dann zu einer eingehenden Behandlung der Pell'schen Gleichung über, und die letzten neun Paragraphen sind den drei allgemeinen Formen der diophantischen quadratischen Gleichung

$$ax^2 - 2b\,xy - cy^2 = d$$
$$ax^2 + 2b\,xy - cy^2 = d$$
$$\text{und } ax^2 - 2b\,xy + cy^2 = d$$

gewidmet. Eingeflochtene Zahlenbeispiele veranschaulichen die allgemeine Theorie.

2. Wiesbaden. Städtische Realschule. Progr. Nr. 377. C. Stephan, *Zur Geschichte der algebraischen Auflösung der quadratischen und kubischen Gleichungen, sowie der Lehre von den Logarithmen.* 29 S.

Statt der ursprünglich beabsichtigten und in dem Teubner'schen Verzeichnisse angezeigten Abhandlung „die gleichseitige Hyperbel als oskulierende Kurve" giebt Verf. einen glatt lesbaren historischen Überblick über drei der wichtigsten Teile des arithmetischen Lehrstoffes unserer Schulen. Alle Völker, wie Epochen, welche für die Entwickelung der in Rede stehenden Disciplinen von Bedeutung sind, finden gebührende Erwähnung. So wird der Ägypter als der Vorläufer der Griechen gedacht, werden die eigenartigen algebraischen Untersuchungen der Inder und Araber berührt, endlich von der Zeit der Renaissance an Italiener, Engländer, Franzosen vorgeführt und vor allem die Leistungen unserer eigenen Nation auf dem Gebiete der Algebra geschildert. Überall giebt der Verf. schätzenswerte Quellenhinweise und biographische Notizen. Bei letzteren ist uns Lichtenstein als Geburtsort Jost Bürgi's aufgefallen statt Lichtensteig; auch dürfte neben den beiden Potentaten Matthias und Ferdinand auch Rudolph II. zu erwähnen sein, in dessen Dienste Bürgi, nachdem er Kassel verlassen (1603), eintrat und bis 1612, dem Todesjahre Rudolphs, verblieb. — Einen Auszug aus der Arbeit zu geben, verbietet die Natur des Gegenstandes. Ref. muſs sich begnügen, wenn er die für historische Entwickelung der in der Überschrift genannten Disciplinen sich interressierenden Kollegen zur näheren Einsichtnahme der Abhandlung anregt.

3. Hersfeld. Gymnasium. Progr. Nr. 347. 1882. Kandidat Dr. Heermann, *Mathematische Miscellen.* 21 S.

Vier kleinere von einander unabhängige Arbeiten. Die erste (S. 1—2) behandelt die Trisektion des Winkels. Ausgangspunkt ist ein Winkel 3φ als Centriwinkel eines Kreises, dessen Radius $= 1$. Ist die zugehörige

Sehne x, die dem einfachen Winkel angehörige y, dann folgt aus den beiden Relationen

$$y = 2\sin\frac{1}{2}\varphi \text{ und } x = 6\sin\frac{1}{2}\varphi - 8\sin\frac{1}{2}\varphi^3$$

durch Elimination von $\frac{1}{2}\varphi$ die Gleichung

$$y^3 - 3y + x = 0.$$

Werden hierin x und y als die Koordinaten eines auf ein rechtwinkeliges Parallelkoordinatensystem bezogenen Punktes angesehen, so erhält man die zu dem dritten Teile des Winkels gehörige Sehne in einem Kreise, dessen $r = 1$ ist, als die Ordinate, welche einer der Sehne des gegebenen Winkels gleichen Abscisse entspricht. Zur bequemen Konstruktion der Kurve, welche durch obige Gleichung repräsentiert wird, formt Verf. diese um in

$$y = 3 - \frac{x}{y}.$$

$\frac{x}{y}$ ist nun die Kotangente des Winkels, den ein vom Anfangspunkt der Koordinaten nach dem Punkt (x, y) der Kurve gehender Radius vector mit der X-Achse bildet. Dieser Winkel wird als unabhängige Variable genommen, und nun die sich als einfach herausstellende Konstruktion ausgeführt.

In Nr. 2 (S. 3—4) wird eine nach des Verf. Meinung neue Konstruktion der Konchoide gegeben. Er zieht in der halben Entfernung der Direktrix von dem festen Punkte C eine zu dieser parallele Gerade, eine neue Direktrix, und trägt auf der vorhandenen Verbindungslinie vom Punkte C aus nach beiden Seiten hin die Strecke r ab. Jede der beiden Entfernungen der so erhaltenen Punkte von dem Schnittpunkt der Verbindungslinie mit der neuen Direktrix wird hierauf von dem letzteren Punkte aus auf der Verbindungslinie nach der entgegengesetzten Seite hin abgeschnitten. Die auf diese Weise bestimmten Punkte sind Punkte der Konchoide. Diese Konstruktion bezieht sich auf den Fall, daſs die Direktrix eine Gerade ist. Eine analoge Konstruktion für den Fall, daſs die Direktrix ein Kegelschnitt ist, schlieſst sich an.

Nr. 3 (S. 4—8) beschäftigt sich mit der Ellipse kleinsten Inhalts, welche um ein Parallelogramm gelegt werden kann. Unter Zugrundelegung der folgenden vier Gleichungen für die Parallelogramm-Seiten (rechtwinkeliges Parallelkoordinaten-System und Normalform der Gleichungen vorausgesetzt, sodaſs p und q die Richtungskosinus der Normalen auf den Geraden und die r die negativ genommenen senkrechten Abstände der Geraden vom Anfangspunkt der Koordinaten sind)

$$\alpha_{1,2,3,4} \equiv p_{1,2,1,2}\, x + q_{1,2,1,2}\, y + r_{1,2,3,4} = 0$$

wird dann die Gleichung für die durch die Parallelogrammecken gehende Minimalellipse abgeleitet, und dafür gefunden die einfache Form

$$\alpha_1\alpha_3 + \left(\frac{r_1 - r_3}{r_2 - r_4}\right)^2 \cdot \alpha_2 \cdot \alpha_4 = 0.$$

Hieraus wird zunächst abgeleitet, daſs sich Ellipsencentrum und Diagonalenschnittpunkt decken, sodann, daſs die Tangenten der Ellipse in den Ecken des Parallelogramms den gegenüberliegenden Diagonalen parallel sind. Es wird dann der Flächeninhalt des Parallelogramms mit dem der Ellipse verglichen, und für deren Quadrate die Ausdrücke

$$F^2 = \frac{1}{4} \pi^2 \cdot \frac{(r_1 - r_3)^2 (r_2 - r_4)^2}{(p_1 q_2 - p_2 q_1)^2}$$

$$\text{und } f^2 = \frac{(r_1 - r_3)^2 (r_2 - r_4)^2}{(p_1 q_2 - p_2 q_1)^2}$$

gefunden, woraus sich das einfache Verhältnis ergiebt

$$F : f = \frac{\pi}{2} : 1,$$

d. h. die Inhalte stehen in einem konstanten Verhältnis, und die kleinsten Ellipsen aller gleich grofsen Parallelogramme sind einander gleich. — Ferner läfst sich daraus ableiten, dafs die kleinste Ellipse eines Parallelogramms halb so grofs ist als diejenige Ellipse, welche eine Seite des Parallelogramms und die zugehörige Höhe zu Haupthalbaxen hat. — Wird die obige Gleichung der Ellipse in der Form

$$\alpha_1 \alpha_3 (r_2 - r_4)^2 + \alpha_2 \alpha_4 (r_1 - r_3)^2 = 0$$

geschrieben, so folgt, dafs die kleinste Ellipse der geometrische Ort der Punkte ist, für welche die Produkte des Rechtecks aus ihren Abständen von zwei Gegenseiten des Parallelogramms in das Quadrat des Abstandes der beiden anderen Gegenseiten von einander eine nur durch die Vorzeichen verschiedene Gröfse haben.

Den Schlufs dieser Untersuchung bildet die Konstruktion der fraglichen Ellipse.

Die 4. Miscelle endlich beschäftigt sich (S. 8—21) mit den Doppeltangenten der Kurven vierter Ordnung, die einen Doppelpunkt besitzen. Die Hauptergebnisse der Untersuchungen, deren Methode sich an die Salmon'sche („Analytische Geometrie der höheren ebenen Kurven", deutsch v. Fiedler) bezüglich der Kurven vierter Ordnung ohne singuläre Punkte anlehnt, gipfeln in den Sätzen 1) der Kegelschnitt, der durch den Doppelpunkt einer Kurve vierter Ordnung mit Doppelpunkt und die vier Berührungspunkte zweier Doppeltangenten gelegt werden kann, geht auch noch durch die Berührungspunkte zweier uneigentlichen Doppeltangenten der Kurve. 2) Durch die vier Berührungspunkte zweier Doppeltangenten können drei Kegelschnitte gelegt werden, die durch die vier Berührungspunkte zweier anderen Doppeltangenten gehen, und aufserdem noch ein Kegelschnitt, der durch den Doppelpunkt und die zwei Berührungspunkte zweier von dem Doppelpunkt aus an die Kurve gezogenen Tangenten geht. 3) Durch die Berührungspunkte einer Doppeltangente, den Doppelpunkt und den Berührungspunkt einer von dem Doppelpunkte aus an die Kurve gezogenen Tangente lassen sich 5 Kegelschnitte legen, von denen jeder noch durch den Berührungspunkt einer anderen derartigen Tangente und die zwei Berührungspunkte einer anderen Doppeltangente geht. 4) Eine jede der in Rede stehenden Kurven hat 16 Doppeltangenten. 5) Durch die Berührungspunkte der Doppeltangenten lassen sich 60 Kegelschnitte legen, von denen jeder durch die 8 Berührungspunkte von vier Doppeltangenten geht.

4. Montabaur. Kaiser Wilhelms Gymnasium. Hesse, *Über die Teilung des Winkels, speziell die Trisektion.* Progr. Nr. 340. 22 S. u. 1 Fig. Taf.

Verf. unternimmt es, eine allgemeine Kurvengleichung für die Teilung eines Winkels in n gleiche Teile aufzustellen. Im Gegensatz zu der gewöhnlich benutzten Lösungsart, nämlich die Lage der Schenkel des zu teilenden Winkels als gegeben anzunehmen und dann die Richtung der Teilungslinien zu bestimmen, wodurch man zu einer eigenen Kurve nicht gelangen kann, betrachtet Verf. die Richtung der Teilungslinien als ge-

geben und bestimmt danach die Lage und Richtung der Schenkel des Winkels, stellt sich also die Aufgabe:

Für die Scheitelpunkte P aller Winkel, deren Schenkel durch zwei feste Punkte A und B gehen, den geometrischen Ort von der Beschaffenheit zu finden, dafs, wenn man Px senkrecht auf die Verbindungslinie AB zieht, $\widehat{APx}$ gleich $\frac{1}{n}\widehat{APB}$ wird.

Zur Konstruktion dieses Ortes wird ein rechtwinkeliges Koordinatensystem gewählt mit A als Anfangspunkt, AB als X-Achse. Ist dann $AB = a$, $\widehat{APB} = n\alpha$, so ergeben sich leicht die beiden Gleichungen

$$x : y = \operatorname{tg} \alpha \text{ und } (a - x) : y = \operatorname{tg} (n - 1)\, \alpha.$$

Hieraus folgt zunächst für die Zweiteilung sofort als Gleichung des gesuchten Ortes

$$x = \frac{1}{2} a,$$

und dieser selbst ist also die über AB errichtete Mittelsenkrechte. Für die Drei-, Vier-, Fünf- etc. Teilung werden dann mit Hilfe der Formeln für $\operatorname{tg} 3\alpha$, $\operatorname{tg} 4\alpha$, $\operatorname{tg} 5\alpha$ etc. folgende Gleichungen abgeleitet:

$$\frac{a - x}{y} = \frac{3xy^2 - x^3}{y^3 - 3x^2 y}$$

$$\frac{a - x}{y} = \frac{4xy^3 - 4x^3 y}{y^4 - 6x^2 y^2 + x^4}$$

$$\frac{a - x}{y} = \frac{5xy^4 - 10x^3 y^2 + x^5}{y^5 - 10x^2 y^3 + 5x^4 y}.$$

Durch Induktion wird dann gezeigt, dafs allgemein für die Teilung eines Winkels in n gleiche Teile die fragliche Kurve folgende Gleichung hat:

$$\frac{a - x}{y} = \frac{\binom{n-1}{1} y^{n-2} x - \binom{n-1}{3} y^{n-4} x^3 \pm \binom{n-1}{p} y^{n-p-1} x^p \pm E}{y^{n-1} - \binom{n-1}{2} y^{n-3} x^2 \pm \binom{n-1}{p-1} y^{n-p} x^{p-1} \pm F}$$

wo E und F die noch näher zu bestimmenden Endglieder jeder Reihe sind. Nach Untersuchungen betreffs der Vorzeichen wird dann festgestellt, dafs E für ein gerades n den Wert x^{n-1}, anderen Falls $\binom{n-1}{n-2} y x^{n-2}$ erhält, während es sich mit F bezüglich dieser Werte gerade umgekehrt verhält.

Soviel über die allgemeine Kurvengleichung. Verf. geht nun im zweiten Teile seiner Abhandlung speziell auf die Drei- und Fünfteilung ein. Für die erstere wird zunächst die betreffende Gleichung diskutiert, die Kurve wirklich konstruiert, ihre Verwendbarkeit für die Winkelteilung erläutert, ihre Asymptoten und ihre Krümmungsverhältnisse untersucht, Flächenintegral und Flächenschwerpunkt bestimmt, sowie endlich der Rotationskörper betrachtet, welcher durch Rotation der Kurve um die X-Achse entsteht. Eine ganz kurze Betrachtung der für die Fünfteilung resultierenden Kurve schliefst die Arbeit ab.

5. **Eschwege.** Realschule mit Progymnasium. Progr. Nr. 367. Oberl. Eichler, *Flora der Umgegend von Eschwege.* 43 S.

Der für die botanische Erforschung seiner Heimat seit langer Zeit schon thätige Verfasser giebt in der vorliegenden Arbeit einen pflanzen-

geographischen Abrifs der Flora Eschweges und der Umgegend. In einem kurzen Vorwort werden die Gründe für die Publikation der Arbeit dargelegt, dann eine Begrenzung des berücksichtigten Gebietes gegeben (zu ihm gehört der in geographischer wie in botanischer Beziehung hochinteressante Meissner, der höchste Berg des früheren Kurfürstentums Hessen), endlich die geognostischen Verhältnisse kurz skizziert. Ein Verzeichnis der Schriften, welche die Flora des Gebietes behandeln [wir vermissen unter denselben die L. Pfeiffer'sche „Flora von Niederhessen"*), während die lange nicht so vollständige und viel ältere „Übersicht der in Kurhessen beobachteten Pflanzen" von Cassebeer und Pfeiffer angeführt ist], schliefst das Vorwort ab. — Verf. führt sodann in systematischer Folge, mit den Ranunculaceen beginnend, die Phanerogamen und kryptogamischen Gefäfspflanzen auf, welche dem Gebiete in Rede angehören. Die Flora desselben umfafst 1021 Arten in 451 Gattungen und 107 Familien, darunter:

Dikotyledonen:	772	Arten,	355	Gattungen,	86	Familien
Monokotyledonen:	218	„	84	„	17	„
Gefäfskryptogamen:	31	„	12	„	4	„
Sa.	1021	Arten,	451	Gattungen,	107	Familien.

Vergleicht man diese Zahlen mit der sehr gut studierten Flora Thüringens, welchem die Eschweger Gegend ja angehört, und welches nach Garcke 1514 Phanerogamen aufweifst, so haben wir das günstige Verhältnis 990 : 1514, d. h. unser Gebiet enthält fast $^2/_3$ der ganzen thüringischen Phanerogamenflora.

Was die wichtigsten Familien betrifft, so ist deren Artenzahl in absteigender Folge: Kompositen 108, Gramineen 78, Kruciferen 47, Skrophularineen 44, Cyperaceen 43, Labiaten 40, Umbelliferen 39, Ranunculaceen 36, Orchideen 27, Liliaceen 26. Diese 10 Familien repräsentieren mithin über die Hälfte der Gesamtartenzahl.

Eine detaillierte Angabe der Standorte macht die Arbeit einerseits ja besonders wertvoll, andererseits jedoch können wir das Bedenken nicht unterdrücken, es möchten sammelwütige Schüler oder botanische Raubritter (wir denken dabei an M. — sein Name ist in einer Pflanzengattung verewigt —, dem man den Verlust der *Dryas octopetala* L. für den Meissner in die Schuhe schiebt) manche Seltenheit ausrotten. Und wir finden in der That hier nicht wenige wirkliche Seltenheiten der deutschen Flora. Es sei uns gestattet, hier nur einige davon aufzuführen: *Thalictrum minus* L., *Pulsatilla pratensis* Mill., *Alyssum calycinum* L., *Lunaria rediviva* L., *Vaccaria parviflora* Mch., *Aronia rotundifolia* Pers., *Falcaria Rivini* Host., *Orlaya grandiflora* Hoffm., *Cineraria spathul.* Gmel., *Helminthia echioides* Gärtn., *Lactuca virosa* L. und *scariola, Orchis purpurea* Huds., *O. hybrida* Bön., *O. Rivini* Gouan., *O. pallens* L., *Cephalanthera grandiflora* Bab. und *Xiphophyllum* Rchb., seltene *Carices* und von den Kryptogamen: *Equisetum hiemale* L., *Lycopodium annotinum* L, *Grammitis Ceterach* Sw., *Aspidium lobatum* Sw. und *angulare* Kit.

Die früher auf dem mit seinen 760 Metern in die subalpine Region ragenden Meissner vorgekommenen Raritäten *Linnaea borealis* L., *Mulgedium alpinum* Cass., *Iris sibirica* L., *Vaccinium oxycoccos* L. und die schon genannte *Dryas octopetala* L. sind leider verschwunden, teils ausgestorben, teils als Opfer gefallen unvernünftigen Sammelns.

Wir schliefsen unser Referat mit dem Wunsche, es möchte sich auch für die in der vorliegenden Arbeit nicht berücksichtigten niederen Kryptogamen namentlich die Flechten, für welche der Meissner ein wahres Eldorado ist, ein gleich fleifsiger Bearbeiter finden; ist doch unseres Wissens

*) I. Teil, Dikotyledonen (428 S.). Kassel 1847. — II. Teil, Monokotyledonen, Farrn Laub- und Lebermoose (252 S.) Kassel 1855.

der Meissner seit den Zeiten eines Dr. Louis Pfeiffer, der anfangs der vierziger Jahre einmal einen Teil des Winters oben auf dem Berge verbrachte, um dessen Moosflora*) zu studieren, in kryptogamischer Beziehung nicht wieder durchforscht worden.

C) Bibliographie.

Juli.

Erziehungs- und Unterrichtswesen.

Němeček, Prof. A., Maturitätsprüfungen oder keine? Ein Beitrag zur Wertschätzung dieses Institutes. (39 S.) Wien, Klinkhardt. 0,80.

Wendt, Dr. G., die Gymnasien und die öffentliche Meinung. (54 S.) Karlsruhe, Bielefeld. 0,80.

Zur Überbürdungsfrage. Von einem reichsländischen Schulmanne. (21 S.) Strafsburg, Schmidt. 0,60.

Lacher, Dr., die Schulüberbürdungsfrage. Sachlich beleuchtet. (55 S.) Berlin, Habel. 1,20.

Cohn, Prof. Dr. H., die Hygieine des Auges in den Schulen. (190 S.) Wien, Urban. 4.

Jäger, Gymn.-Dir. Dr., Aus der Praxis. Ein pädagog. Testament. (164 S.) Wiesbaden, Kunze. 3.

Schlegel, Dr. V., Über die gegenwärtige Krisis im höheren Schulwesen Deutschlands. Eine Rede etc. (24 S.) Wismar, Hinstorff. 0,50.

Schmidt, Prof. Dr. Leop., Das akadem. Studium des künftigen Gymnasiallehrers. Rede etc. Marburg, Elwert. (22 S.) 0,50.

Schule und Haus, von einem süddeutschen Schulmanne. (39 S.) Strafsburg, Trübner. 0,80.

Steinmeyer, Gymn.-Dir. Dr., Betrachtungen über unser klassisches Schulwesen. Eine. Entgegnung. (74 S.) Kreuzburg, Thielmann. 1.

Velten, panem non circenses! Gedanken eines Lehrers über die wahren Aufgaben der Körperpflege-Vereine. (24 S.) Essen, Fredebeul. 0,30.

Wiget, Zum Andenken an Prof. Dr. T. Ziller. Vortrag. (12 S.) Chur, Kellenberger. 0,40.

Irrwege, die, der Gymnasiallehrmethode. Ein offenes Wort an Alle, die es angeht von R. F. (16 S.) Wien, Wallishausser. 0,80.

Kant, Im., Über Pädagogik. Mit Kants Biographie herausg. von Prof. Dr. Vogt. (127 S.) Langensalza, Beyer. 1.

Möller, die Grundwissenschaften der Pädagogik. Vom Standpunkte der neuern Naturwissenschaft aus beantwortet. (148 S.) Leipzig, Siegismund. 1,50.

Müller, Oberl., Luthers reformator. Verdienste um Schule und Unterr. (65 S.) Berlin, Gärtner. 1.

Schornstein, die Überbürdungsfrage und die höhere Mädchenschule. (29 S.) Leipzig, Teubner. 0,45.

A. Reine Mathematik.

1. Geometrie.

Sievers, Realschuloberlehrer, Kurzgefafstes planimetrisches Wiederholungsheft. (24 S.) Frankenberg, Rofsberg. 0,50.

Krimmel, Prof., die Kegelschnitte in elementar-geom. Behandlung. (115 S.) Tübingen, Laupp. 2,60.

---

*) Die reiche Ausbeute dieses Aufenthaltes befindet sich in dem Herbarium des Vereins für Naturkunde zu Kassel, Abtlg. „Hessisches Herbarium von Dr. L. Pf.“

Tapla, Leitfaden für den Unterricht im geometrischen und projektivischen Zeichnen. (52 S.) Wien, Gräser. 1,92.

Jacobson, J., Die Axiome der Geometrie und ihr „philosophischer Untersucher“ Hr. Benno Erdmann. (41 S.) Königsberg, Beyer. 1,60.

2. Arithmetik.

Villicus, Prof. Dir., Zur Geschichte der Rechenkunst mit besonderer Rücksicht auf Deutschland und Österreich. (100 S.) Wien, Pichler. 2,40.

Bunkofer, Sem.-Dir. Prof., die ersten Elemente der Determinantentheorie. (27 S.) Tauberbischofsheim, Lang. 0,50.

Schreiner, Sem.-Insp., Lehrbuch der Algebra. (248 S.) Eichstätt, Stillkrauth. 3.

Schapira, Dr., Grundlage zu einer Theorie allgemeiner Kofunktionen. (20 S.) Leipzig, Teubner. 1,20.

Janke, Sammlung algebraischer Aufgaben. (34 S.) Bernburg, Bacmeister. 0,30.

—, Auflösungen. (4 S.) Ebenda. 0,15.

Kleinpaul, Dr. E., Aufgaben zum prakt. Rechnen. 11. Aufl. 2 Hefte. (80 S.) Leipzig, Langewiesche. 1,40.

—, dass. für Reallehranstalten. (204 S.) 1,75.

B. Angewandte Mathematik.

(Astronomie. Geodäsie. Mechanik.)

Young, Prof., die Sonne. (318 S.) Leipzig, Brockhaus. 6.

Mach, Prof. Dr., die Mechanik, in ihrer Entwickelung historisch-kritisch dargestellt. Mit 250 Abb. (483 S.) Leipzig, Brockhaus. 9.

Pein, Dr., Aufgaben der sphärischen Astronomie, gelöst durch planimetr. Konstrukt. u. mit Hilfe d. eb. Trigonom. (48 S.) Leipzig, Teubner. 1,20.

Physik.

Gerland, E., der leere Raum, die Konstitution der Körper und der Äther. (40 S.) Berlin, Habel. 0,80.

Hann, Dir. Dr., Handbuch der Klimatologie. (764 S.) Stuttgart, Engelhorn. 15.

Maxwell, Lehrbuch der Elektricität und des Magnetismus. Autor. deutsche Übersetzung von Dr. Weinstein. (624 S.) Berlin, Springer. 26.

Hellmann, Repertorium der deutschen Meteorologie. (996 S.) Leipzig, Engelmann. 14.

Miller-Hauenfels, Prof., Theoretische Meteorologie. (129 S.) Wien, Spielhagen. 4.

Mascart, Prof. Dir., Handbuch der statischen Elektricität. Deutsch von Prof. Wallentin. (539 S.) Wien, Pichler. 14.

Neumann, Prof. Dr., Einleitung in die theoret. Physik. (291 S.) Leipzig, Teubner. 8.

Attlmayr, Köttsdorfer etc., Prof., Handbuch der Oceanographie und maritimen Meteorologie. Mit 12 Taf. und 48 Fig. 2 Bde. (990 S.) Wien, Hofbuchdruckerei. 20,30.

Hauck, die galvanischen Batterien, Accumulatoren und Thermosäulen. (320 S.) Wien, Hartleben. 3.

Chemie.

Meyer, Prof. Dr. L., die modernen Theorieen der Chemie und ihre Bedeutung für die chemische Mechanik. 3. Buch. Dynamik der Atome. Breslau, Maruschke. 7.

Hofmann, A. W., Zur Erinnerung an Friedrich Wöhler. Mit W.s Porträt und einem Facsimile seiner Handschrift. (164 S.) Berlin, Dümmler. 3.

Lielegg, Erster Unterricht aus der Chemie an Mittelschulen. 3. Aufl. (260 S.) Wien, Hölder. 2,56.

Krätzer, Chemische Unterrichtsbriefe. Für das Selbststudium Erwachsener. In ca. 60 Briefen. 1.—8. Brief. (144 S.) Leipzig, Leopold & Bär. à 1.

Beschreibende Naturwissenschaft.

1. Zoologie.

Meinholds Wandbilder für den Unterricht in der Zoologie. 1. Lfg.: Pferd, Hirsch, Tiger, Adler, Storch. Dresden, Meinhold. 4.

Hofmann, Dr., der Schmetterlingsfreund. Mit 236 Abb. (112 S.) Stuttgart, Hoffmann. 4.

2. Botanik.

Hahn, der Pilzsammler oder Anleitung zur Kenntnis der wichtigsten Pilze Deutschlands und der angrenz. Länder. Mit 135 Abb. (87 S.) Gera, Kanitz. 4.

Salomon, Nomenclator der Gefäſskryptogamen nach den neuesten Quellen bearb. (385 S.) Leipzig, Voigt. 7,50.

Forwerg, Fruchtformen. Systematische und vergleichende Darstellung in natürl. Gröſsen. Dresden, Meinhold. 6.

Hahn, Deutschlands verbreitetste, wildwachsende Gräser, Halbgräser und Binsengewächse. Zum Gebrauche für Schulen etc. Mit einem Herbar von 100 Exempl. (15 S.) Gera, Kanitz. 10.

Schmitz, Prof., Die Vegetation des Meeres. Ein Vortrag. (21 S.) Bonn, Strauſs. 0,80.

3. Mineralogie.

Nöldecke, Vorkommen und Ursprung des Petroleums. Neu bearb. Mit 8 Holzschn. (116 S.) Celle, Litter. Anst. 3,60.

Zincken, C. F., die geologischen Horizonte der fossilen Kohlen oder die Fundorte der geologisch bestimmten fossilen Kohlen nach deren relativem Alter zusammengestellt. (90 S.) Leipzig, Senf. 3.

Braun, Herm., die wichtigsten Mineralien und Felsarten. Ihre Krystallisation, Härte, spec. Gewichte, chem. Zersetzung und techn. Verwendung. Mit Berücksicht. der Fundorte. (34 S.) Leipzig, Lehrmittelanstalt. 0,50.

Posewitz, Dr., das Goldvorkommen in Borneo. (16 S.) Budapest, Kilian. 0,50.

Geographie.

Mikusch, Prof. G., Beiträge zum Unterrichte in der Geographie. Mit bes. Rücksichtnahme auf Kartenlesen, Terraindarstellung, Kartenprojektion etc. (60 S.) Brünn, Winkler. 1,20.

Sueſs, E., das Antlitz der Erde. Mit Abb. u. Kartenskizzen. 1. Abtlg. (310 S.) Leipzig, Freytag. 10.

Kaden, W., die Gotthardbahn und ihr Gebiet. Mit Bildern, Plänen und Karten. (100 S.) Luzern, Prell. 1.

Audebert, Beiträge zur Kenntnis Madagaskars. (64 S.) Berlin, Dümmler. 1,20.

Bastian, Zur Kenntnis Hawaiis. (128 S.) Ebenda. 4.

Hahn, Doc. Dr., Inselstudien. Versuch einer auf orograph. und geolog. Verh. gegründeten Einteilg. der Inseln. (208 S.) Leipzig, Veit. 7,20.

Richthofen, Dr. Frhr. v., Aufgaben und Methoden der heutigen Geographie. (82 S.) Ebenda. 1,80.

Neue Auflagen.

1. Mathematik.

Schlömilch, Geh. Schulr. Dr., Grundzüge einer wissensch. Darstellung der Geom. des Maſses. Ein Lehrbuch. 1. Hft.: Planimetrie. 6. Aufl. (162 S.) Leipzig, Teubner. 2.*)

Schellen, Dr. H., Aufgaben für das theor. und prakt. Rechnen. 17. Aufl. bearb. von Dr. Lemkes. (246 S.) Münster, Coppenrath. 2.

—, Methodisch geordnete Materialien für den Unterricht im theoret. und prakt. Rechnen. 8. Aufl., bearb. von Dr. Lemkes. (300 S.) Ebda. 4.

Löwe, Oberl., Methodisch geordnete Aufgaben zum kaufmänn. Rechnen für Real-, Gewerbe-, Handels- und höh. Bürgerschulen. 3. Tl. 2. Aufl. (92 S.) Leipzig, Klinkhardt. 0,80.

Neumann, Prof. Oberl. Dr., Lehrbuch der allgemeinen Arithmetik und Algebra für höhere Lehranstalten. Theoret. Leitfaden zu Heis' Sammlung. 7. Aufl. (208 S.) Leipzig, Langewiesche. 2,80.

2. Naturwissenschaften.

Knauer, Dr. F., Naturgeschichte der Lurche. Mit 120 Illustr., 4 Karten u. 2 Tab. 2. Ausg. (339 S.) Wien, Pichler. 4.

Wünsche, Exkursionsflora. 4. Aufl. (422 S.) Leipzig, Teubner. 4.

Lorinser, Prof. Dr., Botanisches Exkursionsbuch. Nach der analyt. Methode bearb. 5. Aufl. (565 S.) Wien, Gerold. 6.

---

*) Das II. Heft (Ebene Trigonometrie) ist bereits auch erschienen. Red.

Pädagogische Zeitung.

(Berichte über Versammlungen, Auszüge aus Zeitschriften u. drgl.)

Bericht über den dritten deutschen Geographentag zu Frankfurt a. M.

(29.—31. März 1883).

Von Dir. Dr. Dronke in Trier.

III*).

Geographische Ausstellung.

Ein ganz besonderes Verdienst hatte sich der Vorstand des diesjährigen Geographentages durch die Veranstaltung einer Ausstellung erworben, welche das gesammte Gebiet der Kartographie, der geogr. Anschauungsmittel, sowie der Reiselitteratur, der geogr. Werke u. s. w. umfaſste. Ein von Hr. Direktor Breusing (Bremen) verfaſster übersichtlicher Katalog erleichterte die Orientierung sehr wesentlich. Der Referent spricht sein Bedauern aus, daſs die Absicht einer solchen ausgedehnten Ausstellung nicht besser vorher bekannt gegeben worden ist (die vorliegende Zeitschrift enthielt z. B. keine Aufforderung seitens des Vorstandes**)), es würde sonst jedenfalls ein viel vollständigeres Bild von der Entwickelung der geogr. Lehrmittel sowie des gegenwärtigen Standes der Kartographie entstanden sein; Referent z. B. würde in der Lage gewesen sein, die Ausstellung einer Reihe alter Globen, ferner vorzüglicher neuester amerikanischer und japanesischer Karten — welche nicht vertreten waren — zu veranlassen. — Das Gebotene war in den unteren und in den oberen Neben-Räumen des Saalbaues trefflich aufgestellt; die Ordnung war eine durchaus sachgemäſse und soweit wie möglich auch streng räumlich durchgeführte; das ausführende Komité hat sich den höchsten Dank durch seine Arbeiten verdient! Nicht minder aber auch haben die zahlreichen öffentlichen Anstalten (Archive, Bibliotheken) und Privaten, welche ihre groſsen Schätze hierher sandten, sich Verdienste erworben.

Die Gruppe I. enthielt Ansichten, Pläne, Umgebungskarten von Frankfurt a. M. von 1550 an bis zur Jetztzeit, unter denen die Ansichten aus Münsters Kosmographie die ältesten waren. Interessant waren die zahlreichen (16) Pläne über die verschiedenen Befestigungswerke der Stadt während des dreiſsigjährigen Krieges. Die Pläne der Umgebung reichten ebenfalls bis in das Ende des 16. Jahrhunderts zurück. Daſs die neuesten Karten, namentlich die des Herrn Ravenstein die übrigen an Genauigkeit

---

*) Man sehe den I. Teil dieses Referates in Heft 3. S. 300 und f.; den II. Teil in Heft 5. S. 389 und f. — Für event. Schreib- resp. Druckfehler in den Eigennamen dieses Referats wolle man nicht die Redaktion, sondern den Verfasser verantwortlich machen, da derselbe den Revisionsbogen nicht zurücksandte. Red.

**) Die Redaktion ds. Z. muſste sich bis jetzt immer die auf die Geographentage bezügl. Kundgebungen, (Bekanntmachungen und dgl.) des Vorstandes erbitten — um nicht zu sagen „erbetteln". — Red.

und sauberer Darstellungsweise übertrafen, braucht nicht hervorgehoben zu werden. Besonders erwähnenswert erschienen dem Referenten die Übersichtskarte der Stadt Frankfurt und Umgebung (Katalog Nr. 100), Schwarzdruck mit farbigem Eindruck der Isohypsen (1867), sowie die verschiedenen geometrischen Stadtpläne in verschiedenen Maafsstäben, zum Teil gezeichnet von A. und von L. Ravenstein.

Die Gruppe II. bildete die in jeder Hinsicht ausgezeichnete historische Abteilung; hier waren die Photolitographie des griechischen Manuskriptes des Ptolemäus (vom Kloster Vatopedi), die Ausgabe von 1753 der Peutinger'schen Tafel, die von Hachette (1872), sowie die Hamburger und die Gothaer Ausgabe der Werke des Ebu Ishak el Farsi vorhanden. Originalkarte sowie vorzügliche Nachbildungen solcher aus dem Zeitalter der Entdeckungen waren zahlreich vertreten; so die Originalkarten von Petrus Roselli (1464), die des Magalhaens, solche des Amazonenstromes, der Antillen, die Meilenkarte des deutschen Reiches (Ausgabe von 1510 und von 1535), vorzügliche Reproduktionen der Seekarte des Andreas Bianco, der Ghillany'schen Abbildungen des Behaim'schen Globus. Von dem grofsen, höchst seltenen Santarem'schen Atlas, der nie in den Handel gekommen, war ein vollständiges Exemplar ausgestellt (der Universitätsbibliothek in Heidelberg gehörig); ebenso der s. g. Münchener Jubiläumsatlas (1859), die verschiedensten Ausgaben des Ptolemaeus und die geographischen Werke des Mittelalters von Gerbelius, Seb. Münster, Postellus, Gallaeus, M. Neander, namentlich aber diejenigen Mercators in aufserordentlicher Vollständigkeit, ferner von Ortelius, Janson, W. Blaems u. s. f. Wohl selten wird es wieder möglich sein, an irgend einer Stelle, diese sonst über alle Länder zerstreuten Schätze zusammen sehen zu können; grade in dieser Abteilung sind die Bemühungen des Vorstandes (nam. des H. Prof. Rein) und die Liberalität der öffentlichen Bibliotheken, welche die unersetzlichen Schätze zur Ausstellung brachten, auf das Höchste anzuerkennen.

Gruppe III brachte die verschiedenen Methoden, welche bei der Kartographie Anwendung gefunden haben, zur Anschauung; sie zerfiel in 5 Abteilungen, deren erste 28 Karten bez. Atlanten enthielt, welche eine der geometrischen Darstellung sich nähernde Manier der Terraindarstellung (vor oder gleichzeitig mit J. G. Lehmann) zeigten; hier fielen vor allem auf: die „Nouvelle carte topographique de la Belgique“ von Gérard und Vandermaelen, die A. Ravenstein'sche Karte des Regierungsbezirks Wiesbaden, v. Schmettau's Herzogtum Mecklenburg Schwerin. In der zweiten Abteilung fanden sich die Kartenwerke, auf denen die vertikale Gliederung des Landes durch (Vertikal- oder Horizontal-) Schraffierung bez. Schummerung unter Anwendung der Lehmann'schen Skala des Böschungswinkels dargestellt ist. Neben ganzen Karten der grofsen Generalstabswerke der verschiedensten europäischen Länder waren hier einzelne Blätter ausgestellt; englische Admiralitäts-Karten zeigten die Entwickelung der hydrographischen Vermessungen, 2 Blätter der Ordnance map of England und Johnston's Map of the country of Invermess die völlige Unzulänglichkeit der Darstellungsmanier des Terrains auf englischen Karten bis zur Mitte dieses Jahrhunderts, die Sektion Genf der östreich. Generalstabskarte von Europa gab eine Probe der Terraindarstellung durch Schummerung, Sektion 84 (Mirecourit) der Carte topographique de la France (nach Horizontalen, mit zahlreichen Höhenangaben) zeigte die französische Darstellungsweise; als besonders hervorhebenswert erschien dem Referenten das ausliegende Probeblatt der Generalstabskarte des ehemaligen Kurfürstentums Hessen (Sektion Schlüchtern), welche in musterhaftester Weise nach Lehmann's Skala mit senkrechter Beleuchtung das Terrain wieder giebt; vorzüglich waren auch der Plan von Fulda und A. Ravenstein's Karte der Umgegend von Frankfurt a. M. (1865), Payer's Originalkarte der

Adamella Alpen, u. v. a. Aus der dritten Abteilung, in welcher die vertikale Gliederung des Landes durch Höhenschichten, Äquidistanten (unausgefüllt oder durch Schummerung verbunden) dargestellt waren, möchten wir neben den Generalstabskarten erwähnen Leuzinger, Carte physique et géographique de la France, die leider unvollendete Höhenschichtenkarte Central-Europas von A. Papen, L. Ravenstein's Karte der Westtiroler und Engadiner u. s. w. Alpen (in unübertrefflicher Weise durch die Farbenstufen eine plastische Wirkung erzeugend) und Sonklar-Berghaus Übersichtskarte des Ötzthaler Gletscher Gebietes. — In der 4. Abteilung zeigte sich die Verbindung von allen wissenschaftlichen Mitteln für Terraindarstellung (Isohypsen, Schraffen und Höhenzahlen); hier fielen besonders die 4 ausgestellten Sektionen der Generalstabskarte von Norwegen durch die Korrektheit und Klarheit der Darstellung auf, dann der Kaupert'sche Plan des Schlosses Wilhelmshöhe und die Ziegler'schen Karten aus verschiedenen Gebieten der Schweiz. Die fünfte und letzte Abteilung dieser Gruppe zählte nur 7 Karten mit der hypsographischen Darstellung des Meeresbodens, darunter Petermann's Tiefenkarte des Grofsen Oceans und eine norwegische Karte über die fischreichen Küstengebiete.

In der Gruppe IV war so ziemlich das enthalten, was in den andern Abteilungen kein Unterkommen fand; neben den vorzüglichen geologischen Karten von v. Dechen (Deutschland, und, Blatt 1 der Karte der Rheinprovinz und Westfalens,) Berendt, Mitscherlich u. s. f., den musterhaften politischen Karten Kiepert's (Deutsches Reich), Petermann's Union, Südamerika, Westindien, Osteuropa, Mittelmeer) waren hier untergebracht Ravenstein's Eisenbahn- und Postkarten, Kirchhoff's Rassen- und Charakterbilder, Hübners statistische Tafeln, des Referenten geogr. Zeichnungen, Photographien aus den Südseeländern von Finsch, Deleskamp's Panoramen u. s. f. Das gröfste Interesse nahmen wohl in Anspruch die 5 Bände Karten aus Petermann's Mitteilungen, die Karten aus Hendschel's Telegraph, welche die Entwicklung des deutschen Eisenbahnnetzes von 1835 bis 1881 wiedergaben und die Pflanzenphänologische Specialkarte (von Dr. Ziegler) der Umgegend von Frankfurt a M., welche in anschaulichster Weise (ähnlich den geologischen Karten) die Entwicklung der Flora im Frühjahre zeigte; man konnte hier deutlich sehen, dafs nicht blos die absolute Höhe, sondern auch andere Faktoren (geschützte Lage gegenüber den Nordwestwinden u. s. f.) die Zeit des Eintrittes der Floraentwickelung bedingen.

Die Karten zur Alpenkunde bildeten die Gruppe V; die Zahl der ausgestellten Karten war nicht grofs; aufser den in einem Bande zusammengefafsten vorzüglichen Alpenkarten aus Petermann's Mitteilungen waren es hauptsächlich Touristenkarten, wie Freytag, Leuzinger (Schweiz), Maschek (Südwestkärnten, Salzkammergut), L. Ravenstein's Karten der Tiroler und Engadiner Alpen, Tauern, Mayer's Atlas der Alpenländer, die Wandkarten von Steinhauser, von v. Haardt und eine Karte der hohen Tatra. Das vorhandene Material — meist sehr vorzügliche Darstellungen — umfafste nur die Central und die Ostalpen und zeigte recht deutlich, dafs von den deutschen Forschern und Reisenden die Westalpen, obschon sie in mancher Hinsicht des Interessanten viel bieten (wie z. B. die Kalk-Alpen der Dauphiné, das Gebiet des Monte Viso u. s. f.), noch vollständig vernachlässigt werden. Die Pläne von Städten und kleineren Bezirken in grofsem Maafsstabe, welche der Gruppe VII. angehörten, waren wenig zahlreich vertreten; das meiste Interesse erregten wohl hier die Pläne des alten Athen (Curtius und Kaupert), sowie die von Metz (alte und neue).

Den wichtigsten Teil der gesammten Ausstellung für die Lehrer bildeten zweifelsohne die VI., VIII. und IX. Gruppe; die erste derselben enthielt die Schul- und Handatlanten, die zweite die Globen, Tellurien u. s. f., die

dritte die Schulwandkarten. Alle drei zeigten die grofsen Fortschritte, welche man in den Lehrmitteln für den geographischen Unterricht in den letzten Jahrzehnten gemacht hat, und den edeln Wetteifer, welchen alle Anstalten machen, um für die Schule etwas Gediegenes zu leisten. Alle hierher gehörigen Gegenstände anzuführen und zu besprechen ist unmöglich; es werden daher nur solche erwähnt, die dem Referenten besonders aufgefallen sind. Als für unsere (deutschen) Volksschulen sehr brauchbar erschienen: Algermissen, kleiner Handatlas (besondere Ausgaben für jeden preufs. Regierungsbezirk und die einzelnen deutschen kleineren Staaten; Lang, Metz; sauber ausgeführt beschränktes Material, aufserordentlich billig); Kiepert, neuer Volksschulatlas nach Ansicht des Referenten zu viel bietend, aber sonst vortrefflich); Dr. Lange, Volksschulatlas (auch noch zu viel enthaltend); Perthes, Elementaratlas. Für die österreichischen Schulen ist nicht minder gut gesorgt durch die sehr guten Atlanten von V. v. Haardt und die der Wiener Hof- und Staatsdruckerei. Unter den für Gymnasien, Realgymnasien und verwandte Mittelschulen bestimmten Werken nenne ich die Schulatlanten von Richter (bei C. Flemming, Glogau), Kozenn (auch in einer Ausgabe für Militärbildungsanstalten erschienen; Hölzel, Wien), V. v. Haardt (Hölzel, Wien), A. Stieler (bearb. von Berghaus; Perthes, Gotha) und die der Hof- und Staatsdruckerei in Wien. Die Zahl der Handatlanten, welche nicht für die Schüler bestimmt sind und daher nach ganz andern Prinzipien, als die Schulatlanten, das Material bieten, war sehr grofs und zeigten sich an ihnen die Fortschritte der Kartographie auf's glänzendste; ich hebe hervor: Chavanne (Physikalisch-statistischer Handatlas von Östreich-Ungarn; Hölzel, Wien), Kiepert (neuer Handatlas; D. Reimer, Berlin; dem Referenten erschienen die Farben meist etwas matt;) Scheda-Steinhauser (Handatlas in 2 Abteilungen; Artaria, Wien), v. Haardt (Physikalisch statistisches Supplement zu Kozenn's Schulatlas; Hölzel, Wien), Stieler, (Handatlas, neueste Auflage mit teilweis neuen vorzüglichen Karten; Perthes, Gotha). Für den Geschichtsunterricht waren vorhanden die anerkannt ausgezeichneten Werke von H. Kiepert (Atlas antiquus; D. Reimer, — Berlin), Kiepert und Wolf (historischer Schulatlas; D. Reimer, Berlin), Spruner — Mencke (Handatlas für die Geschichte des Mittelalters; Perthes, Gotha), Wolf (historischer Schulatlas, D. Reimer, Berlin). Aus nicht deutschen Ländern fanden sich in dieser Abteilung nur drei Werke: Gáy, Atlas de la historia física i política de Chile; de Moussy, Atlas de la Cónfederacion Argentina und Paz-Soldau, Atlas del Perú. Auffällig war das Fehlen, an entsprechenden Schulatlanten der Schweiz, Frankreichs und der übrigen europäischen Länder, welche einen Einblick in den Unterrichtsbetrieb dieser Länder gestattet haben würden.

Unter den Reliefabbildungen welche in der 8. Gruppe (im Vorzimmer zum kleinen Saale) aufgestellt waren, zeichneten sich die bekannten Arbeiten von L. Dickert in Bonn aus; es waren das Siebengebirge (mit geognostischen Bezeichnungen), Kreis Rheinbach, Centraleuropa (nach Möhl's Wandkarte), Teneriffa, Palma, Guadeloupe, Panamakanal und Hawai. Würdig reihten sich diesen an: Keil, Grofsglockner; Herget, Berner Oberland (Sektion A der Schweizer Alpen im Maafsstabe 0,00001); Bauerkeller (Schweiz, mit 4facher Höhe); Ravenstein, Würtemberg, Baden und Rheinpfalz, ferner Hessen-Kassel,-Darmstadt und Nassau (ausgezeichnete Bilder; Längenmaafsstab 1 : 900 000, Höhenmaafsstab 1 : 90 000), Umgebung von Frankfurt a. M.; Stadtschulrat von Graz, Relief der Umgebung von Graz. Unter den Tellurien nahm Mang's zerlegbarer Universalapparat*) die erste Stelle ein; derselbe ist nicht genug allen Anstalten zu empfehlen, auf denen ein genaueres Eingehen in die mathematische Geographie zum Lehrplane ge-

*) S. ds. Z. XI, S. 157 u. f. Red.

hört; auf anschaulichste Weise kann man mit dem Apparate Stellung der Sonne, Aufgang und Untergang an bestimmtem Tage und beliebig gewähltem Orte u. s. f. zeigen. Die Stadtbibliothek von Frankfurt hatte in anerkennenswerter Liberalität vier alte Globen ausgestellt: einen der ältesten Erdgloben aus der ersten Hälfte des XVI. Jahrhunderts, den von Mercator (1580), den Himmelsglobus von Jakob Florentius (Antwerpen 1594) und den Erdglobus von M. J. L. Andreae (Nürnberg 1717). Im übrigen hatten D. Reimer in Berlin, das geogr. Institut in Weimar und die Lehrmittelanstalt von J. Felkel und Sohn in Rostock bei Prag ihre trefflichen verschiedenen Globen in diversen Gröfsen und Ausstattungen zur Ausstellung gebracht.

Die Schulwandkarten nahmen im Katalog 265 Nummern, d. h. 24 % aller einzelnen Nummern ein; neben den vorzüglichsten neueren Werken fanden sich aber auch viele Sachen vor, welche den notwendigen Anforderungen der Schule in keiner Weise entsprachen, teils durch verfehlte Auswahl des Stoffes, teils durch ihre Darstellung. Kleingedruckte Namen z. B. haben auf einer Wandkarte gar keine Bedeutung, Darstellung von Gröfsen, die weder im Unterrichte erwähnt werden, noch auch zur nötigen richtigen Charakteristik eines Landes dienen, schädigen den Gesammteindruck, indem der Blick des Schülers, der erst das Bild erfassen, auch die Karte gleichsam lesen lernen soll, durch diese Nebendinge abgezogen wird und — um mich trivial auszudrücken — vor lauter Bäumen den Wald nicht sieht. Was sollen beispielsweise auf einer Schulwandkarte klein eingedruckte Höhenangaben, oder aufser den Haupteisenbahnen auch die Darstellung aller Nebenlinien? — Von den Wandkarten welche Deutschland in politischer oder physikalischer Hinsicht darstellten, hebe ich hervor Petermann, phys. Landkarte von Deutschland, Wagner, politische Wandkarte des deutschen Reiches (beide bei J. Perthes, Gotha), Kiepert, Generalkarte von Deutschland (D. Reimer, Berlin) und die sehr schöne oro- hydrographische und Eisenbahnkarte von Dr. Möhl (Fischer, Cassel). Unter den Wandkarten Europas war eine höchst merkwürdige, mit ungeheurem Fleifse in gröfstem Maafsstabe angefertigte von Frau H. Woycicka in Warschau in dem Treppenaufgange aufgehängt und zog dadurch die Blicke aller Besucher auf sich. Das Charakteristische (z. B. Figuren in Nationaltracht u. s. w.) war grofs in jedem Lande dargestellt. Das Ganze war aber mehr Spielerei, als für Schulen geeignet. Die Karten von Kiepert (politische wie physikalische; D. Reimer, Berlin) sind hier zu erwähnen; eine Handzeichnung einer neuen politischen Karte von Centraleuropa von Habenicht (J. Perthes, Gotha) und ein Probeblatt der phys. Wandkarte von V. v. Haardt (E. Hölzel, Wien) waren sehr vorzüglich und sind sehr empfehlenswert. — Für niedere Schulen sind für die einzelnen Landesteile die entsprechenden Wandkarten von Algermissen empfehlenswert; zum Teil enthalten sie noch zu viel Material; an diesem letzteren Fehler leidet auch die sonst so schöne Karte des Regbez. Wiesbaden von Ravenstein (C. Limbarth, Wiesbaden); plastisch schön stellt Keil's Karte (Fischer Cassel) Thüringen dar; nur die Rhön erschien etwas stiefmütterlich behandelt. Gut sind ferner die musterhaft ausgeführten verschiedenen hierhergehörigen Kiepert'schen und ein Teil der Leeder'schen Karten. Für Östreich-Ungarn waren aufser einer Karte (Schedas Wandkarte; Artaria und C., Wien) alle hierhin gehörigen Werke von der Firma E. Hölzel in Wien; darunter fanden sich recht gute, wie die verschiedenen Schulwandkarten von C. F. Baur (polit. und orohydrogr. der ganzen Monarchie, Böhmen, Dalmatien, Krain u. s. f.); andere dagegen schienen dem Referenten nicht überall den richtigen Farbenton getroffen zu haben.

Unter den Allgemeinen Weltkarten nahm Berghaus Map of the world (Perthes, Gotha) zweifellos den ersten Rang ein. Die Kiepert'schen Planigloben waren jener ebenbürtig. Schwach erschien die physische Karte

nach Mercator von Brischmann, auf der sich mehrfach Unrichtigkeiten vorfanden. Von den einzelnen aufsereuropäischen Erdteilen nimmt seit Livingstone Afrika das meiste Interesse für sich in Anspruch; man sieht, mit welcher Sorgsamkeit alle neueren Entdeckungen hier eingetragen worden. Eine vortreffliche Karte dieses Erdteils ist die von Chavanne (Hölzel, Wien), ebenso wie desselben Verfassers Karte von Centralafrika: Auch die Karten von Kiepert (D. Reimer, Berlin) und von Berghaus (Perthes, Gotha) geben ein klares deutliches Bild. Bei den übrigen Kontinenten finden wir dieselben eben angeführten Namen wieder; von Asien war aufserdem eine recht gute Karte von V. v. Haardt (Hölzel, Wien) ausgestellt. Die einzelnen europäischen (nicht germanischen) Länder waren durch die bekannten guten Schulwandkarten von Prof. Arendts (Halbig, Miltenberg) und die von Kiepert (D. Reimer, Berlin) vertreten. Von der Balkanhalbinsel fand sich auch eine Karte von Behrendsen, welche im Katolog nicht angeführt war.

Für den historischen Unterricht waren vorhanden die unübertrefflichen Karten von H. Kiepert (Alte Welt, Alt-Italien, Alt-Griechenland, römisches Reich u. s. f.), die vorzügliche Karte von Attika von Curtius und Kaupert, Entwickelung des preufs. Staates von Becher (alle bei D. Reimer, Berlin), sowie der bekannte vortreffliche Wandatlas von Spruner und Bretschneider (Perthes, Gotha), der auf seinen Karten jedoch für die Schulzwecke zu viel Material giebt.

Über die georaphischen Werke, Reiseliteratur, Abbildungen, Photographien u. s. f., welche in sehr grofser Anzahl die Gruppe IX bildeten, ist hier nicht der Platz zu referieren; hervorgehoben zu werden verdienen in erster Linie die ausgezeichneten geogr. Charakterbilder in Öldruck von E. Hölzel, welche das Höchste leisten, was man von solchen Darstellungen erwarten kann. (Der Preis ist dabei so niedrig wie möglich gestellt, dafs fast jede gröfsere Anstalt das Werk sich beschaffen kann). Die letzte Gruppe (XI) enthielt chinesische, japanesische und einige brasilianische Original-Karten.

Erläuterungen
zu den neuen preufsischen „revidierten" Unterrichtsplänen.

Vgl. hierzu XIII, 148 ff. und 240 ff.

Auf Grund der von den k. preufsischen Provinzialschulkollegien eingeforderten gutachtlichen Berichte hat der Unterrichtsminister vor kurzem „allgemeine Bestimmungen, betr. Änderungen in der Abgrenzung der Lehrpensa infolge der Lehrpläne vom 31. März 1882"*) erlassen. Dieselben beziehen sich I. auf den griechischen Unterricht an den Gymnasien, II. auf den französischen Unterricht ebenda und III. auf den naturwissenschaftlichen Unterricht. Was in Bezug auf den letzteren angeordnet ist, teilen wir dem Wortlaut nach mit.

A. Gymnasien. 1. In den Klassen VI bis UIII**) ist das Sommersemester auf Botanik, das Wintersemester auf Zoologie zu verwenden. — Der Unterricht hat, von der Beschreibung einzelner Pflanzen und Tiere ausgehend, die Schüler zunächst zu deren Beobachtung und Beschreibung anzuleiten und auf diesem Wege mit den morphologischen Grundbegriffen vertraut zu machen. Von dieser Grundlage weiter fortschreitend, hat derselbe die Schüler allmählich in das Verständnis der systematischen An-

*) Buchdruckerei der „Post", Kayfsler & Co., Berlin, Zimmerstr. 94. (8 S.)
**) Abkürzung für Unter-Tertia, sowie OIII für Ober-Tertia etc., anderwärts auch mit IIIb oder IIIB — resp. IIIa oder IIIA — bezeichnet. Red.

ordnung des Pflanzen- und Thierreichs einzuführen. 2. In das Pensum der OIII gehören die Elemente der Mineralogie und die Lehre vom Bau des menschlichen Körpers. 3. Die Einführung in die einfachsten Lehren der Chemie ist dem physikalischen Unterricht der II zuzuweisen.

B. Realgymnasien und Oberrealschulen. 1. Die Verteilung des Pensums in der Weise, dafs im Sommer Botanik, im Winter Zoologie zu lehren ist, gilt für die Klassen bis OIII einschliefslich. Im Übrigen gilt die Bestimmung wie unter A, 1. — 2. Zum Pensum der UII gehört auch die Lehre vom Bau des menschlichen Körpers. Es bleibt den einzelnen Anstalten freigestellt, ob sie in das Pensum der Klasse einen propädeutischen Kursus der Mineralogie aufnehmen wollen. — 3. Der chemische Unterricht der OII umfafst die Lehre von den wichtigsten Grundlehren der Chemie auf Grund von einfachen Experimenten, eventuell die Anfangsgründe der Mineralogie. Der eigentliche systematische Unterricht fällt der I zu, in Verbindung mit demselben wird der Unterricht in der Mineralogie weiter geführt. An den Oberrealschulen kommt ein Semester auf die Elemente der organischen Chemie.

C. Höhere Bürgerschulen. Für den Unterricht in der Naturbeschreibung an den höheren Bürgerschulen gilt im wesentlichen der Lehrplan unter B, 1. u. 2.

Bemerkungen.

I. Zum Unterrichte in der Naturbeschreibung.

Die eingereichten Lehrpläne zeugen davon, dafs die methodische Behandlung des Unterrichts in der Naturbeschreibung immer allgemeinere Beachtung gefunden hat. Es wird in allen betont, dafs der Unterricht von der Beobachtung und Beschreibung einzelner Arten auszugehen und allmählich zur Einführung in die systematische Anordnung fortzuschreiten hat. Für die angemessene Durchführung dieses Planes ist auf folgende Gesichtspunkte aufmerksam zu machen.

1. Der Satz ist nicht so zu verstehen, als ob die Beschreibung einzelner Arten nur das Pensum der Sexta bilde, dagegen den folgenden Klassen die Einführung in das System zufalle. Vielmehr werden sich die letzteren Übungen in V z. B. in der Botanik an die in VI besprochenen Pflanzen mit grofsen Zwitterblüten anschliefsen, daneben aber wird durch Beschreibung von Pflanzen mit weniger einfacher Blütenbildung der Unterricht der IV und auf dieser Stufe ebenso der Unterricht der UIII vorzubereiten sein. Ähnliches gilt für den Unterricht in der Zoologie, und es kann z. B. nicht als ein angemessener Fortschritt vom Leichteren zum Schwierigeren angesehen werden, wenn von einer Seite für V als Pensum die Beschreibung von Repräsentanten der niederen Tierwelt bezeichnet wird, vielmehr wird der Unterricht auf dieser Stufe sich auf den Kreis der Wirbeltiere zu beschränken haben und erst in der IV die Gliedertiere besonders die Insekten, berücksichtigen können.

2. Bei der Auswahl des Stoffs kann es in keiner Weise auf Vollständigkeit ankommen. Mafsgebend dafür mufs vielmehr sein neben der Rücksicht auf die zu Gebote stehenden Lehrmittel (bes. für Zoologie) der typische Charakter der Form und die Bedeutung der Organismen für das menschliche Leben. Aus diesem Gesichtspunkt gebietet sich einerseits die Vermittelung der Bekanntschaft mit den einheimischen Pflanzen- und Tierformen, anderseits die Berücksichtigung besonders wichtiger fremdländischer Repräsentanten für die Kultur, sowie die Besprechung charakteristischer Vertreter für die geographische Ausbreitung.

3. Die Mineralien bieten auf der unteren und mittleren Stufe der Schulen weniger Stoff zur Beobachtung, dürfen aber anderseits den Schülern nicht ganz unbekannt bleiben. Der Unterricht in der Mineralogie ist deshalb auf die OIII aufgespart worden. Auch auf dieser Stufe mufs er sich

auf die morphologischen und physikalischen Eigenschaften beschränken, und es werden nur die einfachsten Krystallformen und die häufig vorkommenden und besonders instruktiven Mineralien zur Besprechung kommen. Dabei wird auf deren Bedeutung für den Bau der Erdoberfläche hinzuweisen sein. Die Gymnasien können dazu einer kleinen Sammlung von Modellen und Mineralien nicht entbehren. So lange einzelne Anstalten noch nicht in deren Besitz sind, wird es sich empfehlen, den Unterricht in der Mineralogie noch auszusetzen.

4. Ebenso gehört die Lehre vom Bau des menschlichen Körpers der obersten Stufe des Unterrichts an. Es ist selbstverständlich, daſs bei der Auswahl des für das jugendliche Alter Geeigneten mit der gröſsten Vorsicht zu verfahren ist. Dabei wird sich passende Gelegenheit bieten, die Schüler auf wichtige Punkte der Gesundheitspflege aufmerksam zu machen.

5. Der Unterricht in den beschreibenden Naturwissenschaften wird durch angemessene Zuhilfenahme des Zeichnens charakteristischer Formen gefördert.

6. An den Realschulen giebt die Verlängerung des Unterrichts um ein Jahr die Möglichkeit, den Unterrichtsstoff in angemessener Weise zu erweitern; aber auch hier ist zu betonen, daſs irgend welche Vollständigkeit nicht erzielt werden soll, sondern daſs es vielmehr auf Gewandtheit und Sicherheit der Beobachtung im engeren Kreise ankommt. Die Vermitttelung der Bekanntschaft mit den neueren Hypothesen von Darwin etc. gehört nicht zu den Aufgaben der Schule und ist darum vom Unterricht durchaus fernzuhalten.*)

7. Den Realschulen ist freigestellt, ob sie in die UII einen propädeutischen Kursus der Mineralogie aufnehmen wollen, da die Ansichten über diese Frage auseinander gehen. Die Zeit dafür (etwa $^1/_4$ Jahr) wird sich ohne Schwierigkeit finden lassen, wenn der Unterricht innerhalb der für das Gymnasium bezeichneten Grenzen gehalten wird. Die Aufnahme würde sich namentlich aus dem Gesichtspunkte empfehlen, daſs sich dann die Fortführung desselben im Anschluſs an den chem. Unterricht um so einfacher gestaltet.

II. Zum Unterrichte in der Chemie.

1. An den Gymnasien schlieſst sich der vorgeschriebene Kursus in der Chemie am natürlichsten an den überwiegend experimentellen Unterricht der II an; derselbe wird zum Verständnis eines dem Pensum dieser Klasse angehörigen Abschnitts — des Galvanismus — sogar unentbehrlich. Die Zeit dafür läſst sich unschwer gewinnen, wenn namentlich die Lehre von den sog. Eigenschaften der Körper nicht in unnötiger Breite vorgetragen wird. Die Entscheidung darüber, ob er an den Gymnasien mit geteilter II der Unter- oder Obersekunda zugewiesen werden soll, ist den einzelnen Anstalten zu überlassen.

2. Über das Pensum der Chemie in der OII der Realschulen sind nur ganz allgemeine Andeutungen gegeben, da sich für diesen Unterricht eine bestimmte Methode erst aus der Praxis herausbilden muſs. In den meisten der eingereichten Lehrpläne wird dieser Klasse ein bestimmter Teil des systematischen Unterrichts zugewiesen, und es ist wohl kaum zweifelhaft, daſs für diese Verteilung die im Unterricht gebrauchten Lehr-

*) Wir befürchten, daſs hier etwas Unmögliches verlangt wird. Der Darwinismus ist gar nicht mehr „Hypothese“, sondern ist bereits wissenschaftlich so weit entwickelt, steht so fest und sicher (vgl. Hft. 3 S. 224 u. 232) und ist bereits so sehr in die populärwissenschaftl. Bücher übergegangen, daſs eine objektive Darstellung der Grundzüge dieser Lehre, wenn auch vielleicht nur anmerkungsweise, in der Schule — natürlich nur bei reiferen (älteren) Schülern — gar nicht zu umgehen ist. Denn sie erhalten doch ohnedies davon Kenntnis! — Red.

bücher von Einfluſs gewesen sind. Es entsteht aber doch die Frage, ob es sich nicht empfiehlt, dem Unterricht einen mehr propädeutischen Charakter zu geben, sodaſs zugleich auch für die aus den Realschulen und Realprogymnasien in das praktische Leben übergehenden Schüler ein gewisser Abschluſs erreicht wird. Einem solchen Unterricht würde dann die Einführung in die ersten Grundgesetze der Chemie zufallen im Anschluſs an die Experimente, welche die wichtigsten Elemente unter den Nichtmetallen und den Metallen und deren hauptsächlichste Verbindungen in ihren Kreis ziehen.

Eine neue Methode des mathematischen Unterrichts, bei welcher die häuslichen Arbeiten fortfallen.*)

Von Piper in Lemgo.

(Abdruck.)

Zwei einander widersprechende Forderungen sind es, welche in unseren Tagen an die Lehrer der höheren Schulen herantreten. „Die Schüler sind überbürdet; entlastet dieselben, sonst wird bei der kommenden Generation nicht mehr ein gesunder Geist in einem gesunden Körper wohnen", so heiſst es einerseits. Anderseits schreitet unsere moderne Kultur rastlos vorwärts, und daher ist für die Schule eine Steigerung der Leistungen notwendig, wenn es nicht dahin kommen soll, daſs die Gebildeten sich in eine Reihe verschiedener Klassen teilen, von denen eine kein Verständnis für die andere hat. Die Berechtigung der zweiten Forderung, die Leistungen zu steigern, muſs, glaube ich, jedem einleuchtend sein, über die erste ist vielfach gestritten worden. Die Anforderungen, welche an die Arbeitskraft der Schüler gestellt werden, sind an den verschiedenen höheren Schulen verschieden. Daſs auf dem Gymnasium zu Lemgo, an welchem der Schreiber dieses Artikels wirkt, die Schüler nicht unter der Arbeitslast erkranken, wird jeder zugeben, der nur einen Blick auf unsere Primaner geworfen hat. Gleichwohl wäre eine Verminderung der häuslichen Arbeiten wünschenswert. Denn soll aus jedem das werden, wozu er durch seine natürlichen Anlagen bestimmt ist, so muſs ihm von früh auf Zeit bleiben, sich in den Dingen auszubilden, zu welchen ihn seine individuellen Neigungen treiben. Die Arbeitszeit der Schüler soll also eine kürzere, die Leistungen aber sollen gesteigert werden. Nur auf eine Weise ist dies möglich: durch eine Vervollkommnung der Unterrichtsmethoden. Ich habe schon seit mehreren Jahren meinen Schülern in meinem Fache, der Mathematik (den Unterricht in diesem Fache gebe ich in allen Klassen auſser der Quarta), keine häuslichen Arbeiten gegeben; dennoch sind die Leistungen normale; ich gebe mich sogar der Hoffnung hin, dieselben im Laufe einiger Jahre über das gewöhnliche Niveau zu heben. Im folgenden will ich nun die Grundzüge meiner Methode kurz auseinandersetzen. Zu dem Zweck werde ich zunächst einige Forderungen aufstellen, welchen nach meiner Ansicht die Lehrstunden genügen müſsen, um hierauf anzugeben, durch welche Mittel ich sie zu erfüllen suche. Diese Forderungen sind die folgenden:

1) Der Schüler muſs so viel wie möglich in Selbstthätigkeit gehalten werden. Wohl jeder, der eine mathematische Vorlesung gehört hat, weiſs, wie schwer es in der Mathematik ist, einem fremden Gedankengange zu folgen und welche Energie oft dazu gehört, die Auf-

---

*) Mit Zustimmung des Hrn. Verfassers abgedruckt aus den Neuen Jahrbüchern für Philologie. II. Abt. (redig. v. Masius) Jahrg. 1883. 3. Heft, zum Zwecke des Vergleichs mit dem Vortrage von Helmes in Heft 5, S. 393 u. f. Man wolle mit diesen beiden Artikeln auch vergleichen den ähnlichen Artikel des Herausgebers in ds. Z. I, 216 u. f. Red.

merksamkeit in der zum Verständnis nötigen Spannung zu halten; daſs ferner alles, was man ohne eigne produktive Thätigkeit nur gehört oder gelesen hat, gewöhnlich nur kurze Zeit im Gedächtnis haftet. Daher braucht man sich auch nicht zu wundern, wenn die Schüler den vorgetragenen Theorien nicht aufmerksam folgen und dieselben nach kurzer Zeit vergessen haben. Die in der Schule vorkommenden Sachen sind freilich weit einfacher, als die im Kolleg, in demselben Verhältnis aber ist die Fassungskraft des Schülers geringer als die des Studenten.

2) Es darf kein Abschnitt eher durchgenommen werden, als die Schüler in den vorhergehenden völlig sicher sind. Die Berechtigung dieser Forderung wird jeder zugestehen, sie vollständig zu erfüllen, ist aber auf höhern Schulen kaum möglich. Die erste Stufe der Arithmetik bildet nämlich das Rechnen; ohne eine gewisse Fertigkeit in diesem kann man jene nicht mit Erfolg treiben. Nun ist aber das Rechnen aus Gymnasien Nebensache; wer in demselben nichts leistet und nur in den Sprachen den Anforderungen genügt, wird versetzt; daher ist auch die von den Schülern auf das Rechnen verwandte Mühe eine geringe, und es wird nur von wenigen so viel gelernt, wie zur Mathematik nötig ist. Einen Vorwurf will ich hiermit den Gymnasien nicht machen; wollte man nicht ein Fach als Hauptfach ansehen, sondern in allen Gegenständen gleich viel verlangen, so würde man bei den meisten Schülern in keinem etwas Ordentliches erreichen. Auch wird auf den mir bekannten Realschulen das Rechnen nicht besser gelernt, als auf Gymnasien. Aus diesem Grunde wird der Lehrer der Mathematik so viel wie möglich darauf hinwirken müssen, daſs die Mängel im Rechnen ausgeglichen werden und daſs im übrigen die hier geforderte Sicherheit in den vorhergehenden Abschnitten, ehe weitergegangen wird, erreicht werde.

3) Es ist eine genaue Kontrole der Leistungen jedes einzelnen Schülers nötig, weil sonst die Erfüllung der zweiten Forderung unmöglich wird.

4) Bevor ein Lehrsatz (oder eine Theorie) durchgenommen wird, müſsen dem Schüler die in demselben vorkommenden Begriffe geläufig sein. Möge es mir vergönnt sein, diese Forderung durch einige Beispiele zu erläutern. Zu den leichtesten Teilen der Mathematik gehört die Lehre von den Potenzen. Als ich über diesen Gegenstand zum ersten mal unterrichtete, wunderte ich mich sehr darüber, daſs manche Schüler die Lehrsätze und die Beweise nach kurzer Durchnahme noch nicht kannten und daſs sie dieselben sehr bald wieder vergessen hatten. Dieselbe Erfahrung mag wohl mancher andere Lehrer gemacht haben. Der Grund aber, daſs eine so überaus einfache Theorie noch gewisse Schwierigkeiten machen kann, ist der, daſs dem Schüler, wenn die Sätze über Potenzen durchgenommen werden, der Begriff der Potenz noch nicht geläufig genug ist. Freilich weiſs er, was eine Potenz ist, aber der Begriff ist ihm nicht so geläufig, daſs er, sobald von einer Potenz die Rede ist, auch eine Vorstellung mit derselben verbindet. Wenn man aber zuerst eine Menge von Rechenaufgaben stellt, in welchen Potenzen zu berechnen sind, und hierauf fragt, was $a^4 . a^3$, dann, was $a^p . a^q$ giebt, so wird auch ein schwacher Schüler, ohne es „gehabt“ zu haben, die richtige Antwort geben. Ebenso werden auch die übrigen Sätze über Potenzen sich von selbst ergeben und, weil aus eigner Anschauung hervorgegangen, nicht wieder vergessen werden; die Beweise, die alle aus der Definition folgen, werden gar keine Schwierigkeiten machen. In der Geometrie sieht man häufig, daſs die Sätze, in welchen Proportionen vorkommen, schwer verstanden werden. Der Grund davon ist gewöhnlich wieder der, daſs den Schülern, wenn sie auch wissen, was ein Verhältnis und eine Proportion ist, diese Begriffe doch nicht geläufig genug sind. Ähnliches findet in der Trigonometrie und wohl in allen anderen Teilen der Mathe-

matik statt. Dafs die verlangte Geläufigkeit nicht durch sorgfältiges Auswendiglernen der Definitionen, sondern nur durch viele Übungsaufgaben erreicht werden kann, ist klar.

5) Der Unterricht mufs nicht auf die Klasse im allgemeinen, sondern auf jeden einzelnen Schüler gerichtet sein. Manche Pädagogen haben gerade die entgegengesetzte Ansicht. Ich war früher Lehrer an einer berühmten Realschule erster Ordnung. Der Direktor derselben hatte eine eigentümliche Methode und sorgte durch fortwährendes Umhergehen in den Klassen dafür, dafs dieselbe auch von allen übrigen Lehrern der Anstalt befolgt wurde. „Der Unterricht", sagte er, „mufs in militärischer Weise betrieben werden." Es durfte nichts vorgetragen werden, nur Fragen stellen durfte der Lehrer, und zwar nur kurze Fragen.*) Diese Fragen mufsten ferner so beschaffen sein, dafs alle Schüler — höchstens mit ganz wenigen Ausnahmen — sie beantworten konnten. Das letzte Wort der Frage mufste, wie bei einem militärischen Kommando, betont werden, worauf alle Schüler (ausgenommen in der Prima) gleichmäfsig die Finger erhoben. Hierauf nannte der Lehrer einen derselben, es folgte entweder mit Blitzesschnelle die Antwort, oder der Nachbar gab sie und setzte sich (meistens auf ein Zeichen des Lehrers, welches oft jedoch als selbstverständlich unterblieb) über den zuerst Gefragten.**) Alles mufste so schnell wie möglich gehen. „Einem Lehrer, der 50 Fragen in der Stunde stellt", sagte der Direktor, „ist derjenige vorzuziehen, welcher 100 stellt, diesem wieder der, welcher 200 stellt." Sollte jemandem diese Methode lächerlich erscheinen, so liegt es nur an meiner Darstellung; wenn man in der betreffenden Schule einmal dem Unterricht irgend eines Lehrers beiwohnt, so bekommt man durchaus nicht den Eindruck des Lächerlichen. Die Leistungen indessen sind, oder waren wenigstens bis vor vier Jahren, als ich von dort abging) minimale. Erstens sieht man, dafs dem Schüler jede Selbstständigkeit genommen wird; zweitens ist es nicht möglich, auf Kommando mit der nötigen Schnelligkeit nachzudenken. Der Unterricht war bei dem einen Teil der Lehrer ein sehr trivialer, denn nur bei trivialen Fragen ist, wie man wohl zugeben wird, der angegebene Mechanismus möglich. Daher kam es, dafs bei allen befähigten Schülern gar kein Nachdenken nötig war und dafs sie gar nicht auf den Gedanken kamen, nachzudenken, wodurch das Triviale des Unterrichts noch erhöht wurde. Bei dem andern Teil der Lehrer war es nicht besser. Das ganze Semester lang wurden immer dieselben Fragen, die vorher mit ihren Antworten vom Lehrer ausgearbeitet waren, wiederholt. Ein Fragen- und Antwortenbuch über irgend ein Fach für ein Semester umfafste etwa 400 Fragen. Diese wurden in wenigen Stunden alle durchgenommen, darauf kam abwechselnd in einer Stunde die ganze erste, in der nächsten die ganze zweite Hälfte des Pensums daran; hierauf erfolgten die Antworten so schnell, dafs in einer Stunde alle 400 Fragen absolviert werden konnten. Dies war etwa dann der Fall, wenn der dritte Teil oder die Hälfte des Semesters abgelaufen war. Bis zum Schlufs des Semesters waren dann alle Stunden absolut gleich (da ich, wie alle jungen Lehrer, regelmäfsig in bestimmten Stunden hospitieren mufste, weifs ich das ganz genau); hierauf folgte das Klassenexamen, in welchem der betreffende Lehrer selbst examinierte und nach dessen Ausfall er vom Direktor beurteilt wurde. Jeder nun, der die betreffende Schule so genau kennt, wie ich, wird mir zugestehen, dafs die Schuld an den eben genannten Misständen, nicht an den Lehrern liegt, sondern an der ihnen vom Direktor aufgezwungenen Methode. Diese ist nach meiner Ansicht nur dann möglich, wenn der Unterricht

*) Das ist doch kaum glaublich! Wenn „nichts vorgetragen" werden darf, so müfsen ja die Schüler Autodidakten werden! Konnte denn eine solche Schule mit so verrotteter Didaktik, wie sie hier geschildert ist, vor der hohen Schulbehörde bestehen? Red.

**) Während der Lehrstunde? Welche Störung! Red.

sich entweder in ganz trivialen Sphären bewegt, oder sich auf mechanisches Eintrichtern eines bestimmten Gedächtnisstoffes beschränkt. Ich habe mich davon überzeugt, daſs im mathematischen (und ebenso wohl in jedem andern) Unterricht um so mehr erreicht wird, je mehr man sich davon entfernt, die Klasse als ein unteilbares Ganzes aufzufassen und je mehr man statt dessen jeden einzelnen Schüler berücksichtigt.

Nachdem ich nun eine Reihe von Forderungen aufgestellt habe, denen nach meiner Ansicht der mathematische Unterricht genügen muſs, will ich jetzt die Methode auseinandersetzen, nach welcher ich dieselben zu erfüllen suche. Vorher will ich jedoch bemerken, daſs bei uns Ober- und Unterprima kombiniert sind und wöchentlich vier mathematische Lehrstunden haben; Ober- und Untersekunda haben drei kombinierte Mathematikstunden und je eine getrennte; Ober- und Untertertia haben je zwei getrennte und eine kombinierte. Der Grund dieses auf den ersten Blick sonderbaren Stundenplanes liegt darin, daſs der Direktor bestrebt ist, die beiden Sekunden und ebenso die beiden Tertien so weit zu trennen, wie es die vorhandenen Lehrkräfte gestatten. Da für die Sekunden die vollständige Trennung in der Mathematik nicht möglich war, so wurde sie wenigstens in einer Stunde vom Direktor ausgeführt, „damit ich mit Obersekunda wenigstens einmal wöchentlich andere Sachen als die schon in Untersekunda durchgenommenen treiben könnte“. Tertia ist nach dem vom Direktor aufgestellten Stundenplan in den zwei wöchentlichen Naturgeschichtsstunden kombiniert, in der Mathematik (je drei Stunden wöchentlich) getrennt; da es aber in der Naturgeschichte ganz besonders schwer ist, eine groſse Klasse zu unterrichten, so gebe ich statt dessen Naturgeschichte einmal kombiniert und für jede Klasse einmal getrennt, Mathematik dagegen in der oben angegebenen Weise.

Ich habe nun die Trennung von Ober- und Unterprima dadurch erreicht, daſs ich von beiden Abteilungen abwechselnd (also von jeder zweimal wöchentlich) Extemporale schreiben lasse; während die eine schreibt, wird die andere unterrichtet. In Sekunda lasse ich in den drei kombinierten Stunden die beiden Abteilungen abwechselnd (also jede ein- und zweimal wöchentlich), in Tertia in der kombinierten Stunde beide Abteilungen zugleich schreiben. Jeder Schüler bekommt zum Extemporale einen Zettel mit Aufgaben, und zwar bekommen alle verschiedene Aufgaben. Ich schreibe zu jeder Stunde eine Anzahl (durchschnittlich acht) verschiedene Zettel und vervielfältige sie dann mittels des Hektographen. Daſs die Zettel verschieden sind, ist durchaus notwendig. Ich besuchte als Schüler zwei verschiedene Gymnasien. Auf dem einen derselben schrieben alle Schüler ihre (häuslichen) mathematischen Arbeiten von mir ab; auf dem andern waren mehrere, von denen jeder einen Teil der Klasse abschreiben lieſs. Als ich nach Lemgo kam und häusliche Arbeiten anfertigen lieſs, sah ich ebenfalls, daſs manche derselben abgeschrieben waren; freilich dabei so umgeändert, daſs ich den Abschreibern ihre Betrügerei nicht nachweisen konnte. Dasselbe Übel findet sich ganz gewiſs auch auf den meisten übrigen Schulen. Im Extemporale würden (besonders, da meine Aufmerksamkeit immer durch den Unterricht der einen Abteilung in Anspruch genommen wird und ich die Schreibenden daher nicht im Auge haben kann) die schwachen Schüler, wenn alle dieselben Aufgaben hätten, ebenfalls von ihren Nachbarn abschreiben. Nachdenken ist eben nicht jedermanns Sache; die Scheu vor demselben ist bei vielen so groſs, daſs sie, um es zu vermeiden, jedes Mittel ergreifen; ist einige male eine Arbeit aus Bequemlichkeit abgeschrieben, so ist es bei der nächsten Aufgabe, welche das Verständnis der vorigen voraussetzt, vielleicht schon unmöglich, sie selbständig zu lösen. Auch dann, wenn dieser Fall nur bei einigen wenigen Schülern eintreten sollte, ist der daraus erwachsende Schaden gröſser, als man wohl denkt. Sind nur einzelne da,

welche kein Verständnis für den im Unterricht behandelten Gegenstand haben, so wird der Lehrer (wenn er sie nicht völlig ignorieren will) nicht umhin können, unverhältnismäſsig viel Zeit für sie zu verschwenden; ferner werden viele andere Schüler, sobald sie sehen, daſs sie noch nicht die schwächsten sind, in ihren Anstrengungen ebenfalls nachlassen. Besonders aber hat es die schlimmsten Folgen, wenn die Schüler sehen, daſs es auch durch andere Mittel, als durch eigne Kraft, möglich ist, den gestellten Anforderungen zu genügen. Ich habe es früher versucht, immer zwei Aufgaben zu diktieren, so daſs immer wenigstens die Nachbarn verschiedene Aufgaben hatten; aber auch dies nützte bei der Gegenseitigkeit, mit welcher die Schüler sich in ihren Betrügereien zu unterstützen suchen, nichts; absehen konnten sie nicht, steckten sich aber Zettel zu. Bei meiner jetzigen Methode glaube ich aber, da nie mehr als vier Schüler der Klasse dieselbe Aufgabe haben, diese vier aber bänkeweit auseinandersitzen, die Betrügereien fast unmöglich gemacht zu haben.*)

Weil das Extemporale den Hauptfaktor meines Unterrichts bildet, suche ich es durch alle möglichen Mittel zu erreichen, daſs die Schüler die gröſste Mühe auf dasselbe verwenden. Für jedes Extemporale giebt es eine Nummer; am Schluſs des Semesters wird für jeden aus allen seinen Nummern das arithmetische Mittel berechnet, und dies erhält er als Prädikat im Zeugnis, von welchem wieder die Versetzungen abhängig sind. Von Zeit zu Zeit werden alle Nummern vorgelesen, und dabei wird eindringlich darauf hingewiesen, daſs nur vom Extemporale die Beurteilung abhängt. Ich weiſs, daſs die meisten meiner Kollegen sagen werden, die Beurteilung eines Schülers dürfe kein Rechenexempel sein. Ich antworte, daſs es für einen Lehrer, der sich mit Liebe seiner Aufgabe hingiebt und nicht die ihm anvertrauten Schüler als ein totes Material betrachtet, ganz unmöglich ist, über dieselben nach den allgemeinen im Unterricht gewonnenen Eindrücken objektiv zu urteilen; das Urteil wird immer ein mehr oder weniger subjektives sein, wenn auch diejenigen, bei welchen dies am meisten der Fall ist, es nicht glauben. Jedenfalls ist meine Methode der Beurteilung ein ausgezeichneter Sporn. Während die Arbeiten geschrieben werden, sieht man an den Gesichtern, daſs es niemandem gleichgültig ist, ob er seine Aufgabe löst oder nicht. Wirkt es aber nicht nachteilig auf die Schüler, wenn man sie daran gewöhnt, nur für einen unmittelbaren Erfolg zu arbeiten? Ich antworte hierauf folgendes. Man kann die Schüler in vier verschiedene Klassen teilen. Die erste umfaſst diejenigen, welche so träge sind, daſs sie entweder nur durch äuſseren Zwang, oder auf keine Weise zur Arbeit und zum Nachdenken gebracht werden können; zur zweiten gehören die, welche arbeiten, um vorwärts zu kommen; die Schüler der dritten Klasse arbeiten aus Pflichtgefühl; die der vierten endlich aus reinem Interesse für die Wissenschaft. Zu der letzten Klasse gehören immer nur wenige, welche ich nach einer ganz anderen Methode behandle, als die übrigen; es wird weiter unten von ihnen die Rede sein. Was die trägen Schüler betrifft, so wird jeder Lehrer mir zugeben, daſs man schon immer etwas erreicht hat, wenn man sie auf irgend eine Weise dazu gebracht hat, ihre Faulheit einmal zu überwinden; dies kann man aber am leichtesten dadurch, daſs man ihnen einen unmittelbaren Erfolg ermöglicht. Die pflichttreuen Schüler (die moralisch natürlich auf der höchsten Stufe stehen) haben fast immer auch gute Leistungen aufzuweisen, und wenn sie häufig sehen, daſs dieselben anerkannt werden, so schadet das nicht. Nur bei der zweiten Klasse, den Strebern, fragt es sich, ob meine Beurteilungsmethode gefährlich auf sie wirkt. Das Streben, vorwärts zu kommen und Anerkennung zu finden,

*) Gegen die Methode, den Schülern verschiedene Aufgaben, d. h. jedem Schüler eine andere Aufgabe zu geben, läſst sich nur die schwerwiegende Einwendung machen, daſs dann der gleiche Maſsstab der Beurteilung (der Lösungen) verloren geht. Red.

ist jedoch an sich nicht tadelnswert; ohne dasselbe wäre ein Fortschritt der Menschheit kaum denkbar, da es solche, die das Gute um seiner selbst willen thun, nur sehr wenige giebt. Daſs uns die genannte Eigenschaft häufig gehässig erscheint, rührt nur daher, daſs sie oft mit rücksichtslosem Egoismus verbunden ist. Letzterer wird durch meine Methode nun nicht gefördert, denn jede Arbeit wird ohne Rücksicht auf die übrigen beurteilt; es wird nicht etwa immer eine Rangordnung bestimmt, so daſs es nur auf den relativen Wert einer Arbeit im Vergleich mit den übrigen ankommen würde. Die Schüler der in Rede stehenden Klasse würde ich, wenn ich mir das genannte Mittel nicht erlauben wollte, schwerlich zu angestrengter Thätigkeit bringen können. Sind sie jedoch einmal zu eifrigem Nachdenken über mathematische Gegenstände gebracht, so kann es auch wohl dahin kommen, daſs sie an der Mathematik selbst Gefallen finden, und dann werden ganz von selbst die Leistungen gute werden.

Durch die Extemporalien werden nun zunächst die Schüler zu selbstständigem Nachdenken gezwungen. Als ich das erste Extemporale in der genannten Weise in Tertia schreiben lieſs (ich hatte damals beide Tertien noch nicht getrennt), hatte jeder eine Konstruktionsaufgabe zu lösen. Bald nachdem die Zettel ausgeteilt und die Aufgaben gelesen waren, stand auf etwa der Hälfte der Gesichter Verzweiflung geschrieben; sehnsüchtig schweiften die Blicke über die Blätter der Nachbarn; allein die hatten ganz andere Aufgaben. Aber es muſste etwas zu Tage gefördert werden, und nach und nach setzten sich auch alle Federn in Bewegung. Bei der Korrektur zeigte sich freilich, daſs wohl die Hälfte der Arbeiten das Prädikat: „blühender Blödsinn“ verdiente. Hätte ich die Arbeiten im Hause anfertigen lassen und allen dieselbe Aufgabe gegeben, so wären sie weit besser ausgefallen, ich hätte weit weniger unsinniges Zeug zu lesen bekommen. Dann würde nicht nur von denen, die die Aufgabe nicht lösen konnten, sondern auch von denen, welchen die Lösung nicht im ersten Augenblick einfiel, ein groſser Teil zu einem guten Freunde gegangen sein und ihn um Rat gefragt, oder auch geradezu von ihm abgeschrieben haben. Durch jenes Extemporale aber erreichte ich einmal, daſs verhältnismäſsig viele Schüler die Aufgaben lösten, und zweitens wuſste ich die, welche sie noch nicht lösen konnten. Diese wurden in den nächsten Lehrstunden hauptsächlich berücksichtigt, und im Laufe des Semesters kam es schlieſslich dahin, daſs ich nur noch ausnahmsweise bei einer Arbeit: „blühender Blödsinn“ denken muſste.

Dadurch, daſs immer eine Extemporale-Stunde und eine Lehrstunde (oder höchstens zwei) mit einander abwechseln, wird es ferner ermöglicht, daſs die mathematischen Theorien dem Schüler nicht als ein von auſsen kommender Stoff erscheinen über Dinge, die ihm ziemlich fern liegen, sondern daſs sie sich, bei einiger Nachhilfe des Lehrers, aus seinem eignen Verstande heraus fast von selbst entwickeln. Am meisten ist dies in der Arithmetik der Fall (ich nehme in Sekunda und in Tertia im Sommersemester Planimetrie, im Wintersemester Arithmetik durch; in Prima nehme ich abwechselnd in einem Jahr Trigonometrie, im andern Stereometrie und verwende auf Planimetrie und Algebra die Reste, die in jedem Jahr von der Zeit übrig bleiben). Ich lege meinem arithmetischen Unterricht das ausgezeichnete Übungsbuch von Bardey zu Grunde. In der Lehrstunde werden immer einige Aufgaben durchgenommen, in der Extemporalestunde giebt es dann ähnliche Aufgaben. Dabei ist es immer mein Streben, ein mechanisches „Können“ zu vermeiden und ein wirkliches Verständnis zu erreichen. Zu dem Zweck habe ich den verschiedenen Abschnitten eine andere relative Ausdehnung gegeben, als sie in dem Bardey'schen Buche räumlich haben. Ehe ich in Tertia mit der Addition und Subtraktion der Buchstabenausdrücke beginne, verwende ich mehrere Wochen auf Aufgaben von der Art, wie sie sich im Bardey auf S. 4, Nr. 46

und 47 (Berechnung von Zahlenausdrücken und von Buchstabenausdrücken für gegebene Werte der vorkommenden Buchstaben) finden, in sehr großer Zahl, und zwar nicht nur mit ganzen Zahlen, sondern auch mit gemeinen Brüchen und Decimalbrüchen. Dadurch werden die Schüler nicht nur im Rechnen geübt (ein nicht zu unterschätzender Vorteil), sondern es wird auch das Verständnis der algebraischen Ausdrücke erreicht. Daſs letzteres (wenigstens, wenn die Ausdrücke nicht überaus einfach sind) häufig nicht vorhanden ist, habe ich an vielen Schulen gesehen, auch läſst es sich auf keine andere Weise erklären, daſs manche sehr einfache Abschnitte, z. B. der von der Zerlegung in Faktoren, oft nicht verstanden werden. Nach den auf die genannten Aufgaben verwandten Wochen brauche ich zu den Abschnitten über Addition und Subtraktion, die den Schülern sehr leicht werden, nur wenig Zeit und gehe dann zu den Gleichungen ersten Grades und ihren Anwendungen, indem ich dasjenige aus der Multiplikation und Division, was bei leichten Gleichungen unumgänglich notwendig ist, beiläufig erkläre. Genauer werden die Multiplikation und Division (und wieder Gleichungen) dann erst in Obertertia durchgenommen. In Sekunda wird bei weitem die meiste Zeit auf die Gleichungen verwandt, und zwar lege ich (hauptsächlich in Untersekunda) das gröſste Gewicht auf die Aufgaben, in welchen die Gleichungen erst zu bilden sind. Durch diese Aufgaben werden nämlich die mathematischen Fähigkeiten ganz besonders gefördert, sie lassen sich nicht ohne Nachdenken lösen, während bei den gegebenen Gleichungen (die übrigens durchaus nicht vernachlässigt werden) immer die Gefahr des mechanischen Einpaukens nahe liegt. Auf die Logarithmen verwende ich einige Wochen ausschlieſslich; alle noch übrigen Abschnitte, z. B. die über Potenzen (mit ganzen und gebrochenen, positiven und negativen Exponenten) werden beiläufig behandelt, indem immer nur ein Teil der Stunde auf sie verwandt wird und auf den Extemporale-Zetteln immer nur ein Teil der Aufgaben dieselben betrifft. Auch solche Gleichungen, in welchen Potenzen und Wurzeln vorkommen, werden häufig gegeben. Bei den genannten Abschnitten wird hauptsächlich darauf Gewicht gelegt, daſs allen die vorkommenden Begriffe geläufig werden; die verschiedenen Transformationen der Wurzelgröſsen werden ebenfalls durchgenommen, doch wird nur wenig Zeit zu denselben gebraucht. Was die Beweise betrifft, so kommen in Sekunda nur wenige zu beweisende arithmetische Sätze (über Potenzen, Wurzeln und Logarithmen) vor, deren Beweise sich immer (diejenigen aus der Logarithmenlehre vielleicht ausgenommen) sehr leicht erledigen. In Tertia dagegen lasse ich mich nic[ht] auf eine strenge wissenschaftliche Ableitung der arithmetischen Sätze ein, sondern suche sie den Schülern nur plausibel zu machen. Die strenge[n] Beweise dieser Sätze habe ich ein einziges mal (während meines Prob[e]jahres) durchgenommen, werde es aber, wenigstens auf der unterst[en] Stufe, nie wieder thun. Diese Beweise sind zwar sehr leicht, aber seh[r] abstrakt und werden deshalb von den Schülern schwer verstanden un[d] nur mit dem Gedächtnis aufgefaſst; sie nehmen sehr viel Zeit fort, lasse[n] manchem die Mathematik (was immer den Leistungen äuſserst hinderlic[h] ist) als etwas erscheinen, was über seinen Horizont geht, und förder[n], d[a] sie fast immer (auch wenn sie verstanden werden) nur im Gedächtni[s] haften, die mathematischen Fähigkeiten nicht. Sollte ich gezwunge[n] werden, diese Beweise doch durchzunehmen, so würde ich sie lieber [in] Obersekunda nachholen; auf dieser Stufe ist der Verstand schon wei[t] entwickelt, und der Schüler ist auſserdem vertrauter mit den Gege[n]ständen, um welche es sich handelt. Der Unterricht in der Trigon[o]metrie wird ähnlich gehandhabt, wie der in der Arithmetik, doch wi[rd] hier mit voller wissenschaftlicher Strenge verfahren. Da es mir jedo[ch] besonders an einem völlig klaren Verständnis liegt, nehme ich den St[off] in etwas anderer, als in der gewöhnlichen Ordnung durch, um schon

den ersten Wochen praktische Messungen (die Schule ist im Besitz eines guten Spiegelsextanten) mit den Schülern anstellen zu können. Zu diesen Messungen (die natürlich nicht während der Schulstunden angestellt werden) wird die Prima in vier Abteilungen geteilt und immer nur eine mitgenommen; die Zeit, welche ich zu diesen Übungen brauche, halte ich für sehr gut angewandt. In der Planimetrie lasse ich in den Extemporalien Constructionsaufgaben lösen, in den Lehrstunden nehme ich (aufser den zu den Aufgaben nötigen Erläuterungen) die Lehrsätze durch, und zwar nach der Euklidischen Methode. Ich ziehe letztere den neueren Methoden vor, denn erstens übertrifft sie dieselben an Eleganz; Euklids Mathematik ist eins der gröfsten Kunstwerke des Altertums.*) Zweitens hat die Euklidische Methode für die Schule noch den Vorzug, dafs jeder Lehrsatz mit seinem Beweise, wiewohl er ein Baustein des ganzen Gebäudes ist, doch wieder ein abgeschlossenes Ganzes für sich bildet. Nach dem Gesagten scheint es nun, als ob in meinem Unterricht in der Planimetrie die Extemporalien neben den Lehrstunden herlaufen, ohne mit ihnen im Zusammenhang zu stehen. Dies ist jedoch nicht der Fall. Bei den Extemporalien beschäftigen die Schüler sich mit planimetrischen Begriffen und üben sich im geometrischen Denken, und hierdurch werden ihnen auch die Lehrsätze verständlicher und die Beweise leichter, so dafs dieselben in den Stunden allein gelernt werden können. Freilich habe ich die Absicht, später den Zusammenhang zwischen den Lehrstunden und Extemporalstunden dadurch noch unmittelbarer zu machen, dafs ich in den Extemporalstunden nicht nur Aufgaben lösen, sondern in eben so grofser Ausdehnung Beweise finden lasse. Es würde sich hierdurch erreichen lassen, dafs die meisten Schüler die Beweise des Systems (einige, z. B. den des Pythagoreischen Satzes, ausgenommen) ohne vorherige Durchnahme ex tempore führen könnten und sich nur den Zusammenhang der Sätze unter einander (die Reihenfolge) zu merken brauchten. Die Leistungen in der Planimetrie (und ganz besonders auch in der Stereometrie würden dadurch ganz bedeutend gesteigert werden, doch ist es nicht möglich, vor jeder Extemporalstunde in kurzer Zeit eine hinreichende Anzahl passender Lehrsätze (den Schülern verschiedene Themata zu geben, davon werde ich nie abgehen) zu finden. Aus diesem Grunde werde ich die genannte Verbesserung meiner Methode nur allmählig im Laufe einiger Jahre durchführen können; so lange werde ich freilich meinen arithmetischen Unterricht für besser halten, als den planimetrischen.

Dafs bei meiner Unterrichtsmethode eine genaue Controle der Leistungen eines jeden Schülers möglich ist, ist klar. Sobald ich mit meiner Aufgabensammlung fertig bin und wieder mehr Zeit zu meiner Verfügung habe, werde ich diese Controle jedoch noch verschärfen. Ich werde (was durch die Extemporalien möglich wird) über jeden Schüler genau Buch führen, welche Teile des Pensums er kann und welche nicht und woran es liegt, wenn er etwas nicht versteht. Sobald ich aber hierüber orientiert bin, wird es mir auch möglich sein, dafür zu sorgen, dafs die vorhandenen Lücken ausgeglichen werden. Der zu bewältigende Stoff ist ja nur ein beschränkter, und die Ansicht, dafs es manchem sonst normal befähigten Schüler unmöglich sei, sich denselben zu eigen zu machen, ist nicht richtig; sorgt man nur fortwährend dafür, dafs jeder Schüler alles lernt, was gelernt werden mufs, so wird man es auch erreichen.

Man sieht jetzt auch, dafs es bei meiner Methode nicht die Classe im allgemeinen ist, auf welche der Unterricht hinzielt, sondern jeder einzelne Schüler. Um diesen Zweck leichter erreichen zu können, habe ich auch die Klassen so weit wie möglich geteilt; ich habe ja z. B. Ober- und

*) Man vergleiche hiermit unsern Artikel „die Principien des 1. Buches von Euklids Elementen" in dieser Z., Band III. S. 114 u. f., besonders aber den Schlufs S. 141—143. Red.

Untersekunda, die nach dem Stundenplan der Schule kombiniert sind, in der oben angegebenen Weise von einander getrennt. Von Ostern an werden die beiden Sekunden wirklich von einander getrennt werden; dann werde ich jede dieser Klassen wieder in zwei Abteilungen (eine bessere und eine schwächere) die in der Weise von einander getrennt sind, wie jetzt Ober- und Untersekunda. Die befähigtsten Schüler pflege ich nicht mit der Classe zu unterrichten. Ich lasse sie vielmehr während der Stunden abwechselnd selbständig nach einem Buche bestimmte Abschnitte durchnehmen und Aufgaben ausarbeiten. Als Stoff für diese Schüler nahm ich früher die letzten Abschnitte der Elementarmathematik (arithmetische Reihen höherer Ordnung und dergl.), in der letzten Zeit habe ich statt dessen (und zwar mit Erfolg) analytische Geometrie und Differentialrechnung genommen. Hierbei wird es dann allerdings nötig, von Zeit zu Zeit den betreffenden Schülern eine Stunde aufserhalb der Schulstunden zu geben. Aus den besten Schülern eigne Abteilungen zu machen, empfehle ich ganz besonders meinen Kollegen; man wird dabei immer bei sehr geringer Mühe relativ bedeutendes erreichen. Freilich wird man sich sagen müssen, dafs man hierbei selbst nur sehr wenig gethan hat, aber es ist Pflicht, darauf zu sehen, dafs die Anlagen der befähigten Schüler sich entwickeln und dafs diese nicht, indem sie mit weniger Begabten zusammen unterrichtet werden, nach und nach dahin kommen, an eine Benutzung ihrer Anlagen gar nicht zu denken, sondern gedankenlos dazusitzen.

Nachdem ich jetzt meine Methode in ihren Grundzügen auseinandergesetzt habe, wird man mir sagen: „Ja, dafs nach der Methode etwas zu erreichen ist, glauben wir wohl, aber die Arbeitskraft des Lehrers reicht zu ihrer Durchführung nicht aus.“ Es ist freilich richtig, dafs meine Zeit, seit ich in der besprochenen Weise unterrichte, vollständig durch die Schule in Anspruch genommen ist, ja dafs sich nicht selten die Arbeit in geradezu aufreibender Weise anhäuft und dafs zuweilen eine zufällige Störung die Ausführung der für den nächsten Tag nötigen Arbeiten geradezu zu einer Unmöglichkeit macht. Bei weitem die meiste Zeit brauche ich indessen zur Herstellung der Aufgabenzettel. Bei den Aufgaben z. B., in welchen Gleichungen zu bilden sind, ist es (abgesehen von der Zeit, welche das Aufschreiben erfordert) oft nicht leicht, eine genügende Anzahl von Aufgaben zu finden, die alle einen ganz bestimmten Gegenstand behandeln, aber doch so von einander abweichen, dafs sie dem Schüler als ganz verschieden erscheinen. Auch die Herstellung von Gleichungen ist oft (da sie immer ganz bestimmten Bedingungen genügen müssen) zeitraubender, als man sich vorher denkt; die Anzahl der Aufgaben auf einem Zettel mufs oft (da alle Schüler die Stunde über beschäftigt sein müssen und manche bald eine ziemliche Fertigkeit erreichen) eine ziemlich grofse sein. Ich lasse mir jedoch die Zettel regelmäfsig zurückgeben und bewahre sie auf; im nächsten Jahre werde ich sie wieder brauchen können. Da die Anzahl der verschiedenen Zettel immer eine grofse ist, so wird ein altes Heft einem Schüler nur sehr selten nützen können. Raffinierte Betrügereien von seiten solcher Schüler, die nichts so sehr scheuen, als die Arbeit und das Nachdenken, möchten freilich doch möglich sein; es soll aber auch nicht jedes Jahr genau dieselben Zettel geben, sie sollen vielmehr nach und nach fortwährend verbessert werden. Auch sind die Leistungen der Schule im Steigen begriffen, und schon deshalb werde ich in den nächsten Jahren häufig andere Aufgaben geben müssen, als jetzt; doch wird durch die schon vorhandenen Zettel die Arbeitslast eine bedeutend geringere werden. Kollegen von mir, welche geneigt sein sollten, es mit meiner Methode zu versuchen, können die Zettel (gegen eine Vergütung von 15 Mark für ein Jahrespensum für 40 Schüler) von mir beziehen; ich habe immer so viel Exemplare abgezogen, wie für 200 Schüler nötig sind. Nur von den Zetteln für Obertertia habe ich keine übrig und die stereometrischen

werden erst im Laufe dieses Jahres fertig werden. Auch will ich vorher sagen, daſs zuweilen einige Abdrücke (wie es beim Hektographen zu gehen pflegt) etwas blaſs geworden sind und undeutliche Wörter vor dem Gebrauch korrigiert werden müssen. Die Korrekturen der Hefte nehmen bei weitem nicht so viel Zeit in Anspruch, wie die Anfertigung der Zettel. Man erlangt nach und nach eine solche Gewandtheit im Korrigieren, daſs man häufig die Hefte nur aufzuschlagen braucht, um zu sehen, ob alles richtig ist, oder wo Fehler stecken. Manche Korrekturen freilich, z. B. die von numerischen trigonometrischen Rechnungen, werden immer zeitraubend bleiben, die groſse Anzahl der nachzusehenden Hefte erfordert auch bei leichten Korrekturen ihre Zeit. Mehr Mühe und Arbeit, als bei den bisher üblichen Unterrichtsmethoden, wird bei meiner (zumal da ich dieselbe fortwährend verbessern werde) immer erforderlich sein. Aber ist es bei unserer hoch entwickelten Kultur noch möglich, ohne leidenschaftliche Energie etwas zu leisten? Wäre ich, meinen Jugendträumen gemäſs, Astronom geworden, so hätte ich einen noch weit gröſseren Aufwand von Mühe und Arbeit nötig. Entsprechen aber die Erfolge den Anstrengungeu? Darüber darf ich selbst nicht entscheiden; ich hoffe aber, daſs nach zwei Jahren, wenn die ersten längere Zeit in meiner Weise unterrichteten Schüler das Abiturientenexamen machen, alle den zu stellenden Anforderungen völlig genügen werden; wenn dann in andern Fächern ebenfalls in meiner Weise vorgegangen würde, so daſs auch hier ohne häusliche Belastung der Schüler das Ziel des Gymnasiums erreicht werden könnte, so wäre es möglich, entweder die Leistungen der Schüler noch weiter zu steigern, oder eine freiere individuelle Entwicklung unserer Jugend herbeizuführen, und die von den Lehrern aufgewandte Mühe würde keine verlorene sein. —

Journalschau.

(Österr.) Zeitschr. f. d. Realschulwesen. Jahrg. VIII.

(Forts. v. Heft 3. S. 236.)

Heft 1.*) Gelcich (Prof. der Nautik in Lussin piccolo), Eine neue Tabelle zur Erleichterung der Schifffahrt im gröſsten Kreise, beziehungsweise zur Einzeichnung des gröſsten Kreises in Mercators Projektion mit Rücksicht auf eine ähnliche Arbeit von K. Friesach (Sitz.-Ber. d. k. k. Akad. d. W. 53. Bd. Hft. 2. 1866). — Pawell-Prag, Synthetische Behandlung einiger wichtiger prismatischer Erscheinungen (I. Brechung homogenen Lichts in Prismen). — Rezensiert u. a.: Umlauft, Kartenskizzen; Plüſs, naturgesch. Bilder; Köllner, Geolog. Entw.-Gesch. der Säugetiere; Tschermack, Mineralogie; Fraſs, geolog. Wandtafeln; Gaideczka, physikal. Maturitätsprüfungen, (für Lehrer der Physik besonders interessant); Klein, Brachyteleskop der Marinesternwarte in Pola.

Heft 2. Forts. des Art. von Pawel im vor. Heft. (II. Synthet. Behandlung der Prismensysteme). — Daurer-Wien, Fundamentalversuch über den Gramme'schen Ring (Zeichenbringer des Bainschen Glockentelegraphen). Perthes Vorschläge über die pädagog. Prüfungen und pädagog. Akademien als zwei dringende Bedürfnisse des höhern Schulwesens (Mitteilung). — Ärztl. Gutachten über d. h. Schulwesen in Elsass-Lothringen im Auszug (s. ds. Z. Heft 2, S. 144). — Rezensiert: Haardt, Landkarte d. Alpen; Pütz-Behr, vergl. Erdbeschreibung, 12. Aufl.; Leuckart-Nitsche, zoolog. Wandtafeln, 6. Lief.; Schlechtendal-Wünsche, die

*) Es sind nur unsere Fächer berücksichtigt.

Insekten; Hackel, Monographia Festucarum europaearum; Flögel, chem. Leitfaden; Doubrava, über Elektrizität; Emsmann, physikal. Aufgaben, 4. Aufl.; Matthiessen, Kommentar zu Heis; Bardey, arithm. Aufgaben; Reidt, planim. Aufgaben und trigonom. Analysis planimetrischer Konstruktions-Aufgaben.

Heft 3. Wolfinau-Leitmeritz, Mineralogie als Unterrichtsgegenstand. — Dischka-Fünfkirchen, eine Erklärung des galvanischen Lichtbogens. — Dupuis-Wien, Eine Berechnungsart des Volumens eines Pyramidenstumpfes vorzugsweise auf Anschauung gegründet für die Schüler der 4. Realklasse. — Rezensiert: Gerstendörfer, ins Erzgebirge eine Ferienreise durch das Egerthal und Erzgebirge (doch nur das böhmische); Chavanne, physikalisch-statistischer Handatlas von Österreich-Ungarn; Fiedler, anatomische Wandtafeln, 6. Aufl.; Taschenberg, die Insekten nach ihrem Schaden (4. Bd. von „das Wissen der Gegenwart"); Wilbrand, Ziel und Methode des chem. Unterrichts. —

Heft 4. Steinhauser, Kegelprojektionen der ganzen Erdoberfläche. — Reilig-Oberhollabrunn, ein neuer Apparat zur Demonstration der Entstehung von stehenden Transversalschwingungen durch Interferenz von transvers. fortschr. Schwingungen. — Wiscočil-Iglau, Identität der Paralelkonstruktion aus Punkten und Tangenten in der neuen und deskriptiven Geometrie. — Rezensiert: Leunis, Synopsis (Zoologie) 3. Aufl., bearb. von Ludwig; Krass-Landois, der Mensch und das Tierreich, 4. und 5. Aufl.; Dalla Torre, Atlas der Alpenflora, Heft 7—12; Letoschek, meteorolog.-geogr. Tableau; Zeuthen, Kegelschnitte.

Nekrolog unseres Mitarbeiters Schwarz.

(Verspätet.)

In der zweiten Hälfte des Juli ds. Jahres (1883) erfuhren wir durch Herrn Gymnas.-Oberlehrer Fuhrmann in Königsberg, daſs unser langjähriger geschätzter Mitarbeiter Prof. Dr. Schwarz, früher Rektor d. h. Bürgerschule in Gumbinnen, zuletzt Prof. am Gymnasium in Hohenstein i. W.-Pr. bereits im September vorigen Jahres (1882) verstorben sei. Im ersten Augenblicke waren wir über diese Nachricht erschrocken, noch mehr aber darüber betroffen, daſs uns dieser Todesfall unbekannt geblieben war und daſs demnach der Verstorbene immer noch auf dem Titelblatte d. Z. als lebendes Mitglied des Red.-Rats fungierte; bald aber wich der Schreck einem Erstaunen, ja einer Entrüstung darüber, daſs keiner der Fachgenossen aus dem Orte seines Wirkungskreises oder aus dessen Nähe, es unmittelbar nach dem Tode desselben für nötig gehalten hatte, uns von dem Hinscheiden dieses treuen Mitarbeiters Kunde zu geben, da es ihnen doch auffallen muſste, daſs der Heimgegangene immer noch auf dem Titelblatte d. Z. stand.*) Wir wendeten uns daher sofort an die Direktion des dortigen Gymnasiums mit der Bitte um Auskunft über den Todesfall sowie um einige biographische Notizen. Wir erhielten hierauf von der gen. Direktion folgendes, die Thatsache bestätigendes Schreiben (dat. v. 19. VII. 83):

„Sehr geehrter Herr! Auf Ihre Anfrage vom 18. erwidere ich Ihnen ganz ergebenst, daſs Herr Prof. Dr. Schwarz am 1. September 1882 an der Ruhr gestorben ist. Ihrem ferneren Wunsche, betr. einen Nekrolog, kann ich nur soweit nachkommen, daſs ich Ihnen die mir zu Gebote stehenden Personalnotizen des Verstorbenen mitteile: Hermann Schwarz,

*) Es müſste denn die Zeitschrift dort gar nicht gelesen werden, was wir nicht annehmen wollen.

geb. 7. Febr. 1828 zu Holdenstedt, Kr. Sangerhausen, besuchte das Gymnasium zu Eisleben, Abiturient Oktober 1846, studierte Mathematik und Naturwissenschaft in Halle; nach Ablegung der Prüfung pro fac. docendi absolvierte er sein Probejahr Ostern 1852 bis dahin 1853 an dem Gymnasium und der damit verbundenen Realschule zu Duisburg, verwaltete dann kommissarisch ebendaselbst eine Hilfslehrerstelle bis Ostern 1854. Seine Anstellungen waren dann folgende:

1. zu Halle als Mathematikus am Kgl. Pädagogium der Frankeschen Stiftungen von Ostern 1854 bis Ostern 1858. — 2. an der Realschule zu Hagen in Westphalen von Ostern 1858 bis Herbst 1863. — 3. an der höheren Bürgerschule zu Düren als erster Lehrer und später als Oberlehrer von 1863 bis Ostern 1867. — 4. Oberlehrer am Gymnasium zu Kottbus von 1867 bis Michaelis 1869. — 5. Rektor der höheren Bürgerschule zu Elmshorn bis Neujahr 1872. — 6. Rektor der höheren Bürgerschule zu Gumbinnen bis Ostern 1882. — 7. zweiter Oberlehrer und Professor am Königl. Gymnasium zu Hohenstein in O.-Pr.

Die litterarischen Publikationen des Verstorbenen waren: 1. Versuch einer Philosophie der Mathematik 1853. — 2. Analyt. Theorie der Dynamik 1854. — 3. Elemente der Zahlentheorie 1855. — 4. De affectione curvarum additamenta quaedam 1856 (Habilitationsschrift.) — 5. Elemente der analyt. Geometrie der Ebene 1858 — 6. Grundzüge einer Elementararithmetik 1859. — 7. Theorie der geraden Linie und der Ebene 1865. — 8. Grundzüge für den Rechenunterricht 1870. — 9. Eine große Anzahl von Abhandlungen teils in Programmen, teils in der Zeitschrift für mathemat. und naturwissenschaftl. Unterricht.*)

Ich füge noch die im letzten Programm auf den Tod des Prof. Schwarz bezüglichen Worte hinzu: — „„Sein Tod war für die Anstalt ein schwerer Verlust. Biederkeit des Charakters, völlige Hingabe an seinen Beruf, Treue und Gewissenhaftigkeit in seinem Amte hatten ihm in kurzer Zeit Liebe und Vertrauen in seinem neuen Wirkungskreise erworben. Seine Beerdigung fand unter Teilnahme des ganzen Lehrerkollegiums und sämtlicher Schüler am 4. Sptbr. statt, und das allgemeine dabei zu Tage tretende Mitgefühl legte Zeugnis davon ab, wie schnell es dem Verstorbenen gelungen war, sich auch bei den ihm ferner stehenden Mitbürgern Achtung zu erwerben.““

Weitere Notizen über sein Leben stehen bei der nur so kurzen Dauer unseres Zusammenwirkens nicht zur Verfügung.

Hochachtungsvoll ergebenst

B. Laudien, Gymnasialdirektor.“

Wir fügen dem hinzu, daß die Redaktion ds. Z. in dem Verstorbenen einen Kollegen schätzte, der vom Anfange an, d. h. seit der Gründung ds. Z., allezeit bereit war, die Redaktion in zuvorkommender Weise zu unterstützen, sei es durch Originalbeiträge, sei es durch Übernahme von Rezensionen, wie denn schon der 1. Bd. ds. Z. einen Artikel von ihm aufweist („Kritische Untersuchungen über die Theorie der algebr. Zahlen“).

Seine Rezensionen waren gründlich, objektiv und in der Form anständig.

Die Redaktion und mit ihr gewiß alle die Zeitschrift Hochschätzenden werden dem Verstorbenen ein bleibendes Andenken bewahren.

---

*) Man sehe z. B.: I, 139 u. f., 177 u. f. II, 15 u. 111. V, 177—217. Red.

Berichtigung.

Wir hatten in unserer Erwiderung auf die Bemerkungen des Herrn Schmitz (Heft 5 S. 336) gesagt: „auch an den Berliner Vorschulen der höheren Lehranstalten ist diese Art der Subtraktion, gegen welche sich anfangs die Elementarlehrer sehr gesträubt haben (durch die Bemühungen des Herrn Dr. Kallius) jetzt gebräuchlich." Herr Prof. Dr. Kallius schreibt uns nun hierüber: „Diese Behauptung trifft leider nicht zu, da, so viel ich weifs, erst eine einzige Schule (nur nicht blos die Vorschule derselben) nämlich das Königstädtische Gymnasium, an welchem ich selbst thätig bin, jene Art der Subtraktion eingeführt hat und zwar mit gutem Erfolge. Dafs meine Bemühungen bis jetzt so wenig erfolgreich gewesen sind, hat weniger darin seinen Grund, dafs die von mir seit vielen Jahren an den verschiedensten Orten empfohlene Methode unpraktisch ist, als darin, dafs sich die Mathematiker der höheren Schulen wenig oder auch gar nicht um den Rechenunterricht kümmern und die Elementarlehrer an den Vorschulen sich nicht so leicht entschliefsen anders zu lehren, als sie auf den Seminaren gelernt haben."

Unser Lob der Berliner höheren Schulen (das auf dem mündlichen Berichte eines andern Herrn beruhete) war also — verfrüht. Leider haben wir auch vor einigen Jahren in Berlin selbst von einem in die dortigen Verhältnisse Eingeweihten hören müssen, dafs sich überhaupt die Lehrer an den höheren Schulen dort nicht gerade sehr um Methodik und Didaktik kümmerten, sondern lieber ihre freie Zeit auf wissenschaftliche Arbeiten verwendeten. —

Einladung zu der 56. Versammlung deutscher Naturforscher und Ärzte.*)

Durch Beschlufs der im vorigen Jahre in Eisenach tagenden Naturforscher und Ärzte wurde die Stadt Freiburg i. B. zum Orte der 56. Versammlung gewählt! Dank dem aufserordentlich wohlwollenden Entgegenkommen, mit welchem die Grofsherzoglich Badische Regierung allen von Seiten der Geschäftsführung geäufserten Wünschen entsprochen hat, und Dank dem äufserst regen und thätigen Interesse, welches sowohl von den städtischen Behörden, wie auch von der Einwohnerschaft unserer Stadt den die Versammlung vorbereitenden Arbeiten entgegengebracht worden ist, sind alle nöthigen Vorbereitungen zum Empfang unserer Gäste getroffen, und so beehrt sich denn der unterzeichnete Geschäftsführer, in üblicher Weise die Naturforscher und Ärzte unseres deutschen Vaterlandes, wie überhaupt alle Freunde der Naturwissenschaften zu einem recht zahlreichen Besuch dieser Versammlung hiermit ergebenst einzuladen.

Den in den letzten Jahren gemachten Erfahrungen und vielseitig geäufserten Wünschen entsprechend soll die Dauer auch der diesjährigen Versammluug auf nur 4 Tage (nämlich den 18., 19., 20. und 21. September) beschränkt werden, und um einem ungestörten, regen wissenschaftlichen Verkehr der Teilnehmer auch während dieser kurzen Zeit thunlichst Rechnung tragen zu können, ist von glänzenden Festlichkeiten, von Bewirthungen und gröfseren Vergnügungen möglichst Umgang genommen: dagegen glaubte die Geschäftsführung die freundliche Einladung zu einem Besuch des Freiburg benachbarten Badeortes, Badenweiler, nicht ablehnen zu sollen, hat aber in dem oben ausgesprochenen Sinn diesen Ausflug erst

---

*) Man vergleiche Heft 4. S. 312. Red.

nach dem officiellen Schlufs der Versammlung, also für den 22. September, in Aussicht genommen.

Die feierliche Eröffnung der Versammlung findet Dienstag, den 18. September, in der ersten allgemeinen Sitzung statt, deren Anfang für 9 Uhr Morgens bestimmt ist, und in welcher auch die Wahl des Ortes für die nächstjährige Versammlung zu erledigen ist. Nach Beendigung dieser ersten allgemeinen Sitzung erfolgt die Einführung der Sektionen in ihre Sitzungslokale.

Aufserdem wird nur noch eine zweite allgemeine Sitzung abgehalten, und mit dieser, welche Freitag, den 21. September, Nachmittags 1 Uhr beginnt, wird die Versammlung geschlossen.

Der Nachmittag des 18., der Morgen des 21. und die Vormittage und Nachmittage des 19. und des 20. September sind für die Sektionssitzungen bestimmt.

In Betreff der Unterhaltungen, welche zur geeigneten Ausfüllung der Abende geplant sind, wird das im Laufe des August zur Versendung kommende, ausführliche Programm*) Auskunft geben, in welchem auch über die für die allgemeinen Sitzungen zugesagten öffentlichen Vorträge, über die für die Sectionssitzungen bis jetzt angekündigten Vorträge, über die Einteilung der Sectionen, über deren Führer und Secretäre, sowie über die für dieselben bestimmten Lokalitäten die nötigen Mitteilungen gemacht werden sollen.

Für die Geschäftsleitung der Versammlung werden im Allgemeinen die folgenden, durch den Usus bewährten Punkte mafsgebend sein:

1. Wenn auch, wie schon der Name der Versammlung sagt, zunächst nur auf den Besuch deutscher Naturforscher und Ärzte reflectirt wird, so ist doch auch nichtdeutschen Gelehrten die Teilnahme an der Versammlung gestattet, ja deren Beteiligung in hohem Grade willkommen.
2. Die Versammlung besteht aus Mitgliedern und Teilnehmern: Mitglied mit Stimmrecht ist statutengemäfs (§ 3 und § 4) jeder Schriftsteller in einem naturwissenschaftlichen oder medicinischen Fach: Teilnehmer ohne Stimmberechtigung kann Jeder werden, der sich wissenschaftlich oder praktisch mit einem der genannten Fächer beschäftigt, oder sich für dieselben interessirt.
3. Für die Mitglieder- und Teilnehmer-Karten werden beim Empfang je 12 Mark entrichtet: Jede dieser Karten berechtigt zum unentgeltlichen Bezug einer Damenkarte: Für jede Damenkarte mehr mufs der Betrag einer Teilnehmerkarte erlegt werden.
4. Zur Entgegennahme von Anmeldungen wird das Anmelde- und Auskunfts-Bureau vom 1. September an bereit sein und von diesem Termin an Mitglieder- und Teilnehmer-Karten gegen Einsendung des Betrages versenden: Mit den Karten zugleich können Wohnungen bestellt werden, deren Zuweisung thunlichst nach Wunsch erfolgen soll. Im Interesse der Gäste dürfte Vorausbestellung von Wohnungen sehr erwünscht sein.
5. Vorläufig beliebe man Anfragen oder Mitteilungen über wissenschaftliche, wie geschäftliche Angelegenheiten an den unterzeichneten Geschäftsführer zu richten.
6. Während der Dauer der Versammlung kann das Tageblatt, in welchem alles Mitteilenswerthe — Liste der Mitglieder und Teilnehmer nebst Angabe ihrer Wohnungen, die Anzeigen angekündigter Vorträge, kurze Referate über die gehaltenen Vorträge, geschäftliche und private Mitteilungen etc. — veröffentlicht wird, täglich vor Beginn der Sektionssitzungen von den Mitgliedern und Teilnehmern auf dem Auskunfts-Bureau unentgeltlich in Empfang genommen werden. Später erhalten

*) Dieses Programm ist uns nicht zugegangen. Red.

Mitglieder und Teilnehmer ein Exemplar des amtlichen Berichtes über die Versammlung: In diesem werden alle Vorträge, deren Manuskripte bis Ende dieses Jahres eingereicht sind, zur Veröffentlichung gebracht; über die Verhandlungen in den allgemeinen Sitzungen erfolgt stenographischer Bericht im Tageblatt.

Freiburg i. B., 16. Juli 1883.

Der Geschäftsführer der 56. Versammlung deutscher Naturforscher und Ärzte:

Dr. Ad. Claus.

Die Vertagung der diesjährigen Philologen- und Schulmänner-Versammlung zu Dessau.

Diese Versammlung fällt, einer uns von Dessau auf unsere Anfrage zugegangenen Mitteilung nach, für dieses Jahr aus und mit ihr natürlich auch die „Sektion für mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht“. Die Ursache dieser Vertagung soll eine projektierte gleichzeitige Missionsversammlung sein, die aber nun auch nicht abgehalten, sondern mit dem Lutherfeste in Wittenberg verschmolzen wird. Überdies bieten einen weiteren Grund der Vertagung die dortigen gegenwärtig sehr störenden Baulichkeiten in nächster Nähe des neuen Gymnasiums. Wir hatten seiner Zeit von der diesbezüglichen Bekanntmachung des Präsidiums nichts erfahren und mufsten uns daher erst Information aus Dessau holen. Die Herren Fachgenossen haben also Zeit, Vorträge und Anträge vorzubereiten und es ist recht sehr zu wünschen, dafs bei der ziemlich centralen Lage des Versammlungsorts die Sektion einmal recht zahlreich besucht werden möchte, damit man sich über gewisse notwendige Umgestaltungen unserer Unterrichtsfächer und deren Grenzen einige. D. Red.

Erklärung.*)

Meine Preisschrift „Die Lehre Kants von der Idealität des Raumes und der Zeit im Zusammenhange seiner Kritik des Erkennens allgemeinverständlich dargestellt“ (Berlin 1883) hat Hrn. Classen veranlafst, für seinen Freund, Hrn. Hauptpastor Krause in Hamburg, dadurch Propaganda zu machen, dafs er auf Grund absolut nichtiger Aufstellungen mein Buch in Nr. 17 der „Grenzboten“ (1883) als Plagiat an der Krause'schen populären Darstellung der „Kritik der reinen Vernunft“ (Lahr 1881) zu verdächtigen suchte. Obwohl dieser Versuch mifsglückte, da jene unwahre Beschuldigung von den Preisrichtern und allen unbefangen Urteilenden sofort zurückgewiesen wurde und in Nr. 20 der Grenzboten ihre ausführliche und gründliche Widerlegung fand, hat man sich trotzdem auf Seiten der Angreifer nicht gescheut, in verschiedenen Blättern die unverantwortbare Behauptung Classens dem Publikum als bewiesen vorzustellen und auf diese Weise sich bestrebt, unter Entstellung der Thatsachen und Verschweigung der Eigenart meines Buches den Erfolg

---

*) Hr. Dr. Kurd Lasswitz schreibt uns: „Sie würden mich sehr zu Danke verbinden, wenn Sie von seiten der Redaktion einige Worte im Sinne meiner Erklärung in Ihrer Zeitschrift brächten, damit den Fachgenofsen die ..... Anmafsung jener Herren bekannt werde etc.“ Wir haben jedoch lieber gleich die ganze Erklärung abdrucken lassen. Übrigens ist uns in dieser Angelegenheit noch ein Artikel von Dr. S. Günther in Aussicht gestellt. Red.

meiner ehrlichen und gewissenhaften Arbeit zu schädigen, sowie meine schriftstellerische Ehre zu untergraben.

Gegenüber diesem empörenden Verfahren sehe ich mich gezwungen, nochmals auf die Entgegnung in den „Grenzboten“ hinzuweisen, wo die Preisrichter (die Professoren M. Heinze, E. Laas, W. Wundt) unter anderm erklärt haben, dafs die Behandlung des ähnlichen Stoffes in dem Krauseschen Büchlein den selbständigen Wert meiner ganz anders aufgebauten, an eigenartigen Gedankengängen reichhaltigen Arbeit nicht zu beeinträchtigen vermöge. Die angeklagten Übereinstimmungen erklären sich vollständig daraus, dafs dieselben Gedanken Kants vom gleichen Standpunkte aus umschrieben werden mufsten, oder dafs es sich um längst geborgenes Gemeingut der Philosophie handelt, welches sich in allen populären Schriften bei der Darstellung feststehender Thatsachen notwendig ähnlich wiederholt; niemals aber beziehen sie sich auf originelle, Hrn. Krause eigentümlich gehörende Gedanken oder Ausdrucksformen. Jene künstlich zusammengesuchten Anklänge sind überhaupt so geringfügig und unwesentlich gegenüber dem Umfange (246 Seiten) meines in Anordnung und Ausführung, Zielen und Resultaten von dem Krause'schen Buche abweichenden, auf langjähriger selbständiger Geistesarbeit beruhenden Werkes, dafs es geradezu lächerlich ist, auf so nichtige Gründe hin den im vorliegenden Falle doppelt schweren Vorwurf des Plagiats zu erheben, zumal ich S. 48 die Krause'sche Schrift citiert und somit den Vergleich selbst gewünscht habe.

Alles dies verschweigt der gegen mich und die Preisrichter gerichtete Angriff und stellt sich somit als eine unwürdige und verwerfliche Reklame für die Krause'schen Bücher heraus, die mir gleichgiltig sein könnte, wenn die Urheber nicht vor einem Publikum, das meist nicht selbst zu prüfen in der Lage ist, mich in verletzendster Weise beschimpften und sich dabei das Ansehen von Ehrenrettern der Wissenschaft zu geben versuchten, indem sie unter Verspottung hervorragender Vertreter deutscher Philosophie den Preisstifter um seine verlorene Mühe bemitleiden. Indes hat „der arme Petersburger Kaufmann“ mir nicht nur bei persönlichem Besuche seine Entrüstung über die Machinationen der Freunde Krauses ausgesprochen, sondern auch seine volle Befriedigung über das Resultat der Konkurrenz und den Erfolg meiner Schrift erklärt. Das öffentliche Urteil aber wird die Handlungsweise derjenigen zu richten wissen, welche vermeintliches Verdienst durch Verbreitung unbegründeter, unwahrer und beleidigender Anschuldigungen geltend zu machen suchen und in verletztem Ehrgeize ihrem blinden Hasse gegen die akademischen Preisrichter den guten Ruf eines Unschuldigen rücksichtslos aufopfern.

Indem ich besonders diejenigen Redaktionen, welche von dem Angriff gegen meine Preisschrift Notiz genommen haben, auch dieser Zurückweisung zu gedenken ersuche, bitte ich das Publikum sich durch eigene Prüfung von der Sinnlosigkeit jener Anschuldigung zu überzeugen.

Gotha. Dr. Kurd Lasswitz.

Zur Schulhygieine.

Das bayerische Kultusministerium hat folgendes Verbot erlassen: „In einer Anzahl von Instituten und öffentlichen Schulen finden sich, namentlich in den untersten Klassen, bei Erteilung des Unterrichts im Rechnen als obligate Lehrmittel sogenannte gegitterte oder quadrierte Tafeln und Hefte im Gebrauche, welche den Zweck haben, die Schüler an senkrechtes und geordnetes Untereinanderschreiben mehrziffriger Zahlen zu gewöhnen. Nach dem Gutachten eines hervor-

ragenden Augenarztes und dem einstimmigen Obergutachten des königl. Obermedizinalausschusses ist der Gebrauch solcher Tafeln und Hefte, weil das Aufsuchen der kleinen Quadrate und insbesondere die rote Farbe der Linien das Auge sehr ermüde und weil durch längeres Hinblicken auf solche Gitter gerade in dem ersten Lebensdecennium, wo das Auge noch weich und nachgiebig ist, leicht der Keim zu späterer Kurzsichtigkeit gelegt werde, entschieden schädlich. Der königl. Obermedizinalausschuſs hat deshalb, weil geordnetes Untereinanderschreiben der Ziffern auch in anderer Weise gelernt werden könne und es sich nicht um ein anderweitig nicht zu befriedigendes Bedürfnis handle, vielmehr durch den obligatorischen Gebrauch der bezeichneten Schreibmaterialien den Kindern ein für die Augen entschieden schädliches Lehrmittel aufgenötigt werde, ein generelles Verbot gegitterter Schreibmaterialien dringend begutachtet. Das königl. Kultusministerium sieht sich hierdurch veranlaſst, den Gebrauch gegitterter Tafeln und Hefte in Schulen und Instituten im Interesse der Gesundheitspflege zu verbieten. Wenn hiernach die Neueinführung einerseits gänzlich untersagt ist, bleibt andererseits dem Ermessen der königlichen Regierung, Kammer des Innern, anheimgegeben, je nach den örtlichen Verhältnissen und mit thunlichster Schonung der Eltern die Beseitigung dieser Lehrmittel da, wo sie bereits im Gebrauche sind, allmälig zu bewirken. Bei diesem Anlasse werden die Regierungen darauf aufmerksam gemacht, daſs die Nötigung der Zöglinge zu vielem Schreiben mit Bleistift in Notizbücher, Sammelhefte u. s. w. wie dies in den höheren Klassen mancher Mädcheninstitute beobachtet wurde, gleichfalls schädlich wirken kann, und daſs demnach einem Miſsbrauche und Übermaſse in dieser Beziehung, wo dergleichen bemerkt wird, ebenfalls entgegengetreten werden müſs."

Astronomische Preisaufgabe.

Die königl. dänische Akademie der Wissenschaften hat einen Preis für genügende Beantwortung einer auf die Planetoiden bezüglichen Frage bestimmt. Diese Frage betrifft das Zusammenwirken der Massen sämtlicher Planetoiden, die Untersuchung, ob ein Einfluſs auf die Bewegung der Planeten und Kometen, welche in die Gegend der Planetoiden kommen, von dem Zusammenwirken derselben entstehe? Es ist hierbei die Gesamtheit der Planetoiden als ein um die Sonne sich bildender Ring zu erachten, Gestalt und Lage desselben zu bestimmen und die Verteilung der Massen in demselben zu ermitteln. Es wird dabei darauf hingewiesen, daſs die Zahl der entdeckten Planetoiden sich jetzt zu sehr vergröſsere, um für jeden einzelnen den Lauf und den etwaigen Einfluſs auf Planeten und Kometen zu berechnen; es seien auch ihre Massen im Einzelnen so unbedeutend, daſs dieselben in Störungsrechnungen gänzlich unberücksichtigt bleiben können. Der Preis besteht in der goldenen Medaille der Akademie im Werte von 320 Kronen, und die Beantwortungen der Frage sind bis Ende October 1884 an den Sekretär der Akademie, Herrn Professor Zeuthen, einzusenden. Diese Beantwortungen können in lateinischer, französischer, englischer, deutscher, schwedischer oder dänischer Sprache geschrieben sein. Die Zuerkennung des Preises wird im Februar 1885 veröffentlicht werden.

(Beilage zur Frankfurter Zeitung. Mittwoch, 9. Mai 1883.)

Zur Quadratur des Kreises.

(Aus Freiburg i. B. — Allgem. Ztg.)

Prof. F. Lindemann, der in diesen Tagen unsere Universität verläſst, um einem Rufe nach Königsberg zu folgen, hat im vorigen Jahre in einer in den „Mathematischen Annalen“ erschienenen Abhandlung das Problem der Quadratur des Kreises insofern endgiltig und vollständig gelöst, als er den strengen Beweis erbracht, daſs dieselbe unmöglich ist. Diese auf äuſserst tiefliegende Untersuchungen gestützte Beweisführung ist allerdings nur dem engsten Kreise der mathematischen Fachgelehrten zugänglich, aber auch für das gröſsere Publikum dürften einige Andeutungen über das Problem und die Lösung von Interesse sein. Die Aufgabe besteht darin, durch eine endliche Zahl geometrischer Konstruktionen, bei denen nur Lineal und Zirkel als Hilfsmittel verwendet werden, ein Quadrat herzustellen, welches streng genau den gleichen Flächeninhalt besitzt wie ein gegebener Kreis. Ist der Halbmesser des Kreises gleich der Einheit, so läuft also die Aufgabe darauf hinaus, mit den gedachten Hilfsmitteln eine Linie abzugrenzen, deren Länge gleich ist der Quadratwurzel aus der sogenannten Ludolph'schen Zahl, dem Verhältnis des Kreisumfanges zum Kreisdurchmesser, die man bekanntlich mit π (= 3,14159 ...) zu bezeichnen pflegt. Daſs π sich als unendlicher, nicht periodischer Dezimalbruch darstellt, steht der Lösbarkeit der Aufgabe nicht im Wege, denn irrationale Zahlen, welche ebenfalls diese Form haben, lassen sich dennoch konstruieren, wie z. B. die Quadratwurzel aus 2 durch die Diagonale eines Quadrats dargestellt wird, dessen Seite 1 ist. So würde auch π konstruiert werden können, wenn diese Gröſse die Auflösung einer quadratischen Gleichung bildete oder wenn man durch Lösung eine Reihe von Gleichungen ersten und zweiten Grades, in denen nur rationelle Zahlen (ganze Zahlen oder gewöhnliche Brüche) als Koeffizienten vorkommen, zu π gelangen könnte. Somit ist die entscheidende Frage: Kann die Zahl π eine Wurzel (Auflösung) einer Gleichung vom $n$ten Grade mit ganzen oder rationalen Koeffizienten sein, wenn unter n eine beliebige gerade Zahl zu verstehen ist? Bisher war nur (von Lambert) bewiesen, daſs π nicht die Wurzel einer quadratischen Gleichung sein könne oder, bestimmter, daſs das Quadrat von π irrational sei. Die Leistung Lindemanns besteht nun in dem Nachweise, daſs π überhaupt nicht als Wurzel einer Gleichung von beliebig hohem Grade mit rationalen Koeffizienten dargestellt werden könne. Die Beschränkung auf ein gerades n, wie sie das allgemeine Problem der Quadratur des Kreises gestattet, ist also bei dieser Lösung noch aufgegeben und der transzendente Charakter von π um so allgemeiner nachgewiesen. (Lpz. Tagebl. Nr. 229, 1883).

Nochmals die höchsten Bauwerke der Erde.

Wir hatten in Jahrgang XIII, S. 89—90 eine Zusammenstellung der höchsten Bauwerke der Erde (der Elberfelder Zeitung entnommen) gebracht. Wir erhielten nun durch die Güte des Herrn H. Hoch in Lübeck eine andere Zusammenstellung aus der Lübecker Zeitung, welche auch die Bauwerke Lübecks berücksichtigt.*) Wir geben in übersichtlicher Tabelle

*) Herr H. Hoch schreibt uns hierzu: „Mit Bezug auf die in XIII, Heft 1 gebrachten Angaben über die höchsten Bauwerke der Erde erlaube ich mir, Ihnen beifolgend ein Verzeichnis dieser höchsten Bauwerke, aus der Lübecker Zeitung vom 19. IV. 1883 entnommen, einzusenden und bemerke gleichzeitig, daſs nach den neuesten Messungen, welche in jüngster Zeit vorgenommen worden sind, die Höhe des nördlichen Turmes der Marienkirche hier vom Fuſsboden bis unterhalb des Knopfes 121,23 *m*, diejenige des südlichen Turmes 119,93 m beträgt. Es wundert mich, daſs die Marienkirche in Lübeck in den meisten derartigen Verzeichnissen fehlt“! —

die Bauwerke bis herab zu 100 *m* und fügen die andern (unter 100 *m*) nur der Vollständigkeit halber noch in fortlaufender Zeile hinzu.

		Meter.			Meter.
1.	Dom zu Cöln	156	15.	Kathedrale zu Antwerpen	123
2.	Kathedrale zu Rouen	149	16.	Kathedrale zu Salisbury	122
3.	Nicolaikirche zu Hamburg	144,2	17.	Dom zu Lübeck	120,5
4.	Münster zu Strafsburg	143	18.	Kathedrale zu Chartres	115
5.	Petersdom zu Rom	138,7	19.	Garibaldikirche zu Sevilla	111,5
6.	Pyramide des Cheops	137	20.	Paulskirche zu London	111,3
7.	Stephansdom zu Wien	137	21.	Pagode zu Dehaggernath	110
8.	Michaeliskirche zu Hamburg	136,5	22.	Dom zu Mailand	109
9.	Kathedrale zu Amiens	134	23.	Elisabethkirche zu Breslau	108,3
10.	Pyramide des Chefren	133	24.	Kirche zu Maria di Fiore zu Florenz	108,2
11.	Martinskirche zu Landshut	132,5	25.	Rathaus zu Brüssel	108
12.	Petrikirche zu Rostock	126	26.	Invalidendom zu Paris	105
13.	Münster zu Freiburg i. B.	125	27.	Dom zu Magdeburg	103,6
14.	Marienkirche zu Lübeck	123,4			

28. Herkulesfigur bei Kassel 98,8. — 29. Jakobikirche zu Lübeck 96,5. — 30. Easterbrücke zu Newyork 90. — 31. Rathaus zu Berlin 88. — 32. Gölzschthal-Viadukt in Sachsen 87,2. — 33. Petrikirche zu Lübeck 87. — 34. Garisendaturm zu Bologna 83. — 35. Münster zu Ulm (im Bau) 82,2. — 36. Ägidienkirche zu Lübeck 76,5. — 37. Kutab Minar bei Delhi 75. — 38. Aquädukt bei Alcandura 69. — 39. Notredame zu Paris 65. — 40. Britanniabrücke 63. — 41. Feuersäule zu London 59. — 42. Turm zu Pisa 57. — 43. Hermannsdenkmal bei Detmold 56. — 44. Alexanderstatue zu Petersburg 50,2. — 45. Vendômesäule zu Paris 50,2. — 46. Triumphbogen zu Paris 47,7. — 47. Trajanssäule zu Rom 46. — 48. Julisäule zu Paris 44. — 49. Pantheon zu Rom 40,8. — 50. Aquädukt bei Segovia 33. — 51. Bavaria zu München 30,5. — 52. Obelisk von Lateran zu Rom 29. — 53. Brandenburgerthor zu Berlin 26. — 54. Obelisk von Luxor zu Paris 22,5. — 55. Sphinx bei Gizeh 12,5.

Hieraus ersieht man, dafs die deutschen Bauwerke am meisten vertreten sind, nämlich mit 22 von 55.

In einigen Jahren werden noch einige Bauwerke, sowohl in Deutschland, wie in Amerika hinzutreten. In Washington wird sich das gröfste stolz gen Himmel erheben, nämlich das Washington-Denkmal, 175 Meter; dann in Ulm das Münster, dasselbe wird fast dem Kölner Dom an Höhe gleichkommen, 151 Meter. In Berlin wird der Dom eine Höhe von 120 Meter erreichen. In Newyork soll eine Figur der Göttin der Freiheit zu Ehren errichtet werden, und endlich auf dem Niederwald — in Deutschland wieder — das Nationaldenkmal zur Erinnerung an die einmütige siegreiche Erhebung des deutschen Volkes und an die Wiederaufrichtung des deutschen Reiches im Jahre 1871. Dasselbe steigt 39,7 Meter hoch und weit sichtbar am Rhein auf.

NB. Ein Vergleich dieser Zusammenstellung mit der in VIII, 89 gegebenen zeigt, welche Differenzen noch existieren zwischen den einzelnen Höhenangaben sowohl, als auch zwischen den Höhenobjekten selbst, bez. ihrer Anzahl. Dieser Bauwerke in der Höhe bis zu 100 m herab sind hier 27, dort nur 22. Obschon dieser Gegenstand zunächst ein architektonisches Interesse hat und also nicht in diese Zeitschrift zu gehören scheint, so hat er doch auch für den Physiker und Mathematiker ein naheliegendes Interesse, und es dürfte sich daher sehr empfehlen, dafs die Herren Fachgenossen an den genannten Orten, soweit sie Mitteleuropa, zumal Deutschland angehören, sich von der Richtigkeit der Höhenangaben überzeugten und uns davon Mitteilung machten.

Red.

Bei der Redaktion eingelaufene Druckschriften.

(Juli—August 1883).

Bardey, Algebraische Gleichungen nebst d. Resultaten und den Methoden zu ihrer Auflösung. 3. revidierte und abermals stark vermehrte Auflage. Leipzig bei Teubner, 1883.

Schlömilch, Grundzüge einer wissenschaftlichen Darstellung der Geometrie des Maſses. Sechste Auflage. (Ausgabe in 4 Heften.) 1. Heft. Planimetrie. 2. Hft. Ebene Trigonometrie. Leipzig bei B. G. Teubner 1883.

Burmester, Grundzüge der Reliefperspektive u. s. w. ib. 1883.

Pein, Aufgaben der sphärischen Astronomie gelöst durch planimetrische Construction und mit Hülfe der ebenen Trigonometrie. Leipzig, Kommissionsverlag von B. G. Teubner, 1883.

Krimmel, die Kegelschnitte in elementar-geometrischer Behandlung. Tübingen, Laupp'sche B., 1883.

Sievers, Kurzgefaſstes planimetrisches Wiederholungsheft. Frankenberg i. S., Roſsberg. 1883.

(Anonym), Das verlorne Merkmal des Winkelbegriffs, eine Folge der fortschreitenden Bewegung auf dem Gebiete der geometrischen Formenlehre nach wesentlichen Ideen und neuern Gesichtspunkten. Von einem Laien. Teschen, Kotula. 1883.

Mascart, Handbuch d. statischen Elektrizität. Deutsche Bearbeitung von Wallentin. 1. Bd. 1. Abt. Wien, Pichlers W. u. S., 1883.

Peters, die Fixsterne. XVI. Bd. des Werkes „Das Wissen der Gegenwart“. Leipzig-Prag, Freytag u. Tempsky, 1883.

Verein f. Erdkunde i. Cassel, welche Grundsätze sollen bei Herstellung von Wandkarten maſsgebend sein? Cassel, 1883.

Helbig, Uebungen in hygienischer Chemie als Unterrichtsmittel. Separat-Abdruck aus d. deutschen Vierteljahrsschrift f. öffentliche Gesundheitspflege. (Bd. 15., Hft. 3).

Comte, die positive Philosophie i. Auszuge v. J. Rig. Uebers. von v. Kirchmann. I. Bd. Heidelberg, Weiſs's Verlag, 1883.

Die folgenden Werke a—h sind aus dem äuſserst fruchtbaren Verlage von A. Pichlers Witwe & Sohn in Wien (Buchh. f. pädagog. Litter. und Lehrmittelanstalt). Sie tragen sämtlich die Jahreszahl 1883.

a) Napravnik, Geometrie und geometr. Zeichen f. Knabenbürgerschulen. I.—III. Tl. (f. die 6., 7. u. 8. Kl. d. österr. Volks- u. Bürgerschulen).

b) Wittek, Lehr- und Übungsbuch für den geometr. Unterricht in der unteren Gymnasialklasse. 3. Abt. räuml. Geometrie (für die 4. Gymn.-Kl.). 2. Aufl.

c) Glöser, Lehrbuch der Arithmetik für die 1. und 2. Klasse der österr. Mittelschulen. 2. verb. Aufl.

d) Rossmanith, Die Elemente der Geometrie im konstruktiven Sinne. Lehr- und Übungsbuch für die II., III. u. IV. Realklasse.

e) Dörfler, Leitfaden der Mineralogie für die untern Klassen der Mittelschulen.

f) Hayeck, Leitfaden der Zoologie für die oberen Klassen d. Gymnasien, Realsch. u. verw. Anstalten. 2. verb. Aufl.

g) Rothe, Das Tierreich, Leitfaden für die untern Klassen der Realschulen und Gymnasien. 2. verb. Aufl.

h) Gerstendörfer, Ins Erzgebirge. Eine Ferienreise durch das Egerthal und Erzgebirge (doch nur das böhmische! Red.). Teil des Werks: „Streifzüge durch unser Vaterland (Österreich)“.

Zeitschriften und Programme.

A. Pädagogische. Central-Organ f. d. J. d. R.-W. XI, 7—8. Paed. Archiv XXV, 5—6. Zeitschr. f. d. R.-W. VIII, 7—8.

B. Wissenschaftliche. Nouv. Ann. d. Math. III. Ser. (t. 2) Mai 1883. Journ. d. Math. élem. et spéc. VIII, 7 (Juli) 1883. Zeitschr. f. Math. u. Physik XXVIII, 4.

C. Programme. VIII. Jahresber. d. k. k. Unt.-Realschule im II. Bez. (Leopoldstadt) i. Wien 1883 (enth. e. math. Abh. von Lang, Zur Methodik d. Schlufsrechnung und eine chemische von Huber über Disulfobenzoësäure). Haas, Theilbarkeitsregeln für ein Zahlensystem mit beliebiger, ganzer, positiver Basis. (Separat-Abdr. aus dem Progr. des Mariah. Gymn. in Wien). Wien 1883. (Selbstverl.). — Progr. d. k. bair. Studienanst. Schweinfurt 1882/3 enth. Dielmann, die Einführung i. d. allgem. Arithmetik (wird i. d. Progr.-Sch. besprochen). Holzmüller. 4 kleine Aufsätze, Abdr. aus Borchh. Journal, beh. die isotherm. Spiegelung u. d. Cycliden.

Annuario del R. Istituto Tecnico di Roma. 1883. Annata VIII.

Viluppi e sconnessioni dell'Istruzione tecnica in Stalia. (Abdruck aus dem vorstehenden Annuario.)

Ritz, Untersuchung über den Zusammenhang der Klänge der Streichinstrumente; physikalisch - musikalisch - theoretische Abhandlungen, Physikern und Musikern gewidmet.

Briefkasten.

A. Allgemeiner.

1) Die Herren Programm-Autoren werden dringend ersucht ihre Programmabhandlungen direkt und sofort nach dem Erscheinen derselben dem Programmreferenten ihres Landes (ihrer Provinz) unaufgefordert zuzusenden. Die meisten der Herren Referenten beklagen sich mit Recht darüber, dafs sie die Programme mühsam zusammenholen, beinahe zusammenbetteln, müssen. Diese den Indifferentismus der Programmautoren dokumentierende und sehr zu beklagende Thatsache stellt die Möglichkeit des einfachen Todschweigens der Programmarbeiten in sichere Aussicht. Sollte denn wirklich eine solche befremdende Gleichgültigkeit der Programmautoren gegenüber den Referaten herrschen, dafs sie nicht einmal die geringe Mühe auf sich nehmen wollen, ihre Programmschriften dem betr. Referenten zuzusenden? Oder spielt hier vielleicht eine Art von Gelehrtenstolz eine Rolle, d. h. eine schwer überwindbare Abneigung gegen den Programmreferenten, dem man überlegen zu sein glaubt? Die Programmschau soll ja (von besonderen Fällen abgesehen) nicht Rezensionen, sondern nur (objektive) Referate geben! Oder sollten etwa die Programmautoren kurze Referate ihrer Arbeiten selbst verfassen wollen, wie früher die Autoren wissenschaftlicher Werke und Abhandlungen in dem nun eingegangenen Zeuner-Königsberger'schen Repertorium? Man mag über die Progamme überhaupt und über ihre Existenzberechtigung denken, wie man will, das eine wird man doch zugeben müssen, dafs Verzeichnisse derselben und Referate über dieselben wenigstens den Nutzen haben, dafs zukünftige Verfasser über das bereits vorhandene Material sich orientieren und informieren können, was bei der Vernachlässigung des litter.-geschichtlichen Moments recht notwendig ist.

2) Diejenigen Herren, welche Original-Artikel f. ds. Z. zu schreiben beabsichtigen, wollen sich zu Mustern nehmen die Artikel von Hauck, XII, 333 u. f. (das graphische Rechnen); Günther, XIII, 3. u. 93 u. f. (Operative Arithmetik); Ludwig, XIV, 241 u. 321 u. f. (Mathem. Botanik) und Holzmüller XIV, dieses (6.) Hft. (Beziehungen d. isogon. Verwandtschaft zur darst. Geom. u. Kartographie)

Welche Anschauungen, resp. Begriffe über den wissenschaftlichen Standpunkt dieser unserer Zeitschr. unter gewissen Lehrergattungen noch existieren, davon möge folgender Vorfall Zeugnis ablegen: Ohnlängst wurde der Redaktion von einem sächsischen Seminarlehrer (persönlich) ein Artikel angeboten über „die Quadratur des Kreises", der nicht einmal eine Überschrift trug und von der vorhandenen massenhaften Litteratur über dieses Thema nicht die mindeste Notiz nahm. Auf unsere Frage, ob denn der Verf. die vorhandene Litteratur untersucht und ob er sich überzeugt habe, daſs seine Methode noch nicht vorhanden (also neu) sei, ob er wenigstens das mathem. Wörterbuch von Klügel nachgelesen habe, erwiderte der sächs. Seminargelehrte naiv: das habe er zwar nicht gethan, aber es könne gar nicht sein, daſs seine Methode irgendwo stehe, er habe darüber nichts gelesen. Soweit geht der wissenschaftliche Leichtsinn bei gewissen Lehrergattungen!

3) Wir bitten dringend, den Manuskripten, bes. für's Aufg.-Rep., nicht Briefe u. drgl. organisch einzufügen, sondern die Briefe immer von den Manuskripten zu trennen.

4) Man schickt uns mitunter aus partikularistischen deutschen Staaten z. B. Baiern, oder aus nichtdeutschen z. B. Österreich, Briefmarken für Rücksendungen. Diese Marken können wir nicht verwerten. Es ist — o herrliche deutsche Einheit! — leider nicht gestattet, im deutschen Sachsen eine bairische Briefmarke auf einem Briefe nach dem deutschen Baiern zu verwerten!

5) Es ist uns eine Rezension von „Staudacher, Lehrb. d. algebr. Analysis" eingesandt worden; der Rezensent hat sich aber nicht unterzeichnet. Er wolle sich gef. bei uns melden. Anonymität des Referenten ist bei uns nicht Brauch.

6) Gesuch. Der Herausgeber d. Z. sucht für eine nahe Verwandte, welche zu Michaeli ds. J. ihr Examen als „Kindergärtnerin" ablegen wird, eine Stellung. Geehrte Herren Fachgenossen, die ihn in seinen Bemühungen hierin gütigst unterstützen wollten, würden ihn zu groſsem Danke verpflichten. Eine feste Stellung, abhängig von einem Magistrat oder Verein, würde einer Privatstellung, eine gröſsere (die Fortbildung ermöglichende) Stadt einer Provinzialstadt, der Westen (Rheing.) dem Osten vorgezogen werden.

Eingelaufene Beiträge.

A) Für's Aufgaben-Repertorium: Adami-Bayreuth Nr. 313. — Artzt-Recklinghausen Nr. 288—295. 299—301. — Böcklen-Reutlingen 318 u. Bem. zu 312. Sechs Sätze über den Brocardschen Kreis. — Bürklen-schwäb. Gmünd Nr. 298. — Dietsch-Traunstein Nr. 273—274. — Fuhrmann-Königsberg Nr. 278. 288. 289. 298—304 und zwei neue Aufgaben. — Sievers-Frankenberg i. S. Nr. 313. 305—309 u. 297. — Stammer-Düsseldorf Nr. 276. 277. — Stegemann-Prenzlau Nr. 296. 298—304. — Stoll-Bensheim Nr. 299—301. 303—304. 305—309, zwei sich an 313—314 anschlieſsende und 8 neue Aufgaben. — Valta-München Nr. 288—292. 295. 298. 304.

B) Anderweitige Beiträge: Gerlach-Parchim, Zu den Paskalschen und Brianchonschen Gebilden. — Hohlfeld-Dresden, Multiplikation und Addition. Gespräch eines mathematikliebenden Philosophen mit dem Chorführer (Koryphaios) eines Chores von x Fachmathematikern. —

Unrichtiges Resultat

zu einer Aufgabe in der Aufgabensammlung von Bardey.

Zu Nr. 45 der Wahrscheinlichkeitsrechnung mufs das Resultat heifsen:

1) $\frac{1}{54}$; 2) $2 \cdot \frac{(4+3)(36-7)}{36 \cdot 36} = \frac{203}{648}$; 3) $\frac{29 \cdot 29}{36 \cdot 36} = \frac{841}{1296}$.

E. Bardey.

☛ Die Herren Verfasser von zum Druck gelangten Beiträgen (besonders Fortsetzungen) werden im Interesse der rechtzeitigen Heftausgabe wiederholt und dringend ersucht, die ihnen zur Revision zugesandten Korrekturbogen möglichst rasch zu erledigen und an die Redaktion zurückzusenden. In dem besonderen Falle aber, dafs ein Verf. (z. B. in den Ferien) verreisen will, möge man der Redaktion vorher die genaue (Ferien-) Adresse mitteilen. Der Nichtbeachtung dieser eigentlich selbstverständlichen Ordnungsregel seitens einiger Verf. ist die verspätete Ausgabe dieses Heftes zuzuschreiben.

Die Redaktion.

Zur Schuldentilgungsrechnung.

Von Dr. O. Schlömilch in Dresden.

Während die gewöhnliche Behandlung der Schuldentilgungsrechnung von der Voraussetzung ausgeht, daſs die jährlichen Abzahlungen constant bleiben, sind im Folgenden die vier Fälle discutiert, wo die Jahresraten eine steigende oder fallende geometrische oder arithmetische Progression bilden. Wie man sehen wird, beansprucht diese Untersuchung nur elementare Hilfsmittel und führt wegen der vorkommenden Maxima und Minima zu verschiedenen interessanten Resultaten.

Die anfängliche Schuld sei A, der Zinsfuſs $p\,\%$ und zur Abkürzung $1 + \frac{p}{100} = \alpha$; die am Ende des ersten, zweiten, dritten Jahres u. s. w. gezahlten Raten mögen B_1, B_2, B_3 etc. heiſsen, endlich bezeichne C_n den am Schlusse des n-ten Jahres verbleibenden Rest. Für diesen erhält man leicht die allgemeine Formel

$$1)\qquad C_n = A\alpha^n - (B_1\alpha^{n-1} + B_2\alpha^{n-2} + \cdots + B_{n-1}\alpha + B_n),$$

welche die nachstehenden Anwendungen gestattet.

I. Raten in steigender geometrischer Progression.

Unter der Voraussetzung $\beta > 1$ sei $B_1 = B$, $B_2 = B\beta$, $B_3 = B\beta^2$ u. s. w.; nach der bekannten Summenformel für die geometrische Progression ergiebt sich dann

$$2)\qquad C_n = A\alpha^n - B\,\frac{\alpha^n - \beta^n}{\alpha - \beta}.$$

Da α und β gleichzeitig mehr als die Einheit betragen, so müssen hier die drei Fälle unterschieden werden, ob $\beta > \alpha$ oder $\beta = \alpha$ oder ob β zwischen 1 und α enthalten ist.

a. Im Falle $\beta > \alpha$ hat man zu schreiben

3) $$C_n = A\alpha^n - B\frac{\beta^n - \alpha^n}{\beta - \alpha},$$

und wie leicht zu sehen ist, wird

4) $$C_n = 0 \text{ für } n = \frac{\log [A(\beta - \alpha) + B] - \log B}{\log \beta - \log \alpha}.$$

Hinsichtlich der Art und Weise, wie C_n von seinem Anfangswerte $C_1 = A\alpha - B$ zu seinem Endwerte Null gelangt, sei Folgendes bemerkt.

Wenn die erste Rate B mehr beträgt als die einjährigen Zinsen von A d. h. wenn $B > A(\alpha - 1)$ ist, so wird $C_1 < A\alpha - A(\alpha - 1)$ oder $C_1 < A$; es findet also von vornherein eine Abnahme statt. Überhaupt ergiebt sich, wenn in der Gleichung

$$C_n - C_{n+1} = B\frac{\beta^{n+1} - \alpha^{n+1} - \beta^n + \alpha^n}{\beta - \alpha} - A(\alpha - 1)\alpha^n$$

statt $A(\alpha - 1)$ das gröfsere B gesetzt wird,

$$C_n - C_{n+1} > B(\beta - 1)\frac{\beta^n - \alpha^n}{\beta - \alpha};$$

wegen $\beta > \alpha > 1$ ist die rechte Seite positiv, mithin $C_n > C_{n+1}$, woraus folgt, dafs A, C_1, C_2, C_3 u. s. w. eine abnehmende Reihe bilden.

Im Falle $B = A(\alpha - 1)$ wird $C_1 = A$, weiterhin gilt aber wieder die vorige Ungleichung $C_n > C_{n+1}$ nebst ihren Consequenzen.

Wenn drittens $B < A(\alpha - 1)$ ist, so wird $C_1 > A$, wonach anfangs eine Zunahme der C stattfindet; da aber schliefslich C verschwindet (Nr. 4), so können die C nur bis zu einem gewissen Maximum wachsen und müssen nachher wieder abnehmen. Das gröfste vorkommende C, welches C_k heifsen möge, bestimmt sich nun durch die Bedingungen

$$C_{k-1} < C_k > C_{k+1}$$

d. i. zufolge der Werte von C_{k-1}, C_k, C_{k+1} nach Nr. 3)

$$\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^{k-1} < \frac{\alpha - 1}{\beta - 1} \cdot \frac{A(\beta - \alpha) + B}{B} < \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^k;$$

zur Abkürzung sei

5) $$M = \frac{\alpha - 1}{\beta - 1} \cdot \frac{A(\beta - \alpha) + B}{B},$$

dann geben die vorhergehenden zwei Ungleichungen

6) $$\frac{\log M}{\log \beta - \log \alpha} < k < \frac{\log M}{\log \beta - \log \alpha} + 1.$$

Wenn der Quotient $\log M : (\log \beta - \log \alpha)$ keine ganze Zahl ist, so liegt k zwischen zwei um eine Einheit differierenden unächten Brüchen und wird hierdurch eindeutig bestimmt; für $A = 100$, $B = 3$, $\alpha = 1{,}04$, $\beta = 1{,}05$ ergiebt sich z. B. $M = \frac{16}{15}$; $6{,}73 \cdots < k < 7{,}73 \cdots$; $k = 7$,

$C_6 = 104{,}0988$; $C_7 = 104{,}2428$; $C_8 = 104{,}1911$; $\cdots\cdots C_{30} = 0$.

Wenn dagegen der Quotient $\log M : (\log \beta - \log \alpha)$ eine ganze Zahl g ausmacht, so ist, wie man leicht findet, $C_g = C_{g+1}$, und es existieren dann zwei gleiche Maxima. So hat man z. B. für $A = 100$, $B = 2{,}6629$, $\alpha = 1{,}04$, $\beta = 1{,}05$

$$M = 8 \cdot \frac{0{,}36629}{2{,}6629}, \quad \frac{\log M}{\log \beta - \log \alpha} = \frac{0{,}041560}{0{,}004156} = 10,$$

$C_9 = 108{,}24$; $C_{10} = C_{11} = 108{,}44$; $C_{12} = 108{,}22$; $\cdots C_{33} = 0$.

b. Im Falle $\beta = \alpha$ wird sehr einfach (ohne Anwendung der Summenformel für die geometrische Progression)

7) $$C_n = (A\alpha - Bn)\,\alpha^{n-1},$$

und dabei

8) $$C_n = 0 \text{ für } n = \frac{A\alpha}{B}.$$

Auch hier kann C_n auf verschiedene Weise von seinem Anfangswerte $C_1 = A\alpha - B$ zu seinem Endwerte Null gelangen, jenachdem B gröfser, gleich oder kleiner als $A(\alpha - 1)$ ist.

Für $B > A(\alpha - 1)$ wird bereits $C_1 < A$ und ferner, wenn man in der Differenz

$$C_n - C_{n+1} = \{(n\alpha + \alpha - n)B - A(\alpha - 1)\alpha\}.\alpha^{n-1}$$

an die Stelle von $A(\alpha - 1)$ das gröfsere B treten läfst,

$$C_n - C_{n+1} > Bn(\alpha - 1)\alpha^{n-1} > 0;$$

die Reste C_1, C_2, C_3 u. s. w. bilden hiernach eine durchaus abnehmende Reihe.

Für $B = A(\alpha - 1)$ wird $C_1 = A$, darüber hinaus ist aber wie vorhin $C_n > C_{n+1}$ also Abnahme vorhanden.

Für $B < A(\alpha - 1)$ findet wegen $C_1 > A$ anfangs ein Wachstum der C statt, welchem aber später eine Abnahme

folgen mufs, weil C_n schliefslich verschwindet (Nr. 8). Bezeichnet C_k das Maximum der C, so führt die Bedingung

$$C_{k-1} < C_k > C_{k+1}$$

zu den Ungleichungen

$$9)\qquad \frac{A\alpha}{B} - \frac{\alpha}{\alpha-1} < k < \frac{A\alpha}{B} - \frac{\alpha}{\alpha-1} + 1.$$

Falls die untere Grenze keine ganze Zahl ist, bestimmt sich k eindeutig; z. B. $A = 100$, $B = 3$, $\alpha = \beta = 1{,}04$ giebt $8\frac{2}{3} < k < 9\frac{2}{3}$ mithin $k = 9$ und

$$C_8 = 105{,}275;\; C_9 = 105{,}380;\; C_{10} = 105{,}325; \cdots\; C_n = 0$$
$$\text{für } n = 34\tfrac{2}{3}.$$

Wenn dagegen die untere Grenze eine ganze Zahl g ausmacht, so ist $C_g = C_{g+1}$, und es existieren dann zwei gleiche Maxima wie z. B. für $A = 100$, $B = 3$, $\alpha = \beta = 1{,}05$, $g = 14$, $C_{13} = 118{,}527$; $C_{14} = C_{15} = 118{,}796$; $C_{16} = 118{,}499; \cdots\; C_{35} = 0$.

c. Im Falle $1 < \beta < \alpha$ ist

$$10)\qquad C_n = A\alpha^n - B\frac{\alpha^n - \beta^n}{\alpha - \beta} = \frac{[A(\alpha-\beta) - B]\,\alpha^n + B\beta^n}{\alpha - \beta}.$$

Solange B nicht mehr beträgt als $A(\alpha - \beta)$, bleibt der Koefficient von α^n positiv, mithin wächst C_n gleichzeitig mit n ins Unendliche; zur Verminderung der Schuld gehört also die Bedingung $B > A(\alpha - \beta)$, wonach zu schreiben ist

$$11)\qquad C_n = \frac{B\beta^n - [B - A(\alpha-\beta)]\,\alpha^n}{\alpha - \beta}.$$

Wie man sieht, wird

$$12)\qquad C_n = 0 \text{ für } n = \frac{\log B - \log[B - A(\alpha - \beta)]}{\log\alpha - \log\beta}.$$

Um den Gang von C_n kennen zu lernen, mufs man hier wieder die früheren drei Unterfälle betrachten.

Für $B > A(\alpha - 1)$, wodurch die Bedingung $B > A(\alpha - \beta)$ von selbst erfüllt ist, ergiebt sich, wenn in der Gleichung

$$C_n - C_{n+1} = B\frac{\alpha^{n+1} - \beta^{n+1} - \alpha^n + \beta^n}{\alpha - \beta} - A(\alpha - 1)\alpha^n$$

statt $A(\alpha - 1)$ das gröfsere B gesetzt wird,

$$C_n - C_{n+1} > B(\beta - 1)\frac{\alpha^n - \beta^n}{\alpha - \beta} > 0;$$

demnach bilden A, C_1, C_2, C_3 u. s. w. eine durchaus abnehmende Reihe.

Für $B = A(\alpha - 1)$ wird $A = C_1 > C_2 > C_3$ u. s. w.

Ist $B < A(\alpha - 1)$ aber zugleich $B > A(\alpha - \beta)$, so wird $C_1 > A$; es findet daher anfangs ein Wachstum statt, das aber wegen Nr. 12) nur bis zu einem Maximum C_k gehen kann. Für den Index desſelben erhält man aus $C_{k-1} < C_k > C_{k+1}$, wenn die Abkürzung

$$13)\qquad M = \frac{\beta - 1}{\alpha - 1} \cdot \frac{B}{B - A(\alpha - \beta)}$$

eingeführt wird,

$$14)\qquad \frac{\log M}{\log\alpha - \log\beta} < k < \frac{\log M}{\log\alpha - \log\beta} + 1.$$

Ist die untere Grenze keine ganze Zahl, so giebt es nur ein Maximum wie z. B. bei $A = 100$, $B = 3$, $\alpha = 1{,}05$, $\beta = 1{,}04$, mithin $19{,}05 < k < 20{,}05$, $k = 20$,

$$C_{19} = 126{,}665;\ C_{20} = 126{,}677,\ C_{21} = 126{,}438; \cdots$$
$$C_n = 0 \text{ für } n = 42{,}36;$$

ist dagegen die untere Grenze eine ganze Zahl, so existieren zwei gleiche Maxima wie z. B. für $A = 100$, $B = 3{,}6629$, $\alpha = 1{,}05$, $\beta = 1{,}04$, $k = 10$,

$$C_9 = 108{,}24;\ C_{10} = C_{11} = 108{,}44;\ C_{12} = 108{,}22; \cdots\ C_{33} = 0.$$

II. Raten in fallender geometrischer Progression.

Unter der Voraussetzung $\beta < 1$ hat man im Allgemeinen

$$15)\qquad C_n = A\alpha^n - B\frac{\alpha^n - \beta^n}{\alpha - \beta} = \frac{[A(\alpha - \beta) - B]\alpha^n + B\beta^n}{\alpha - \beta},$$

wobei es der Unterscheidung der drei Hauptfälle bedarf, ob B mehr, ebensoviel oder weniger als $A(\alpha - \beta)$ beträgt.

a. Für $B > A(\alpha - \beta)$ ergiebt sich

$$C_n - C_{n+1} = \frac{[B - A(\alpha - \beta)](\alpha - 1)\alpha^n + B(1 - \beta)\beta^n}{\alpha - \beta},$$

und da alle rechter Hand vorkommenden Differenzen positiv sind, so folgt, daſs die successiven C fortwährend abnehmen bis

$$16)\qquad C_n = 0 \text{ für } n = \frac{\log B - \log[B - A(\alpha - \beta)]}{\log\alpha - \log\beta}.$$

b. Im zweiten Falle $B = A(\alpha - \beta)$ wird aus Nr. 15) sehr einfach

$$C_n = A\beta^n;$$

da β^n bei wachsenden n fortwährend abnimmt und beliebig klein gemacht werden kann, so nähert sich C_n asymptotisch der Grenze Null.

c. Für $B < A(\alpha - \beta)$ sind die drei Unterfälle zu unterscheiden, ob B mehr, ebensoviel oder weniger als $A(\alpha - 1)$ beträgt.

Im ersten Unterfalle $A(\alpha - \beta) > B > A(\alpha - 1)$ ist $C_1 < A$ mithin anfangs eine Abnahme vorhanden; da aber

$$C_n = \frac{[A(\alpha - \beta) - B]\,\alpha^n + B\beta^n}{\alpha - \beta}$$

bei unendlich grofsen n positiv unendlich wird, so mufs auf jene Abnahme später eine Zunahme folgen, mithin C_n ein Minimum C_k erreichen, welches sich durch die Bedingung

$$C_{k-1} > C_k < C_{k+1}$$

bestimmt. Zur Abkürzung sei

$$M = \frac{1 - \beta}{\alpha - 1} \cdot \frac{B}{A(\alpha - \beta) - B}; \tag{17}$$

es folgt dann

$$\frac{\log M}{\log\alpha - \log\beta} < k < \frac{\log M}{\log\alpha - \log\beta} + 1. \tag{18}$$

Wenn die untere Grenze keine ganze Zahl ist, giebt es nur ein Minimum wie z. B. für $A = 100$, $B = 7$, $\alpha = 1{,}04$, $\beta = 0{,}92$, wo $k = 9$ wird und

$$C_8 = 86{,}961; \quad C_9 = 86{,}849; \quad C_{10} = 87{,}016;$$

wenn dagegen die untere Grenze eine ganze Zahl ausmacht, so entstehen zwei gleiche Minima wie z. B. für $A = 100$, $B = 6{,}857$, $\alpha = 1{,}04$, $\beta = 0{,}92$, woraus sich die Werte ergeben

$$C_7 = 88{,}275; \quad C_8 = C_9 = 87{,}981; \quad C_{10} = 88{,}266.$$

Im zweiten Unterfalle $B = A(\alpha - 1)$ werden die Anfangswerte A und C_1 einander gleich; ferner ist

$$C_{n+1} - C_n = A(\alpha - 1)(1 - \beta)\frac{\alpha^n - \beta^n}{\alpha - \beta} > 0$$

mithin $C_{n+1} > C_n$; über $n = 1$ hinaus bilden also die C eine steigende Reihe.

Im dritten Unterfalle $B < A(\alpha - 1)$ ist $C_1 > A$, und wenn man in der Differenz

$$C_{n+1} - C_n = A(\alpha - 1)\alpha^n - B\frac{\alpha^{n+1} - \beta^{n+1} - \alpha^n + \beta^n}{\alpha - \beta}$$

an die Stelle von B das gröfsere $A(\alpha - 1)$ treten läfst, so erhält man

$$C_{n+1} - C_n > A(\alpha - 1)(1 - \beta)\frac{\alpha^n - \beta^n}{\alpha - \beta} > 0,$$

woraus folgt, dafs die C fortwährend zunehmen.

III. Raten in steigender arithmetischer Progression.

Nimmt man unter der Voraussetzung eines positiven D

$$B_1 = B,\ B_2 = B + D,\ B_3 = B + 2D,\ B_4 = B + 3D, \ldots$$

und benutzt die Summenformel

$$19)\quad \alpha^{n-2} + 2\alpha^{n-3} + 3\alpha^{n-4} + \cdots (n-2)\alpha + n - 1 = \frac{\alpha^n - n(\alpha - 1) - 1}{(\alpha - 1)^2},$$

welche durch Multiplikation mit $(\alpha - 1)^2$ leicht zu verifizieren ist, so erhält man aus Nr. 1

$$C_n = A\alpha^n - B\frac{\alpha^n - 1}{\alpha - 1} - D\frac{\alpha^n - n(\alpha - 1) - 1}{(\alpha - 1)^2}$$

oder, wenn die Abkürzungen

$$20)\quad E = \frac{D}{\alpha - 1},\quad F = \frac{B}{\alpha - 1} + \frac{D}{(\alpha - 1)^2} = \frac{B + E}{\alpha - 1}$$

eingeführt werden,

$$21)\quad C_n = (A - F)\alpha^n + nE + F.$$

Hier sind die drei Hauptfälle zu unterscheiden, ob F weniger, ebensoviel oder mehr als A beträgt.

a. Ist $F < A$ mithin zufolge der Bedeutung von F

$$D < [A(\alpha - 1) - B](\alpha - 1),$$

so mufs $B < A(\alpha - 1)$ sein, weil sonst D negativ ausfallen würde. Ferner wachsen die positiven Gröfsen $(A - F)\alpha^n$ und nE gleichzeitig mit n ins Unendliche; dasselbe gilt daher von C_n.

b. Für $F = A$, d. h.

$$22)\quad D = [A(\alpha - 1) - B](\alpha - 1),\quad B < A(\alpha - 1),$$

erhält man sehr einfach (auch ohne Benutzung der Summenformel 19)

$$C_n = nE + F = A + n[A(\alpha - 1) - B]; \tag{23}$$

die aufeinander folgenden C bilden demnach eine steigende arithmetische Progression.

c. Im Falle $F > A$, welchem entspricht

$$D > [A(\alpha - 1) - B](\alpha - 1), \tag{24}$$

läſst sich der Gleichung 21) die Form ertheilen

$$C_n = F - n\left\{(F - A)\frac{\alpha^n}{n} - E\right\} \tag{25}$$

und daran folgende Bemerkung knüpfen. Ersetzt man in Nr. 19) die Potenzen $\alpha^{n-2}, \alpha^{n-3}, \ldots \alpha$ durch die kleinere Einheit, so gelangt man zu der Ungleichung

$$\frac{n(n-1)}{2} < \frac{\alpha^n - n(\alpha - 1) - 1}{(\alpha - 1)^2}$$

oder

$$\frac{\alpha^n}{n} > \frac{1}{n} + \alpha - 1 + \frac{n(n-1)}{2}(\alpha - 1)^2$$

und hieraus ersieht man, daſs $\frac{\alpha^n}{n}$ bei unendlich wachsenden n gleichfalls unendlich wächst. Auf Nr. 25) angewendet giebt dies $C_\infty = -\infty$; es muſs daher eine Stelle existieren, wo C_n aus dem Positiven ins Negative übertritt, d. h. wo $C_n = 0$ wird; also

$$(F - A)\alpha^n - nE - F = 0.$$

Für n als Unbekannte ist diese Gleichung transcendent und läſst sich nicht in geschlossener Form, wohl aber durch Versuche auflösen, die namentlich dann wenig Mühe verursachen, wenn man eine ausgedehnte Tafel der Potenzen von α zur Hand hat.*) Ein Beispiel hierzu ist $A = 1000$, $B = 47$, $D = 5$, $\alpha = 1{,}04$, $E = 125$, $F = 4300$; man findet

$$C_{16} = +119{,}16; \; C_{17} = -3{,}07,$$

wonach dasjenige n, für welches C_n verschwindet, sehr nahe an 17 liegt.

Da eine Verminderung der Schuld nur in dem vorliegenden Falle $F > A$ (oder Nr. 24) eintritt, so beschränken wir uns auf

*) Die „Sammlung mathematischer Tafeln" von Dr. Hülſse (Leipzig, Weidmann 1849) enthält die ersten 100 Potenzen von α und $\frac{1}{\alpha}$ für die Prozentsätze $p = 1, 2, 2\frac{1}{2}, 2\frac{3}{4}, 3, 3\frac{1}{4}, 3\frac{1}{2}, 3\frac{3}{4}, 4, 4\frac{1}{2}, 5$ und 6.

diese Voraussetzung und diskutieren noch die Unterfälle, ob B mehr, ebensoviel oder weniger als $A\,(\alpha - 1)$ beträgt.

Im Falle $B > A\,(\alpha - 1)$ ist die Bedingung 24) von selbst erfüllt; ferner wird $C_1 < A$,

$$C_n - C_{n+1} = (F - A)\,(\alpha - 1)\,\alpha^n - E > (F - A)\,(\alpha - 1) - E$$

d. i. zufolge der Werthe von E und F

$$C_n - C_{n+1} > B - A\,(\alpha - 1) > 0,$$

und hieraus geht hervor, daſs C_1, C_2, C_3 etc. eine durchaus abnehmende Reihe bilden.

Für $B = A\,(\alpha - 1)$ wird $C_1 = A$, im Übrigen gelten aber die vorigen Schlüsse.

Im dritten Falle wo die Bedingungen

$$B < A\,(\alpha - 1),\; D > [A\,(\alpha - 1) - B]\,(\alpha - 1)$$

gleichzeitig erfüllt sein müssen, wird $C_1 > A$; diesem anfänglichen Wachstum muſs aber späterhin eine Abnahme folgen, weil C_n schlieſslich verschwindet. Hiernach existiert ein Maximum C_k, welches sich aus den Ungleichungen $C_{k-1} < C_k > C_{k+1}$ bestimmt; setzt man abkürzend

$$26)\qquad M = \frac{E}{(F - A)\,(\alpha - 1)} = \frac{D}{D - [A\,(\alpha - 1) - B]\,(\alpha - 1)},$$

so erhält man

$$27)\qquad \frac{\log M}{\log \alpha} < k < \frac{\log M}{\log \alpha} + 1.$$

Jenachdem $\log M : \log \alpha$ eine gemischte oder eine ganze Zahl ist, giebt es hier ein Maximum oder zwei gleiche Maxima. Als Beispiel für den ersten Fall sei erwähnt: $A = 1000$, $B = 30$, $\alpha = 1{,}04$, $D = 1$, $E = 25$, $F = 1375$, $M = \frac{5}{3}$, $k = 14$,

$$C_{13} = 1075{,}602;\; C_{14} = 1075{,}622;\; C_{15} = 1074{,}646, \ldots$$

$$C_n = 0 \text{ für } n = 49\tfrac{1}{2}.$$

IV. Raten in fallender arithmetischer Progression.

Nimmt man

$$B_1 = B,\; B_2 = B - D,\; B_3 = B - 2D,\; B_4 = B - 3D, \ldots;$$

so hat man vorerst zu beachten, daſs negative Abzahlungen bedeutungslos sind, daſs also bei der Lösung der Aufgabe nur

solche n zugelassen werden können, für welche $B - nD > 0$ oder $n < \frac{B}{D}$ ist. Unter Benutzung der Abkürzungen

28) $$E = \frac{D}{\alpha - 1}, \quad F = \frac{B}{\alpha - 1} - \frac{D}{(\alpha - 1)^2} = \frac{B - E}{\alpha - 1}$$

ergiebt sich nun

29) $$C_n = (A - F)\, \alpha^n - nE + F,$$

wobei wieder die Hauptfälle zu unterscheiden sind, ob F weniger, ebensoviel oder mehr als A beträgt.

a. Für $F < A$, d. h.

30) $$D > [B - A(\alpha - 1)](\alpha - 1)$$

kann man schreiben

$$C_n = n\left\{(A - F)\frac{\alpha^n}{n} - E\right\} + F,$$

und da $\frac{\alpha^n}{n}$ gleichzeitig mit n unendlich wächst, so folgt $C_\infty = \infty$.

In welcher Weise das schliefsliche Unendlichwerden von C_n vor sich geht, ersieht man aus folgender Diskussion.

Wenn $B < A(\alpha - 1)$ ist, so findet die Ungleichung 30) von selbst statt; ferner wird $C_1 > A$ und

$$C_{n+1} - C_n = (A - F)(\alpha - 1)\,\alpha^n - E > (A - F)(\alpha - 1) - E$$

d. i.

$$C_{n+1} - C_n > A(\alpha - 1) - B > 0,$$

mithin bilden C_1, C_2, C_3, etc. eine durchweg steigende Reihe.

Für $B = A(\alpha - 1)$ ist die Bedingung 30) wieder von selbst erfüllt; ferner wird $C_1 = A$; im Übrigen gelten die vorigen Schlüsse.

Der dritte Unterfall, für welchen die beiden Bedingungen

$$B > A(\alpha - 1), \quad D > [B - A(\alpha - 1)](\alpha - 1)$$

gelten, liefert $C_1 < A$, d. h. eine anfängliche Abnahme der C; dieser mufs aber wegen $C_\infty = \infty$ später eine Zunahme folgen, es mufs also ein Minimum existieren, welches durch die Ungleichungen $C_{k-1} > C_k < C_{k+1}$ bestimmt wird. Setzt man zur Abkürzung

31) $$M = \frac{E}{(A - F)(\alpha - 1)} = \frac{D}{D - [B - A(\alpha - 1)](\alpha - 1)}$$

so erhält man

32) $$\frac{\log M}{\log \alpha} < k < \frac{\log M}{\log \alpha} + 1$$

und hieraus ein Minimum oder zwei gleiche Minima, jenachdem $\log M : \log \alpha$ eine gemischte oder eine ganze Zahl ist.

Hinsichtlich des Minimums C_k sind noch drei wesentliche Fälle zu unterscheiden. Bei positiven C_k bleibt C_n durchaus im Gebiete des Positiven und kann daher nicht $= 0$ werden. Ist $C_k = 0$, so bildet k, wofern es weniger als $\frac{B}{D}$ beträgt, die einzige Auflösung der Gleichung $C_n = 0$. Wenn drittens C_k negativ ist, so mufs C_n vorher aus dem Positiven ins Negative übergegangen sein und später (wegen $C_\infty = +\infty$) wieder aus dem Negativen ins Positive übertreten; die Gleichung $C_n = 0$ hat dann zwei Auflösungen $n = n_1$ und $n = n_2$, von denen $n_1 < k$ und $n_2 > k$ ist; für die gestellte Aufgabe gilt nur die erste, falls n_1 weniger als $\frac{B}{D}$ beträgt.

Ein Beispiel für den letzten Fall ist $A = 750$, $B = 81$, $D = 3$, $\alpha = 1{,}04$ mithin $E = 75$, $F = 150$, $M = \frac{75}{24}$, $k = 30$; als Minimum ergiebt sich $C_{30} = -153{,}96$, sodafs ein Wert $n < 30$ existieren mufs, für welchen C_n verschwindet. In der That hat man

$$C_{18} = +15{,}49;\ C_{19} = -10{,}89;$$

der gesuchte Wert liegt also zwischen 18 und 19 und ist gültig, weil er weniger als $\frac{B}{D} = 27$ beträgt.

b. Für $F = A$, d. i.

$$D = [B - A(\alpha - 1)](\alpha - 1)$$

mufs $B > A(\alpha - 1)$ sein, weil sonst $D \overline{\gtrless} 0$ würde; die Formel 29) geht dann über in

33) $$C_n = F - nE = A - n[B - A(\alpha - 1)],$$

wonach die C eine fallende arithmetische Progression bilden. Hierbei ist

34) $$C_n = 0 \text{ für } n = \frac{A}{B - A(\alpha - 1)},$$

und dieser Wert von n gilt immer, weil er von selbst weniger als $\frac{B}{D}$ beträgt.

c. Im Falle $F > A$ oder

$$D < [B - A(\alpha - 1)](\alpha - 1) \tag{35}$$

mufs aus demselben Grunde wie vorhin $B > A(\alpha - 1)$ sein; ferner wird

$$C_n = -(F - A)\,\alpha^n - nE + F. \tag{36}$$

Hiernach ist

$$C_n - C_{n+1} = (F - A)(\alpha - 1)\,\alpha^n + E > (F - A)(\alpha - 1) + E$$

d. i. $C_n - C_{n+1} > 0$; die C bilden folglich eine durchaus abnehmende Reihe. Wegen

$$C_n = -n\left\{(F - A)\frac{\alpha^n}{n} + E\right\} + F$$

wird $C_\infty = -\infty$ und daher existiert ein Wert von n, für welchen C_n verschwindet. Um zu erfahren, wie grofs derselbe höchstens sein kann, setze man in Nr. 36) $C_n = 0$; dies giebt

$$F - nE = (F - A)\,\alpha^n > F - A \text{ mithin } n < \frac{A}{E}.$$

Wegen $A(\alpha - 1) < B$ ist weiter $\frac{A(\alpha - 1)}{D} < \frac{B}{D}$, d. h. $\frac{A}{E} < \frac{B}{D}$, woraus die Zuläfsigkeit des betreffenden Wertes von n folgt.

Schlufsbemerkung. Die vorigen Erörterungen werden sehr anschaulich, wenn man die Werte 1, 2, 3, etc. als Abscissen, C_1, C_2, C_3, etc. als Ordinaten konstruiert und die Endpunkte der letzteren durch Gerade verbindet. In der so entstehenden gebrochenen Linie entspricht einem einzelnen Maximum oder Minimum eine aufwärts bezw. abwärts gerichtete Spitze; zwei gleiche Maxima oder Minima liefern Polygonseiten, welche der Abscissenachse parallel sind. Vielleicht kann man diese Rechnungen und Konstruktionen als Einleitung in die analytische Geometrie verwenden, namentlich wenn man sich auf den Fall II beschränkt, dessen Diskussion zwar länger, aber keineswegs schwerer ist als die gewöhnliche Aufgabe unter Annahme konstanter Raten.

Zusatz zu vorstehendem Artikel.

Vom Herausgeber.

Ohne den Wert des vorstehenden vortrefflichen Artikels nur im geringsten beeinträchtigen zu wollen, dürften doch vielleicht folgende wenige Bemerkungen, welche das Resultat unserer Unterhaltung mit einem Praktiker über dieses Thema sind, hier Platz finden und vielleicht diesem oder jenem Leser nicht unwillkommen sein.

Die verschiedenen Fälle der Schuldentilgung mit progressiv steigenden und fallenden Tilgungsraten sind zwar schon mehrfach Gegenstand der Behandlung gewesen, meistens aber nur insoweit, als sie sich an bestimmte Aufgaben der Praxis selbst angeschlossen haben (so z. B. in Wild, polit. Rechnungsw. §. 246; Fleischhauer, Theorie und Praxis der Rentenrechnung, S. 365 u. f.); eine Diskussion dieses Gegenstandes aber in einer so allgemeinen Weise, wie sie der geehrte Hr. Verfasser des vorstehenden Aufsatzes gegeben hat, dürfte bis jetzt noch nicht vorliegen, also neu sein. Darf man vom Standpunkte des Praktikers aus noch einen kleinen Wunsch aussprechen, so möchte es der sein, dafs der Hr. Verfasser auch diejenigen Fälle berührt hätte, in denen A selbst gesucht wird, weil gerade diese Fälle in der Praxis eine wichtige Rolle bei der Ablösung zeitlicher und ewiger Renten spielen. So hätte z. B. die von Fleischhauer im 4. Hefte dieses Jahrganges S. 200 No. 297 gestellte, der Praxis entnommene Aufgabe*), in welcher A gesucht wird, wenn p und B_1 bekannt sind, und jedes folgende B um je $x\%$ von B_1 gröfser wird, n aber $= \infty$ ist, einen spe-

*) Die bezeichnete Aufgabe (297) lautete: „Bei der Ablösung einer Frucht-Decimation soll ihr gegenwärtiger Jahreswert N und eine jährliche Preissteigerung von $a\,\%$ dieses Wertes zu Grunde gelegt werden. Wieviel mufs das Ablösungskapital A betragen, wenn es an einem Fälligkeitstermine der Dezimation anstatt derselben gezahlt und bei der Wertsermittelung ein Zinsfufs von $p\,\%$ sowie gemeine Zinsverzinsung zu Grunde gelegt werden soll?“ — Die Lösung dieser Aufgabe durch den Aufgabensteller ist für ein späteres Heft bestimmt.

ziellen Fall für III gegeben. Wenn man nämlich die dort aus No. 1 abgeleitete Grundgleichung

$$C_n = A\alpha^n - B\frac{\alpha^n - 1}{\alpha - 1} - D\frac{\alpha^n - n(\alpha - 1) - 1}{(\alpha - 1)^2}$$

bei $n = \infty$ für A umformt, so erhält man

$$A = \frac{1}{\alpha - 1}B + \frac{1}{(\alpha - 1)^2}D + \frac{1}{\alpha - 1}D$$

und wenn man $D = \frac{x}{100}B$ und für α seinen Wert $1 + \frac{p}{100}$ setzt

$$A = \left(\frac{100}{p} + \frac{100x}{p^2} + \frac{x}{p}\right)B. \tag{1}$$

Da in jener Aufgabe das Ablösungskapital an einem Fälligkeitstermine der Rente gezahlt werden und diese Rente B zugleich mit umfassen soll, so geht für diesen Fall die vorstehende Formel über in

$$A = \left(1 + \frac{100}{p} + \frac{100x}{p^2} + \frac{x}{p}\right)B. \tag{2}$$

$$= \left(1 + \frac{100}{p}\right)\left(1 + \frac{x}{p}\right)B$$

Für $p = 4$; $x = 0{,}8$; $B = 30$

giebt (1) .... $A = 906$

(2) ... $A = 936$.

Die Krystallographie in der Schule.*)

(Mit besonderer Rücksicht auf Realschulen II. O., höhere Bürgerschulen, etc.)

Von Julius Hoch, Mathematiklehrer in Lübeck.

Von den drei Naturreichen, welche die beschreibenden Naturwissenschaften zu behandeln haben, begegnen gewifs der Mineralogie die meisten Schwierigkeiten, und nicht leicht ist es, einen gründlichen Unterricht in dieser Disziplin zu geben, selbst wenn die Schüler chemische Vorbildung haben; wie diese Schwierigkeiten aber an jenen Anstalten wachsen, welche der Chemie ganz entbehren, oder wo diese ein untergeordnetes Kapitel der Physik bildet und dann meist erst nach dem mineralogischen Unterricht erteilt wird, ist um so klarer, je mehr sich nach den neuen Anschauungen die Mineralogie auf chemischer Grundlage aufbaut.

Soll nun der Lehrer an derartigen Anstalten den Unterricht trotz dieser Lücke in der Vorbildung seiner Schüler erteilen, so bleibt demselben nichts anderes übrig, als einem der älteren naturhistorischen Systeme von Werner oder Mohs zu folgen, oder über das Kapitel der Systematik so schnell wie möglich hinwegzugehen und dem allgemeinen Teile sofort eine Beschreibung der einzelnen Spezies folgen zu lassen; denn das verbreitetste und durchgebildetste chemische System von Naumann**) seinem Unterricht zu Grunde zu legen, ist nicht leicht möglich, vermöge der Unkenntnis der Schüler mit den chemischen Gesetzen. Hierin ist wohl auch der Grund zu suchen, warum wir bis jetzt noch kein, für die höheren Schulen be-

---

*) Man sehe unsere Bemerkungen am Schlusse dieses Artikels. Red.

**) Naumann, geb. 1797 zu Dresden, seit 1848 Prof. d. Mineralogie, erst in Freiberg zuletzt in Leipzig bis 1872; gest. 1873 in Dresden.

stimmtes Lehrbuch der Mineralogie haben, welches sich einer solchen Verbreitung und Anerkennung erfreut, wie die mustergültigen Bücher der Zoologie und Botanik von Rektor Dr. Thomé. Hier könnte sich ein Spezialist und Schulmann ein grofses Verdienst erwerben, wenn er durch eine gediegene Arbeit diesem Mangel Abhülfe verschaffte.

Ob nun der Lehrer der Mineralogie dieses oder jenes System seinem Unterrichte zu Grunde legt, hat mit der Behandlung der Krystallographie nichts zu thun, welche, Dank den Forschern Haüy*), Mohs**), Weifs***), Naumann (1797—1873) u. a. eine so gründliche und wissenschaftliche Ausbildung erlangt hat, dafs sie eine der festen Stützen der Mineralogie geworden ist, auf welche letztere dann weiter bauen kann.

Ganz abgesehen von dem Nutzen, welchen die Krystallographie bei der Bestimmung der Mineralien selbst gewährt, ist dieselbe sehr geeignet, die räumliche Vorstellung der Schüler zu stärken und, falls der mineralogische Unterricht dem stereometrischen vorangeht, zu wecken, welche Gelegenheit sich gewifs kein Lehrer entgehen lassen wird, der einmal kennen gelernt hat, wie schwer sich der Schüler an räumliche Vorstellungen gewöhnen kann. Andrerseits gewährt die Krystallographie einen Blick in die wunderbare Gesetzmäfsigkeit der Natur, — „die anziehende Regelmäfsigkeit der Krystalle, woran sich so manch andere sinnliche Reizungen knüpfen, macht sie — die Krystallographie — überaus geeignet, ein junges Gemüt für zusammenhängende Betrachtungen zu gewinnen und für das Auffinden des mathematischen Gesetzes zu wecken, dessen heimliche Kraft ein verständiges Auge beim Anblick der schönen Gestalt fühlt."†) Hier im scheinbar toten Gestein selbst, müssen wir eine ordnende Hand erkennen, welche die kleinsten Teilchen eines Körpers nach bestimmten Gesetzen gelegt hat und so dem Schüler die Gewifsheit giebt, dafs alles auf dieser

*) Hauy; geb. 1743 zu St. Just, 1783 epochemachendes System der Krystallographie, Mitgl. der Akademie, dann Prof. in Paris, gest. 1822.

**) Mohs, geb. 1773 zu Gernrode a. H., seit 1811 Prof., zuletzt in Wien, gest. 1839.

***) Weifs, geb. 1780 zu Leipzig, seit 1808 Prof., gest. 1856.

†) Marx, Geschichte der Krystallkunde. Karlsruhe, Marx. 1825.

Welt bestimmten mathematischen Gesetzen unterworfen ist, denen zu entrinnen keine Möglichkeit ist.[1])

Geben schon die einfachen Gestalten der sechs krystallographischen Systeme ein ganz schönes Material, welches sich der Schüler an der Hand guter Modelle zu eigen machen mufs, so ist in der Entstehung der Halbgestalten und in den Kombinationen ein fast unbegrenztes Feld gegeben, welches, ordentlich bebaut, den Schüler zum streng logischen Denken, gepaart mit auf Denken begründetem Anschauen, zwingt und demselben ein wichtiges Hilfsmittel ist bei der Bestimmung der Mineralien in der speziellen Physiographie.

Bei den einzelnen krystallographischen Systemen mufs der Lehrer besonders auf den Zusammenhang der einzelnen Krystallformen untereinander hinweisen, indem dadurch in das Ganze ein ordnendes Gesetz kommt, und die einzelnen Gestalten nicht als zufälligerweise neben einander bestehende Formen erscheinen, sondern die tiefsinnige Gesetzmäfsigkeit klar zu Tage tritt.

In der Behandlungsweise wird sich, wegen der Achsen, das tesserale System von den fünf anderen Systemen unterscheiden, da ja, vermöge der Gleichheit der Achsen, in ersterem, die Krystallformen sich selbst ihre Grenzen gesetzt haben, während in den fünf anderen Systemen die eine — Hauptachse — eine Veränderung ihrer Gröfse zuläfst, ohne die anderen — Nebenachsen — irgendwie berühren zu müssen; durch den Übergang zu den Grenzen Null und Unendlich bei der Hauptachse entsteht dann einerseits die basische Endfläche, andrerseits aber das Prisma. Wird diese Erklärung durch ein gutes Modell — einige über derselben Basis errichtete Doppelpyramiden mit verschiedenen Höhen — unterstützt, so kann sich nun schon der Schüler an die Begriffe „unendlich grofs“ und „unendlich klein“ gewöhnen, was für den späteren mathematischen Unterricht von wesentlicher Bedeutung ist.

Sind beim tesseralen System die drei unveränderlichen Gestalten Oktaeder, Hexaeder und Rhombendodekaeder*) er-

*) Ein Hinweis darauf, dafs diese drei Gestalten immer ähnlich sein müssen, während es bei den anderen krystallographischen Gestalten nicht der Fall zu sein braucht, wird hier am Platze sein.

klärt und beschrieben worden, — und zwar wird vom Oktaeder ausgehend gezeigt, wie das Hexaeder und das Rhombendodekaeder entsteht, indem man einmal durch die Ecken, das andere mal durch die Kanten desselben Ebenen legt, — so geht man dann zu den vier veränderlichen Gestalten, Triakisoktaeder, Tetrakishexaeder, Ikositetraeder und Hexakisoktaeder, über und zeigt, wie an der Grundgestalt, dem Oktaeder, die Ebenen gelegt werden müssen, damit diese Formen entstehen; z. B. legt man durch jede Oktaederkante zwei Ebenen, welche aus den entsprechenden Oktaederflächen heraustreten, so entsteht dadurch das Triakisoktaeder etc. Endlich mufs auch gezeigt werden, wie bei entsprechenden Neigungen der Ebenen, welche die vier veränderlichen Formen bilden, dieselben sich allmählich den drei unveränderlichen Gestalten nähern und endlich in dieselben ganz übergehen, wenn zwei oder mehrere solche Ebenen in eine einzige zusammenfallen.

Abgesehen von dem Euler'schen Lehrsatze ($E + F = K + 2$), wird es gut sein, den Schüler darauf aufmerksam zu machen, dafs man aus der Anzahl der Begrenzungsflächen, wenn dieselben Dreiecke sind, die Anzahl der Kanten erhält, indem man die erstere mit $1\frac{1}{2}$ multipliziert; sind die Begrenzungsflächen Vierecke, so mufs deren Anzahl mit 2 multipliziert werden, um die Anzahl der Kanten zu erhalten.

Die Betrachtung der fünf anderen Systeme, bei welchen ja mindestens eine veränderliche Achse vorkommt, welche dann als Hauptachse angenommen wird, ist ziemlich einfach und wird nur beim triklinischen System, seiner Unregelmäfsigkeit halber und seiner häufig auftretenden Partialformen wegen, etwas schwer, kann aber durch den allmählichen Übergang von den regelmäfsigeren Systemen zu diesem, vieler Schwierigkeiten entkleidet werden.

In Bezug auf die beim Unterricht zu verwendenden Modelle, wird es sich empfehlen, dieselben aus Draht anfertigen zu lassen, damit der Schüler auch gleichzeitig die Achsen sehen kann, auf welche es ja bei der Charakterisierung der einzelnen Systeme wesentlich ankommt. Sind die Kanten und Achsen der betreffenden Krystallmodelle aufserdem durch verschiedene, ziemlich lebhafte, weithin sichtbare Farben ge-

kennzeichnet, so hat man an solchen Modellen ein kaum zu ersetzendes Unterrichtsmittel.

Die Entstehung der Halbgestalten läfst sich dann auch sehr leicht dem Schüler sichtbar vor die Augen führen, indem einerseits die Grundgestalt mit den Achsen (beide in verschiedenen Farben) dargestellt ist, andrerseits an demselben Modell die dazugehörige Halbgestalt (deren Kanten wieder eine andere Farbe haben) hervortritt, und der Schüler dann genau sehen kann, wie durch Erweiterung bestimmter Flächen der Grundform, die Halbgestalt entsteht.

Derartige, aus Draht angefertigte Modelle giebt es nun schon seit längerer Zeit*) und es wäre nur zu wünschen, dafs derartige Unterrichtsmittel eine recht weite Verbreitung finden möchten;[2]) denn die von manchen Lehrern der Mineralogie angewendete Methode, dafs sich die Schüler die Krystallmodelle mittels Korkstücken und Nadeln (Fröbel'sches Holz- und Korkspiel) selbst anfertigen sollen, ist zwar nicht zu verwerfen und deren Zweckmäfsigkeit nicht zu verkennen, doch im Ganzen nur ein unzureichendes Ersatzmittel für solche Modelle.

Zur Erklärung der Entstehung von Zwillingen sind solche Holzmodelle sehr geeignet, welche in der Mitte auseinandergeschnitten und um einen, in der Mitte der Schnittebene, senkrecht zu derselben angebrachten Stift gedreht werden können, wodurch dann aus der ursprünglichen einfachen oder Kombinationsform der Zwilling entsteht.

Die körperliche Vorstellung wesentlich fördernd ist endlich die Auflösung von Kombinationen, da hierbei der Schüler nur aus der Lage der Flächen, welche ja nie in ihrer, der Kernform eigenen Gestalt und Gröfse erscheinen, allein erkennen mufs, welcher Grundform diese oder jene Fläche angehört; dafs es bei dem Anfänger geraten sein wird, demselben, aufser der aufzulösenden Kombination, jene Grundform in die Hand zu geben, welche mit der Hauptform der Kombination in Verbindung getreten ist, ist wohl selbstversändlich; ebenso mufs man hier erst recht vom Leichteren zum Schwereren schreiten,

*) Hestermann in Hamburg hat eine Kollektion von 17 solchen Drahtmodellen zusammengestellt, welche zwar noch nicht ganz vollständig ist, jedoch leicht ergänzt werden kann. (Vergl. d. Bem. des Herausg. S. 505.)

mit den Kombinationen zweier Formen beginnen und dann zu denen von drei, vier und mehreren übergehen.[3])

Hat sich der Schüler an solchen Modellen in der Auflösung von Kombinationen geübt, dann kann derselbe auch an die Auflösung von, durch Zeichnungen gegebenen Formen gehen, und da bietet das mustergültige Werk „Elemente der Mineralogie von Naumann“, teils in seiner Krystallographie, teils und zwar noch mehr in der Physiographie der Spezies ein so reichhaltiges Material, wie man sich dasselbe nur wünschen kann; andrerseits sind dem „Leitfaden der beschreibenden Krystallographie von Hochstetter und Bisching“*) Tafeln beigegeben, welche in 114 Figuren eine recht lehrreiche Reihe von, in der Natur vorkommenden, Kombinationen und Zwillingen enthalten.

Bei der Krystallographie darf endlich nicht versäumt werden, auf den wesentlichen Unterschied zwischen einer Krystallform und einer Spaltungsform hinzuweisen und ebenso auf die, in der Natur häufig vorkommenden Unregelmäfsigkeiten in den Krystallen, da sich letztere, durch andere Körper gehindert, häufig nicht so ausbilden können, wie es das mathematische Gesetz fordern würde.

Ist dies und eine gründliche Übung an guten Modellen vorangegangen, dann können auch die Schüler an die Auflösung von Kombinationen wirklich in der Natur gefundener Krystallformen mit ihren Unregelmäfsigkeiten schreiten und so allmählich einen Einblick in die erhabene Gesetzmäfsigkeit der Natur erhalten. Würden die Schüler schon einen guten Unterricht in der Projektionslehre erhalten haben, so könnten dieselben auch die einfachen Formen, sowie die leichten Kombinationen selbst zeichnen, wodurch der Einblick in den Formenreichtum der Natur und in deren Gesetze ein noch tieferer würde.

Die Vorteile, welche einem der Art vorgebildeten Schüler im allgemeinen und besonders, dem mathematischen Studium gegenüber erwachsen, sind um so leichter zu erkennen, je mehr man bedenken mufs, dafs der Unterricht im Zirkelzeichnen bis jetzt in Deutschland selten auf mathematische Grundlagen

---

*) Diese beiden Bücher werden von dem Verfasser seit mehreren Jahren seinem krystallographischen Unterrichte zu Grunde gelegt.

gestützt erteilt wird und in der Stereometrie einem Schüler meist sehr viel zugemutet wird, wenn er an Körpern, welche er sich nur vorstellen soll, Schnitte, Linien zeichnen, denken oder berechnen etc. soll, obgleich er bisher nur an ein mechanisches Nachzeichnen gewöhnt war, ohne auch nur ein einziges Mal zu denken, „wie sieht das, was ich nun zeichne, wirklich aus.“ Würde hingegen, wie es z. B. an den österreichischen Realschulen geschieht, auf das geometrische Zeichnen mehr Rücksicht genommen und der Schüler an ein, auf den Gesetzen der Projektionslehre beruhendes Konstruieren gewöhnt werden, so würde ihm das Auflösen von Kombinationen einerseits und das Zeichnen der Figuren andrerseits nicht so schwer fallen, ganz abgesehen von dem ungemeinen Nutzen, den der Schüler in seinem späteren Leben hat, wenn er einigermafsen zeichnen kann.[4])

Beginnt dann der eigentliche stereometrische Unterricht, so ist der Schüler schon an die körperliche Vorstellung gewöhnt, er weifs, dafs es zahlreiche geometrische Körper giebt, die in der Natur wirklich vorkommen und bringt dann dem Berechnen derselben viel mehr Interesse entgegen, als wenn er dieselben nur als künstlich konstruierte Gestalten kennen lernen würde.

Endlich lassen sich an die krystallographischen Formen sehr schöne Aufgaben knüpfen, welche einen guten Übungsstoff abgeben.*) Bringt man die Inhaltsbestimmungen mit den Gewichtsbestimmungen einzelner Krystallformen in Zusammenhang, so kann das Feld der interessanten Aufgaben wesentlich erweitert werden und ein Hineingreifen der mathematischen Gesetze in andere, an der Schule gelehrte Disziplinen dem Schüler vor die Augen geführt werden.

Litteraturverzeichnis s. unten u. Bem.[5])

*) Die Berechnung der Oberflächen und Kubikinhalte einzelner Krystallformen oder Kombinationen; das Rhombendodekaeder ist doppelt so grofs, wie der in dasselbe eingezeichnete Würfel etc.

Bemerkungen zu vorstehendem Artikel des Hrn. Hoch.

Vom Herausgeber.

Wir hätten gewünscht, dafs der Hr. Verfasser des vorstehenden Aufsatzes, statt nur allgemeine methodische, wenn auch recht beherzigenswerte, Winke zu geben, dem Standpunkte der Leser unsrer Zeitschrift angemessen, spezieller in die Methodik dieses Unterrichtsgegenstandes eingegangen wäre. Da aber bis jetzt in den 14 Jahrgängen unserer Z. dieser Lehrgegenstand noch nicht behandelt wurde, so glaubten wir, diesen Artikel so zu sagen als anregende Einleitung geben zu sollen. Wir wünschen aber, es möchte irgend eine tüchtige und hierin kompetente Lehrkraft später einzelne Abschnitte aus der Krystallographie, [sowie die einzelnen Teile der Unterrichtsgegenstände aus dem unorganischen Naturreiche: Chemie*), Mineralogie, Geognosie*), Geologie, Paläontologie] eingehender bearbeiten. Wir können und wollen daher auch nicht mit einigen wenigen Bemerkungen und Zusätzen zu diesem Artikel zurückhalten; um denselben aber unversehrt und nicht durch Anmerkungen unterbrochen zu geben, haben wir unsere Bemerkungen an den Schlufs desselben verlegt, und die zugehörigen Stellen des Textes mit Nummern versehen.

1) (S. 499) Diese überschwenglichen Äufserungen müssen wir leider etwas abdämpfen; sie stammen jedenfalls nicht von den Erfahrungen aus der Schulstube. Der Schüler einer höheren Lehranstalt, besonders aber der Quartaner oder Tertianer eines Gymnasiums, ist noch nicht reif für das Verständnis „der erhabenen Gesetzmäfsigkeit in der Natur“ (wie Verf. weiter unten S. 502 Z. 13 v. u. sagt). Wir beobachteten im Gegenteil bei Schülern von Gymnasien, die doch im Idealismus leben und weben, in den gen. Klassen eine Interesselosigkeit, Abneigung, Kälte gegen die unorganische Natur (z. B. in der Mineralogie), welche in fühlbarem Gegensatz zu dem für die organische Natur (Zoologie und Botanik) stand. Es gehören wahrlich schon ausgezeichnete Lehrmittel und ein begeisterter

---

*) Über chemischen und geologischen Unterricht enthält diese Z. bereits Artikel. Geologie s. Bd. IX, 3 u. f. (von Engelhardt). Chemie s. XIII, 190 u. f. u. XIV, 1 u. f. und in den allgem. Aufsätzen über naturw. Unterricht.

Lehrer mit einem Vortrag von intensiver Wärme dazu, um bei diesem Alter nur ein leidliches Interesse für Mineralogie etc. zu erwecken und nur durch Verbindung mit Chemie*) kann dieses einigermafsen erhöht werden. Meist kommt der mineralogische Unterricht über eine blofse (man verzeihe den Ausdruck) „Steinanguckerei" nicht hinaus und giebt leicht Anlafs zu Unfug in der Lehrstunde. Sollten andere Fachgenossen bessere Erfahrungen gemacht haben, dann — wohl ihnen! — Dagegen ist die Krystallographie unläugbar ein ausgezeichnetes Unterstützungs- resp. Vorbereitungsmittel der Stereometrie, sowie andrerseits ein fruchtbares Feld für stereometrische Übungen. Beide Unterrichtsgegenstände — Mineralogie und Krystallographie — eignen sich aber besser für ein reiferes Alter.

2) (S. 501) Derartige Modelle erhält man auch, u. z. in vorzüglicher Güte, aus der Modelleur-Werkstatt der Freiberger Bergakademie, worauf wir die Leser d. Z. noch ganz besonders aufmerksam machen. Übrigens waren derartige Sammlungen der verschiedensten Modelle auf der Wiener Weltausstellung (1873) in grofser Anzahl und verschiedener Güte zu sehen. Man s. V, 308.

3) (S. 502) Solche Modelle, welche durch Verschiebung, Drehung etc. der Achsen und Flächen die Übergänge der krystallographischen Gestalten ineinander und die Kombinationen veranschaulichen, scheinen schwierig zu konstruieren und noch sehr selten zu sein. Soviel uns erinnerlich ist, besitzt die mineralogisch-krystallographische Sammlung der Freiberger Bergakademie eine Anzahl derselben, die z. T. noch von Breithaupt herrühren. Übrigens wollen wir noch aus unserer eigenen Schulpraxis mitteilen, dafs wir bei unserm mineralogischen Unterricht mit Hilfe eines sehr geschickten Kunstdrechslers Achsenmodelle, eingerichtet zum Zusammenschrauben und Zerlegen, konstruiert haben, wobei die Kanten durch bunte Fäden dargestellt wurden. Solche Modelle lassen sich zerlegt leicht verpacken. Man braucht dazu nur 1—2 Fufsgestelle (für die Hauptachse), wenn man nicht gerade die sämtlichen Achsensysteme zur anschaulichen Vergleichung nebeneinander stellen will. Wir geben diese Idee zu allgemeiner Verwirklichung resp. Verwertung hier Preis.

---

*) Wie es z. B. in dem oft gen. Buche von Reis (IX, 229) angestrebt wird.

4) (S. 503) Gerade dieser Punkt — das Zeichnen im krystallographischen Unterricht — ist für die theoretisch-praktische Behandlung dieses Lehrgegenstandes der wichtigste. Der Schüler soll die Zeichnungen des Lehrbuchs und die des Lehrers an der Wandtafel verstehen und sie mit dem Modell vergleichen. Hat er nun noch keinen Unterricht in der Stereometrie und darstellenden Geometrie gehabt, so ist es eben Kunst des Lehrers, auf elementarem Wege ihm zu der Fertigkeit zu verhelfen, diese Zeichnungen nicht allein zu verstehen, sondern sie — wenigstens die der fundamentalen Gestalten — auch selbst korrekt auszuführen. Auf diesen Punkt müfste u. E. eine Methodologie dieses Lehrgegenstandes ihr Augenmerk ganz besonders richten.

5) (S. 503) Wir glauben, der Hr. Verfasser würde sich den Dank vieler Leser verdient haben, wenn er, statt der wenigen von ihm kurz angeführten wissenschaftlichen Werke, die ja jeder Student der Naturwissenschaft auf der Universität kennen lernt, und die wir unten vervollständigt haben, solche Bücher oder Aufsätze wissenschaftlich-pädagogischer Zeitschriften angeführt hätte, welche die methodische Be- und Verarbeitung der Krystallographie für die Schule zum Zwecke haben. Wir haben daher unten einige derselben hinzugefügt.

Zur Litteratur über Krystallographie.

Der Hr. Verfasser des vorstehenden Artikels hatte demselben ein kleines Litteraturverzeichnis beigegeben, das aber nicht vollständig war. Wir haben dasselbe im folgenden wenigstens einigermafsen zu vervollständigen gesucht und ihm eine annähernd chronologische Reihenfolge gegeben.*) Wenn darunter auch Werke über Mineralogie angeführt sind, so ist natürlich der darin befindliche Abschnitt über Krystallographie gemeint. Biographische Notizen über die genannten Autoren findet man in Leunis, Schulnaturgeschichte (wie auch in d. Synopsis) III. T. Oryktognosie und Geognosie. 6. Aufl. von Senft. S. XII u. f. („Histor.-litter. Bemerkungen").

1) Hauy, Traité de Crystallographie. Paris 1822. Tom I—II. Hauy wird als der Begründer der Krystallographie betrachtet.

*) Es sei uns gestattet, hier zu bemerken, dafs uns die Herbeischaffung mancher der gegebenen Notizen selbst in der Buchhändler- und Universitätsstadt Leipzig keine geringe Mühe verursacht hat.

2) Weiſs, Krystallographische Abhandlungen zerstreut in den Berichten der Berliner Akad. d. Wissensch. (1814—1843). Weiſs ist der Begründer d. analyt.-geometr. Methode in der Krystallographie. In der Abhandlung „Übersichtliche Darstellung der verschiedenen natürlichen Abteilungen der krystallographischen Systeme“ (gel. 14. Dez. 1815) stellte er die Basis der krystallographischen Wissenschaft auf. Man s. Abh. d. königl. Akad. d. W. i. Berlin (1814—15). Weiſs wird von Naumann (Vorr. z. d. „Elementen“) als „Meister der Berliner Schule“ bezeichnet.

3) Mohs, Leichtfaſsliche Anfangsgründe der Naturgeschichte des Mineralreichs. Wien, Gerold, 1832.

4) Breithaupt, Vollständiges Handbuch der Mineralogie in 3 Bdn. Leipzig 1836—47, b. Arnold. Das B.'sche System d. Krystallographie (in Bd. I unter „Terminologie“) unterscheidet sich nicht unwesentlich vom Naumann'schen. Von B. rührt ein groſser Teil der instruktiven krystallographischen Modelle in der methodischen Mineraliensammlung der Freiberger Bergakademie her, einer der schönsten und lehrreichsten Sammlungen.

5) Naumann*), a) Grundriſs d. Krystallographie. Leipzig 1826. (Barth.) Mit 3 Kupfertafeln. Hierin suchte N. „die repräsentative und systematische Methode der Mohs'schen mit den so einfachen geometrischen Prinzipien der Weiſs'schen Krystallographie zu vereinigen“. (S. Vorr. z. Lehrb. S. VII.)

b) Lehrbuch der reinen und angewandten Krystallographie. 2 Bde. Leipzig 1830. (Brockhaus.) 22 und 17 Kupfertafeln. — Wohl das ausführlichste Werk über Krystallographie, worin auch das Zeichnen und Modellieren der krystallographischen Gestalten gelehrt wird. Es geht weit über den Grundriſs hinaus, besonders bezügl. der Lehre von den „Kombinationen“ und der „angewandten Krystallographie“.

c) Anfangsgründe d. Krystallographie. 2. Aufl. Leipzig 1854. (Arnoldi.) Mit 26 Steindr.-Taf. Faſslich geschrieben giebt es nur das für das praktische Bedürfnis Wichtige und eignet sich deshalb besonders für Anfänger.

d) Elemente d. theoretischen Krystallographie. Leipzig 1856. (Engelmann.) Mit 86 Holzschnitten. Mit einer analyt.-geometr. Propädeutik. Das letzte und wie es scheint reifste krystallographische Werk des Meisters. Hierdurch will N. vollends „die gegen die analyt.-geometr. Behandlung der

---

*) Der Verf. dieses Litt.-Verz. hatte einst das Glück, ein Zuhörer Naumanns zu sein und erinnert sich noch mit Vergnügen der aufmunternden Worte „das sind also Ihre *primitiae* in der Krystallographie“, als er dem Meister seine einfachen Anfänge im krystallographischen Zeichnen brachte. Besonders anziehend waren N.s Vorträge über physikalische Geographie.

Krystallographie noch obwaltenden Vorurteile beseitigen". Die Mathematik findet hier schon bedeutendere Anwendung.

Der in dieser Wissenschaft aufserordentlich fruchtbare und bahnbrechende Verfasser wandte sein System besonders an in seinem

e) Lehrbuch der Mineralogie, welches — gegenwärtig wohl das gangbarste Werk in dieser Wissenschaft — von 1846 bis 1881 in eilf Auflagen erschien (etwa 1885 soll die 12. erscheinen).

Wie sehr der (1873 verst.) Verf. bemüht war, in diesem Werke sein System zur Geltung zu bringen, ersieht man u. a. auch daraus, dafs die Anzahl der dem Werke beigegebenen Holzschnitte, von denen eine grofse Anzahl kleinerer den einzelnen Mineralspezies zur Erklärung beigegeben ist, von **157** (1. Aufl. 1846) auf **918** (11. Aufl. 1881) anwuchs. Von der 10. Aufl. an wurde das Werk von dem tüchtigen Leipziger Mineralogen Prof. Zirkel bearbeitet.

6) Quenstedt, a) Methode der Krystallographie. Tübingen 1840, ein Lehrbuch für Anfänger und Geübtere. Von demselben Verf. erschien in neuerer Zeit:
   b) Grundrifs der bestimmenden und rechnenden Krystallographie. Tübingen 1873. Mit einer kritisch-geschichtlichen Einleitung (74 S.).
7) v. Lang, Lehrbuch d. Krystallographie. Wien, Braumüller, 1866.
8) Schrauf, Lehrbuch d. Krystallographie, 1866, und Atlas dazu 1865 ebenda.
9) Kopp, a) Einleitung in die Krystallographie etc. 2. Aufl. Braunschweig 1862. (Vieweg.) Mit Atlas.
   b) Sechs Tafeln mit Netzen zu Krystallmodellen. 4. Aufl. Ebenda. 1874.
10) Hochstetter u. Bisching, a) Leitfaden d. Krystallographie. Wien, Braumüller, 1868.
   b) Leitfaden der Mineralogie. Von diesem praktischen Schulbuch soll nächstens die 5. Aufl. erscheinen. Eine Rezension der 1. Aufl. sehe man in ds. Z. X, 38 u. f.

Diesen Werken dürften noch anzureihen sein einige neuesten Datums:

11) Tschermak, Lehrbuch d. Mineralogie. Wien 1881, b. Hölder.
12) Rammelsberg, Handbuch der krystallographisch-physikalischen Chemie. Abt. I. Leipzig 1881, bei Engelmann. (S. d. Rez. i. ds. Heft).
13) Einige Aufsätze über methodische Behandlung der Krystallographie in der Schule in pädagog. Zeitschriften:

Die (österr.) Zeitschrift für Realschulwesen enthält in III, 271 bis 287: Gugler, die Krystallographie als Anschauungsunterricht (allgem. interessant). — Wolf v. Wolfinau, über den Unterr. i. d. Naturgeschichte in den österr. Realschulen. IV, 385 (die Mineralogie betr. p. 393). — Penl, das Naturalienkabinet, Bei-

trag zur Technik des naturw. Unterrichts. IV, 272. 344. 401 (Kryst. u. Min. s. S. 405—408). Derselbe, das Experiment auf der ersten Stufe des mineral. Unterr. V, 385.

Aufgabensammlungen, lediglich bestimmt für Krystallographie, oder solche, welche dieselbe wenigstens berücksichtigen, sind uns nicht bekannt. Doch sei aufmerksam gemacht auf eine kleine Sammlung krystallogr. Aufgaben von Krumme im Paed. Archiv, Jahrgang 1879. Auch die neue (III.) Auflage von Fiedler, darst. Geom. I. Bd. (1883), sowie die Übungen im III. T. der Elem.-Geom. von Henrici-Treutlein (Leipzig, b. Teubner, 1883) berücksichtigen die Krystallographie.

Kleinere Mitteilungen. — Sprech- und Diskussions-Saal.

Eine Stimme über die „neue Methode“ des Herrn Piper-Lemgo.

(In Briefform.)

Hochgeehrter Herr Redakteur! Auf S. 460 ff. des VI. Heftes lfd. Jahrg. Ihrer geschätzten Zeitschrift lese ich eine Abhandlung über eine „neue“ Methode des mathematischen Unterrichts. Es werden in derselben zunächst 5 methodische Grundsätze aufgestellt. Für diese wenigstens wird vom Herrn Verfasser hoffentlich der Reiz der Neuheit nicht in Anspruch genommen werden.*) Sie seien hier noch einmal aufgeführt:

1. Der Schüler mufs so viel wie möglich in Selbstthätigkeit gehalten werden.

2. Es darf kein Abschnitt eher durchgenommen werden, als bis die Schüler in dem vorhergehenden völlig sicher sind.

3. Es ist eine genaue Kontrole der Leistungen jedes einzelnen Schülers nötig.

4. Bevor ein Lehrsatz (oder eine Theorie) durchgenommen wird, müssen dem Schüler die in demselben vorkommenden Begriffe geläufig sein.

5. Der Unterricht mufs nicht auf die Klasse im allgemeinen, sondern auf jeden einzelnen Schüler gerichtet sein.

Diese Sätze sind just ebenso alt, zum Teil älter als die analytische Geometrie. Denn kein anderer als der Vater derselben, Descartes, hat schon in seinem *Discours de la méthode* für sie plädiert. Besonders der 5. Satz, welcher die individuelle Berücksichtigung der Schüler beim Unterricht fordert, ist ein spezifisch Descartes'sches Axiom. Ich halte dafür, dafs diese Grundsätze auch beim mathematischen Unterricht die in anderen Disciplinen schon lange anerkannte Berechtigung hätten finden müssen und habe bis heute auch geglaubt, dafs dies längst geschehen sei. Es ist also auch nur die Art und Weise, in welcher der Herr Verfasser einigen dieser Sätze in der Schulpraxis Geltung zu verschaffen sucht, welche teilweise meinen Widerspruch hervorruft. Der erste Satz erhält im

*) Sie erschienen auch uns als recht „alte Bekannte“. Red.

Fortgang des Aufsatzes die Bedeutung, dafs die Selbstthätigkeit der Schüler hauptsächlich durch Extemporalien in Anspruch genommen werden soll. Heifst das aber nicht jenen wichtigen, methodischen Grundsatz höchst einseitig auffassen und auch in die Praxis übertragen? In diesem Bedenken werde ich vom Herrn Verfasser selbst durch zwei in seinem Aufsatze aufgestellte Gesichtspunkte bestärkt. Anschliefsend an die 5. These erzählt derselbe nämlich zunächst eine so haarsträubende Geschichte aus der Schulpraxis, dafs man fast versucht ist, an ein Mifsverständnis zwischen dem beteiligten Direktor und seinen Lehrern zu glauben. Jedenfalls geht aus der Erzählung hervor, dafs der Herr Referent der fragenden, nicht etwa abfragenden Methode, auch wenn jene vernünftig betrieben würde, der vortragenden gegenüber wenig oder doch weniger Wert beizumessen geneigt erscheint. Damit aber verstöfst er gegen seinen eigenen ersten Grundsatz! Es giebt im Schulunterricht gar kein anderes Mittel, um eine grofse Zahl mathematischer Probleme zu verallgemeinern, sie von allen möglichen Seiten zu beleuchten, sich nicht blofs von dem erreichten Grade äufserlicher Anschauung der Schüler, sondern — wie Descartes es wieder will! — auch von demjenigen innerer Erkenntnis zu überzeugen, als die fragende Lehrweise! — Des Weiteren entscheidet der Herr Verfasser sich dann für die Euklidische Methode. Dafs sie die neueren Methoden durch Eleganz übertrifft, ist möglich, aber nicht nachgewiesen. Dafs, weil sie ein Kunstwerk des Altertums ist, sie darum doch nicht ohne weiteres Anspruch hätte, noch heute betrieben zu werden, dürfte einleuchten, wenn wir versuchen wollten, wegen unseres Respekts vor dem Altertum beispielsweise auf politischem Gebiete so ein Kunstwerk von einer alten griechischen oder römischen Verfassung in unser modernes Staatsleben einzuführen. Der Herr Verfasser sündigt mit dieser Forderung wieder gegen seinen ersten Satz, insofern er sich jahrelang eine hervorragende Gelegenheit, die Schüler selbstthätig zu beschäftigen und zwar so, dafs er stets mit ihnen zusammen thätig ist, entgehen läfst. Die Euklidische Methode geht von dem Lehrsatz als von einer behaupteten Wahrheit aus und beweist diese eben. Dabei ist zugleich beim Schulunterricht die Figur etwas von vornherein Gegebenes. Zu einer „selbstthätigen" Auffindung einer mathematischen Wahrheit wird hier dem Schüler nur in untergeordnetem Grade Gelegenheit gegeben. Das ist doch zweifellos ein Übelstand; ein Mangel dieser Methode! Wie haben denn Pythagoras, Euklid etc. selbst ihre Sätze gefunden? Das berühmte *εὕρηκα* giebt uns den Anhalt dafür, dafs sie von einer Figur ausgingen, die sich im Laufe der Betrachtung vervollständigte und sie schliefslich zu einer Wahrheit führte, die ihnen keineswegs schon vorher im Geiste als eine solche vorschwebte, die nur noch des mathematischen Beweises ermangele. Die neueren Methoden wollen denselben Weg einschlagen. Insofern bringen sie eigentlich jenen alten Geistes-

heroen den Zoll der Dankbarkeit und Hochachtung entgegen! Ich gebe darum der sogenannten genetischen und heuristischen Methode den Vorzug vor der des Herrn Verfassers, die, beiläufig gesagt, erst dann den Namen „Euklidische" verdienen würde, wenn man nachzuweisen vermöchte, dafs Euklid so, wie sie ihm unterschiebt, unterrichtet hätte. Ich meine also, dafs vor den Schülern die Figur im Laufe der Untersuchung entstehen und am Schlusse der die Selbstthätigkeit der Schüler fortwährend herausfordernden Betrachtung der gewünschte Lehrsatz von diesen selbstthätig gefunden werden müsse. „Ewirb es, um es zu besitzen!" Dafs das Suchen der mathematischen Wahrheit hierbei nicht zu einem planlosen Herumtasten nach einem versteckten, sich wie durch Zufall ergebenden Ziele werde, ist Sache der richtigen methodischen Behandlung und durchaus nicht schwer. Fern sei mir jede Überhebung, wenn ich dem Herrn Verfasser versichere, dafs ich Grund habe, mit den Erfolgen, die ich bei dieser seit mehr als zwölf Jahren befolgten Methode erziele, zufrieden zu sein, und ich glaube dabei vor ihm dies voraus zu haben, dafs mir der Unterricht nicht in dem Mafse Lasten auferlegt, als er mir Lust gewährt. Es ist doch zu traurig, wenn wir durch das Amt so überbürdet werden, dafs sich alle privaten Lieblingsstudien von selbst verbieten. Nimmt der Herr Verfasser für seine Methode in Anspruch, dafs sie eleganter ist, so möchte ich von der genetischen behaupten, dafs sie interessanter sei. Nur so bequem wie jene mag sie vielleicht nicht sein, dafür aber fortwährend anregend und hinsichtlich der formalen Bildung, die sie erzielt, von ungleich höherem Gewinn.

Was ich ferner in der Abhandlung vermisse, ist der Umstand, dafs der grofsen formalen Bedeutung, welche den Umkehrungssätzen mit der ihnen in der Regel eigenen indirekten Beweisführung innewohnt, nicht verdientermafsen gedacht wird. Das ist ein sehr weites und sehr anregendes, für die Bildung des Urteils sehr wichtiges Feld. Für nicht minder wichtig halte ich neben der schriftlichen, eine recht intensive mündliche Behandlung von Konstruktionsaufgaben.

Wenn man dies alles beachtet, so wird sich ergeben, dafs der mündliche Unterricht eine solche Fülle von Veranlassungen zur Selbstthätigkeit des Schülers bietet, dafs es zweimaliger Extemporalien in einer Woche nicht bedürfen wird. Die schriftliche Beschäftigung einer Klassenabteilung, während eine andere mündlich unterrichtet wird, sollte doch immer nur ein Notbehelf sein, aber kein methodischer Grundsatz! Dabei verkenne ich durchaus nicht die Wichtigkeit der Extemporalien und übe sie selbst sehr regelmäfsig; aber so schlimme Erfahrungen des Abschreibens habe ich nicht gemacht. Eine vorbeugende Mafsregel dafür glaube ich in der häufigen anleitenden und selbständigen Beschäftigung der Schüler an der Wandtafel gefunden zu haben. Sie lernen dadurch

sich selbst erkennen, auch sich selbst vertrauen, was von grofsem moralischen Werte ist, und sie stehen unter dem, ihrer etwa strauchelnden Ehrlichkeit zu Hilfe kommenden Eindruck, dafs ich genau weifs, was ich von den Leistungen eines Jeden zu halten habe. Mutatis mutandis wende ich das Gesagte auch auf die Unterweisung in der Algebra an, und vor allem halte ich für den gesammten mathematischen Unterricht einen Grundsatz fest, den ich hier als 6. anfügen möchte:

„Der Mathematiklehrer benütze für seine Person so wenig als möglich Kreide und Schwamm!“

Genehmigen Sie, hochgeehrter Herr Redakteur, den Ausdruck vorzüglichster Hochachtung, womit ich zeichne als Ihr ganz ergebenster

M. Schneider,*)
Lehrer der Mathematik am herzogl. Landesseminar in Köthen.

Aufklärung über die „dunkle Entgegnung“ Heft 6. S. 442.

Von E. Witte.

An dem Satze: „Einarmige Hebel sind .... das Ruder, bei welchem der Drehungspunkt da ist, wo das Ruder das Wasser berührt ....“ tadle ich allerdings zunächst den Ausdruck „berührt“. Aufserdem aber ist der Satz sachlich falsch. Fafst man nämlich das Ruder als einarmigen Hebel auf, so liegt die Stelle, um welche sich der Hebel dreht, keineswegs immer da, wo das Ruder in das Wasser eintaucht. Die Lage dieser Stelle, also des „Drehungspunktes“, wie der Verfasser sich ausdrückt, hängt vielmehr von verschiedenen Umständen ab. Ist das Ruder tief ins Wasser eingetaucht, so liegt der Drehungspunkt im Wasser: derselbe rückt dem Kahne um so näher, je weniger tief das Ruder eingetaucht ist. Ist ferner der Kahn schon in schneller Bewegung, so kann der Drehungspunkt des Ruders wieder im Wasser liegen: je langsamer die Bewegung des Kahnes ist, um so weiter rückt der Drehungspunkt an den Kahn heran, und wenn letzterer erst in Bewegung gesetzt werden soll, so liegt der Drehungspunkt am Bord des Kahnes. Ist endlich die Kraft, welche der Ruderer anwendet, im Verhältnis zu dem Gewichte des Kahnes klein, so kann der Drehungspunkt wieder im Wasser liegen, und er rückt um so mehr an den Kahn heran, je mehr Kraft beim Rudern angewandt wird.

Nur in einem ganz besondern Falle also liegt der Drehungs-

---

*) Dafs der akademisch gebildete und auch litterarisch wohlbekannte (vgl. XIII, 325) Hr. Verfasser berufen ist, in dieser Sache ein Wort mit zu sprechen, wird aus dem mathem. Lehrplan des Landes-Lehrerseminars zu Köthen hervorgehen, den wir im nächsten Hefte mitteilen wollen. Es ist das einmal ein Lichtblick in dem wissenschaftlichen Seminarleben, dessen dunkle Stellen wir in ds. Z. manchmal aufzuweisen genötigt waren.
Red.

punkt da, wo das Ruder in das Wasser eintaucht. Will man die Erörterung der verschiedenen Fälle dem Lehrer überlassen, so könnte man in einem Lehrbuche vielleicht sagen: Die Drehungsaxe des Ruders liegt gewöhnlich in der Nähe der Stelle, wo das Ruder in das Wasser eintaucht.

Nachschrift der Redaktion hierzu.

Diese „Aufklärung" läfst uns immer noch unaufgeklärt. Zwar, dafs der Drehpunkt — wenn es überhaupt ein Punkt und nicht vielmehr eine Axe ist — je nach der Tiefe, bis zu welcher das Ruder eintaucht, seine Stelle im Wasser verändert, das ist uns begreiflich, obschon das ein mathematischer resp. mechanischer Beweis erst überzeugungskräftig darthun würde. Dafs aber dieser Drehpunkt vom Wasser auf den „Bord des Kahnes" überspringen sollte, wo doch der Angriffspunkt der Last liegt, das erscheint unsern kritischen Augen sehr verdächtig. Wir möchten daher hierüber eine Diskussion anregen und den Herren Physikern resp. Mechanikern unter unsern Lesern aufgeben, diesem verdächtigen Burschen und Vagabonden von Drehpunkt einmal derb auf den Leib zu rücken, ihn zu ergreifen und ihm die ihm gebührende Stelle anzuweisen, und zwar womöglich mit Hilfe mathematischer Anweisungsregeln. Es wäre u. E. besonders zu untersuchen, ob der angebliche Punkt wirklich ein „Punkt" ist, ferner, ob nicht die Tiefe des Eintauchens oder die den eingetauchten Ruderteil umgebende Wassermasse, die Dimensionen des Hebelarmes u. A. auf den Ort dieses Drehpunktes Einflufs haben und zwischen welchen Grenzen er oscilliert oder mathematisch ausgedrückt: von welchen Gröfsen die Lage des Drehpunkts eine Funktion ist. Oder ist hierüber bereits etwas geschrieben und wo? Wir werden einen hierauf bezüglichen Artikel in die kl. Mitth. oder in den Sprechsaal gern aufnehmen.

Eine deduktive Ableitung der Regel für die Verwandlung eines periodischen Decimalbruchs in einen gemeinen.

Von Dr. Gerlach.

Mit Beziehung auf unsere Note Heft 5, S. 339 bezüglich der deduktiven Ableitung der gen. Regel schreibt uns Hr. Dr. Gerlach in Parchim folgendes: „Ich schliefse aus Ihrer Bemerkung, dafs die nachstehende Ableitung, der man das Prädikat „deduktiv" füglich nicht versagen kann, nicht allgemein bekannt ist.

Man verwandelt $\frac{1}{9999\ldots.999_n}$ in einen Decimalbruch und erhält den periodischen Bruch $0{,}000\ldots.00_{n-1}1000\ldots.01\ldots.$ — Nach den Regeln der Division erhält man $n - 1$ Nullen und

eine Eins als Periode, wenn im Nenner des gegebenen Bruches die Neun n mal vorkommt.

Da nun hiernach z. B.

$$\frac{1}{9999} = 0{,}00010001\ldots \text{ ist,}$$

so ist wiederum

$$0{,}abcd\ abcd\ abcd\ldots = \frac{abcd}{9999}.$$

Diese Ableitung ist völlig unabhängig davon, ob die gegebenen Decimalbrüche im dekadischen oder in einem beliebigen andern Systeme geschrieben sind. Man kann daher die gewonnene Regel auch zur Summation gewisser Reihen benutzen. Es ist z. B.

$$\frac{1}{8}+\frac{3}{8^2}+\frac{4}{8^3}+\frac{6}{8^4}+\frac{1}{8^5}+\frac{3}{8^6}+\frac{4}{8^7}+\frac{6}{8^8}+\cdots$$

$$= 0{,}\dot{1}34\dot{6}1346 \text{ (achtteiliges System)}$$

$$= \frac{1346}{7777} \text{ (achtteil.)}$$

$$= \frac{6+4\cdot 8+3\cdot 8^2+1\cdot 8^3}{7+7\cdot 8+7\cdot 8^2+7\cdot 8^3} \text{ (zehnteilig).}$$

Diese Betrachtungen bringen sachlich nichts Neues. Vielleicht ist aber eine „Auffrischung" derselben einzelnen Lesern der Zeitschrift nicht unangenehm."

Noch einmal die „abgekürzte Multiplikation".

Von A. Schmitz in Neuburg.

Die Frage über den Sprachgebrauch bei der kurzen Division wurde von der Redaktion in XIV, 5, S. 336 u. f. so eingehend erörtert, dafs eine weitere Diskussion nichts mehr klar zu legen hätte. Aber ein anderer Punkt wird daselbst angeregt, der wohl noch diskussionsfähig und -würdig sein dürfte: ob man nämlich auf andere Weise bei der abgekürzten, als bei der vollständigen Multiplikation, das Dezimalzeichen bestimmen soll. Der Unterzeichnete verneint dies. Er bestimmt immer das Dezimalzeichen im ersten Teilprodukte.

Z. B.:

47,15 · 0,0172	47,15 · 0,0172
0,4715	0,4715
33005	3301
9430	94
= 0,81098	= 0,811(0) .

In beiden Beispielen wurde zuerst mit 1 (d. h. mit 0,01) multipliziert. Das dadurch sich ergebende Teilprodukt 4715 erhält

4 Dezimalen, weil jeder der beiden Faktoren 2 Dezimalen hat. (Die letzten zwei Ziffern von 0,0172 dürfen natürlich nicht mitgezählt werden, weil mit ihnen noch nicht multipliziert wurde.) Nun liegt es ganz unabhängig vom Dezimalzeichen in der Hand des Rechners, ob er weiterhin abgekürzt oder vollständig multiplizieren will. — „Unvollständige" Zahlen nennt der Unterzeichnete alle, welche eine Gröfse nur annäherungsweise angeben;*) z. B. die Einwohnerzahl einer Stadt, die Kilometerentfernung zweier Orte von einander. Solche „unvollständige" Zahlen können selbstverständlich auch **ganze** sein; es darf aber mit denselben stets nur abgekürzt gerechnet werden, wenn die Resultate nicht eine illusorische Genauigkeit ergeben sollen.

Zum Aufgaben-Repertorium.

Redigiert von Dr. Lieber-Stettin und von v. Lühmann-Königsberg i. d. N.

A) Auflösungen.

276. (Gestellt von Kiehl XIV$_2$, 99.) Schneiden sich drei Ecktransversalen AD_a, BD_b, CD_c eines Dreiecks in einem Punkte P, so schneiden sich auch in einem Punkte

I) die drei Verbindungslinien ihrer Halbierungspunkte E_a, E_b, E_c mit den Halbierungspunkten G_a, G_b, G_c der zugehörigen Dreiecksseiten.

1. Beweis. Nach dem Satze des Ceva ist $\frac{AD_c}{BD_c}\cdot\frac{BD_a}{CD_a}\cdot\frac{CD_b}{AD_b}=1$. Die Punkte E liegen auf den Seiten des Dreiecks $G_aG_bG_c$ und aus ähnlichen Dreiecken folgt, dafs $\frac{AD_c}{BD_c}=\frac{G_bE_c}{G_aE_c}$, $\frac{BD_a}{CD_a}=\frac{G_cE_a}{G_bE_a}$, $\frac{CD_b}{AD_b}=\frac{G_aE_b}{G_cE_b}$. Die Substitution in die obige Gleichung ergiebt für $\triangle G_aG_bG_c$, dafs $\frac{G_aE_b}{G_cE_b}\cdot\frac{G_cE_a}{G_bE_a}\cdot\frac{G_bE_c}{G_aE_c}=1$ ist, woraus die Behauptung folgt.

Artzt (Recklinghausen), Fuhrmann (Königsberg i. Pr.), Glaser (Homburg), Kiehl (Bromberg), Schuster (Pola), Stegemann (Prenzlau), Valta (München).

Anmerkung. Ist $PS:P'S=2$ (wo S Schwerpunkt und Aehnlichkeitspunkt von ABC und $G_aG_bG_c$, und P' auf der Geraden PS liegend), so ist der Durchschnittspunkt von G_aE_a, G_bE_b, G_cE_c der Winkelgegenpunkt von P' in $G_aG_bG_c$. Artzt.

---

*) Das wäre also soviel als „(an)genäherte" Zahlen. Dieser Begriff dürfte aber durch den Ausdruck „unvollständig" nicht ganz gedeckt werden, da das Hauptmerkmal desselben ein Fehlen (Mangel) ist, während eine „angenäherte" Zahl auch einen Überschufs haben kann. Red.

2. Beweis. Aehnlich wie der specielle Beweis für die Höhen XIII_3, 203. Kiehl.

3. Beweis. Nimmt man den speciellen Satz von den Höhen in 183, 2 (XIII_3, 203) als bekannt an, so läſst sich der allgemeine Satz mittelst Parallelprojection beweisen. Man projiciere das gegebene Dreieck und seine Transversalen auf eine solche Ebene, daſs in der Projecktionsfigur zwei Transversalen auf den zugehörigen Seiten senkrecht stehen; da nun der Satz für die Projectionsfigur richtig ist, und bei der Projection die Verhältnisse von Strecken ungeändert bleiben, so gilt der Satz auch für die gegebene Figur.

Kiehl.

4. Beweis. Die Gleichung von P sei $\alpha\xi_1 + \beta\xi_2 + \gamma\xi_3 = 0$; dann hat D_a die Gleichung $\beta\xi_2 + \gamma\xi_3 = 0$, folglich E_a die Gleichung: $\xi_1 + \frac{\beta\xi_2 + \gamma\xi_3}{\beta + \gamma} = 0$. Daher hat ein Punkt von $D_a E_a$ die Gleichung: $\xi_2 + \xi_3 + \lambda\left(\xi_1 + \frac{\beta\xi_2 + \gamma\xi_3}{\beta + \gamma}\right) = 0$; ebenso ist die Gleichung eines Punktes von $D_b E_b$: $\xi_3 + \xi_1 + \lambda'\left(\xi_2 + \frac{\gamma\xi_3 + \alpha\xi_1}{\gamma + \alpha}\right) = 0$. Daraus ergiebt sich für den Durchschnittspunkt R beider die Gleichung:

$$\alpha(\beta + \gamma)\xi_1 + \beta(\gamma + \alpha)\xi_2 + \gamma(\alpha + \beta)\xi_3 = 0$$

oder $(\alpha + \beta + \gamma)(\alpha\xi_1 + \beta\xi_2 + \gamma\xi_3) - (\alpha^2\xi_1 + \beta^2\xi_2 + \gamma^2\xi_3) = 0$, aus deren Symmetrie man erkennt, daſs auch die dritte Verbindungslinie durch R geht.

Folgerungen aus der letzten Gleichung: a) P sei der Mittelpunkt des Inkreises oder eines der Ankreise, so tritt $\pm \sin\alpha$, $\pm \sin\beta$, $\pm \sin\gamma$ an die Stelle von α, β, γ; folglich liegt R auf der Verbindungslinie des Mittelpunktes des Inkreises (bez. Ankreises) und des Grebe'schen Punktes K. b) P sei der Grebe'sche Punkt, so liegt R auf der Verbindungslinie des Grebe'schen Punktes mit dem Punkt D' (siehe Satz 234, 1. Beweis XIV_2, 97).

Stoll (Bensheim).

5. Beweis. (Mit Benutzung der Graſsmann'schen Ausdehnungslehre). e_1, e_2, e_3 seien die Eckpunkte des Dreiecks, $X = \alpha_1 e_1 + \alpha_2 e_2 + \alpha_3 e_3$ der Schnittpunkt der Ecktransversalen ($\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 1$); ferner X_1, X_2, X_3 die Schnittpunkte der Ecktransversalen mit den Seiten des Dreiecks, so ist $(\alpha_2 + \alpha_3)X_1 = X - \alpha_1 e_1 = \alpha_2 e_2 + \alpha_3 e_3$ (1) und $(\alpha_1 + \alpha_2)X_3 = X - \alpha_3 e_3 = \alpha_1 e_1 + \alpha_2 e_2$ (2). Addiert man zu (1) und (2) beiderseits $(\alpha_2 + \alpha_3)e_1$, resp. $(\alpha_1 + \alpha_2)e_3$, so ist $(\alpha_2 + \alpha_3)(X_1 + e_1) = \alpha_2(e_1 + e_2) + \alpha_3(e_3 + e_1)$ u. $(\alpha_1 + \alpha_2)(X_3 + e_3) = \alpha_1(e_3 + e_1) + \alpha_2(e_2 + e_3)$*; und indem man $(e_3 + e_1)$ eliminiert: $\alpha_1(\alpha_2 + \alpha_3)(X_1 + e_1) + \alpha_2\alpha_3(e_2 + e_3) = \alpha_3(\alpha_1 + \alpha_2)(X_3 + e_3) + \alpha_1\alpha_2(e_1 + e_2) = \alpha_2(\alpha_3 + \alpha_1)(X_2 + e_2) + \alpha_3\alpha_1(e_3 + e_1) = M$. Der Punkt M liegt also mit den Punkten $\frac{X_1 + e_1}{2}$ (Mitte der Transversale $X_1 e_1$) und $\frac{e_2 + e_3}{2}$ (Mitte der Seite $e_2 e_3$), ferner mit $\frac{X_3 + e_3}{2}$

und $\frac{e_1 + e_2}{2}$, endlich mit $\frac{X_2 + e_2}{2}$ und $\frac{e_3 + e_1}{2}$ auf je einer Geraden. Schlegel (Waren).

II) Die drei Verbindungslinien der Halbierungspunkte F_a, F_b, F_c der oberen Abschnitte mit G_a, G_b, G_c.

1. Beweis. $F_a F_b G_a G_b$ ist ein Parallelogramm, daher halbieren sich die Diagonalen $F_a G_a$ und $F_b G_b$; ebenso ist $F_a F_c G_a G_c$ ein Parallelogramm, also wird $F_a G_a$ durch $F_c G_c$ halbiert.

Fuhrmann. Kiehl. Schuster. Stammer. Stegemann. Valta.

2. Beweis. Die Dreiecke $F_a F_b F_c$ und $G_a G_b G_c$ sind kongruent und in ähnlicher Lage; daher schneiden sich die Verbindungslinien $F_a G_a$, $F_b G_b$, $F_c G_c$ homologer Ecken in einem Punkte. Glaser.

3. Beweis. Die Behauptung ist eine Anwendung des Satzes: Die Verbindungslinien der Mitten der drei Paar Gegenseiten eines vollständigen Vierecks schneiden sich in einem Punkte. Das Viereck ist $ABCP$, die Gegenseiten sind AP und BC u. s. w. Artzt.

4. Beweis. Projiciert man ein Dreieck auf eine beliebige ihm nicht parallele Ebene, so sind die Projektionen seiner Höhen beliebige Transversalen; der Kreis der neun Punkte wird in die Ellipse der neun Punkte projiciert und die betreffenden Verbindungslinien sind Durchmesser dieser Ellipse. Kiehl.

5. Beweis. Die Gleichung von F_a ist: $\xi_1 + \frac{\alpha\xi_1 + \beta\xi_2 + \gamma\xi_3}{\alpha + \beta + \gamma} = 0$, also die Gleichung eines Punktes von $F_a\, G_a : \lambda\,(\xi_2 + \xi_3) + \xi_1 + \frac{\alpha\xi_1 + \beta\xi_2 + \gamma\xi_3}{\alpha + \beta + \gamma} = 0$; ebenso findet man die Gleichung eines Punktes von $F_b G_b : \lambda'\,(\xi_3 + \xi_1) + \xi_2 + \frac{\alpha\xi_1 + \beta\xi_2 + \gamma\xi_3}{\alpha + \beta + \gamma} = 0$; mithin ist die Gleichung des Durchschnittspunktes S beider Verbindungslinien: $(\alpha + \beta + \gamma)(\xi_1 + \xi_2 + \xi_3) + \alpha\xi_1 + \beta\xi_2 + \gamma\xi_3 = 0$, aus deren Symmetrie folgt, dafs auch die dritte Verbindungslinie durch S geht. Aufserdem ergiebt sich, dafs S immer auf der Verbindungslinie von P mit dem Schwerpunkt des Dreiecks liegt. Stoll.

6. Beweis. Setzt man $N = (X + e_1) + (e_2 + e_3) = (X + e_2) + (e_3 + e_1) = (X + e_3) + (e_1 + e_2)$, so ist damit gesagt, dafs der Punkt X mit den Punkten $\left(\frac{X + e_1}{2}\right)$ (Mitte des oberen Abschnittes von $X_1 e_1$) und $\frac{e_2 + e_3}{2}$ (Mitte der Seite $e_2 e_3$), ferner mit $\frac{X + e_2}{2}$ und $\frac{e_3 + e_1}{2}$ endlich mit $\frac{X + e_3}{2}$ und $\frac{e_1 + e_2}{2}$ auf je einer Geraden liegt. Schlegel.

277. (Gestellt von Kiehl XIV_2, 99.) Die kreuzweise gezogenen

Verbindungslinien zweier Ecken eines Dreiecks mit den Halbierungspunkten der von ihnen ausgehenden Höhen schneiden sich auf einem Eckradius des umgeschriebenen Kreises.

Die Höhen seien AD_a, BD_b, CD_c; ihre Halbierungspunkte E_a, E_b, E_c.

1. Beweis. Wir bezeichnen $\sphericalangle\ ABE_c$ mit β_1, E_cBC mit β_2, ACE_b mit γ_1 und E_bCB mit γ_2; dann ist $\frac{\sin\beta_1}{\sin\beta_2} = \frac{BC}{BD_c} = \frac{1}{\cos\beta}$, $\frac{\sin\gamma_1}{\sin\gamma_2} = \frac{BC}{CD_b} = \frac{1}{\cos\gamma}$; AM teilt α in die Teile $90^0 - \beta$ und $90^0 - \gamma$; da nun $\frac{\sin\beta_1}{\sin\beta_2} \cdot \frac{\sin\gamma_2}{\sin\gamma_1} \cdot \frac{\sin(90^0-\beta)}{\sin(90^0-\gamma)} = 1$, so schneiden sich BE_c, CE_b und AM in einem Punkte.

FUHRMANN. Ähnlich GLASER. STEGEMANN. VALTA.

2. Beweis. Ist H der Durchschnittspunkt von BE_c und CE_b, so läfst sich leicht beweisen, dafs sich die Senkrechten von H auf AC und AB wie $\cos\beta : \cos\gamma$ verhalten, woraus dann folgt, dafs H auf einem Eckradius liegt. STAMMER. STOLL.

3. Beweis. AD_a und BD_b sind antiparallel, folglich ist CE_a als Mittellinie des Dreiecks CAD_a Gegentransversale zu CE_b als Mittellinie des Dreiecks CBD_b; ebenso ist BE_a Gegentransversale zu BE_c; endlich ist AE_a Gegentransversale zum Eckradius AM. Da sich CE_a, BE_a, AE_a in einem Punkte schneiden, so auch ihre Gegentransversalen. KIEHL.

4. Beweis. AE_b und BE_a schneiden sich in H; durch H ziehe man $NI \parallel BD_b$ und $LK \parallel AD_a$ bis zum Durchschnitt mit den Seiten, so ist $\triangle LHN \cong KHI$, also $IK \parallel AB$. Da $HICK$ ein Sehnenviereck, so ist $\sphericalangle\ HCK = HIK = HNL = ABD_b$. Zieht man $AF \perp AC$ und $BF \perp BC$, so ist CF ein Durchmesser des umgeschriebenen Kreises und $AFBC$ ein Sehnenviereck; daher $\sphericalangle\ FCB = FAB = ABD_b$; und also $\sphericalangle\ FCB \equiv HCK$; d. h. FC fällt mit HC zusammen. SCHUSTER (Pola).

5. Beweis. Es sei $BF \perp BC$ und $AF \perp AC$, also CF Durchmesser des Kreises um ABC. $D_bBE_b\infty$ ist eine harmonische Punktreihe, daher $A\,(D_bB\,E_b\infty)$ ein harmonisches Strahlenbüschel; ebenso auch $B\,(D_aAE_a\,\infty)$. Die beiden Büschel haben in dem gemeinsamen Strahl AB zwei entsprechende Strahlen vereinigt, sind also in perspektivischer Lage. Da $AF \parallel BD_b$ und $BF \parallel AD_a$, so schneiden sich $A\infty$ und $B\infty$ in F; also, da sich AD_b und BD_a in C durchneiden, ist CF der perspektivische Durchnitt der beiden Büschel; mithin schneiden sich AE_b und BE_a auf dem Eckdurchmesser CF. ARTZT.

6. Beweis. Bewegen sich E_a und E_b auf AD_a und BD_b so, dafs sie die Höhen in gleichem Verhältnis teilen, so beschreiben AE_b und BE_a projektivische Strahlenbüschel, welche den Strahl AB gemein haben; daher ist der Ort für die Schnittpunkte eine

Gerade; ein Punkt derselben ist C, da AD_b und BD_a entsprechende Strahlen sind; ebenso entsprechen sich die nach den unendlichen Punkten gezogenen Strahlen AF und BF (F wie im 4. Beweis); CF ist aber Durchmesser des umgeschriebenen Kreises.

v. Lühmann.

7. Beweis. In trimetrischen Koordinaten ist die Gleichung von $AM : y \cos\gamma - z \cos\beta = 0$, von $BE_c : x - z \cos\beta = 0$, von $CE_b : x - y \cos\gamma = 0$. Da die linke Seite der ersten Gleichung identisch gleich ist der Differenz derjenigen der beiden anderen, so schneiden sich die Geraden in demselben Punkte. Kiehl.

8. Beweis. (Mit Benutzung der Grafsmann'schen Ausdehnungslehre). Subtrahiert man die Gleichungen*) in 276, I, 5. Beweis, so ergiebt sich $(\alpha_2 + \alpha_3)(X_1 + e_1) + (\alpha_1 + \alpha_2 - \alpha_3) e_3 = (\alpha_1 + \alpha_2)(X_3 + e_3) + (\alpha_2 + \alpha_3 - \alpha_1) e_1 = P$. Setzt man den Wert von $(\alpha_2 + \alpha_3)(X_1 + e_1)$ aus der ersten Gleichung*) ein, so folgt $P = \alpha_2 (e_1 + e_3) + \alpha_1 (e_3 + e_2) + \alpha_3 (e_1 + e_2) + (\alpha_2 - \alpha_1 - \alpha_3) e_2$. Setzt man nun $2\Pi = \alpha_2 (e_1 + e_3) + \alpha_1 (e_3 + e_2) + \alpha_3 (e_1 + e_2)$, so ist Π der Schnittpunkt der aus den Mitten der Dreiecksseiten zu den Ecktransversalen gezogenen Parallelen (System der Raumlehre I, S. 81), und die Gleichung $P = 2\Pi + (\alpha_2 - \alpha_1 - \alpha_3) e_2$ sagt aus, dafs die Punkte P, Π, e_2 in gerader Linie liegen. Sind die Ecktransversalen Höhen des Dreiecks, so ist Π der Mittelpunkt des Umkreises.

Schlegel.

278. (Gestellt von Kiehl XIV_2, 99). Welche Beziehung findet zwischen zwei Punkten statt, welche die Eigenschaft haben, dafs die Fufspunkte der von ihnen auf die Seiten eines Dreiecks gefällten Senkrechten zwei ähnliche Dreiecke bilden?

1. Aufl. Das Fufspunktedreieck eines Punktes P heifse $P_a P_b P_c$. In dem Sehnenviereck PP_aBP_c ist $P_aP_c = PB \sin\beta$; in PP_bAP_c ist $P_bP_c = PA \sin\alpha$; also $P_aP_c : P_bP_c = PB \sin\beta : PA \sin\alpha$. Sollen die entsprechenden Seiten des Fufspunktedreiecks eines anderen Punktes P' in demselben Verhältnis stehen, so mufs P' auf dem Apollonischen Kreise liegen, der durch P geht und seinen Mittelpunkt auf AB hat. Dieser Kreis schneidet den um ABC beschriebenen Kreis M rechtwinklig, deshalb wird der durch P gelegte Durchmesser des Kreises M in P und P' harmonisch geteilt. Durch P' geht auch derjenige Apollonische Kreis, dessen Mittelpunkt auf AC liegt; deshalb verhalten sich P_aP_b und P_bP_c wie die entsprechenden Seiten des anderen Fufspunktedreiecks. Die beiden Fufspunktedreiecke sind nun ähnlich wegen der Gleichheit der Verhältnisse ihrer Seiten.

Fuhrmann. Glaser. Kiehl. Valta.

2. Auflösung. Nach 186 (XIII_4, 276) erzeugen die Seiten eines Dreiecks $P_aP_bP_c$ von konstanter Gestalt, das einem festen Dreieck ABC eingeschrieben ist, drei Parabeln. Der gemeinsame Schnittpunkt der Kreise AP_bP_c, BP_cP_a, CP_aP_b ist der gemein-

schaftliche Brennpunkt dieser drei Parabeln. Es giebt aber zwei Schaaren ähnlicher Dreiecke $P_aP_bP_c$, also zweimal 3 Parabeln und somit zwei Brennpunkte. Haben nun zwei Punkte P und P' die Eigenschaft, dafs die Fufspunkte der von ihnen auf BC, CA, AB, gefällten Senkrechten die ähnlichen Dreiecke $P_aP_bP_c$ und $P'_aP'_bP'_c$ bilden, so sind P und P' die Brennpunkte der beiden Parabeltripel, weil sie offenbar die Schnittpunkte der genannten Kreise sind.

Artzt.

279—281. (Gestellt von Fuhrmann XIV_2, 99 und 100). Es sei ABC ein beliebiges (spitzw.) Dreieck; A', B', C' seien die Höhenfufspunkte; D, E, F resp. die Mittelpunkte von $B'C'$, $C'A'$, $A'B'$. Es schneide ferner EF die Seite BC in A_0, FD die Seite CA in B_0, DE die Seite AB in C_0. Dann ergiebt sich:

279. A_0, B_0, C_0 liegen in einer Geraden und zwar in der Chordale, die bestimmt ist durch den umgeschriebenen Kreis und durch Kreis M, welcher durch die Punkte $GHIKLN$ geht. (EF schneidet AB in K, AC in I; FD schneidet BC in H, AB in G, DE schneidet AC in L, BC in N).

Beweis. $\triangle A_0CI \sim A_0KB$, daher $A_0I . A_0K = A_0C . A_0B$, also ist A_0 ein Punkt gleicher Potenzen für beide Kreise. Ebenso B_0 und C_0. Artzt. Fuhrmann. Kiehl. Stegemann.

Analytisch bewiesen von Stoll.

280. AD, BE, CF schneiden sich in dem Grebe'schen Punkte K.

1. Beweis. Das Lot von D auf AB ist $= DC' \sin\gamma$, das auf AC ist $= DB' \sin\beta$; da $DC' = DB'$, so verhalten sich die Abstände des Punktes D von den Seiten AB und AC wie diejenigen des Punktes K von denselben Seiten. Kiehl.

2. Beweis. Die Dreiecke $AB'C'$ und ABC sind ähnlich, aber in entgegengesetzter Lage; daher ist die Mittellinie AD im ersten Dreiecke eine Gegentransversale zur Mittellinie in ABC, geht also durch den Punkt K, den Gegenpunkt des Schwerpunktes.

Artzt. Fuhrmann.

3. Beweis. AD treffe BC in P. Nun ist $\triangle AB'C' \sim ABC$ und D die Mitte von $B'C'$; folglich hat man: $\frac{\sin DAB'}{\sin DAC'} = \frac{AC'}{AB'} = \frac{b}{c}$; also auch $\frac{\sin PAC}{\sin PAB} = \frac{b}{c}$. Es ist aber $\frac{\sin PAC}{\sin CPA} = \frac{PC}{b}$, u. $\frac{\sin PAB}{\sin BPA} = \frac{PB}{c}$, mithin $\frac{\sin PAC}{\sin PAB} = \frac{PC . c}{PB . b}$; folglich $\frac{PC}{PB} = \frac{b^2}{c^2}$. Dieselbe Eigenschaft hat auch die Transversale AK (siehe 183, XIII_3, 203), folglich geht AD durch K. Ebenso BE und CF. Stegemann.

Analytisch bewiesen von Stoll.

281. Bezeichnet man die Schnittpunkte einer Seite mit der Verbindungslinie der Höhenfufspunkte auf den anderen Seiten resp. mit A'', B'', C'', so sind A' und A'', B' und B'', C' und C'' die Doppelpunkte der Involutionen, die auf den Seiten des Dreiecks

durch den umgeschriebenen Kreis und den Kreis M bestimmt werden.

1. Beweis. Das Büschel B' $(C''C'AB)$ ist harmonisch, weil BB' den Winkel $A'B'C'$ halbiert; das Büschel F $(C''C'GK)$ ist harmonisch, weil $A'C'$, parallel dem einen Strahl FG, durch die drei anderen Strahlen FC'', FC' und FK halbiert wird.

Artzt. Kiehl. Ähnlich Stegemann.

2. Beweis. $\triangle A_0KA' \sim A_0A'I$, denn $A_0A'K = A_0IA' = 90^0 + \beta$, also $A_0K \cdot A_0I = A_0A'^2$; da $A_0K \cdot A_0I = A_0B \cdot A_0C$, so ist $A_0B \cdot A_0C = A_0A'^2$; es ist auch $A_0K \cdot A_0I = A_0N \cdot A_0H$; also ist A_0 der Mittelpunkt der Involution, die durch BC und NH bestimmt wird; der eine der Doppelpunkte ist A' weil $A_0A'^2 = A_0B \cdot A_0C$; der andere wird erhalten, indem man $A'A_0$ über A_0 um sich selbst verlängert. Da nun $A'E : A'C' = 1 : 2$ und $B'C' \parallel EF$, so kann der zweite Punkt auch erhalten werden, indem man $B'C'$ bis zum Schnittpunkt mit BC verlängert.

Fuhrmann.

284. 285. (Gestellt von Schlömilch XIV$_2$, 100). Bekanntlich ist $f(x) = \frac{x}{1-x} + \frac{x^2}{1-x^2} + \frac{x^3}{1-x^3} + \ldots = T_1x + T_2x^2 + T_3x^3 + \ldots (x^2 < 1)$, wo T_n die Anzahl der Teiler der ganzen Zahl n ist. Hieraus lassen sich folgende Sätze ableiten:

284. In $g(x) = \frac{x}{1+x} + \frac{x^2}{1+x^2} + \frac{x^3}{1+x^3} + \ldots = U_1x + U_2x^2 + U_3x^3 + \ldots$ ist für ein ungerades $n : U_n = T_n$; für ein gerades n kann man n unter der Form 2^kq darstellen, wo k eine ganze, q eine ungerade Zahl bedeutet; es ist dann $U_n = -(k-1)T_q$.

1. Beweis. Es ist $f(x) - g(x) = \frac{2x^2}{1-x^2} + \frac{2x^4}{1-x^4} + \frac{2x^6}{1-x^6} + \ldots = 2f(x^2)$, also $(T_1 - U_1)x + (T_2 - U_2)x^2 + (T_3 - U_3)x^3 + \ldots = 2T_1x^2 + 2T_2x^4 + 2T_3x^6 + \ldots$ Die Glieder mit ungeraden Indices müssen also verschwinden, daher ist $U_n = T_n$ für ein ungerades n. Ferner ist $U_2 = T_2 - 2T_1$, $U_4 = T_4 - 2T_2$, u. s. w. $U_{2n} = T_{2n} - 2T_n$. Ist nun $n = 2^kq$, so hat man $T_{2^kq} = T_{2^{k-1}q} + T_q$, woraus $T_{2^kq} = (k+1)T_q$ und $T_{2^{k-1}q} = kT_q$, also $U_{2^kq} = (k+1-2k)T_q = -(k-1)T_q$.

Fuhrmann. Stoll.

2. Beweis. Irgend ein Posten $\frac{x^\varrho}{1+x^\varrho}$ läſst sich in eine Potenzreihe von der Form $\sum_1^\infty{}^\mu (-1)^{\mu+1}(x^\varrho)^\mu$ zerlegen, so daſs die Glieder mit ungeraden Stellenzeiger μ den Koefficienten $+1$ erhalten. Zu dem gesuchten Koefficienten U_n tragen nur diejenigen Potenzreihen, und zwar je eine Einheit, bei, deren Anfangsglied x^ϱ als Exponenten einen Teiler von n hat. Ist nun n eine ungerade Zahl, so haben alle in betracht kommenden Glieder den Koefficienten

$+1$, und da es so viele x^n giebt, als n Teiler hat, so ist $U_n = T_n$. — Ist dagegen n von der Form $2^k q$, so kann man sämtliche Teiler von n in $(k+1)$ Klassen ordnen, von denen die erste die Teiler von q enthält, die zweite das Doppelte derselben u. s. w., die $(k+1)$te das 2^kfache derselben. Wenn t irgend ein Teiler von q ist, so tritt x^n auf in der Reihe mit dem Anfangsgliede x^t; der Stellenzeiger ist $\frac{n}{t}$, da $(x^t)^{\frac{n}{t}} = x^n$; $\frac{n}{t}$ oder $\frac{2^k q}{t}$ ist aber eine gerade Zahl, folglich ergeben alle Teiler der ersten Klasse den Koefficienten $-T_q$. Ebenso giebt die zweite, dritte bis $k$te Klasse je den Koefficienten $-T_q$, also die ersten k Klassen $-kT_q$. Die $(k+1)$te Klasse hat Stellenzeiger von der Form $\frac{2^k q}{2^k t} = \frac{q}{t}$, d. h. ungerade Stellenzeiger, daher liefert sie den Koefficienten $+T_q$. Der Gesamtkoefficient wird also $-(k-1)T_q$. Artzt. Kiehl.

Herr Kiehl bemerkt, dafs die Unterscheidung zwischen ungeraden und geraden n nicht erforderlich ist, da für ungerade n $k=0$ und $U_n = -(0-1)T_q = T_q = T_n$ ist.

285. In $h(x) = \frac{x}{1+x} - \frac{x^2}{1+x^2} + \frac{x^3}{1+x^3} - \ldots = V_1 x + V_2 x^2 + V_3 x^3 + \ldots$ ist für ungerade n $V_n = T_n$; für $n = 2^k q$ wird $V_n = (k-3)T_q$. Ist p eine Primzahl > 1, so erhält V_n den Wert 2 für $n = p$ und $n = 16p$.

1. Beweis. $g(x) - h(x) = \frac{2x^2}{1+x^2} + \frac{2x^4}{1+x^4} + \frac{2x^6}{1+x^6} + \ldots = (U_1 - V_1)x + (U_2 - V_2)x^2 + (U_3 - V_3)x^3 + \ldots$ oder $2U_1 x^2 + 2U_2 x^4 + 2U_3 x^6 + \ldots = (U_1 - V_1)x + (U_2 - V_2)x^2 + \ldots$ Für ein ungerades n erhält man hieraus $V_n = U_n = T_n$, für ein gerades n aber: $2U_{\frac{1}{2}n} = U_n - V_n$ oder

$$V_n = U_n - 2U_{\frac{1}{2}n} = -(k-1)T_q + 2(k-2)T_q = (k-3)T_q.$$

Wenn p eine Primzahl ist, so ist $V_p = T_p = 2$; dagegen ist für $n = 16p = 2^4 \cdot p$, $k = 4$ und $V_n = (4-3)T_p = T_p = 2$.

Stoll.

2. Beweis. $h(x) + f(-x) = \frac{2x^4}{1-x_4} + \frac{2x^8}{1-x_8} + \ldots = 2(fx^4)$; also $(V_1 - T_1)x + (V_2 + T_2)x^2 + (V_3 - T_3)x^3 + (V_4 + T_4)x^4 + \ldots = 2T_1 x^4 + 2T_2 x^8 + \ldots$ Links müssen alle Potenzen verschwinden, deren Exponenten nicht von der Form $4n$ sind; also $V_{2n+1} = T_{2n+1}$, $V_{4n+2} = -T_{4n+2}$; $V_{4n} = 2T_n - T_{4n}$. Nun ist $4n+2 = 2q$ zu setzen, also $V_{4n+2} = -T_{2q} = -2T_q$. Ist $4n = 2^k q$, $k \geq 2$, so wird $V_{4n} = 2T_{2^{k-2}q} - T_{2^k q} = (2(k-1) - (k+1))T_q = (k-3)T_q$. Für $4n+2 = 2^k q$ ist $k=1$, also ist auch für diese Glieder $V_{4n+2} = (k-3)T_q$.

Fuhrmann.

3. Beweis. Für die Vorzeichen der einzelnen Glieder der Potenzreihen gilt hier das folgende Gesetz: ist der Exponent des Anfangsgliedes ungerade, so sind die Glieder I mit ungeradem

Stellenzeiger positiv, II mit geradem negativ; ist der Anfangsexponent gerade, so sind die Glieder III mit ungeradem Stellenzeiger negativ, IV mit geradem positiv. Ist n ungerade, so gehören die betreffenden Potenzen zu Abteilung I, sind also alle positiv und der Koefficient V_n ist $= T_n$. Ist $n = 2^k q$ und werden alle Teiler wieder in $k + 1$ Klassen geordnet, so kommt x^n zunächst vor in jeder Reihe, deren Anfangsglied den ungeraden Exponenten t hat, der Stellenzeiger ist die gerade Zahl $\frac{n}{t}$; die Teiler der ersten Klasse geben also Glieder aus Abteilung II, der Koefficient wird $- T_q$. Für die Teiler der zweiten, dritten bis $k$ten Klasse sind die Anfangsexponenten gerade, der Stellenzeiger gerade, daher gehören die Glieder x^n zu Abteilung IV und geben den Koefficienten $+ (k - 1)\, T_q$. Endlich gehören die den Teilern der $(k + 1)$ten Klasse entsprechenden Glieder x^n zu Abteilung III und geben den Koefficienten $- T_q$. Als Endresultat ergiebt sich $V_n = - T_q + (k - 1)\, T_q - T_q = (k - 3)\, T_q$. ARTZT. KIEHL.

Wie die Herren Kiehl und Stoll bemerken, ist die Reihe $\frac{x}{1-x} - \frac{x^2}{1-x^2} + \frac{x^3}{1-x^3} - \ldots$ identisch mit $f(x)$.

286. (Gestellt von Fleischhauer XIV_2, 101). Wenn ein Kapital bei Zinsesverzinsung jährlich um p % seiner jeweiligen Gröfse wächst, wieviel Procent (π %) höchstens kann dann sein Zinsfufs mit Rücksicht auf etwaige Ratenzahlung der Zinsen niedriger sein? Herr Fleischhauer (Gotha) teilt als Resultat mit

$$\pi = p - \frac{\lg\left(1 + \frac{p}{100}\right)}{0{,}0043429}.$$

Zwei andere von Artzt und Sievers eingesendete Lösungen weichen hiervon ab.

287. (Gestellt von Fleischhauer XIV_2, 101). Wie müssten sich bei verschiedenen Zinsfüfsen und verschiedenen Zinsperioden die letzteren ihrer Dauer nach zu einander verhalten, wenn die Verzinsung zu verhältnismäfsig gleichwertigen Resultaten führen soll?

Auflösung. „Es müssen sich bei gleichwertigen Veranlagungen die Zinsperioden-Längen verhalten wie die Logarithmen der periodischen Zinsfaktoren“ also, wenn für eine Zinsperiode der Zinsfaktor 1,01 und für eine andere 1,04 ist, so sind die entsprechenden Veranlagungen nur dann gleich, wenn sich die dem ersten Zinsfaktor entsprechende Zinsperiode zu der andern verhält wie lg 1,01 : lg 1,04 = 1 : 3,941 ... (Ein Lehrsatz, welcher bei Millionen-Anleihen zur Beurtheilung des Einflusses der Zinsraten-Zahlungen dient).

FLEISCHHAUER.

Aufserdem sind noch zwei Lösungen von Artzt und Sievers eingegangen.

B. Neue Aufgaben.

Aufgaben aus der elementaren Reihentheorie.

319. Unter der gemeinschaftlichen Bedingung $x^2 < 1$ lassen sich bekanntlich die vier Funktionen $\frac{1}{1+x^2}$, $\frac{x}{1+x^2}$, $l\,(1+x^2)$, $Arc\,\mathrm{tg}\,x$ nach steigenden Potenzen von x entwickeln; dieselben Funktionen können aber auch in Reihen von der Form $C_0 + C_1(1-x) + C_2(1-x)^2 + C_3(1-x)^3 + \ldots$ verwandelt werden. Die Bedingungen, unter welchen dies möglich ist und die für jeden Fall geltenden Werte der Koefficienten C sind zu ermitteln.

320. Im engen Zusammenhange mit dem Vorigen stehen die beiden Entwickelungen

$$\sec 2\vartheta = A_1 \frac{\cos\vartheta}{\cos\vartheta} + A_2 \frac{\cos 2\vartheta}{\cos\vartheta^2} + A_3 \frac{\cos 3\vartheta}{\cos\vartheta^3} + \ldots,$$

$$\mathrm{tg}\,2\vartheta = B_1 \frac{\sin\vartheta}{\cos\vartheta} + B_2 \frac{\sin 2\vartheta}{\cos\vartheta^2} + B_3 \frac{\sin 3\vartheta}{\cos\vartheta^3} + \ldots$$

deren Gültigkeitsgrenzen und Koefficienten bestimmt werden sollen.

Schlömilch.

321. Auf der Sehne AB des Kreises K (Radius $= r$) ist der Punkt C gegeben. Auf dem Bogen AB soll der Punkt X so bestimmt werden, daſs $AX \cdot BX = CX^2$.

Dr. Weidenmüller (Marburg in Hessen).

322—326. Nimmt man in einer Ebene zwei kongruente gleichseitige Dreiecke ABC und $A'B'C'$, bei der wir die Reihenfolge der Ecken umgekehrt annehmen wollen, verbindet alle Ecken des einen mit denen des anderen und halbiert diese Strecken, wobei wir folgende Bezeichnungen annehmen: die Mittelpunkte von AA', AB', AC' seien, resp. M_1, M_2, M_3, die von BA', BB', BC' seien resp. N_1, N_2, N_3, und die von CA', CB', CC' seien resp. P_1, P_2, P_3. Dann ergiebt sich Folgendes:

322. $M_1N_2P_3$, $M_2N_3P_1$, und $M_3N_1P_2$ liegen je in einer Geraden.

323. $M_1N_3P_2$, $M_2P_1N_3$ und $M_3N_2P_1$ sind die Ecken von gleichseitigen Dreiecken.

324. Jene drei Geraden schneiden sich in einem Punkte O, welcher der gemeinsame Mittelpunkt der letzten Dreiecke ist.

325. Auch $M_1M_2M_3$, $N_1N_2N_3$, $P_1P_2P_3$, $M_1N_1P_1$, $M_2N_2P_2$, $M_3N_3P_3$ bilden gleichseitige Dreiecke.

326. M_3P_1 sowie N_1M_2 und N_3P_2 senkrecht zu $M_1N_2P_3$; M_1P_2, N_2M_3, N_1P_3 senkrecht zu $M_2N_3P_1$; M_2P_3, N_3M_1, N_2P_1 senkrecht zu $M_3N_1P_2$.

Fuhrmann (Königsberg i. Pr.)

Sätze über den Brocard'schen Kreis.

327. Die Mittellinie nach AB trifft den umgeschriebenen Kreis in einem Punkte, dessen Symmetriepunkt in bezug auf AB C_3 sei. Bestimmt man ebenso die Punkte A_3 und B_3, so befindet sich $\triangle A_3B_3C_3$ mit $A_2B_2C_2$ in Ähnlichkeitslage (vrgl. 314 und 315 XIV_5, 357) Tarry (Algier).

328. Es ist $DH = \frac{r \cos 3\vartheta}{\cos\vartheta} = r(1 - 4\sin\vartheta^2)$.

Fuhrmann (Königsberg i. Pr.).

329. Die Punkte H' und D' (s. 234 und 235, XIV_2, 97, 98) und der Punkt N, in welchem DH den umgeschriebenen Kreis schneidet, liegen in gerader Linie.

Brocard (Montpellier). Fuhrmann (Königsberg i. Pr.).

Briefkasten zum Aufgaben-Repertorium.

Die zu 282 und 283 eingegangenen Lösungen sind zu voluminös und überschreiten auch den Standpunkt der Schule so bedeutend, dafs von einer Aufnahme abgesehen werden mufs. Zu 282 bemerkt Herr Röllner in Znaim, dafs er unter dem Titel „Konstruktion der Inflexionstangenten an Rotationsflächen" am 28. März 1883 der K. K. Akademie der Wissenschaften in Wien eine Abhandlung eingesendet habe, welche die einschlägliche Frage behandelt.

NB. Die Einläufe für's A.-R. sehe man in Heft 6, Briefkasten, S. 481—482. Red.

Lösungen sind eingegangen von Kiehl-Bromberg 284. 285. 288—292. 295. Kleinmichel-Kempen 288. 289. Valta-München 288—292. 295—298. 304. Fuhrmann-Königsberg i. Pr. 278. 288. 289. 298—304. Artzt-Recklinghausen 288—295. Stoll-Bensheim 299—301. 303. 304. Stegemann-Prenzlau 296. 298—301. 303. 304. 306. 307. 309. 312. 313. 318. Fleischhauer-Gotha 297. Glaser-Homburg v. d. H. 288—292. 294. 295. 307—309. 312. 313. Sievers-Frankenberg i. S. 296. Harmuth-Berlin 307. 309.

Neue Aufgaben: Fuhrmann (2); Artzt (5 nebst Bew.); Stoll (8 nebst Bew.); Dietsch-Traunstein (3 nebst Bew.); Sievers (4).

Litterarische Berichte.

A. Rezensionen.

HOCHHEIM, DR. ADOLF (Professor). Aufgaben aus der analytischen Geometrie der Ebene. Heft I.*) A. Aufgaben. B. Auflösungen. Leipzig 1882, Druck und Verlag von B. G. Teubner. Preis: à 1,50 ℳ.

Den Herrn Verf. der vorliegenden reichhaltigen Sammlung von Aufgaben hat die Erwägung zur Herausgabe bestimmt, dafs das Studium der analytischen Geometrie nur dann fruchtbringend sein könne, wenn die Theorie mit praktischen Übungen verbunden werde; er hat sich aber nicht nur auf die längst bekannten Theorien und Methoden beschränkt, sondern auch die Resultate, mit denen die Wissenschaft während der letzten Jahrzehnte bereichert worden ist, berücksichtigt und ist bemüht gewesen, diese in leicht fafslichen Problemen zur Anwendung zu bringen. Für die Lösungen hat er auch die Methoden der modernen Algebra benutzt. Somit bietet er den Studierenden der Mathematik auf Universitäten und technischen Hochschulen ein reichhaltiges Übungsmaterial. Vieles davon kann indes auch in der obersten Klasse der Realgymnasien zweckmäfsige Verwendung finden, da der Verfasser bei den einzelnen Abschnitten immer von den einfachsten Aufgaben ausgeht und allmählich zu schwierigeren fortschreitet.

Das vorliegende erste Heft (77 Seiten mit 558 Aufgaben) beschränkt sich auf die gerade Linie, den Punkt und den Kreis. Gleichsam als Einleitung zum Ganzen finden wir Aufgaben zur Bestimmung eines Punktes durch Koordinaten, über die Entfernung zweier Punkte, Teilung einer Strecke und Transformation der Koordinaten, und zwar recktwinkliger, schiefwinkliger, wie Polarkoordinaten. Die schwierigeren sind in den Auflösungen auch durch entsprechende Figuren erläutert. Die gerade Linie ist sehr reichhaltig bedacht. Aufser den gewöhnlichen Aufgaben finden wir solche über gerade Linien, welche durch einen Punkt gehen, über die Halbierungslinie eines Winkels, Gleichungen, höhern Grades, welchen Systeme

*) Heft II auch bereits erschienen. Red.

von Geraden entsprechen, über das Doppelverhältnis von vier Strahlen, über harmonische und involutorische Strahlenbüschel und über homogene Koordinaten. Die letzteren, sowie diejenigen zur Theorie des Punktes (Linienkoordinaten) können auf Realgymnasien keine Verwendung finden; wohl aber eine grofse Reihe von den Aufgaben über den Kreis. Es möge daher das Werk nicht nur den Studierenden der Mathematik, sondern auch den Kollegen an Realgymnasien zur Benutzung empfohlen sein.

Lübeck. CHR. SCHERLING.

PRIX, ERNST (Oberlehrer an der Königl. Realschule I. O. zu Annaberg). Elemente der darstellenden Geometrie. I. Teil,*) Darstellung von Raumgebilden durch orthogonale Projektionen. Mit in den Text eingedruckten Figuren. Leipzig 1883, Verlag von B. G. Teubner. Preis 1,20 ℳ.

Der Herr Verf. will in diesem Schriftchen, welches nur 72 Seiten mit 39 eingedruckten Figuren enthält, eine „Unterlage für den ersten Unterricht in der Projektionslehre an Realschulen" geben; weil aber, meint derselbe, dieser Unterricht mit der Schwierigkeit zu kämpfen habe, dafs bei Beginn desselben Stereometrie entweder noch gar nicht oder nur sehr unvollkommen behandelt worden sei, so habe er in die Einleitung eine kurze Entwickelung derjenigen stereometrischen Grundbegriffe aufgenommen, die für das Verständnis des folgenden unentbehrlich seien. Wir glauben indes nicht, dafs damit viel gewonnen sei, sind vielmehr der auf mehrjährige Erfahrung gestützten Meinung, dafs, wie auch die neuesten preufsischen Bestimmungen verlangen, die darstellende Geometrie in die Stereometrie einzureihen sei, so dafs jene gleichsam aus dieser naturgemäfs herauswächst, sowie umgekehrt das Verständnis stereometrischer Betrachtungen und Beweise durch die projektivischen Darstellungen gefördert wird. Dafs eine derartige Behandlung der Stereometrie von Obersekunda an möglich ist, haben unsere Erfahrungen bestätigt. Nach den gewöhnlichen einleitenden Betrachtungen über die allgemeine Lage der geometrischen Gröfsen im Raum gegen einander, insbesondere der parallelen Lage einer Geraden gegen eine Ebene und zweier Ebenen gegen einander, der normalen Stellung einer Geraden zu einer Ebene und zweier Ebenen zu einander, der geneigten Lage und was damit zusammenhängt, schreiten wir sofort zur Darstellung von Punkten und Geraden mittelst Projektionen auf zwei oder drei Projektionsebenen, zur Bestimmung der Lagen von Ebenen mittelst ihrer Schnitte in den Projektionsebenen, und endlich zu den Projektionen von Polygonen und vom Kreise. Sodann werden die Entstehung und Haupteigenschaften zusammengesetzter Raumfiguren,

---

*) II. Teil auch bereits erschienen. Red.

Ecken, Pyramiden, Kegel, Prismen und Cylinder u. s. w. durchgegenommen; mit der Erklärung der stereometrischen Eigenschaften wird aber Schritt für Schritt die projektivische Darstellung verbunden und aus diesen Darstellungen die Konstruktion der Netze abgeleitet. Dies ist der stereometrische Kursus der Obersekunda, wie wir ihn uns zurecht gelegt haben, und auf diesen Rahmen beschränken sich auch die Elemente der darstellenden Geometrie des Verf. von vorliegendem Schriftchen, zu dem wir nun noch einige Bemerkungen machen müssen.

Unter der Überschrift „Projektion von Linien" erwartet man doch wohl eine Anweisung, wie die Projektionen von Linien in gegebener Lage konstruiert werden, aber danach sucht man vergebens, man findet nur „Sätze über die Projektion gerader Linien"; es werden die Projektionen als schon gegeben betrachtet und daraus Teilungen, Aufsuchung der Spuren, der Neigungswinkel gegen die Projektionsebenen und Ermittlung der natürlichen Länge der Strecken mittelst Umklappung in die Horizontal- und Vertikalebene abgeleitet. Erst im letzten Abschnitt des Buchs unter der Überschrift „Einführung von Hilfsebenen" findet man Andeutungen über die Veränderung der Projektionen durch Drehungen. Wir können es nicht für zweckmäſsig erachten, diese gleichsam nur als Anhang hinten anzufügen; schon zu Anfang bei der Betrachtung der geraden Linien müssen diese Drehungen gelehrt werden, weil sie am besten geeignet sind, den Schüler in das Wesen des Projizierens einzuführen. Zwischen die §§. 20 und 22, die zusammengehören, ist ein Satz über die Spuren der Ebene, in welcher zwei sich schneidende Gerade liegen, eingereiht, der hinter §. 15 stehen sollte. Die Figur 12 ist falsch gezeichnet: $c'd'$ muſs parallel mit cd gezeichnet werden. Fig. 13, durch welche die Projektion eines rechten Winkels auf einer Ebene erläutert werden soll, wird schwerlich von den Sekundanern verstanden werden. Die Sätze über die Projektion des Kreises sind ohne erläuternde Figuren gegeben. Daran ist eine kleine Abhandlung über die Ellipse gereiht, die zwar recht gut ist, aber an dieser Stelle und so, wie sie gegeben, gar keinen Zweck hat. Wohl aber wäre es angezeigt gewesen, die Projektionen des Kreises zunächst parallel mit der Horizontalebene, sodann gegen dieselbe geneigt, durch Drehung um eine zur Projektionsaxe lotrechte Tangente als Ellipse darzustellen. Recht gut, obgleich für Sekundaner schwer verständlich, ist der Nachweis, daſs die zugeordneten Projektionen eines Polygones affine Figuren sind; es ist nur nicht scharf genug für die Schüler hervorgehoben, wie man die Affinitätsaxe findet. Von den Polyedern sind einige Hauptformen, wie Prisma, Pyramide, in den einfacheren Lagen behandelt, und das Projizieren ist genügend erläutert; recht befriedigend ist die Darstellung der 5 regulären Polyeder.

Wenn nun auch vieles in dem Schriftchen als lobenswert be-

zeichnet werden mufs, so bezweifeln wir doch, dafs es als Schulbuch für Obersekunda seinen Zweck, die Schüler in die darstellende Geometrie einzuführen und für dieselbe zu begeistern, erfüllen werde, jedenfalls wird es nur unter Anleitung eines gewiegten Lehrers reellen Nutzen stiften können.

Lübeck. CHR. SCHERLING.

MENGER, JOSEF (K. K. Professor in Graz). Lehrbuch der darstellenden Geometrie für Oberrealschulen. Mit 228 Original-Holzschnitten. Wien 1882 bei Alfred Hölder. 337 S.

In österreichischen Schulen erfreut sich die darstellende Geometrie einer vorzüglichen Pflege, daher wir die aus diesem Nachbarstaate stammenden Lehrbücher meistens von vorn herein mit günstigen Augen ansehen dürfen, so auch das hier vorliegende, welches „die Elemente dieses Gegenstandes im Sinne des hohen Erlasses vom 20. April 1880 und den zugehörigen Instruktionen“ behandelt.

Der Lehrstoff ist in neun Abschnitte geteilt, von denen der erste einer kurzen Wiederholung der wichtigsten Lehrsätze über die Lagenverhältnisse der Geraden und Ebenen gewidmet ist; es werden die Strahlenbündel, Ebenenbüschel, ebene Gebilde, Winkel und Ecke, die Normalstellung der Geraden zur Ebene, Neigungswinkel zweier Ebenen, Strahlenflächen, unendlich ferne Elemente und das Prinzip der Reziprozität in dem Sinne erklärt, in welchem sie später von dem Verfasser gebraucht werden. Im zweiten Abschnitt wird die Projektion auf eine einzige Ebene behandelt, die verschiedenen Projektionsarten werden kurz erklärt, und insbesondere die orthogonale Projektion des Punktes und der Geraden, die Darstellung der Ebene, die orthogonale Projektion ebener Figuren, behandelt. Der dritte Abschnitt lehrt die Projektion auf zwei zugeordnete Ebenen und behandelt die Aufgaben, welche sich auf die gemeinsamen Elemente und die parallele Lage von Geraden und Ebenen beziehen, namentlich recht ausführlich die Spuren von Geraden und Ebenen, die Spurparallelen, die Schnitte von Geraden und Ebenen, sowie Schattenkonstruktionen. Der vierte Abschnitt erklärt die Transformationen der Projektionsebenen und das Koordinaten-System mit reichhaltigen Anwendungen, zeigt die Darstellungen von zugeordneten Projektionen ebener Figuren und behandelt ausführlich die Aufgaben über die normale Stellung von Geraden und Ebenen, sowie die Konstruktion von Abständen und Neigungswinkeln. Der fünfte Abschnitt beginnt mit einem Artikel über das Dreikant und handelt von den eckigen Körpern mit einigen Erklärungen über Axonometrie. Hinzugefügt sind noch: ebene Schnitte von Polyedern und Durchdringungen mit Schattenkonstruktionen, — ein vielseitiger und lehrreicher Abschnitt. Der sechste Abschnitt, welcher die Kenntnis der Kegelschnittslinien voraussetzt, handelt von den

Kurven im allgemeinen und erklärt den Krümmungskreis, die Evolute und Evolvente, die Spiralen, die Cykloiden und endlich die orthogonale und schiefe Projektion des Kreises. Der siebente Abschnitt behandelt die Darstellung der krummen Flächen, sowie die Konstruktion ihrer Berührungsebenen und ebenen Schnitte und zwar recht ausführlich und klar die Kugelfläche, die Kegel- und Cylinderflächen mit ihren Netzen, die Schraubenlinie und die Rotationsflächen. Der sehr reichhaltige achte Abschnitt behandelt den Selbst- und Schlagschatten der Kugel, des Kegels, Cylinders und der Rotationsflächen, Durchdringungen dieser Körper mit der Kugel, Schnittlinien zweier Rotationsflächen, Schattenkonstruktionen und schliefst mit Wiederholungsaufgaben. Der neunte Abschnitt endlich bringt eine kurze Theorie der centralen Projektion nebst deren Anwendung zur perspektivischen Darstellung geometrischer Körper und einfacher technischer Objekte. Den einzelnen Kapiteln ist eine Anzahl von Übungsaufgaben beigegeben, welche zur Wiederholung des Lehrstoffs dienen sollen und deren Lösung dem Studierenden allein überlassen ist. Ein Anhang zum neunten Abschnitt enthält einige Bemerkungen über Kartenprojektionen. Ein Hauptgewicht wird bei dem Studium auf die Versinnlichung durch einfache Modelle gelegt, wodurch die ungeübte Vorstellungskraft der Schüler eine gröfsere Stütze findet, als durch perspektivische und stereoskopische Bilder.

Die vollständig mitgeteilte Übersicht über den Inhalt des Buches zeigt, dafs dasselbe weit über den Rahmen unserer deutschen Realgymnasien hinausreicht, aber wohl dem Bedürfnis unserer Oberrealschulen der Zukunft entsprechen dürfte. Fügen wir nun noch hinzu, dafs der Text klar und bestimmt geschrieben und die Figuren schön und durchsichtig gezeichnet sind, so dürfte das Buch der Beachtung der Lehrer an Oberrealschulen dringend zu empfehlen sein; nicht minder dringend machen wir diejenigen Kollegen, welche das Bedürfnis fühlen, sich gründlich über die Methoden der darstellenden Geometrie zu unterrichten, auf das Buch aufmerksam. Etwas störend ist es bei der Lektüre, dafs die Figuren gruppenweise in den Text eingefügt sind, so dafs man oft ein oder zwei Blätter umschlagen mufs, um Text und Figur mit einander zu vergleichen. Allein diese Unbequemlichkeit möchten wir nicht einmal beklagen: denn sie nötigt den Studierenden, sich die Figur selbst aufzuzeichnen, das Zeichnen aber ist das einzige Mittel, sich selbst vollständige Klarheit über die Sache zu verschaffen und zwar — bei schwierigeren Problemen — das wiederholte Zeichnen derselben Figur, so oft, bis sie anstandslos, ohne das Buch zu Rate zu ziehen, gezeichnet werden kann.

Hiermit wünschen wir diesem Buche eine grofse Verbreitung.

Lübeck. Chr. Scherling.

I. Leroy, Die darstellende Geometrie, deutsch mit Anm. v. Kauffmann. Mit Atlas. Stuttgart, A. Koch. Pr. 10 M.

II. Leroy, Die Stereotomie, Lehre v. Körperschnitt, enth. Anwendungen der darst. Geometrie auf die Schattenlehre, Linearperspektive, Gnomonik etc. Ebda. Pr. 10 M.

Von beiden Werken sind in dieser Zeitschrift XIV_5, S. 387 (Bibliogr.) neue Auflagen angezeigt, was dem Einsender Veranlassung giebt, einige Worte zu ihrer Empfehlung zu sagen.

Neben der darstellenden Geometrie, welche im französischen Original mit wenig Veränderungen 1881 in 11. Auflage erschien, ist wohl die mit ihr — sowohl was die Behandlung als auch die Begrenzung des Gegenstandes betrifft — vielfach übereinstimmende deskriptive Geometrie von Gugler (4. Auflage 1880) am meisten verbreitet. Allein es ist ein grofser Mifsstand bei dem letztgenannten, sonst anerkannt vortrefflichen, Werke, dafs die Figuren in zu kleinem, fast miniaturartigem Mafsstab gezeichnet sind, ein Mifsstand, der bei den früheren Auflagen, deren Druck noch frischer war, weniger hervortrat, als bei der letzten, wo ein eingehendes Studium der Figuren nicht wohl ohne erhebliche Anstrengung der Augen möglich ist. Bei den Leroy'schen Tafeln ist dagegen ein Mafsstab gewählt, der sich für den Gebrauch beim Unterricht entschieden besser eignet, und mit Hilfe derselben kann sich an die zwei gewöhnlichen Methoden, Entwicklung der Konstruktion zunächst ohne jegliche graphische Hilfsmittel und nachher mit Benützung der Wandtafel, noch eine dritte als Ergänzung anschliefsen, nämlich die Besprechung der schon fertigen Figur mit Rücksicht auf die vom Schüler in veränderter, unter Umständen erweiterter Form auszuführende Zeichnung. Die Berechtigung der dritten Methode läfst sich auch insofern begründen, als sie eine Übung im schnellen Sichzurechtfinden vollständig ausgeführter Zeichnungen anbahnt, eine Kunst, die nicht blos beim Studium wissenschaftlicher Abhandlungen sondern auch in der Technik vielfach von Wert ist. Da eine zweckmäfsige Verbindung dieser drei Methoden sicherlich für den Unterricht erspriefslich ist, und das Leroy'sche Werk sich speziell für die letzte eignet, so kann das Erscheinen der neuen Auflage nur mit Freuden begrüfst werden.

Die Stereotomie ist für alle Schulen, in welchen Unterricht in der angewandten darstellenden Geometrie erteilt wird, ein unentbehrliches Hilfsmittel; sie enthält eine ebenso reichhaltige als zweckmäfsige, die praktischen Bedürfnisse streng berücksichtigende Auswahl von Beispielen, nicht blos über Schattenkonstruktionen und und Perspektive, sondern auch über Steinschnitt und Holzverbindungen, und man kann dieses Werk unbedingt als ein Unikum in seiner Art bezeichnen, dessen weitere Verbreitung bei der grofsen Ausdehnung, welche der genannte Unterrichtszweig in den letzten Jahrzehnten gewonnen hat, vom besten Erfolg begleitet sein wird.

Reutlingen. Dr. O. Böklen.

Buys (Lucien, Capitaine du génie). Géométrie. La science de l'espace. Bruxelles 1881, Librairie Européenne C. Muquardt. 608 S. Preis: 11 frcs.

Wir haben die Leser dieser Zeitschrift in Bd. XII, S. 271 u. f. mit des nämlichen Autors „*Science de la quantité*" bekannt gemacht, welcher nunmehr eine elementare Geometrie nachfolgt, um das System der reinen Elementarmathematik abzuschliefsen. Man erinnert sich, dafs der Verfasser damals als Anhänger eines bestimmten philosophischen Systemes, des Krauseschen, sich zu erkennen gab, und wird erwarten, dafs die dort befolgten allgemeinen Principien auch hier wiederum zur Geltung gekommen seien. Dies ist denn auch der Fall gewesen, und in der Vorrede erhalten wir Auskunft über den methodischen Lehrgang, der in dem voluminösen Werke eingeschlagen wurde. Wenn als ein Kriterium philosophischer Methodik eine folgerichtige und klare Entwickelung anzusehen ist, so wird man auch dem Verf. einräumen müssen, dafs ihm sein Vorhaben gut gelungen sei, denn nach dieser Seite hin dürfte das Buch in der That nichts Wichtiges vermissen lassen. Dagegen kann Referent nicht verschweigen, dafs unter dem eigentlich pädagogischen Gesichtspunkt seines Erachtens andere Anforderungen an ein Unterichtswerk gestellt werden sollten, als es der belgische Mathematiker thut.

Derselbe hat sich nämlich offenbar die Aufgabe gestellt, ein Buch zu schreiben, welches von vorn herein jede Schwierigkeit beseitigt, die sich allenfalls dem Lernenden entgegenstemmen könnte. Die Entwickelung der einzelnen Wahrheiten ist eine musterhaft klare, jeder einzelne Schritt wird an der Figur kontroliert, jede algebraische Umformung im Detail durchgeführt. In seinem Bestreben, ein lückenloses Lehrgebäude aufzurichten, geht der Verf. soweit, selbst Thatsachen, die sich aus bereits bewiesenen Lehrsätzen als einfache Kollorarien abstrahieren liefsen, nochmals mit einem besonderen Beweise zu versehen. Ebenso wird in der sphärischen Trigonometrie zu wenig Gewicht darauf gelegt, dafs mittelst des mechanischen Hilfsmittels der cyklischen Vertauschung grofse Ersparnisse an Rechnung erzielt werden können. So kommt es, dafs das allerdings verschwenderisch gedruckte Buch nicht so viel Material enthält, als dem beträchtlichen äufseren Umfange nach vielleicht geschlossen werden könnte. Gewifs ist es keineswegs stoffarm zu nennen, enthält vielmehr alles wirklich Notwendige; indes halten wir doch dafür, dafs ohne Verkümmerung des eigentlichen Lehrzwecks das Volumen nicht unbeträchtlich zu verringern gewesen wäre.

Diese allgemeinen Bemerkungen werden wohl auch bereits erkennen lassen, in welcher Weise sich Referent die Verwendung der Buysschen Geometrie denkt. Für Schulen, welche nicht blos das Wissen, sondern auch das Können erstreben, eignet es sich weniger. Wir wenigstens ziehen es vor, dem Schüler blos einen kürzeren Leitfaden in die Hand zu geben, zu dem das Wort des Lehrers

aller Orten ergänzend hinzutreten mufs. Dagegen läfst sich auch nicht in Abrede stellen, dafs ein auf den Selbstunterricht angewiesener Anfänger oder ein Schüler, der in bestimmter Zeit ein abgegrenztes Quantum von Wissensstoff in sich aufnehmen soll, diese „*science de l'espace*“ mit grofsem Nutzen zur Richtschnur wird nehmen können. Diese Art des Gebrauches unterstützen auch die in grofser Anzahl dem Buche eingedruckten Figuren; weifs auf schwarz gezeichnet, stellen dieselben auch verwickeltere räumliche Verhältnisse mit musterhafter Klarheit vor Augen. Doch wäre die Nummerierung der Diagramme erwünscht gewesen.

Was nun den Inhalt selbst anlangt, so können wir es nur billigen, dafs die Lehre von der Kongruenz der Parallelentheorie vorangestellt ist. Es folgt die Betrachtung der krummlinigen Gebilde, und zwar sind dieselben in erster Linie nicht als Ortscurven, sondern als von geraden Linien umhüllt aufgefafst. Erst nachdem einige einfache Sätze vom Kreise hergeleitet sind, folgt die Messung der Winkel, und an diese schliefst sich sofort die Inhaltsbestimmung der geradlinigen Figuren, die Proportionalität und der pythagoräische Lehrsatz, welcher zunächst blofs als eine Konsequenz der Ähnlichkeitslehre erscheint. Von ihm werden gleich mehrfache Anwendungen auf regelmäfsige Vielecke gemacht. Nunmehr werden die Sätze von Centri- und Peripheriewinkel bewiesen; dieselben dienen gewissermafsen zur Einleitung für die sich unmittelbar anreihende Goniometrie. Dieser letzteren ist eigentümlich die durchgängig mit grofser Schärfe aufrecht erhaltene Unterscheidung zwischen $\sin_r \alpha$ und $\sin \alpha$; ersterer bedeutet eine gewisse Länge, letzterer die bekannte Verhältniszahl. Die Behandlung der Goniometrie hat uns sehr angesprochen, nur möchten wir nicht dafür stimmen, die Differentialformeln schon auf dieser Stufe vorzuführen, wie es Herr Buys thut. Nachdem sodann gezeigt ist, in welcher Weise die Winkel durch das Gradmafs ausgedrückt werden können, beginnt die ebene Trigonometrie, welche einstweilen bis zur Berechnung der Radien des einem Dreieck um- und einbeschriebenen Kreises führt. Ein umfangreiches Kapitel, in welchem eine Anzahl einfacher und komplizierterer Konstruktionsaufgaben Platz findet, beschliefst die Planimetrie.

Die Stereometrie beginnt mit einem ziemlich eingehenden Abschnitt über die wechselseitigen Beziehungen von Punkt, Linie und Ebene; sehr dankenswert ist hier die Anleitung zur Verzeichnung der Dreikante aus gegebenen Elementen, eine Materie die meistenteils — jedoch mit Unrecht — den Lehrbüchern der deskriptiven Geometrie vorbehalten bleibt. Es folgt die Betrachtung der Prismen und ein recht verdienstlicher Abrifs der Sphärik, auf welch letztere die Begriffsbestimmung der räumlichen Winkel sowie die Messung ihrer Gröfse begründet wird. Endlich erhalten wir noch die sphärische Trigonometrie, die bis zu den Gaufsschen und Napierschen Formeln ausgedehnt wird. Numerische Beispiele, die zum Muster

für derartige Rechnungen genommen werden können, finden sich mehrfach eingestreut; dieselben sind — abgesehen von der unserer Ansicht nach überflüssigen Mitführung des Index 10 — sehr übersichtlich angeordnet. Einem kleineren Kapitel, das stereometrische Konstruktionsaufgaben enthält und in keinem Lehrbuche der Raumlehre fehlen sollte, schliefst sich im dritten Buche die Oberflächen- und Inhaltsbestimmung für sämtliche in der elementaren Stereometrie betrachtete Körperformen an.

Ein erster Anhang behandelt umsichtig und elegant, wenn schon nicht erschöpfend, die Zerlegung gebrochen-algebraischer Funktionen in sogenannte Partialbrüche, sodann die elementaren Methoden der Logarithmenberechnung und enthält eine Anweisung zum Gebrauche der logarithmischen Tafeln. Der zweite Anhang ist geometrischer Natur und giebt einen Auszug aus Krauses „Novae theoriae linearum curvarum“ (München 1835). Da dieses geistvolle Werk leider zu keiner besonderen Verbreitung durchgedrungen ist, so ist man dem belgischen Verehrer des deutschen Denkers vielen Dank schuldig für seine gelungene Popularisierung einer Theorie, welche besonders für die Polygone von sich selbst durchsetzendem Perimeter (Sternvielecke u. s. w.) neue Gesichtspunkte eröffnet hat.

Was der schulmäfsigen Verwendung des Buysschen Kompendiums im Wege steht, haben wir bereits im Eingang dieser Besprechung angedeutet. Gleichwohl besitzt dasselbe manche Vorzüge, wegen deren wir nicht anstehen, dasselbe allen Kollegen zur Einsichtnahme anzuempfehlen.

Ansbach. Dr. S. Günther.

Mohn, H. (Professor der Meteorologie an der Universität zu Christiania, Direktor des kgl. norwegischen meteorologischen Instituts.) Grundzüge der Meteorologie. Die Lehre von Wind und Wetter nach den neuesten Forschungen gemeinfafslich dargestellt. Deutsche Original-Ausgabe. Dritte verbesserte Auflage. Mit 23 Karten und 36 Holzschnitten. Berlin, Verlag von Dietrich Reimer. 1882. XII u. 359 S.

Das ausgezeichnete Lehrbuch Mohn's ist in Deutschland ausreichend bekannt und speziell den Lesern dieser Zeitschrift durch Besprechung der beiden ersten Ausgaben vertraut.*) Da die Anlage des Werkes sich im Wesentlichen gleich geblieben ist, und da auch in materieller Hinsicht keine tief einschneidenden Änderungen vorgenommen worden sind, so kann es uns diesmal nur darauf ankommen, die dritte mit der zweiten Auflage zu vergleichen und die Bereicherungen kurz zu notieren, welche die erstere ihrer Vorgängerin gegenüber erfahren hat.

*) Nur die zweite wurde angezeigt IX, 222 u. f. Red.

Zunächst von minder wesentlichen Dingen. Die Karten der Isothermen, Isobaren und Winde, sowie jene Karte, welche die Zugstrafsen der barometrischen Depressionen veranschaulicht, sind mit Benutzung neuen Materiales umgearbeitet worden. Zwei der zweiten Edition angehörige Karten, welche ein Bild von der Verteilung des Dunstdruckes im Januar- und Juli lieferten (S. 96 ff.) sind diesmal fortgelassen worden, da ihr wissenschaftlicher Wert nicht hoch genug erschien. Dafür wurden verschiedene Tafeln neu gezeichnet (resp. berechnet) und auch zwei neue Figuren, Thermometerschirme darstellend, hinzugefügt.

Von weit gröfserer Bedeutung sind die textuellen Zusätze, von denen wir nunmehr berichten wollen. In §. 63 sind die Verhältnisse, durch welche eine Abnahme der Temperatur von oben nach unten sich ergeben kann, weit eingehender erörtert, als vordem. In §. 68 wird die Isotherme von 0^0, deren Verlauf früher nur summarisch angegeben war, genauer charakterisirt, §. 97 umfafste nur drei Zeilen, in welchen kurz ausgeführt war, dafs im offenen Meere die regelmäfsige jährliche Temperaturänderung mit der Tiefe rasch an Intensität abnimmt; diesmal wird dieser allgemeine Satz in seiner Geltung für verschiedene Meere genau untersucht und gezeigt, welche Tiefen die Temperaturminima unter der Oberfläche einzunehmen pflegen. Über die Art und Weise, Verdunstungsmessungen anzustellen, erfährt man Neues im ersten Teil von §. 109. Die eine der beiden schematischen Figuren, welche in §. 117 für die Aufstellung des Psychrometers gegeben waren, ist verbessert, und dem gleichen Paragraphen gehören die beiden neuen Zeichnungen an, von welchen schon oben die Rede war. §. 154 hatte die folgende kurze Fassung: „Bei allen derartigen Berechnungen wird vorausgesetzt, dafs die Barometerhöhen auf 0^0 reduziert und von allen Fehlern der Instrumente befreit sind, so dafs sie den wahren Luftdruck an den verschiedenen Punkten angeben"; nunmehr wird die Reduktion wirklich gelehrt. Das Entstehen eines *courant ascendant* kann auch andere Ursachen haben, als die im früheren §. 159 geschilderten. §. 171 führt jetzt sechs lokale Luftdruckminima statt der ehemaligen vier auf: neu hinzugekommen sind die über gewissen Teilen des Atlantik und der Nordpolarländer gelagerten Depressionen. Viele Zusätze erfuhr namentlich die Lehre von der geographischen Vertheilung der Niederschläge (§. 233 ff.). Für die allgemeine Regel, dafs die Winde die Temperatur jener Gegenden mitbringen, welchen sie entstammen, bringt Herr Mohn (§. 254) zahlreiche neue Belege bei, nicht minder für die vorher noch nicht so genau bekannten Modalitäten des Fortrückens der barometrischen Minima (§. 298 ff.). Die sozusagen naturhistorische Beschreibung des Nordlichtes (§. 385) ist gegen die vorige Ausgabe beträchtlich verfeinert; auch über die Periodicität dieser — heute vielleicht ihrer Erklärung (durch Lemström) schon weit näher gerückten —

Erscheinung werden uns einige Nova mitgeteilt. Die klimatologische Charakteristik der einzelnen Erdräume hat an Tiefe und Umfang gewonnen und bildet in dieser Form eine gute Einleitung in das treffliche Handbuch von Hann, dessen Studium sich jeder angehende Meteorologe, wenn er seinen Mohn absolviert hat, angelegen sein lassen sollte. Und während die frühere Auflage in §. 409 eigentlich nur das Wesen des norwegischen Sturmwarnungssystems klarstellte, hat der Verfasser in der dritten den genannten Paragraphen zwar gekürzt, dafür aber in §. 410 eine für alle Verhältnisse giltige Anleitung zur praktischen Wetterprognose hinzutreten lassen.

Unsere Vorlage liefert uns mithin ein getreues und scharfes Bild von dem, was man heutzutage unter exakter Witterungskunde versteht. Nur von der Wirkung der Himmelskörper auf unsere Lufthülle ist nichts in dem Buche zu finden, und das möchten wir in zwiefacher Hinsicht bedauern. Die Utopieen von einer irgendwie einflufsreichen Mondflut und dgl. sollten von autoritativer Stelle entsprechend gewürdigt werden, damit auch der weniger vorbereitete Leser lerne, Prophezeiungen à la Overzier auf ihren wahren Wert ($\equiv 0$) zurückzuführen. Andererseits aber hat die Astrometeorologie doch auch eine positive, wissenschaftliche Ausbeute versprechende Seite; man denke nur an die Arbeiten Koeppen's über die mit dem Stand der Sonnenbedeckung in Beziehung stehenden Witterungsperioden von längerer Dauer. Es erscheint die Hoffnung nicht ungerechtfertigt, dafs Herr Admiralitätsrat Neumayer, dem wir doch den Mohn in deutschem Gewande in erster Linie zu danken haben, bei einer hoffentlich bald erscheinenden vierten Auflage dahin wirken werde, es möge der Autor auch den Bemühungen eines der verdientesten Mitarbeiter des Herausgebers die gebührende Würdigung angedeihen lassen.

Ansbach. Dr. S. Günther.

Grassmann, R. Die Lebenslehre oder die Biologie. Erstes Buch: Das Weltleben oder die Metaphysik. Stettin 1881, R. Grafsmann. XII und 350 S. Preis 6 ℳ.

Seit zwei Jahrzehnten ist Herr R. Grafsmann, ein Bruder des Schöpfers der Ausdehnungslehre, mit der Ausarbeitung eines die Grundzüge des gesamten menschlichen Wissens umfassenden Werkes beschäftigt. Schärfe, Klarheit und eine fast beispiellose Vorurteilslosigkeit des Denkens, unterstützt durch eine schöpferische Kraft, welche die verschiedensten Gebiete des Wissens mit einer Menge origineller Ideen befruchtet, das sind die Vorzüge der bisher erschienenen Teile dieser Arbeit. Wenn diesen Vorzügen als wesentlicher Mangel die zu grofse Zuversicht gegenübergestellt werden mufs, mit der gewagte Hypothesen vorgetragen oder in unkon-

trollierbare Regionen hinaus verfolgt werden (und die allzugroſse Schroffheit in der Ablehnung entgegenstehender Ansichten) so liegt diesem Mangel wesentlich die wissenschaftlich isolierte Stellung des Verfassers zu Grunde, dessen lebhaftes Temperament seinen Gedankenflug oft über die Grenzen hinausführt, in denen die in akademischer Luft heranwachsenden Theorien sich zu halten pflegen. Ein zweiter Mangel besteht in einem mitunter hochgradigen Naturalismus der Darstellung (resp. des Stils), der über manche Partieen einen bedenklich dilettantischen Schein wirft und wohl geeignet ist, einen nicht mit hinlänglicher Geduld gewappneten Leser von vornherein abzuschrecken.*) Erschwert wird die Lektüre auch, wenigstens für den Anfang, durch eine mit allen Fremdwörtern in radikalster Weise brechende, wenn auch geschickte, Terminologie. Jedenfalls aber verdient der hohe sittliche Ernst, der das Ganze durchweht, das unbedingte, durch nichts sich irre machen lassende Streben nach Wahrheit, und die beharrliche, auch an der Schwelle des Greisenalters nicht versagende Energie des Verfassers in der Verfolgung seines Ziels, die vollste Anerkennung.

Neben der von fachwissenschaftlicher Seite bereits anerkannten „Logik“**) dürfte nun der vorliegende Band das besondere Interesse unserer Leser in Anspruch nehmen, da er sich (was freilich dem Titel nicht zu entnehmen ist) keine geringere Aufgabe stellt, als die in den Grundlagen der Physik, Chemie und Krystallographie liegenden Rätsel zu lösen, und diese Aufgabe, nach Ansicht des Ref., erfolgreich behandelt. Die Grundlage der vom Verf. aufgestellten Theorie bildet die Annahme, daſs jedes kleinste Ätherteilchen aus einem Paare von „E-Wesen“ besteht ($+E$ und $-E$), die beide von gleicher Masse sind, durch gegenseitige Anziehung sich binden und beständig um einander rotieren. Ein Körper stöſst das eine dieser beiden Wesen ebenso stark ab, wie er das andere anzieht (Imponderabilität des Äthers in der Ferne). In nächster Nähe dagegen, wenn die Entfernungen derselben vom Körper wesentlich verschieden sind, erleidet das ganze Teilchen Anziehung oder Abstoſsung. Unter Zugrundelegung des Newton'schen Attraktionsgesetzes wird mathematisch bewiesen, daſs diese Wirkungen eines Körpers auf ein Ätherteilchen umgekehrt proportional sind dem Kubus der Entfernung, und daſs zwei Ätherteilchen sich im umgekehrten Verhältnis der vierten Potenzen ihrer Entfernung abstoſsen (übereinstimmend mit Cauchys Hypothese). — Werden zwei Körper, von denen der eine die $+E$, der andere die $-E$ anzieht, durch gegenseitiges Reiben in nächste Berührung gebracht, so

*) Vergl. das Referat über des Verf. „Wissenschaftslehre“ in Bd. X. S. 381 dieser Zeitschr., ein Werk, für dessen gerechte Würdigung auf die eingehende Recension im Jahrb. d. Vereins f. wissensch. Pädagogik X. 172—194 (von Ballauff) verwiesen werden muſs.

**) S. z. B. Schröder, der Operationskreis des Logikkalkuls. Leipzig 1877.

wandern die in den Ätherteilchen der beiden Körper enthaltenen $+E$ resp. $-E$ nach der anderen Seite hinüber. Hierdurch werden die Erscheinungen der Reibungs- und Berührungs-Elektricität erklärt. Elektrische Erscheinungen treten also auf, sobald die beiden E-Wesen der Ätherteilchen von einander getrennt werden. In ihrer Wiedervereinigung besteht die Entladung. — Strahlende Wärme, oder vielmehr unsichtbares Licht, ist langsame, sichtbares Licht schnelle Schwingung der E-Paare ohne Trennung der E-Wesen. — Hinsichtlich der Aggregatzustände lehrt der Verf.: Im gasförmigen Zustande eines Stoffes schwingen die kleinsten Teilchen in gröſseren Abständen von einander und „parabelartig“, d. h. so, daſs sie streben, den ganzen Raum zu durchlaufen, aber gegenseitig von einander zurückgeworfen werden. Im flüssigen stehen sie einander so nahe, wie es die zwischen ihnen wirkenden Abstoſsungskräfte noch gestatten und kreisen um einander. (Daher sind Gase kompressibel, Flüssigkeiten nicht.) Hört diese kreisende Bewegung auf, so wird der Stoff fest. — Jedes kleinste Teilchen eines einfachen Stoffes („Korb“ = Atom) besteht aus einem Massewesen (M, materieller Punkt ohne Ausdehnung), welches Sitz einer nach dem Newton'schen Gesetze wirkenden Anziehungskraft ist, und aus einer Hülle von E-Paaren, welche von dem in der Mitte stehenden M angezogen werden, um einander und um M kreisen, und die unmittelbare Berührung der verschiedenen M eines Stoffes verhindern, da die Hüllen derselben sich gegenseitig abstoſsen. Erst durch diese Hülle erlangt das Teilchen seine Ausdehnung (Körperlichkeit). Es giebt zwei verschiedene Gruppen einfacher Stoffe, jenachdem die Atome derselben die $+E$ oder die $-E$ anziehen. Durch Vereinigung der Atome zweier Stoffe aus verschiedenen Gruppen entstehen die chemisch-zusammengesetzten kleinsten Teile. — Sehr ausführlich werden die Gesetze der chemischen Verwandtschaft und der Elektrolyse behandelt, auch über Gröſse, Gewicht, Geschwindigkeit, und andere Eigenschaften der Atome und Moleküle Berechnungen ausgeführt, und deren Resultate in Tabellen zusammengestellt, die sich über eine groſse Menge einfacher und zusammengesetzter Stoffe erstrecken. Man wird sich bei diesen gröſstenteils ungeheuerlichen Zahlen immer vergegenwärtigen müssen, was der Verf. wiederholt betont, daſs es sich nur um erste rohe Näherungswerte handelt. Die Krystallographie ist auf Grund der von dem Vater des Verf., J. G. Graſsmann, schon 1829 gegebenen, aber erst neuerdings zur Anerkennung gelangten Theorie behandelt, wie denn auch zu bemerken ist, daſs ein wesentlicher Teil der in diesem Buche entwickelten physikalischen Anschauungen schon in des Verfassers „Atomistik“ (1862) enthalten ist. — Besonders bemerkenswert und für die Beurteilung der vorgetragenen Lehren wichtig erscheint uns die innere Übereinstimmung, in welche die Thatsachen der verschiedenen Zweige der Physik durch dieselben gebracht werden,

sowie der Umstand, dafs diese, relativ einfachen Lehren nirgends mit anerkannten Theorieen in Widerspruch geraten.

Wir schliefsen diesen Bericht mit dem auch vom Verf. S. IX in lesenswerten Worten ausgesprochenen, und durch mannigfache Erfahrungen hinlänglich motivierten Wunsche, dafs die fachwissenschaftliche Kritik noch bei Lebzeiten des Verf. von dieser Arbeit Notiz nehmen möge, und mit der Hoffnung, dafs durch die hier freilich nur sehr fragmentarisch mitgeteilten Resultate des Werkes auch die Leser unserer Zeitschrift veranlafst werden mögen, sich mit demselben näher bekannt zu machen. Auf eine Anzahl unwesentlicher Einwände gegen einzelne Stellen einzugehen, fehlt es hier an Raum.

Waren. Dr. V. Schlegel.

Leonhard, Dr. Karl, Vergleichende Zoologie für die Mittel- und Oberstufe höherer Schulen, sowie zum Selbstunterricht. Mit 18 lithographierten Tafeln. Jena 1883, Paul Matthei. Preis 6 *M.*

Es besteht kein Zweifel und ist auch in den Erläuterungen zu dem Lehrplan für die Realgymnasien und Oberrealschulen ausdrücklich hervorgehoben, dafs der zoologische Unterricht mit der Beobachtung und Beschreibung einzelner Tiere zu beginnen und durch Vergleichung verwandter Formen zum Verständnis des Systems hinüberzuführen hat. Verfasser hält aber die Art und Weise, wie die meisten methodischen Schulbücher der Zoologie der zweiten Forderung gerecht zu werden suchen, nicht für die richtige. Zumeist werden nämlich mehrere verwandte Formen nach einander als Individuen beschrieben und es werden vorher oder nachher die gemeinsamen Merkmale angeführt und die Charaktere der Gruppe festgestellt. Hierbei werden die Ähnlichkeiten und Verschiedenheiten mehrerer Tiere zu weit auseinander gezogen, und daher kann die Vorstellung von der Gruppe, welche auf diesem Wege erzeugt werden soll, nur eine mangelhafte sein. Verf. glaubt vielmehr, da jede Gruppe aus einer Anzahl zusammengehöriger Individuen bestehe, dafs sie als Einheit, als Ganzes nur dann von unserem Geist erfafst werde, wenn man bei der Betrachtung derselben den gleichen Gang einschlägt, wie beim Individuum, d. h. wenn man in bestimmtem lückenlosen Gange die Organe der zu einer Gruppe gehörigen Tiere mit ihren Funktionen mit einander vergleichend betrachtet und zwar so nahe als möglich neben einander. Für die Oberstufe ist eben nur die wirklich vergleichende Zoologie am Platze und zwar ist hier, nachdem der Schüler die nötige Reife erlangt hat, das Tierreich in aufsteigender Reihe zu betrachten (auf der Unterstufe in absteigender). — Die Durchführung dieses Princips in dem vorliegenden Buche ist dem Verf. in meisterhafter Weise gelungen und

hegen wir keinen Zweifel, dafs in einem Unterricht, dem dasselbe in rechter Weise zu Grunde gelegt wird, dem Schüler das Interesse förmlich abgenötigt, derselbe mit Lust und Liebe für den Unterrichtsgegenstand erfüllt wird.

Dem vergleichenden, alle neueren Entdeckungen verwertenden Teile folgt in jeder Ordnung eine ganz kurze aber zur Bestimmung der Gattungen recht praktische systematische Übersicht und die einzelnen Hauptabteilungen schliefsen mit einer kurzen klaren Charakteristik.

Den Lehrer setzt die Anordnung des Inhaltes in den Stand, selbst die praktischste Auswahl der in Vergleich zu ziehenden Spezies zu treffen, während er bei anderen Lehrbüchern gezwungen ist, die weitläufig und oft wenig übersichtlich verglichenen Arten, die nicht immer mit dem in den Sammlungen vorhandenen Material und mit den lokalen Vorkommnissen übereinstimmen, zu benutzen und oft nur mit einigem Zwang ein immerhin lückenhaftes Bild von den einzelnen Abteilungen des Tierreichs zu erzeugen vermag.

Von den vorhandenen methodischen Schulbüchern für Zoologie, denen entweder Abbildungen überhaupt fehlen, oder in welchen die letzteren im Texte zerstreut sind, unterscheidet sich das vorliegende noch dadurch in vorteilhafter Weise, dafs die (426) Abbildungen auf 18 lithographischen Tafeln am Schlufs des Werkes (mit den nötigen Figurenerklärungen) recht übersichtlich zusammengestellt sind. Dieselben sollen selbstverständlich lebendes Material, Präparate und gute Tafeln keineswegs überflüfsig machen, sie sollen vielmehr dem Lehrer einen Anhalt geben bei seinen Zeichnungen an der Wandtafel — denn neben dem fertigen Bilde darf nicht das entstehende fehlen — und sie werden dem Schüler bei der häuslichen Wiederholung einen sehr wichtigen Dienst leisten.

So gehört denn diese vergleichende Zoologie zu denjenigen naturgeschichtlichen Lehrbüchern, deren Erscheinen einen wichtigen Fortschritt bezeichnet in der Geschichte des Unterrichts.

Greiz. Ludwig.

Wiesner, Dr. Julius, (Professor der Botanik und Direktor des pflanzenphysiologischen Instituts an der Wiener Universität).

1. Das Bewegungsvermögen der Pflanzen. Eine kritische Studie über das gleichnamige Werk Darwins. Wien 1881, Alfred Hölder. Pr. 5 ℳ

2. Elemente der Anatomie und Physiologie der Pflanzen. Wien 1881, ebenda. Pr. 7 ℳ

1. Obiges Thema hat bekanntlich durch eine Arbeit Darwins innerhalb der botanischen Kreise die allgemeine Aufmerksamkeit auf sich gezogen, da und dort hat man sogar, gestützt auf den Namen Darwin, ohne weitere kritische Prüfung die wichtigsten Sätze desselben schon in Lehrbücher aufgenommen.

Prof. Wiesner arbeitete nun ebenfalls seit längerer Zeit an demselben Thema und hat es hier trotz der tiefsten Verehrung, die er gegen Darwin hegt, auf Grund eigner Forschungen unternommen, den Thesen desſelben entgegenzutreten. Um aber bei Antidarwinisten nicht unnütze Hoffnungen zu erregen, sagt uns Wiesner ausdrücklich in seiner Einleitung: „Es wird die Bemerkung nicht überflüssig sein, daſs durch die in dieser Schrift unternommene Bekämpfung der in Bezug auf die Bewegungsweise der Pflanzen von Darwin ausgesprochenen Anschauungen des groſsen Forschers epochemachenden Ideen, auf welchen die moderne Deszendenztheorie beruht, nicht im mindesten alteriert werden. Würde sich Darwins Gedanke über die Einheit der meisten Bewegungsformen thatsächlich bewahrheiten, so hätte die Lehre von der Entwicklung hierdurch eine neue Illustration, nicht aber ein neues Argument erhalten."

Es ist hier nicht der Ort, weiter in die Details der Streitfragen einzugehen; ich bemerke nur, daſs Wiesner so ziemlich jeden Satz Darwins über Cirkumnutation, Heliotropismus, Geotropismus etc. angreift und in der neuesten Zeit auch durch die Arbeiten von Detlefsen aus dem Würzburger botanischen Institute eine glänzende Rechtfertigung erhalten hat. Zweck dieser Zeilen ist vielmehr, Kollegen dieses urteilschärfende Werk zu empfehlen, weil sich über die Art einer exakten Forschung ungeheuer viel daraus lernen läſst und dann, weil es als Muster dienen kann, wie Gelehrte ihre widersprechenden Meinungen äuſsern können, ohne einander in die Haare zu kommen. Hat Wiesner einerseits den Beweis „wissenschaftlichen Anstandes" geliefert, indem er seine Opposition stets nur in die Worte ungeheuchelter Verehrung kleidet, so hat andrerseits Darwin, wenn auch nicht in einem öffentlichen Werke, so doch in seiner Privatkorrespondenz mit Wiesner einen Adel der Bescheidenheit geoffenbart, der ihn ebenso ehrt wie sein unsterbliches Werk „Über den Ursprung der Arten". Diese Briefe sind nämlich jetzt nach Darwins Tod veröffentlicht worden*) und es wird wohl gestattet sein, in unsere Zeitschrift einige Zeilen davon aufzunehmen. Im ersten Briefe, wo Darwin einfach den Empfang des Dedikationsexemplars anzeigt, lesen wir: „Ich bin ganz darauf gefaſst, daſs Sie in meinem Werke einige grobe Irrtümer gefunden haben werden, denn Sie sind ein viel geschickterer und gründlicherer Experimentator als ich. Obwohl ich stets bemüht bin, vorsichtig zu sein und mir selbst zu miſstrauen, weiſs ich doch wohl, wie leicht ich Fehler mache." — Beim zweiten Briefe hatte Darwin das Werk Wiesners durchstudiert und nun schreibt er: „Vor Allem lassen Sie mich Ihnen herzlich danken für die Art und Weise, mit der Sie mich durchweg behandelt haben. Sie haben gezeigt, wie

---

*) Im bot. Centralblatt von Wiesner selbst, an welcher Stelle, ist uns nicht bekannt. Red.

ein Mann in der entschiedensten Weise von der Meinung eines Andern abweichen und doch seinen Meinungsunterschied mit vollkommenster Höflichkeit ausdrücken kann. Ihr Buch hat mir das höchste Interesse gewährt und einige Versuche sind so schön, dafs ich wirklich Freude empfand, während ich bei lebendigem Leibe zerschnitten wurde.... Endlich wünschte ich, dafs ich Kraft und Geist hätte, eine neue Reihe von Versuchen zu beginnen und die Resultate mit einer vollen Zurücknahme meiner Irrtümer, wenn ich von denselben überzeugt bin, zu veröffentlichen. Aber ich werde zu einem solchen Unternehmen zu alt und ich sehe nicht voraus, dafs ich imstande wäre, viel oder irgend ein originelles Werk zu schaffen." — Welche Gröfse und welche Bescheidenheit! Wen soll man unter solchen Umständen mehr beneiden, den unsterblichen Genius Darwins, der selbst in seinen Irrtümern die Hochachtung uns abnötigt, oder den Wiener Pflanzenphysiologen, der solche Siege durch seine exakte Forschung davongetragen hat?

2. Nach dieser Mitteilung mag hier noch die Notiz Platz finden, dafs Wiesner zur Zeit auch ein Lehrbuch: „Elemente der wissenschaftlichen Botanik" bearbeitet, wovon der erste, bis jetzt erschienene Band die Anatomie und Physiologie der Pflanzen bespricht. Die Behandlung des Stoffes verrät uns, dafs Wiesner nicht blos Forscher ist, sondern auch als Lehrer vernünftigen Anschauungen huldigt. Im Gegensatz zu vielen akademischen Lehrern stellt er sich für seine Vorlesungen — das Werk soll nämlich in erster Linie seinen Schülern dienen — die Aufgabe, nur das zu bieten, was von fundamentaler Bedeutung ist, weil das Überschütten mit einzelnen Details, die wissenschaftlich oft nicht einmal völlig aufgeklärt sind, den Anfänger nur verwirren kann. Wo seine persönliche Ansicht in wichtigen Sachen von der „marktgängigen Meinung" abweicht, finden wir dies in Noten mitgeteilt. Dem Texte sind häufig geschichtliche Daten beigegeben. Ein besonderes Lob verdienen noch die Zeichnungen.

Was die Einteilung des Stoffes betrifft, so hätte ich es allerdings lieber gesehen, wenn zuerst die Morphologie der Pflanzen besprochen worden wäre. Aber leider ist noch auf vielen Universitäten der Usus vorherrschend, den botanischen Unterricht mit der Lehre von der Zelle zu beginnen. In dieser Beziehung lobe ich mir das Lehrbuch von Prantl, das, solange sein Autor Privatdocent war, natürlich auch mit der Anatomie begann. Seit derselbe aber an der Forstschule Aschaffenburg thätig ist, scheint er eingesehen zu haben, dafs man auch beim akademischen Unterricht das Pferd nicht beim Schwanz aufzäumen darf — die neue Auflage beginnt mit der Morphologie!

Memmingen. VOGEL.

Nachschrift der Redaktion. Nach einer uns von andrer Seite zugegangenen Mitteilung soll Wiesners Buch neuerdings von

einem Botaniker angegriffen und Darwin verteidigt worden sein. Wiesner soll ihn (Darwin) durchaus nicht überzeugt haben, wie aus einem kürzlich im Kosmos zwischen Wiesner und Carus Sterne ausgebrochenen Streite hervorzugehen scheint. Unser Referent schreibt uns hierüber: „Dafs Sterne Darwins Ansichten verteidigt, wundert den nicht, der da weifs, dafs Sterne jederzeit bemüht ist, alles, was Darwin heifst, unbedingt in Schutz zu nehmen. Auch Sachs spricht von Darwins Ideen, die er auf diesem Gebiet geäufsert, in seinem Lehrbuche (1882) absprechend." — Der Herausgeber ds. Z. wurde während seiner fünfjährigen Lehrthätigkeit in Wien (1872—77) u. A. auch mit Wiesner bekannt, in dessen botan. Laboratorium er einige mikroskopische Studien machte; seitdem ist er von W.s gründlichem wissenschaftlichen Arbeiten und von seiner wissensch. Wahrheitsliebe so überzeugt, dafs er grofses Vertrauen zu dessen wissenschaftl. Forschungen hat.

Rammelsberg, (Prof. d. Chemie an d. Univ. Berlin), Handbuch der krystallographisch-physikalischen Chemie. Abteilung I. Elemente und anorganische Verbindungen. Mit 219 Holzschnitten. Leipzig, Engelmann. 1881. Preis 14 M.

Rammelsberg klagt — und nicht mit Unrecht — in seiner Einleitung über die Einseitigkeit, mit welcher heutzutage die chemischen Lehrbücher gröfsern und kleinern Stils verfafst werden, wobei auf eine exakte Beschreibung der Körper viel zu wenig Rücksicht genommen wird. „Eine Folge dieser Vernachlässigung der physikalischen Eigenschaften ist die Unfähigkeit jüngerer Chemiker, Präparate krystallographisch, optisch etc. selbst zu untersuchen, so dafs das Bild eines Körpers in ihren Abhandlungen häufig ein äufserst mangelhaftes ist. Und doch ist es gar nicht so schwer, sich die erforderlichen krystallographischen und physikalischen Kenntnisse anzueignen, statt solche Untersuchungen einem Andern zu überlassen. . . . . . Eine solche Teilung der Arbeit führt leicht zu Irrtümern, wovon die von der Wiener Akademie preisgekrönte Schrift von Schabus ein lehrreiches Bild darbietet. Als „schwefelsaures Lithion ist in derselben das Kali-Lithionsulfat, als Didym- und Lanthanchlorid sind die Sulfate, als Traubenzucker ist die Verbindung desselben mit Chlornatrium beschrieben etc." Rammelsberg hat nun die schwierige Arbeit übernommen, die in allen möglichen Zeitschriften zerstreuten Angaben zu sammeln und zu sichten.

Für den krystallographischen Teil hat er das Weifs'sche System gewählt — weil es sicherer die Natur der Formen aussprechen läfst, wenn es gleich an Kürze den andern — meist viel gebräuchlicheren — nachsteht. Ausserdem finden wir aber noch, was über Ausdehnung, Volumgewicht, Siede-, Schmelz- und Erstarrungspunkt, spezifische Wärme, Brechungsexponent, Refraktions-

äquivalent, Absorption, spektralanalytisches Verhalten, Phosphoreszenz etc. geschrieben worden ist.

Ich habe schon wiederholt bei Besprechung chemischer Lehrbücher die Gelegenheit wahrgenommen, falsche Angaben über Schmelzpunkte etc. zu korrigieren und möchte deshalb dieses Werk besonders Lehrern der Chemie empfehlen, welche neue Auflagen zu besorgen haben oder neue Lehrbücher verfassen wollen. Aber auch sonst sollte dieses vorzügliche Nachschlagewerk in keiner Schulbibliothek fehlen.

Schliefslich sei mir noch gestattet, auf einige Angaben näher einzugehen, mit denen ich mich bei meinen laufenden Ergänzungen aus der Litteratur der Zeitschriften schon näher beschäftigt habe.

Nach Violle (Chemik. Ztg. 1882, 266) soll nämlich der Siedepunkt des Zinks bei 929,6 °C. liegen. Zu dieser neuen Bestimmung will Violle durch die Beobachtung angeregt worden sein, dafs Silber, dessen Schmelzpunkt, er zu 954° annimmt, nicht im Zinkdampfe schmilzt. Ich finde nun in Rammelsberg und auch sonst nirgends für Silber einen solchen Schmelzpunkt notiert. Sollte vielleicht von Becquerel der aufser der Bestimmung: 916° früher noch eine andere gemacht haben soll, diese absolute Zahl herrühren? Ebenso zitiert Violle nach Becquerel als Siedepunkt des Zinks 932°, während in Rammelsberg und auch in Gmelin nach demselben Autor der Siedepunkt zu 891° übereinstimmend angegeben ist.

Dies als einen Beweis, wie notwendig es heutzutage ist, derartigen Angaben gegenüber kritisch zu verfahren!

Memmingen. VOGEL.

ED. GAEBLERS Leipzig und Umgegend. Nach neuestem Material bearbeitet. Leipzig-Neustadt. Verlag von E. Gaeblers geogr. Institut.

Inhalt: 1) Plan v. Leipzig mit Strafsen-Verz. Mafs-Stab 1 : 25 000.
2) Leipzig und engere Umgegend. Mafs-Stab 1 : 100 000.
3) „ „ weitere „ „ 1 : 200 000.
4) Eisenbahnkarte von Sachsen. Mafs-Stab 1 : 1 100 000.
Pr. 1 ℳ

Die äufserst rührige Verlagshandlung von E. Gaebler hat hier wieder ein kleines geographisches Lehrmittel geschaffen, das als Muster für ähnliche dienen kann, und deshalb zeigen wir es hier an. Zwar ist dieses kleine handliche Kartenwerk (25 cm br., 20 cm h. Karten gebrochen, also Buch ca. nur 12 cm br.) in erster Linie bestimmt für den Leipziger, besonders für den Touristen und es wird gewifs alle andern derartigen Hilfsmittel und Machwerke, die meist recht unpraktisch und unbrauchbar sind, bald ausstechen. Es kann aber auch noch nach zwei anderen Richtungen nützlich werden. Erstens liefert es dem Unterricht in der Heimatskunde schätz-

bares Material oder wenigstens Unterlagen, zumal da es, wie der Titel besagt, nach den neuesten Aufnahmen bearbeitet ist. Leipzig hat sich in dem letzten Jahrzehnt aufserordentlich erweitert, besonders nach Süden und Westen, und so enthält denn der neue Bebauungsplan (besonders im S. u. W.) eine Menge neuer, z. T. noch unbebauter und unbenannter (sehr regelmäfsiger) Strafsen, welche natürlich auf vorliegender Karte ebenso wenig fehlen, als die nächsten die Stadt berührenden Vororte (Reudnitz, Neuschönefeld, Neustadt, Volkmarsdorf, Gohlis). Was aber für die Heimatskunde von höherem Wert ist, die Karten sind belehrend (instruktiv). Sie enthalten einmal das der physikalischen Geographie zugehörige Material, wie Erhebungen (Hügel) mit Angabe der Höhe in Metern, Flüsse (blau), Wälder (grün), dann aber auch das statistisch-geschichtliche, wie: Orte, Verkehrswege (Eisenbahnen, Strafsen, Feld- und Fufswege), Exerzierplätze und Schlachtfelder, (Gefechtsstellungen, Schlachtdenksteine), die bekanntlich bei Leipzig eine Rolle spielen.

Zweitens liefert die Karte ein Muster für ähnliche Arbeiten und zeigt an einem recht praktischen Beispiele die konzentrisch erweiternde Methode in der Geographie, nach welcher man seine topographischen Anschauungen von innen nach aufsen stufenmäfsig erweitert und ergänzt. So wird z. B. die erste Karte besonders dem Neuling in Leipzig dienen. Die zweite, welche die nächste aber doch immer schon ziemlich weite Umgebung Leipzigs zeigt (Schkeuditz, Taucha, Markranstädt, Liebertwolkwitz auf der Peripherie), wird besonders der Leipziger Tourist, Botaniker und „naturgeschichtliche Studio“ mit Vorteil benützen können. Sie enthält auch die geschichtlich merkwürdigen Stellen und ist jedenfalls für die Heimatskunde von Leipzig die wichtigste. Die dritte bietet schon für weitere Touren Raum. Während aber in No. 2 Leipzig so ziemlich Mittelpunkt ist, tritt es hier nach N.-W. zurück, so dafs es möglich wurde, das Muldenthal von etwa Colditz bis Eilenburg, dazwischen den schönsten Teil dieses Stückes: Grimma bis Wurzen, zur Anschauung zu bringen. — No. 4 ist eine Zugabe, die sich als notwendiger Abschlufs wohl von selbst aufdrängte. Sie giebt, die vorausgehenden Kärtchen bis an die Landesgrenzen erweiternd, ein anschauliches Bild eines sich immer mehr verengernden Eisenbahnnetzes eines der bevölkertsten Länderstriche von Europa.

Die sämtlichen Karten machen, gleich dem (in ds. Z. schon bespr.) Atlas desselben Instituts, auch äufserlich durch bunten Farbendruck (Orte rot, Wälder grün, Berge braun, Gewäfser blau, Verkehrswege schwarz) auf das Auge einen angenehmen Eindruck. Sie dürften besonders sächsische Lehrer und aufsersächsische in der Nähe Leipzigs interessieren, da diese doch mitunter in die Handels-, Gelehrten- und Buchhändlerstadt kommen. Wir empfehlen ihnen hierzu diesen Führer, auf dem natürlich auch das bekannte „Rosenthal“,

Leipzigs mehr und mehr verschönter Wallfahrtsort, nicht fehlt. Aufsersächsischen Lehrern aber und unter ihnen besonders den Geographen, empfehlen wir sie zum Muster für ähnliche Arbeiten über ihre Wohnorte und Gegenden. H.

B) Programmschau.

Mathematische und naturwissenschaftliche Programme des Königreichs Sachsen. Ostern 1882.*)

Referent: Prof. Dr. Meutzner in Meifsen.

1. **Dresden.** Gymnasium zum heiligen Kreuz. Progr. Nr. 474. Dr. Amthor: *Über einige Arten der Aussteuerversicherung, insbesondere die Militärdienstversicherung.*

Vorliegende Arbeit stellt sich dar als Fortsetzung bezw. Vervollständigung einer von demselben Verfasser bei anderer Gelegenheit veröffentlichten Abhandlung über „das Gompertz-Makeham'sche Sterblichkeitsgesetz und seine Anwendung bei der Lebensversicherung- und Rentenrechnung“. Im ersten Teile wird nach kurzer Auseinandersetzung des Zweckes („den Militärpflichtigen die während ihrer Dienstzeit im Heere nötigen Geldmittel zu verschaffen“), der Arten und der statistischen Grundlagen der Militärdienstversicherung die Berechnung der Prämien je nach der Art der Versicherung gelehrt. Der zweite Teil beschäftigt sich nach Angabe des Begriffes und des Zweckes der „Reserve“ bei Lebensversicherungs- und anderen Anstalten sowie der Grundgleichung der Berechnung („Reserve = zuerwartende Ausgabe — zuerwartende Einnahme“) eben mit der Reserveberechnung für die Militärdienstversicherung. Der dritte Teil bespricht Zweck und Arten der Aussteuerversicherung und Altersversorgung, Berechnung der Prämien für die verschiedenen Versicherungsarten sowie der zugehörigen Reserven und schliefst mit einer zwei Seiten umfassenden tabellarischen Zusammenstellung der für praktische Berechnungen erforderlichen Gröfsen.

2. **Bautzen.** Realschule II. O. Progr. Nr. 488. Hunger: *Über einige vivipare Pflanzen und die Erscheinungen der Apogamie bei denselben.*

Unter Viviparie der Pflanzen (im engeren Sinne) versteht Verfasser nach Braun „das Auftreten von vegetativen Knospen, abfallenden Bulbillen oder auch wurzelschlagenden Laubsprossen an der Stelle oder in der Nähe der Blüten, durch deren Entwickelung die Blütenbildung zuweilen ganz verdrängt, in anderen Fällen die Fruchtbarkeit der Blüten beeinträchtigt oder ganz verhindert wird“; unter Apogamie oder Zeugungsverlust nach de Bary die Erscheinung, „dafs einer Spezies oder Varietät die sexuelle Zeugung verloren geht und diese durch einen anderen ungeschlechtlichen Reproduktionsprozefs ersetzt wird“. Es werden Beispiele für beide Erscheinungen aufgezählt und die einschlägige Literatur wird angeführt. Hierauf wendet sich Verf. zur ausführlichen Darstellung seiner vorläufigen Versuchsergebnisse vornehmlich an *Poa bulbosa* und *alpina,* die er zu diesem Behufe in eigenen Kulturen gezogen hat. In morphologischer Hinsicht ist darnach die Bulbille beider Gräser einer Blüte nicht gleichwertig zu erachten, sondern, die Erscheinung ist als eine vegetative Fort- oder Umbildung der Axenspitze, die in keinerlei Beziehung mit der

---

*) Unter den angeführten 10 Lehranstalten sind 1 Gymnasium und 9 Realschulen. Unter den 10 Programmen sind 2 mathematischen und 8 naturwissenschaftlichen Inhaltes (1 astron., 2 bot., 2 zool., 1 geogr., 2 geolog.). Sonach scheint an den sächsischen höheren Schulen besonders die Beschäftigung mit den Naturwissenschaften zu blühen. Red.

Blüte steht, aufzufassen." Von den physiologischen Schlüssen des Verf. mögen hier Platz finden: die viviparen Poen sind den unvollständig apogamen Pflanzen beizuzählen, weil sich bei ihnen alle denkbaren Abstufungen des Zeugungsverlustes nachweisen lassen; ein kausaler Zusammenhang zwischen Sprofsbildung und Zeugungsverlust ist nicht zu erkennen, vielmehr scheint beiden eine vorläufig unbekannte Ursache zu Grunde zu liegen. Unentschieden bleibt die interessante Frage, ob die apogamen Spezies als in ihrer Existenz bedroht, dem Aussterben verfallen anzusehen sind oder ob sie nicht vielmehr, indem sie neben der geschlechtlichen Fortpflanzung „eine neue ungeschlechtliche Propagationsweise sich aneigneten", für den Kampf ums Dasein besser ausgerüstet worden sind.

3. Borna. Realschule I. O. Progr. Nr. 489. Schöne: *Die physische Beschaffenheit der Sonne.*

In dieser kleinen Monographie werden der Reihe nach behandelt: die Stellung der Sonne im Weltall und im Planetensysteme; die Gröfsenverhältnisse, Dichte und Schwerkraft der Sonne, Geschichtliches über die Sonnenflecke, ihre Struktur, wechselnde Gröfse, ihre Farbe, Leuchtkraft, Dauer und Häufigkeit nach (heliographischer) Lage und nach Zeit (11jährige Periode); Sonnenfackeln; Wilson-Herschels Photosphärentheorie — nach der unmafsgeblichen Ansicht des Ref. ist es recht überflüssig, dafs diese durch Kirchhoff gründlichst beseitigte Hypothese immer wieder aufgewärmt wird „als überwundener Standpunkt"! — die stoffliche Zusammensetzung des Sonnenkörpers nach den Ergebnissen der spektralanalytischen Forschung. Es folgen: die Ansichten verschiedener Astrophysiker über die Beschaffenheit der Flecke, die Zöllner'schen Sonnentemperaturen, die Bestimmungen der Dauer der Sonnenrotation (unsicher wegen der oft bedeutenden Eigenbewegung der Flecke), aufsergewöhnliche Erscheinungen an den Flecken; die mutmafslichen ursächlichen Beziehungen der Flecken zu meteorologischen Vorgängen auf der Erde, in deren Auffindung man heutzutage ganz Unglaubliches leistet.*) Im Anschlufs an Bemerkungen über die Corona, (Newcombs Ansicht) und die Protuberanzen — Verf. unterschlägt beharrlich, aber ganz unberechtigterweise dies e — (Höhe derselben, Geschwindigkeit des Aufsteigens, Dauer, Veränderungen ihres Aussehens, Einteilung, Beziehung zu Flecken und Fackeln), deren Formveränderungen die Annahme von grofsartigen Strömungen in der Sonnenatmosphäre fast aufdringen, folgt schliefslich ein ausführliches quellenmäfsiges Referat über die Theorie der physikalischen Beschaffenheit der Sonne des der Wissenschaft zu früh entrissenen, geistreichen Prof. Zöllner.

4. Chemnitz. Realschule I. O. Progr. Nr. 490. Wiedow: *Über die Krümmungsstärke der Kurven und der doppelt gekrümmten Linien.* **)

Der Grundgedanke Snells — welchen Verf., ein Schüler Snells, im Anschlufs an ein Kolleg und im ersten Teile der Abhandlung besonders auch an das wohl wenig bekannt gewordene Lehrbuch der Differential-Rechnung jenes Mathematikers bearbeitet hat — nämlich den reziproken Wert des Krümmungsradius ebener Kurven zu definieren durch $K = \frac{dW}{ds}$, wo W den Winkel bedeutet, um den sich die Tangente der Kurve dreht, während sie vom Anfangspunkt des Kurvenbogens s bis zum Endpunkt fortgleitet, dieser Gedanke, so natürlich und entsprechend er erscheint, weil dabei auf die Entstehung der Kurven Rücksicht genommen ist, begegnet doch bei seiner Formulierung insofern Schwierigkeiten, als die Kurven wohl durch Gleichungen in Parallel- und Polarkoordinaten, aber nicht durch $W = f(s)$ pflegen

*) Wie früher die Kometen so scheinen jetzt die Sonnenflecken die Rolle eines astronomischen Prügeljungen zu spielen. D. Ref.

**) ist es nicht richtiger: ebener und doppelt gekrümmter Kurven?

dargestellt zu werden. Im Hinblick auf die praktischen Bedürfnisse mufs man also $\frac{dW}{ds}$ in x, y bez. r, φ auswerten. Diese besonders für Polarkoordinaten nicht einfachen Umrechnungen führen zu den bekannten Formeln, die Verf. auf einige Beispiele anwendet. Der zweite Teil befafst sich mit der analogen Aufgabe für Raumkurven; hier führt die Benützung des Snell'schen Gedankens sowohl bei der Berechnung der ersten als der zweiten Krümmung in sehr eleganter, übersichtlicher Weise zum bekannten Resultate. Ref., dem diese Darstellung gegenüber der in den Lehrbüchern sonst üblichen manche Vorzüge zu besitzen scheint, ist leider nicht in der Lage, über die Originalität der Idee ein Urteil abzugeben; ihm war diese interessante Art der Behandlung neu. Bei der Ausführlichkeit der Rechnungen liest sich die gutgeschriebene Abhandlung leicht und angenehm.

Der Vollständigkeit halber führen wir an:

5. **Döbeln.** Realschule I. O. und Landwirtschaftsschule. Progr. Nr. 492. Stübner: *Beitrag zur Entwickelungsgeschichte des Vorkeimes der Polypodiaceen.*

Nach einer historischen, zugleich die auf das Thema bezügliche Litteratur anführenden Einleitung wendet sich Verf. zu einer ausführlichen, durch 2 Tafeln mit 26 Figuren erläuterten Darstellung der Ergebnisse seiner Untersuchungen über die Vorkeime von *Aspidium filix mas*, *A. spinulosum*, *Phegopteris Dryopteris*, *Asplenium septentrionale*, *A. filix femina* und *Blechnum punctulatum*. Ref., der nicht Botaniker von Fach ist, mufs darauf verzichten eingehender über diese speziellen Untersuchungen hier zu berichten, die ja wohl für den eigentlichen Botaniker von ebenso hoher Bedeutung als grofsem Interesse sein mögen.

6. **Dresden**-Friedrichstadt. Realschule II. O. mit Progymnasium. Progr. Nr. 494. Gäbler: *Über den Panamakanal.*

In vier Kapiteln behandelt Verf. I. Historisches; II. Geographische Skizze des Isthmus von Panama; III. die endgiltig angenommene Kanalroute; IV. die (tellurische, politische, kommerzielle, finanzielle und nautische) Bedeutung des Kanales.

7. **Leipzig.** Realschule I. O. Progr. Nr. 502. Dr. Grabau: *Über die Spiralen der Konchylien mit besonderer Bezugnahme auf die Naumann'sche Konchospirale.*

Angeregt dadurch, dafs, im Gegensatz zu Blake, v. Möller auf Grund seiner Erfahrungen an den Foraminiferenschalen des russischen Kohlenkalkes der Naumann'schen Konchospiralentheorie (das Wachstumsgesetz der Spiralen von Konchylien betr.) lebhafte Anerkennung zollt, hat Verf. seine unter dem Beifall Naumann's begonnenen konchyliometrischen Untersuchungen mit dieser Arbeit wieder aufgenommen. Nach einleitenden Worten über die Wahl des Beobachtungsmaterials, die Anfertigung der Präparate und das Messungsverfahren giebt Verf. im ersten Teile „Beiträge zur Theorie der Konchospirale". Er zeigt, dafs sämtliche Gleichungen Naumann's auf die Form $r = ce^{\mu\varphi} + k$ zurückzuführen sind, worin r den Radiusvektor eines ebenen Polarkoordinatensystemes, φ den zugehörigen nach Bogenmafs gemessenen Winkel, e die Basis der natürlichen Logarithmen, c, μ, k Konstanten bedeuten, von denen besonders $k \left(\gtreqless 0\right)$ für die Einteilung der durch jene Gleichung definierten „Konchospiralen im weiteren Sinne" von Wichtigkeit ist. Nach Erläuterung der von Naumann geschaffenen termini (wie Windungsabstände, W.—quotient u. a.) und der Bedeutung der obigen Konstanten, wendet sich Verf. zu

den mathematischen Relationen zwischen Durchmesser, Windungsabständen und W.—quotienten; behandelt dann die zweite Naumann'sche Diplospiralentheorie, sie in ihre Konsequenzen verfolgend, um später Erörterungen über ihre Giltigkeit anstellen zu können. (Zum Verständnis: Öfters sind die Spiralen der Konchylien aus Bogenstücken von zwei oder mehr verschiedenen Spiralen zusammengesetzt. „Die in ihren Folgerungen einfachste Vorstellung ist unstreitig die, dafs man sich mit dem letzten Radius der inneren Spirale einen Kreis beschrieben denkt, um welchen sich die äufsere Spirale, gleichsam wie um ihr Fundament entwickelt. Eine ganz andere, zwar an und für sich einfachere, allein in ihren Folgerungen etwas schwierigere Vorstellung ist die, dafs die erste Windung der äufseren Spirale sich unmittelbar um die letzte Windung der inneren Spirale entwickelt.") Jenem praktischen Zwecke dienen auch die weiteren sorgfältigen Untersuchungen über den sogen. Exzentrizitätsfehler, der dann entsteht, wenn die Geraden, längs deren die Messungen ausgeführt wurden, nicht genau durch den Pol gehen, und die hierdurch bedingten Beziehungen. §. 22 lehrt die Verwertung der vorausgehenden Entwickelungen für die Praxis und nun folgen im zweiten Teile Beobachtungsresultate, die Verf. für die Systematik der Ammoniten zunächst nur als vorläufig ansieht, die Mitteilung der Ergebnisse ausführlicherer Messungen und erschöpfenderer Rechnungen sich für später vorbehaltend. Mit einer Ausnahme sind — gegen Blake — die gemessenen Spiralen in der That Konchospiralen mit positivem oder negativem k.

8. Leipzig. Realschule II. O. Progr. Nr. 503. Dr. Simroth: *Über das Nervensystem und die Bewegungen der deutschen Binnenschnecken, mit einer Tafel.*

„Nachdem allmählich für den eigensten Anteil des Nervensystemes der Weichtiere, die Visceralkette, und ihre Verschiebung durch die Aufwindung der Schneckenschale die Beurteilung gefunden, hielt es Verf. für zeitgemäfs, das Gros der einheimischen Gastropoden . . . . methodisch nach allen Geschlechtern und den wichstigsten Artgruppen zu durchmustern." „Allgemeines vom Nervensystem; allgemeines von der. Bewegung" fassen die Hauptergebnisse bisheriger Untersuchungen summarisch zusammen. Verf. wendet sich sodann im besonderen zur ausführlicheren Darstellung seiner Untersuchungsresultate betreffs des Nervensystemes der Stylommatophoren, Branchiopneusten, Prosobranchier. Dieser Teil schliefst mit einer Tabelle der Kriechgeschwindigkeit der deutschen Schnecken, welche trotz verschiedener Unterlagen immer dieselbe bleibt, da in Wahrheit die Schnecke auf dem von der Sohle ausgeschiedenen Schleimband gleitet.

Der „Allgemeine Folgerungen" überschriebene Teil der Arbeit beschäftigt sich eingehend mit entwickelungsgeschichtlichen Fragen, insbesondere der Stellung der besprochenen Arten zu den anzunehmenden Stammformen, als welche Urmollusken, „Würmer den Saugwürmern, vielleicht auch den Egeln nahestehend, Zwitter mit geradem Darme, mit verdickter Rückenhaut zum Schutze gegen die rollenden Wogen und den von ihnen geschleuderten Seeschlamm" hypothesiert werden. Diese „Brandungswürmer, deren Bauchseite sich der Brandung wegen zu einem grofsen Sohlensaugnapf entwickelte, (durch den Willen des Tieres? s. u.) mit welchem sie sich an den Steinen festhielten, lernten (wodurch?) teils von den Strandlinien der Kontinente aus mit ganz verschiedenen Schwimmvorrichtungen das hohe Meer befahren, während andere parallel mit der geologischen Entwickelung des Landes in die Flüsse eindrangen, ja das Land besiedelten", gefolgt von immer neuen Scharen in den Strandregionen entstandener neuer Formen. Kurz unsere Landschnecken sind von Haus aus Wassertiere.

Ohne noch weiter ins Einzelne zu gehen, sei dem nicht fachmännischen

Ref. eine bescheidene allgemeine Frage erlaubt. Meint man wirklich eine befriedigende Erklärung gewonnen zu haben, durch Sätze wie: „In der festgesaugten Sohle entstand allmählich das Bedürfnis*) nach lokomotorischer Bewegung. Die ganze Muskelmasse mufste dabei unausgesetzt zum Saugen verwandt, nur der Vorderrand konnte und mufste vorgestreckt werden und .... so war nur ein Ausdruck des andauernden Nervenreizes in der Absicht den Vorderrand zu erweitern in der lokalen Erweiterung, Extension oder Verlängerung der vorderen Muskelfaserenden selbst möglich", so dafs durch „diese sehr eigentümliche intensive Funktion des Willens" jene Schnecken-Würmer die Fähigkeit der Fortbewegung erlangten. Fordert so ein Satz, (die ihm bedenklichen Stellen hat Ref. durch den Druck ausgezeichnet) — und derart finden sich in Darwinistischen Schriften zu Dutzenden — von seinem Bekenner nicht einen kritiklosen Glauben, wie ihn in höherem Grade kein religiöses Dogma erheischt? und dann, wie erbärmlich ist es gegenüber solchen Willensleistungen jener niederen Tiere doch um das Menschengeschlecht bestellt, das trotz des guten Willens nicht einmal in moralischer, geschweige in physischer Hinsicht eine höhere Entwickelungsstufe zu erklimmen vermag!

9. Werdau. Realschule II. O. Progr. Nr. 515. Jacobi: *Über Thalbildungen im westlichen Erzgebirge.*

Die von einer Orientierungskarte begleitete Abhandlung beginnt mit einer geographischen Schilderung des Oberlaufes der Mulde und des Schwarzwassers, eines Nebenflusses der ersteren. In diesem Teile findet sich (S. 6, Z. 1 v. o.) leider der Satz: „Die rechten Zuflüsse der Mulde sind mit Ausnahme der Bockauthäler ziemlich flache, einförmige Thäler." !!! — Das Ziel des Verf. ist nachzuweisen, dafs „ein grofser Teil der (im weiteren Verlaufe namhaft gemachten) Thalbildungen der bezeichneten Gegend Kontakterscheinungen sind"; dies zu zeigen erscheine jenes Gebiet ganz besonders geeignet, sofern dasselbe „in geognostischer Hinsicht gewissermafsen ein Zwischenglied zwischen dem östlichen Gneis- und dem westlichen Schieferterrain bildet." Im Hinblick auf den angedeuteten Zweck folgt nun eine eingehende, auf reiches Quellenmaterial und eigene Beobachtungen gestützte geognostische Beschreibung des Gebietes, woran sich die Betrachtung der Flufsläufe in ihrer Beziehung zu den besprochenen geognostischen Verhältnissen anschliefst. Typisch für die „Thalbildungen als Kontakterscheinungen" ist dem Verf. zufolge das Thal des Zschorlaubachs, weshalb in einer ausführlicheren Beschreibung desselben nachgewiesen wird, dafs seine Richtung im wesentlichen der Grenze von Granit und Schiefer folgt. Ähnliches gilt vom oberen Schwarzwasserthal, ferner auch vom Thale des Schlemabaches, während das obere Muldenthal abgesehen vom letzten Stücke vor der Vereinigung der Mulde mit dem Schwarzwasser, als ein Erosionsthal sich darstellt. Schliefslich sucht Verf. den ursächlichen Zusammenhang zwischen jenen Thalbildungen und den Gangvergesellschaftungen dieser Gegend aufzudecken.

10. Wurzen. Realschule I. O.**) Progr. Nr. 516. Mehner: *Über die älteren Ablagerungen der skandinavisch-sarmatisch-germanischen Diluvialregion.*

Verf. will dem Leser einen Einblick in den augenblicklichen Stand der Diluvialfrage eröffnen, sowie Anregung und Anleitung zum Studium derselben bieten. Dies wird versucht unter zum Teil wörtlicher Benützung der zahlreichen einschlägigen Abhandlungen und Berichte mit besonderer Rücksicht auf die geologischen Befunde im nördlichen Sachsen. Der erste

*) d. h. das Tier dachte (trivial gewendet): ich habe lange genug hier gesessen, ich will nun einmal spazieren gehen! Ref.

**) Gymnasium seit Ost. 82. Der Ref.

Teil, „Zusammensetzung und Ausbildungsweise der älteren Diluvialablagerungen“, bespricht den petrographischen Charakter, die Lagerungsweise und wichtigen Aufschlufsstellen des Geschiebelehms, der Diluvialkiese und -sande, (welche neben dem Geschiebelehm die gröfsten Ablagerungsmassen des Diluviums bilden), des Bänderthones und des Krofssteingruses. Eine „Gliederung des Diluviums“ ist, wie der kurze zweite Teil besagt, mehrfach versucht worden, während Credner wohl auf Grund seiner Gletscher-Untersuchungen die Ansicht vertritt, dafs man es hier mit einem einheitlichen geologischen Ganzen zu thun habe. Während der dritte Teil „Ausdehnung der Diluvialregion“ die geographischen Grenzen des Diluviums nach dem für dasselbe so charakteristischen Auftreten nordischen Gesteinsmateriales (vorwiegend skandinavisch-baltischer Herkunft) in allgemeinen Umrissen bestimmt, behandelt der letzte allgemein interessante Teil „Entstehung der älteren Diluvialablagerungen“ neben der Drifttheorie, wonach kurz gesagt jene nordischen Geschiebe durch grofse Eisberge nach ihren jetzigen Fundorten transportiert worden seien, ganz besonders die Gletschertheorie, welche sich, wie es scheint, augenblicks allgemeiner Anerkennung seiten der Geologen erfreut. Nach derselben wird der deutsche Geschiebelehm als die Grundmoräne eines normalen Gletschers betrachtet, der von Skandinavien ausging, die Ostsee erfüllte und in den schlesichen Gebirgen bis zu 500 m Meereshöhe sich verbreitete. Oberflächliche Unregelmäfsigkeiten des Bodens, über den sich der Gletscher vorrückend hinbewegte, geben Veranlassung zu den Stauchungen, Knickungen und Überkippungen, wie sie der Geschiebelehm, ebenso die Diluvialkiese und -sande nicht selten zeigen. Es werden die Hauptgründe, welche gegen die Drift- und für die Gletschertheorie sprechen, an der Hand der Thatsachen erörtert; daneben aber auch die Schwierigkeiten nicht verschwiegen, welche ganz besonders aus der Auffindung von Resten teils mariner, teils dem Süfswasser angehöriger Schaltiere für die Erklärung entspringen. Dies führt auf die Annahme einer mehrmaligen, durch klimatische Verhältnisse bedingten Abschmelzung und eines vollständigen Zurückweichens des grofsen skandinavischen Gletschers. Zum Schlusse werden die gegensätzlichen Ansichten Berendts ausführlich beleuchtet.

C. Bibliographie.

August. September.

Erziehungs- und Unterrichtswesen.

Soden, Prof. Dr. v., die Einflüsse unseres Gymnasiums auf die Jugendbildung, betrachtet im Anschlufs an das ärztl. Gutachten über das höhere Schulwesen Elsafs-Lothringens. (40 S.) Tübingen, Fues. 0,80.

Frick und Friedel, Dir. Dir. Dr. Dr., in wieweit sind die Herbart-Ziller-Stoy'schen didaktischen Grundsätze für den Unterricht an den höheren Schulen zu verwerten? (128 S.) Berlin, Weidmann. 1,60.

Mathematik.

A. Reine Mathematik.

1. Geometrie.

Löwe, Dr. O., über die regulären und Poinsot'schen Körper und ihre Inhaltsbestimmung vermittelst Determinanten. (28 S. und 1 Steintaf.) München, Rieger. 1.

Merkmal, das verlorene, des Winkelbegriffes eine Folge der fortschreitenden Bewegung auf dem Gebiete der geometr. Formenlehre nach wesentl. Ideen und neuen Gesichtspunkten. (23 S.) Teschen, Kotula. 0,30.

2. Arithmetik.

Schlegel, Dr. V. Theorie der homogen zusammengesetzten Raumgebilde. (Aus nov. Act. d. Kais. Leop. Carol. deutschen Akademie d. Naturf. Bd. XLIV, No. 4.) 124 S. u. 9 Taf.. Leipzig, in Kommiss. bei W. Engelmann, 1883.

Carl, L., Sammlung algebraischer Aufgaben, enth. Gleichungen 1. Grades mit einer unbekannten Gröfse, zur Einführung in die Arithmetik. (31 S.) Hildburghausen, Gadow und Sohn. 0,60.

B. Angewandte Mathematik.

(Astronomie. Geodäsie. Mechanik.)

Peters, Prof. Dr. C. F. W., die Fixsterne. (169 S. mit 69 Fig.) Leipzig, Freytag. 1.

Largiadèr, Sem. Dir., Praktische Geometrie. Anleitung zum Feld- und Höhenmessen und Nivellieren. Zum Gebrauch an Mittelschulen, Seminarien etc. (128 S.) Zürich, Schulthefs. 2.

Physik.

Maxwell, Jam. Clerk, die Elektricität in elementarer Behandlung. In's Deutsche übertr. v. Dr. Grätz. (224 S.) Braunschweig, Vieweg. 4,50.

Biehringer, Prof. Dr., die Wirkungsweise elektrodynamischer Maschinen, zu Lehrzwecken und zum Selbstunterricht elementar behandelt. (21 S.) Nürnberg, Ebner. 1,50.

Biehringer, Dr., Schematische Darstellung elektrodynamischer Maschinen. 2 Blatt. Nürnberg, von Ebner. 8.

Heel, Lyc.-Prof., die Theorie der magneto- und dynamoelektrischen Maschinen für die Schule zurecht gelegt. (20 S. mit 1 Taf.) Freising, Datterer. 1.

Sumpf, Dr., Anfangsgründe der Physik, für Schulen bearbeitet. (104 S.) Hildesheim, Lax. 1,20.

Chemie.

Ladenburg, Prof. Dr., Handwörterbuch der Chemie. 1. Band. (712 S.) Breslau, Trewendt. 18.

Beschreibende Naturwissenschaften.

1. Zoologie.

Brass, Dr., Biologische Studien. Die Organisation der thierischen Zelle. (80 S. mit 4 Taf.) Halle, Strien. 9.

2. Botanik.

Vacat.

3. Mineralogie.

Schäfer, Dr. B., das Diluvium in der Geologie. Frankfurt a. M., Fösser. 0,50.

Claus, Fragment einer Monographie des Platins und der Platinametalle. (92 S.) Leipzig, Vofs. 1.

Forster, das Erdbeben der Schweizerischen Hochebene vom 27. Jan. 1881. (30 S.) Bern, Haller. 1.

Geographie.

Verzeichnis der Bücher, Landkarten etc., welche vom Januar—Juli 1883 neu erschienen oder neu aufgelegt worden sind. (484 S.) Leipzig, Hinrichs. 3,60.

Mündel, die Vogesen. Mit 13 Karten, 3 Plänen und 2 Panor. (406 S.) Strafsburg, Trübner 3,50.
Ziegler, J. M., Wandkarte der Schweiz. 1 : 200 000. Zürich, Wurster & Co. 10.
Schauenburg's neue Wandkarte von Baden, Württemberg und Hohenzollern. 1 : 200 000. 7. Blatt. Lahr, Schauenburg 12.

Neue Auflagen.

1. Erziehungs- und Unterrichtswesen.

Biedermann, Prof. Dr. C., die Erziehung zur Arbeit, eine Forderung des Lebens an die Schule. 2. Aufl. (126 S.) Leipzig, Matthes. 2.

2. Mathematik.

Haberl, Prof., Lehrbuch der allgemeinen Arithmetik und Algebra. Zum Gebrauch für Oberrealschulen und verwandte Lehranstalten. 4. Aufl. (409 S.) Wien, Braumüller. 5,20.
Müller, Prof., Übungsstoff für das geometr. Zeichnen. Mit 21 lith. Taf. 8. Aufl. (118 S.) Efslingen, Fröhner. 1,75.
Mehler, Prof. Dr., Hauptsätze der Elementarmathematik. Mit einem Vorwort von Prof. Dr. Schellbach. 12. Aufl. (204 S.) Berlin, Reimer. 1,50.
Nell, Dr., Fünfstellige Logarithmen etc. (104 S.) Darmstadt, Bergsträfser. 1,50. 4. Aufl.
Schlömilch, Geh. Schulr. Dr., Grundzüge einer wissenschaftlichen Darstellung der Geometrie des Mafses. Ein Lehrbuch. 2. Heft. Ebene Trigonometrie. 6. Aufl. (97 S.) Leipzig, Teubner. 1,60.
Ott, Dir. Prof., Tafeln der Logarithmen und anderer beim mathematischen Unterricht unentbehrlicher Zahlenwerte für Mittelschulen. 2. Aufl. (160 S.) Prag, Calve. 1,80.
Wittstein, Prof. Dr., Lehrbuch der Elementar-Mathematik. 1. Band, 2. Abteilung. Planimetrie. 13. Aufl. (212 S.) Hannover, Hahn. 2.
Bardey, Dr. E., Algebraische Gleichungen nebst den Resultaten und den Methoden zu ihrer Auflösung. 3. Aufl. (378 S.) Leipzig, Teubner. 6,80.
Rühlmann, Geh. R. Dr. M. und Prof. Dr. M. R., Logarithm. trig. und andere für Rechner nützliche Tafeln. 9. Aufl. (320 S.) Leipzig, Arnold. 2.

3. Naturwissenschaften.

Krass, Sem. Dir. Dr. und Landois, Prof. Dr., das Mineralreich in Wort und Bild, für den Schulunterricht in der Naturgeschichte dargestellt. 2. Aufl. (129 S.) Freiburg, Herder. 1,40.
— das Pflanzenreich. 3. Aufl. 213 S. Ebenda. 2,20.
Schellen, Dir. a. D. Dr. H., die magneto- und dynamoelektrischen Maschinen etc. 3. unter Mitwirkung des Doc. Dr. Wietlisbach bearbeitete und sehr vermehrte Aufl. 1. Hälfte. (384 S.) Köln, Du Mont-Schauberg. 8.
Dippel, Prof. Dr., das Mikroskop und seine Anwendung. 2. Aufl. (1030 S.) Braunschweig, Vieweg. 34.

4. Geographie.

Stössner, Dir. Dr., Elemente der Geographie, in Karten und Text methodisch dargestellt. 3. Kursus. (20. S. mit 18 lith. Karten.) 8. Aufl. Annaberg, Rudolph und Dieterici. 2,80.
Leeder, Karte der Prov. Schlesien für den Schulgebrauch. 1 : 950 000. 6. Auflage. Görlitz, Vierling. 0,40.

Pädagogische Zeitung.

(Berichte über Versammlungen, Auszüge aus Zeitschriften u. drgl.)

Die Gesundheitslehre auf der 25. allgemeinen deutschen Lehrerversammlung in Bremen.

(Pfingsten 1883.)

(Aus. d. Festzeitung für d. a. d. Lehrerversammlung v. 17. Mai 1883.)

Um 11 Uhr Vormittags eröffnete (im grofsen Concertsaale des Künstlervereins) der Präsident, Hr. Realschuldirektor C. W. Debbe, die 2. Hauptversammlung. Nach dem Eröffnungsgesange erhielt Hr. Direktor Dr. med. Scholz das Wort zu seinem Vortrage: „Die Gesundheitslehre in der Volksschule.“

„Hochgeehrte Versammlung! Zweihundert Jahre sind verflossen, seit der englische Arzt John Locke, der berühmte Vorgänger Kants in der idealistischen Philosophie, in einem Erziehungsbuche zuerst den Satz aufstellte: auf die körperliche Erziehung sei ebensoviel Gewicht zu legen, als auf die geistige. Dieses Wort, so einfach, selbstverständlich, gewissermafsen hausbacken, wie es uns heute vorkommt, war damals doch nichts Geringeres, als eine unerhörte Neuerung, ein geistiges Wagstück, eine neu aufdämmernde Wahrheit. Denn noch hatte sich die menschliche Kultur, vor Allem aber die Pädagogik nicht ganz von dem Banne einer mittelalterlich-ascetischen Anschauung befreit, eine Anschauung, welche in Verkennung des untrennbaren Zusammenhanges von Geist und Körper nur in ersterem das allein berechtigte Erziehungsobjekt erblickte, im letzteren dagegen vielmehr nur ein unwürdiges Gefäfs, ein der Seele und ihrem Heile feindliches Prinzip. Und in der That — es erging auch diesem Locke'schen Worte, wie es den meisten grofsen Wahrheiten ergeht, wenn sie zuerst in eine unvorbereitete Menge geworfen werden — es bieb eine Predigt in der Wüste. Zwar in England selbst scheint die neue Lehre schnell einen fruchtbaren Boden gefunden zu haben, denn die körperliche Erziehung, sofern man darunter Abhärtung und Sport versteht, hat dort von jeher in grofsem Ansehen gestanden. Freilich mag es dahin gestellt bleiben, ob hier die Locke'sche Lehre eine Einwirkung geübt, oder ob sie nicht vielmehr selbst erst einer schon vorhandenen Tradition und Praxis folgte. Dem sei, wie ihm wolle. Thatsache ist, dafs auf dem Kontinente sie anfänglich kein Echo fand. Erst fast drei Menschenalter später war es dem genialen Jean Jaques Rousseau vorbehalten, durch seinen „Emile“ die latenten Anschauungen der Masse der Gebildeten zu wecken, ja — eine geradezu explosive Wirkung zu erzielen. Denn „Emile“ ist typisch geworden für eine gesamte Kulturphase, er ist das pädagogische Evangelium des 18. Jahrhunderts. „Natur, Natur!“ hiefs fortan die Losung.

„Fort von den entnervenden Stätten einer überfeinerten Kultur, fort aus den Händen der Menschen, die Alles entarten lassen, an den Busen der unverfälschten Natur!“ Darum naturgemäfse Erziehungsweise, namentlich des Körpers, die Gesundheitslehre ein wichtiger und integrierender Bestandtheil derselben. In Deutschland waren bekanntlich die s. g. Philantropinisten die Verkündiger und zugleich Praktiker des neuen Evangeliums. Was und wie dieselben gewirkt, ein Basedow in seiner grobkörnigen, ein Campe in seiner trocken philiströsen, ein Salzmann in seiner gemäfsigten, mild harmonischen, wie wir heute sagen würden, „stilvollen“ Weise, — brauche ich Ihnen, einer Versammlung von Pädagogen, nicht erst zu sagen. Auch brauche ich Sie nicht erst darauf aufmerksam zu machen, wie viel in den damaligen Anschauungen und Bestrebungen Einseitiges und Übertriebenes, wie viel falsch Verstandenes darin enthalten war. Aber wir wissen es auch, — nicht zwar die grofsen Wahrheiten, aber die Männer, welche sich als dieser Wahrheiten Träger und Apostel darstellen, sind exklusiv und einseitig — und ferner: Wahrheiten werden nicht fertig geboren, wie Pallas aus dem Haupte des Zeus, sondern nur langsam, unter zahlreichen Hemmnissen, Rückschlägen und Verdunkelungen pflegen sie voll und siegreich an das Licht zu treten. So ist es auch mit der Locke-Rousseau'schen Lehre von der Gleichberechtigung der körperlichen Erziehung mit der geistigen gegangen. Noch heute ist sie nicht ganz unbestritten, noch heute steht sie mitten in der Propaganda. Aber immer tiefer, immer mächtiger durchdringt sie die Schichten der Gebildeten, immer umfangreichere Gebiete macht sie sich zu eigen — und nicht blos extensiv, sondern auch intensiv. Denn in ihrer erweiterten Bedeutung als allgemeine Hygieine hat sie sich zu einer hochbedeutenden Wissenschaft entwickelt, beherrscht sie unsere Anschauungen und lenkt unsere Handlungen auf sehr vielen Gebieten des öffentlichen und privaten Lebens, so dafs man sagen darf: unser Zeitalter ist das der Hygieine. Freilich bleibt auch hier noch viel zu thun übrig. Denn noch sind die Massen nicht erwärmt, noch sind die Resultate wissenschaftlicher und speziell medizinischer Forschungen bezüglich einer rationellen Hygieine nicht zum Gemeingut des Volkes, noch ist die Hygieine nicht eine Forderung des öffentlichen Gewissens geworden.

Und wie verhält sich nun die Volksschule zu diesen Bestrebungen? Folgt sie dem Strome der Zeit, oder ist sie gar Führerin der Bewegung? Lassen Sie uns hier, m. H., zunächst unterscheiden zwischen praktischer und theoretischer Hygieine, oder, genauer ausgedrückt, zwischen Gesundheitspflege und Gesundheitslehre. In ersterer Beziehung ist ja unleugbar im Laufe der Zeit viel Anerkennenswertes geschehen. Behörden, Kommunalverbände und Private wetteifern, die sanitären Verhältnisse der Schulgebäude und deren innere Einrichtungen so günstig und zweckmäfsig wie möglich zu gestalten, und die sogen. Schulhygieine hat schon eine sehr reichhaltige Litteratur erzeugt. Durch den Turnunterricht wird dem Prinzipe der körperlichen Erziehung in erfreulicher, wenn auch freilich noch nicht ausreichender Weise Rechnung getragen. Aber auf dem Gebiete der Gesundheitslehre ist nicht viel weniger als Alles nachzuholen. Die Praxis ist hier der Theorie vorangeeilt. Aber ohne die Wegführerin Theorie gleicht die Praxis dem blinden Riesen, der täppisch und unbeholfen dahinstolpert, oder regungslos auf seinem Platze verharrt.

Professor v. Liebig hat bekanntlich den Satz ausgesprochen, dafs sich die Höhe des jeweiligen Kulturzustandes eines Volkes an dessen Verbrauche von Seife ermessen lasse. Dieses geistreich zugespitzte Wort enthält eine grofse Wahrheit, aber es ist nicht weitgehend genug. Wir müssen sagen: der Kulturzustand eines Volkes läfst sich erkennen an dem Stande seiner hygieinischen Bestrebungen und seiner hygieinischen Einsicht. Mit dieser Einsicht, ohne welche eine praktische Übung auf

die Dauer nicht bestehen bleiben würde, schon die heranwachsende Jugend des Volkes zu durchdringen und zu durchtränken ist aber eine der schönsten Aufgaben der Volksschule. Darum lautet meine erste These:

„Die Gesundheitslehre soll einen obligatorischen Lehrgegenstand der Volksschule bilden."

Haben denn unsere Kinder nicht schon genug an Unterrichtsfächern? Soll immer noch mehr dazukommen? Werden sie dadurch nicht überbürdet? — Der Grund der Übelstände, die der Sammelbegriff „Überbürdung" umfaſst, liegt vorzugsweise in der Krankheit unserer Zeit, die ihm den Stempel aufdrückt: Nervosität, die sich als ererbte Eigenschaft zeigt in der Form von Überreizung und Ermüdung des Gehirns. Diese „Gehirnschwächlinge" geben Veranlassung zu den Klagen der Überbürdung. — Überdies bezieht sich die Überbürdungsklage bekanntlich hauptsächlich auf die sog. höheren Schulen. Daſs in Volksschulen zuviel gelehrt würde, darf auch nur mit einem Anscheine von Berechtigung gewiſs nicht behauptet werden (? Red.). Zudem kommen die betr. Klagen auch aus einer Richtung, wo man der Schule überhaupt nicht wohl will, wo man ihr die groſse Rolle, welche sie sich im Kulturleben unseres Volkes erobert hat, miſsgönnt und sie zur Schleppträgerin kirchlicher und politischer Reaktion degradieren möchte. — Übrigens könnte man wohl eher von einer Überbürdung der Lehrer sprechen! Wo soll er die Zeit hernehmen, um auch noch Gesundheitslehre zu treiben? Aber man kann der Forderung unserer These ganz und voll genügen, ohne auch nur eine Stunde wöchentlich zugeben zu müssen, wenn man dafür unwesentliche Dinge fallen läſst und den neuen Lehrgegenstand überdies einer Disziplin anreiht, zu der er durch innere Verwandtschaft gehört, nämlich dem Unterrichte in der Naturkunde. Meine zweite These lautet deshalb:

„Die Gesundheitslehre ist in der Volksschule als ein Teil der Naturlehre zu behandeln."

Die Zeit dazu läſst sich gewinnen, wenn man sich nur entschlieſsen könnte, Manches, was ich als unnützen Ballast im naturkundlichen Unterricht bezeichnen möchte, einfach über Bord zu werfen. Das Detail der Naturbeschreibung oder eine zu reichhaltige Nomenklatur, ja selbst die Systematik, scheint mir von keinem groſsen praktischen und erziehlichen Nutzen zu sein. — Die Notwendigkeit der genaueren Kenntnis der nützlichen und schädlichen Pflanzen (Pilze) soll freilich nicht bestritten werden; gerade diese Kenntnis ist in eminentem Sinne praktisch und hygieinisch zu wirken bestimmt. Gewiſs lassen sich auch andere Wege und Mittel noch finden, um Platz zu dem Neubau zu gewinnen.

Eine sehr wichtige Frage ist: Wie und Was soll gelehrt werden? — Vor allem ist festzuhalten, daſs die Gesundheitslehre stets nur im engsten Anschluſs an nächstliegende praktische Zwecke zu lehren ist; Pflege des eigenen Körpers, die Salubrität der Wohnungen, des Bodens, des Wassers, der Luft, der Nahrungsmittel. Für Oberklassen wäre in den Lehrstoff aufzunehmen: die Lehre vom Bau und von den Verrichtungen des menschlichen Körpers, die Lehre von den Nahrungsmitteln und einer gesundheitsmäſsigen Ernährung, die Lehre von der reinen und verdorbenen Luft. Hieran hätten sich anzuschlieſsen: Belehrungen über die Vermeidung von Krankheiten, über Notwendigkeit einer nüchternen und geordneten Lebensweise, sowie der Reinlichkeit überhaupt, endlich über Unschädlichmachung ansteckender Krankheitsstoffe, über Ventilation, Schutzbockenimpfung u. dgl. Aber nur grundlegend und anregend kann hier die Volksschule wirken.

Wie ist nun dieser Lehrstoff vorzutragen? — Wie vor der Überfüllung des Stoffes hüte man sich vor zu weitgehender Systematisierung und behalte stets den praktischen Gesichtspunkt im Auge. Darum lautet meine dritte These:

„Die einzelnen Teile der Gesundheitslehre, namentlich die

Anatomie und Physiologie des menschlichen Körpers dürfen in der Volksschule nur im engsten Anschluſs an praktisch-hygieinische Zwecke gelehrt werden.“

Lassen Sie mich an einem Beispiele zeigen, in welcher Weise ich mir diesen Anschluſs denke. Eins der wichtigsten Organe für den Lebenshaushalt sind die Lungen; die Kenntnis derselben ist für jeden unentbehrlich. Eine eingehende anatomische Beschreibung derselben würde an und für sich wenig nutzbringend sein; ja auch die Angabe des Zweckes der Lungen, sowie ihrer einzelnen Teile würde nicht viel helfen. Die Hauptsache ist, daſs der Vorgang der Atmung selbst, wie er sich in den Lungen unter Hinzunahme der übrigen Teile, des Brustkastens und zwar der knöchernen und muskulösen Teile desselben, der luftzuführenden Organe u. s. w. zeigt, klar auseinandergesetzt und begriffen werde und daſs die wichtige Rolle, welche die Atmung im Lebenshaushalt spielt, hervorgehoben werde. Dabei braucht der Lehrer nicht auf die chemischen und physiologischen Finessen des Gasaustausches einzugehen; er soll vielmehr nur ein ansprechendes Bild von diesen Vorgängen in populärer Weise entwerfen. Der Unterricht wird um so fruchtbringender sich gestalten, wenn dies alles im engsten Anschluſs an praktische hygieinische Zwecke geschieht. Der Lehrer weise darum hin auf die Eigenschaften einer gesunden atmosphärischen, sowie der durch den Atmungsprozeſs, namentlich in geschlossenen Räumen, verdorbenen Luft, auf den Segen der Ventilation, des Tiefatmens u. s. w. Oft wird es zweckmäſsig sein, umgekehrt zu verfahren, also von Erfahrungen des täglichen Lebens über die Wirkung verdorbener Luft auszugehen oder an geschichtliche Ereignisse anzuknüpfen, um daran die Erklärung über den Atmungsprozeſs und dessen wichtige Rolle, sodann die anatomische Beschreibung der Atmungsorgane folgen zu lassen und mit einer „moralischen Nutzanwendung“ zu schlieſsen. In ähnlicher Weise würden die übrigen physiologischen Vorgänge, die Lehre von der Haut und Hautpflege, von der Nahrung, den Nahrungsmitteln und einer gesundheitsgemäſsen Ernährung zu behandeln sein.

Die Werkzeuge zur Urbarmachung dieses bisher noch wenig kultivierten Bodens sind freilich noch zu schmieden, denn unter den vielen populären, diesen Gegenstand behandelnden Schriften ist, soweit mir bekannt, doch noch kein für die Volksschule bestimmtes Lehrbuch vorhanden.*)

Da nun der Lehrer den Gegenstand, welchen er lehren will, in viel intensiverer Weise beherrschen und sich zu eigen gemacht haben muſs, so ist es nötig, daſs er schon auf dem Seminar in der Gesundheitslehre unterrichtet werde. Daher fordert meine vierte These:

„Auch in den Seminarien soll die Gesundheitslehre einen obligatorischen Lehrgegenstand bilden. Doch muſs der Unterricht hier ein systematisch-wissenschaftlicher sein.

Während in der Volksschule stets nur die Rücksicht auf praktische Zwecke maſsgebend sein darf, ist auf dem Seminar mit der Anatomie und Physiologie zu beginnen, daran sind Erklärungen über Wesen und Begriff des Krankseins, über Krankheitsursachen, ferner Erläuterungen über die wichtigsten Volkskrankheiten, sowie über Ansteckung und Epidemien, endlich die Lehre von der Verhütung der Krankheiten zu knüpfen. Daran würden sich zum Schluſs die Forderungen der praktischen Gesundheitspflege anschlieſsen. Auch auf diesem Gebiete bleibt noch viel zu thun übrig.

Ich weise zum Schluſs noch hin auf den ungeheuren wichtigen Ein-

*) Sollte hier nicht das bekannte Buch von Bock, „über den Bau des menschlichen Körpers“ Leipzig bei Keil, und jenes von Terks, Leitfaden für den Unterricht über Bau und Leben des menschlichen Körpers, Lpz., Bibliogr. Instit., 1881, dem Bedürfnisse genügen? Red.

flufs, den eine richtig verstandene und geübte Hygieine auf das Wohlergehen und die Moralität des Volkes ausübt. Die Hygieine ist eben nicht nur, wie man wohl gesagt hat, eine Wissenschaft für die Reichen die allen Anforderungen derselben bezüglich ihrer Wohnungen u. s. w. leicht entsprechen können, während der Arme sie entbehren müsse; es handelt sich hier um die Rückkehr zur Natur, und in sanitärer Beziehung tritt nirgends die Abwendung von der Natur schlagender vor Augen, als bei den niederen Volksklassen. Der Landmann, selbst der besser situierte, schliefst seine Wohn- und Schlafräume von jedem Luftzuge hermetisch ab, und in dieser durch menschliche, oft auch durch tierische Ausdünstungen, durch Heizung, Kochen, Waschen u. s. w. verdorbenen Luft sollen menschliche Lungen atmen! Für solche Leute sind die aller elementarsten Gottesgaben, nämlich Luft und Licht, in der That Luxus, oder vielmehr Übelstände, die man erträgt, so lange man ihnen nicht entrinnen kann, gegen die man sich aber in seinen vier Pfählen möglichst zu schützen sucht. Daher auch das Siechtum unter ihnen, welches noch bedeutender sein würde, wenn diese Leute nicht gezwungen wären, viel im Freien zu arbeiten, daher auch der Umstand, dafs mörderische Eqidemien auf dem Lande so viel Opfer fordern.

Auch in den Städten ist es bei ganzen Schichten der niederen Bevölkerung nicht besser bestellt. Die Volksschule wird nun zwar die Quellen des Pauperismus und der damit unzertrennlichen Verwahrlosung nicht verstopfen können; aber soweit üble Gewohnheit und mangelnde Einsicht die Schuld daran tragen, wird sie vorbeugend wirken können. Ebenso ist es mit dem so häufig aus Unreinlichkeit und dgl. hervorgehenden Branntweinteufel. In schmutzigem Raum, schmutzigen Kleidern, unsauberer Umgebung verliert der Mann nicht nur die Behaglichkeit, die ihn an sein Heim fesseln soll, sondern auch das Gefühl der Selbstachtung, und beides treibt ihn dem Trunke zu. Hier kann die Frau durch Reinlichkeit und Sauberkeit am meisten helfen.

M. Hr.! Diese Abschweifung hatte den Zweck, an Beispielen zu zeigen, wie sich die Theorie und Praxis die Hand reichen und wie segenbringend auch in diesem Punkte die Volksschule durch Gewöhnung und belehrend wirken kann. Wohl weifs ich, — man soll von der Schule nicht alles verlangen; viel mehr wie Samenkörner in empfängliche jugendliche Herzen zu streuen, vermag sie nicht. Das Weitere müssen Ärzte, vorzüglich aber die Presse thun. Aber treue Verbündete wollen wir sein, meine Herren Pädagogen, treue Verbündete zu hygieinischer Aufklärung des Volkes! —

Über der Eingangspforte des delphischen Apollotempels prangte der Spruch: „Erkenne dich selbst!“ Jahrtausende lang nur auf die Erkenntnis des Geistes angewendet, verdient er doch mit demselben Rechte auf den Körper bezogen zu werden. Erkenne dich selbst! — d. h. deinen Körper, seinen Bau, seine Verrichtungen, seine Lebensbedingungen, damit du ihn nicht nur selbst gesund erhalten, sondern auch dem Geiste eine würdige Stätte bauen kannst — das ist in letzter Instanz nicht nur ein Gebot der Gesundheitspflege, sondern auch der Moral und Ethik; es ist, um mit Rousseau's „Emile“ zu sprechen: eine Tugend“. (Lang anhaltender Beifall!)

Eine eigentliche Diskussion über diesen Vortrag gab es nicht, sondern fast nur Zustimmungserklärungen. Wir teilen dieselben hier noch mit:

Hr. Insp. Backhaus-Osnabrück dankt im Namen der Versammlung dem Referenten (Zustimmung). Hier ist ein Punkt, wo der Schule noch geholfen werden kann und sympatisch berührt uns die von warmem Interesse für die Schule zeugende Weise, wie der Verfasser sprach. In Osnabrück ist ein Versuch ganz in der Weise der Thesen praktisch in der Schule gemacht worden und kann als gelungen bezeichnet werden. Leider fehlt

es noch an einem zweckmäfsigen Lehrbuche oder Leitfaden für dieses Fach, zu dessen Abfassung wohl Herr Dr. Scholz der geeignetste Mann wäre. — Hr. Dr. Meier-Lübeck: Auch in der Schule selbst ist manches nicht nach den Forderungen der Gesundheitslehre eingerichtet, z. B. die Schulbank, die nur zu oft recht unzweckmäfsig ist. — Hr. Sem.-Lehrer Brede-Segeberg will zeigen, wie diesem höchst wichtigen Gegenstande Platz geschaffen werden kann. Denken wir, dafs wir ½ Jahr und wöchentlich 2 Stunden für Anthropologie haben, so reiche diese Zeit vollständig aus; wenn dann die Physik die so gewonnenen Erkenntnisse ergänzt, wird sich Genügendes leisten lassen, ohne dafs ein neuer Unterrichtsgegenstand eingeführt zu werden braucht. Vor allem müssen wir selbst die Forderungen der Hygieine den Schülern vorleben, in Haltung, Reinlichkeit u. s. w. — Hr. Hugo Weber-Leipzig ist von der Wichtigkeit des besprochenen Gegenstandes so überzeugt, dafs nach seiner Meinung keine Schule sich den Forderungen der Thesen entziehen sollte. Gesundheit und Kraft des Volkes können allein die gegenwärtige Stellung des deutschen Volkes erhalten. — Hr. Freier-Leipzig: Es sollte gar keine Frage mehr sein, ob die Gesundheitslehre in die Volksschule gehöre. In Sachsen haben wir dieses Fach in den Oberklassen schon seit 1870. Besonders hat der verstorbene Prof. Bock dafür durch Wort und Schrift gewirkt. Schon nach dem bekannten Grundsatze: Vom Nahen zum Fernen, sollte der Schüler mit seinem Körper nicht unbekannt bleiben. These 1 und 2 werden mit grofser Majorität angenommen. — Hr. Kippenberg-Bremen: So sehr man dem Vortrag zustimmt, ist doch eine Sichtung des Stoffes ebenso geboten, wie eine sorgsame Methode, damit nicht über das Ziel hinausgeschossen werde. Leider sind manche der vorhandenen Leitfäden in diesen Punkten sehr verbesserungsbedürftig. Aufserdem ist wünschenswert, dafs der Lehrer für richtiges Verständnis in Beziehung auf Gesundheit auch ausserhalb der Schule unter Erwachsenen, in Vereinen u. s. w. zu wirken suche. — Hr. Sem-Dir. Credner-Bremen: Wenn Herr Dr. Scholz nicht ein gefeierter Arzt wäre, so könnte er mit seinem heutigen Vortrage wohl auch ein guter Pädagoge sein. Ich beantrage Zustimmung zu den Thesen und Schlufs der Debatte. These 3 und 4 werden angenommen.

Herr Dr. Scholz erklärt sich bereit den von Herrn Backhaus gewünschten Leitfaden in Angriff zu nehmen.

NB. Über Verhandlungen einer mathemat.-naturwissenschaftlichen Sektion, wie sie früher bei dieser Versammlung existierte und vom Herausgeber d. Z. gegründet worden ist, konnten wir aus den Berichten der Festzeitung nichts ersehen. Wahrscheinlich ist dieselbe eingeschlafen. D. Red.

Die Sektionen für Mathematik und Naturwissenschaft in der sächs. Realschullehrer-Versammlung.

Es liegt uns vor der „Bericht über das achte Vereinsjahr des sächsischen Realschulmännervereins 1881/82", den wir s. Z. auf besonderes Ansuchen von Hrn. Dr. Weinmeister-Leipzig erhielten. Aus demselben ersehen wir, dafs dieser Verein bei seinen Versammlungen auch Sektionssitzungen hält. Wir teilen daher zur Information der aufsersächsischen Fachgenofsen die Verhandlungen zweier dieser Sektionen hier mit. Von der diesjährigen (1883) Versammlung in Zittau, über die wir gern im Anschlufs hieran berichtet hätten, erhielten wir leider keinerlei Mitteilung.*)

*) Wir müssen uns leider, wie beim Geographenkongrefs (s. unsere Bem. Hft. 6, S. 452), die Berichte über pädagogische Versammlungen immer erst erbitten, beinahe „erbetteln". Vielleicht ist das einem Teilnehmer an der diesjährigen Versammlung Veranlassung, uns einen Bericht über dieselbe zu liefern. Red.

Mathematische Sektion.

Zahl der Anwesenden: 9. Vorsitzender: Prof. Dr. Hänsel-Chemnitz.

An der mathematischen Sektion beteiligten sich aufser Hrn. Geh. Schulrat Dr. Schlömilch acht Kollegen verschiedener Lehranstalten.

Dr. Weinmeister-Leipzig sprach über den pädagogischen Wert der Elementar-Synthese in der Geometrie mit besonderem Hinweis auf die Geometrie des Raumes. Hierauf löste er mittels jener Methode die Aufgabe: die Flächen zweiter Ordnung in gleichseitigen Hyperbeln zu schneiden und die Lagen aller möglichen Schnittebenen zu untersuchen. Es ergab sich, dafs jeder Fläche zweiter Ordnung ein gewisser Kegel zweiter Ordnung zugehört, von der Eigenschaft, dafs alle Ebenen, welche diesen Kegel berühren oder in Parabeln schneiden — d. h. seinen Tangential-Ebenen parallel sind —, die Fläche in gleichseitigen Hyperbeln schneiden und umgekehrt. Hierbei wurde auf die Fälle, dafs der Kegel in zwei gerade Linien oder in eine Ebene entarte, sowie dafs derselbe imaginär werden könne, hingewiesen.

Alsdann teilte Hr. Geh. Schulrat Dr. Schlömilch folgenden neuen geometrischen Lehrsatz mit: Von zwei in verschiedenen Ebenen gelegenen vollständigen Vierseiten sei das eine durch Centralprojektion des anderen bei beliebigem Projektionscentrum entstanden und es liege in der Schnittlienie der Ebenen eine gemeinsame Diagonale. Verbindet man nun jede aufserhalb der Schnittlinie gelegene Ecke des einen mit der Projektion ihrer Gegenecke, so erhält man vier gerade Linien, welche sich in einem Punkte schneiden.

Hierauf machte Oberlehrer Prix-Annaberg darauf aufmerksam, dafs die Lösung der Aufgabe, die Schnittlinie zweier Ebenen zu suchen, so, wie sie die darstellende Geometrie im allgemeinen Falle giebt, sich nicht unmittelbar auf den besonderen Fall übertragen lasse, dafs beide Ebenen auf der einen Projektionstafel senkrecht stehen.

Den Schlufs bildete ein von Hrn. Geh. Schulrat Dr. Schlömilch angeregtes Gespräch über die Bedeutung der Geometrie des vierdimensionalen Raumes.

Naturwissenschaftliche Sektion.

Zahl der Anwesenden: 8. Vorsitzender: Dr. Zimmermann-Chemnitz.

Dr. Zimmermann-Chemnitz verbreitete sich über die Ziele, die der naturwissenschaftliche Unterricht in der Realschule verfolgen soll. Vor allem müsse er die Bildung der Sinne, besonders des Gesichtssinnes, anstreben, da die Schüler, welche die Realschule erhalte, nicht zu sehen und zu beobachten vermöchten. Weiter müsse der naturwissenschaftliche Unterricht zum induktiven Denken anleiten. Die Abstraktion beginne schon, wenn eine Anzahl Spezies betrachtet und die gemeinschaftlichen Merkmale aufgesucht würden, um den Artbegriff festzustellen, und wenn man dann aus übereinstimmenden Gattungsmerkmalen den Familienbegriff gewinne. Weiter werde der Scharfsinn der Schüler herausgefordert, indem man, besonders auf den mittleren Stufen, auf die gegenseitigen Anpassungen der belebten Naturkörper aufmerksam mache und dann von dem einen Teil auf den andern schliefsen lasse. Endlich aber müsse der naturwissenschaftliche Unterricht auch eine vernünftige Weltanschauung vermitteln, indem er zeige, dafs die Welt ein durch bestimmte Gesetze bewegtes und belebtes Ganze sei, in welchem jedes Geschöpf seinen bestimmten Platz habe. Dieses letztere Ziel lasse sich nur auf der obersten Stufe völlig erreichen, auf der leider nach den neuen preussischen Be-Bestimmungen der naturgeschichtliche Unterricht ausgeschlossen sei.

An diese Darlegung wurden einzelne methodische Bemerkungen geknüpft. Endlich wurde auch über die Nützlichkeit und Notwendigkeit, aber auch schwierige Durchführbarkeit der Exkursionen diskutiert.

Der Vorsitzende erhielt den Auftrag, für die nächstjährige Versammlung einen Vortrag zu beschaffen, der entweder einen spezieller ausgeführten Plan für den naturwissenschaftlichen Unterricht entwickele oder die Lehrmittel für Zoologie und Botanik behandle und in letzterem Falle vielleicht mit einer Ausstellung verbunden sei.

Die Überschätzung der Mathematik und die Erschöpfung des Wesentlichen eines Wissenszweiges in einfachen Kombinationen.*)

(Zum Teil Abdruck aus d. Zeitung f. d. h. Unterr.-Wesen. Jahrg. 12, Nr. 33.)

Heutzutage wird nicht nur in der sogenannten mathematischen Physik, die besser rationelle Physik heifsen sollte, ein solcher Luxus mit mathematischen Entwicklungen getrieben, sondern auch in den eigentlichen mathematischen Disziplinen herrscht eine solche Spezialitätenkrämerei vor, dafs es an der Zeit ist, energisch gegen dieses Unwesen zu protestieren. Der durch seine preisgekrönte kritische Geschichte der Prinzipien der Mechanik um die rationelle Mechanik und die Mathematik hochverdiente Dr. E. Dühring hat uns in seiner Logik und Wissenschaftstheorie,**) einem Werke, das nichts mit den sonst in derartigen Büchern gebotenen jenseitigen Wüstheiten zu thun hat, sondern sich mit wirklicher Wissenschaft befafst, eine so genaue Kennzeichnung der soeben genannten Mifsstände geliefert, dafs es nur nötig ist, dieselbe vor ein gröfseres Publikum zu bringen, um derselben allgemeine Anerkennung zu verschaffen.

Er sagt: „Der Wert der Mathematik überhaupt wird gegenwärtig meist überschätzt.***) Letzteres geschieht, wenn man zu dem Satze, dafs die Mathematik Werkzeug für die Physik und überhaupt für die zählende und rechnende Untersuchung von Wirklichkeitsbeziehungen sei, nicht auch noch die Wahrheit hinzufügt, dafs sie selbst ein Wirklichkeitswissen enthalte, indem ihre Gesetze noch in einem höhern Sinne Grundgesetze der Natur sein müssen. Die mathematische Phantasie kann allerlei enthalten, was an wirklichen Kombinationen in der Natur nicht anzutreffen ist; aber umgekehrt kann sich nichts in der Natur finden, was mathematisch nicht statthätte. Die Ergründung des Räumlichen an sich selbst ist ja auch zugleich die Feststellung von Eigenschaften und Beziehungen, denen alle physischen Körper mit dem in ihnen waltenden Kräftespiel nachkommen. Die räumlichen Notwendigkeiten sind von den mechanischen Kräftebethätigungen gleichsam mitgesetzt und daher in den letztern, ebenso wie alle logische Wahrheit, mitenthalten. Die Mathematik ist in diesem Sinne gegenständliche Sachwissenschaft, nur dafs die sachlichen Gegenstände in ihr von sehr allgemeinem Charakter sind und daher nicht mit dem vollen sachlichen Gehalt der Dinge und Vorgänge verwechselt werden dürfen. Die gewöhnliche Überschätzung der Mathematik besteht darin, ihr Eigenschaften beizulegen, vermöge deren wunder welche Aufschlüsse aus der materiellen Wirklichkeit durch blofse Rechnung oder räumliche Untersuchung dergestalt gewonnen werden sollen, dafs nicht das besondre Sachliche und durch die Sinne Festgestellte, sondern eine verborgene Kraft der reinen mathematischen Schlufsweise die Hauptsache zu liefern hätte. Auf der teils verworrenen, teils absichtlich täuschenden Erregung diese

*) Aus dem blofsen Abdruck dieses Artikels, der jedenfalls für unsere Fachgenossen aufserordentlich interessant sein dürfte, wolle man weder die Zustimmung zu demselben, noch auch den Widerspruch d. Redaktion gegen denselben folgern. Zu erwägen wäre aber doch wohl, ob nicht manches Wahre darin enthalten sei. Leider drückt sich der Verfasser (Dühring) sehr dunkel aus, vermeidet es ins Spezielle einzugehen und läfst vieles zwischen den Zeilen lesen. Red.

**) Logik und Wissenschaftstheorie. Leipzig, Fues' Verlag, 1878.

***) Natürlich von den Mathematikern, nicht etwa von den Philologen.

Vorstellung beruhen fast alle Heimsuchungen des Publikums mit ungediegenem mathematischen Schauwerk. Kaum der tausendste Teil der reinen, also von allen Anwendungen abgesonderten Mathematik ist mehr als hohler nichtssetzender Spekulationskram. Sicherlich sind 999 Teile die taube Frucht alberner Kombinationen und geistleerer Ausspinnungen, die keinen Zuwachs an charakteristischer Wahrheit ergeben. Denkt man sich nun diese Masse von Geröll noch durch die verfehlten, ja oft ungereimten Anwendungen und müssigen Spielereien in Mechanik, Physik und Chemie vermehrt, so begreift man, wie die gegenwärtig uns überall in die Augen fallenden Schutthaufen übel gestalteter und ebenso übel angebrachter Mathematik sich haben auftürmen können. Je höher oder, besser gesagt, je entlegener — verzwickter ein Mittel der mathematischen Umschnörkelung und je geringer daher die Zahl derjenigen ist, welche solche Art Trug in seine Bestandteile aufzulösen vermögen, um so ungestörter kann sich der Unfug breit machen und können wenige sogenannte Autoritäten und gangbare Professoren den barsten Unsinn, wenn er nur hochmathematisch maskiert ist, unter ihre Gläubigen bringen. Überhaupt ist die Mathematik diejenige Wissenschaft, mit der man in den höhern kaleidoskopischen Würfeleien der andressierten Kalkülroutine, wegen der geringen Zahl der an der jedesmal fraglichen Lektüre aktiv Beteiligten, das andre, mehr passiv hinnehmende Publikum am leichtesten düpieren kann.

Je rationeller ein Wissenszweig bereits gestaltet ist, um so deutlicher wird es an ihm, wie eine gewisse Anzahl nicht sehr zusammengesetzter Kombinationen die wesentliche Hauptsache erschöpft. In der Algebra ist man mit den Gleichungen zweiten Grades bereits bei dem Punkte, wo alle weiteren also mehrgradigen Kombinationen an sich und für den Anwendungszweck fast wertlos werden und auch in völliger Allgemeinheit keine in jeder Beziehung strenge und genügende Lösungen zulassen. Die einfachsten auf drei Dimensionen bezüglichen Gestaltungen werden am besten aufgefaſst, wenn man sie sofort durch Zerlegung auf Kombinationen zweiten Grades zurückführt. Auch ist es die Natur selbst, welche diesem einfachen System entspricht und ihre obersten Grundgesetze aus einfachen Faktoren konstruiert, die entweder überhaupt nur zu zweien verbunden sind oder wenigstens nur in der Wiederholung solcher zusammenwirkenden Zweifachheiten auftreten. Das Schema aller Kräftewirkung führt nicht über die zweite Potenz hinaus, und der ideelle Entwurf einer Bewegung nach einer höheren Potenz der Zeit, ist wie es sich schon einem Lagrange aufdrängte, eine sinnleere Erdichtung. Überhaupt muſs man nicht vergessen, daſs die Natur mit ihren Kombinationen nicht bloſs einen Anfang macht, sondern auch zu einem fertigen Ergebnis und hiermit zu einem Ende kommt, während sich die ungesetzte Begriffsphantasie ohne Schranke in langweiligen Vermehrungen müſsiger und sachlich sinnleerer oder doch wenigstens völlig von der Wirklichkeit abführender Entwürfe ergehen kann. Schon die Flächen dritten Grades sind ein Beispiel dieser ungesunden Abschweifung; aber es giebt noch schlimmere Überladungen des natürlichen Stoffes. Solche Ausweichungen rächen sich dadurch, daſs schlieſslich das Raffinement wieder zur Versimpelung führt und das Ungeschick im Gewöhnlichen mit der Verkünstelung im Auſsergewöhnlichen Hand in Hand geht. Alsdann ist es Zeit daran zu mahnen, daſs die gröſsten Errungenschaften der Mathematik, Physik und Chemie stets im Bereich einfacher Kombinationen gelegen haben und daſs der plumpe Luxus und die bloſse Schnörkelweisheit noch nie das Zeichen wahrer Produktivität gewesen sind. Eine Anzahl verhältnismäſsig einfacher Wahrheiten bildet das Grundgerüst jedes Wissenszweiges, und wer diese einfachen Wahrheiten ursprünglich beschafft, hinterher vermehrt oder zuletzt ergänzend abschlieſst, der hat un-

vergleichlich mehr zur Tragweite der Sache und zur möglichen Vorschiebung der Grenzen des Gebietes beigetragen, als wer sich in hohler Eitelkeit dabei gefällt, bedeutungslose Variationen durchzuwärmen und naheliegende, aber vielgliedrige Kombinationen mit einem Anschein des Vielumfassenden und Schwierigen in behaglicher Breite aufzutischen. Man kann sicher sein, dafs wahre physische Grundgesetze auch einfach sein müssen. Je verwickelter eine angebliche Wahrheit sich ausnimmt, um so gröfser ist von vornherein die Wahrscheinlichkeit, dafs sie entweder Trug oder doch wenigstens mit Unklarheit gemischt sei, die ohne eine Zurückführung auf einfachere Elemente nie vollständig entfernt werden kann.

Wer der Geschichte der verschiedenen Wissenszweige nachgeht, wird unser Gesetz, dafs sich das Wesentliche in einfachere Kombinationen erschöpfe, überall bestätigt finden. Von Galilei bis auf Dalton hat sich diese Wahrheit bewähren müssen, und sie wird sich auch jetzt und fernerhin nicht verleugnen können. Aber auch den müfsigen, echt scholastischen Luxus der Ausspinnungen wird man im Gegensatz zu den grofsen Errungenschaften einfacher Art überall wahrnehmen. Was verschlägt wohl die Durcharbeitung der vielen Tangierungsverhältnisse, die bei Linien und Flächen der willkürlichsten Art erdacht werden können, für den charakteristischen Gehalt der Geometrie? Oder was soll in der Physik das mathematische Durchphantasieren der willkürlichsten und billigsten Hypothesen zum wirklichen Fortschritt beitragen? Es käme im Gegenteil darauf an, die Kräfte zusammenzuhalten und auf Punkte zu richten, wo man im voraus sicher ist, gediegnen Boden unter die Füfse zu bekommen. Wo aber statt dessen das sumpfige Terrain beliebt wird, da hört oft die wissenschaftliche Zurechnungsfähigkeit der Sache auf, und man kann von vornherein über die Thorheit und Eitelkeit solcher aussichtslosen Unternehmungen oder vielmehr blofsen Gebahrungen getrost aburteilen. In dieser sichern Kritik besteht eben der Vorzug des umsichtigen Denkens und Forschens vor dem blofsen Sichumherwälzen im gerade zufällig dargebotenen Element.

Die Wissenschaft verliert sich nicht selten geradezu in das Unzurechnungsfähige, Thörichte, ja auch offenbar Narrenhafte. Es ist nämlich vom eigentlich strengen Wissen bis zu den Halb-, Viertel- und Achtelwissenschaften eine Stufenleiter vorhanden, die noch über die blofse Gröfsenabnahme des wissenschaftlichen Gehaltes hinaus und bis zu Punkten führt, wo das völlige Widerspiel aller Wahrheit und Verstandesgesundheit beginnt. Ältere Beispiele unzurechnungsfähiger sogen. Wissenschaften waren Astrologie und Alchimie; heute ist dies unbedingt die Psychologie und zu einem erheblichen Teil auch noch die Physiologie, ja überhaupt jedes Wissensgebiet, soweit in ihm noch Mystizismus, Jenseitsphantastik, Unendlichkeitskram und übernatürlicher Wesenheitsspuk angetroffen wird. Es giebt daher Narrheiten der Mathematik sogut wie Narrheiten der Philosophie, nur das im ersten Gebiet diese Früchte die Ausnahme, im letzteren, wo das Delirieren zu den herkömmlichen Privilegien gehört, die Regel bilden. Die Wertskala ändert sich also, indem man von jenem Ende zu diesem gelangt. Doch soll hiermit nicht gesagt sein, dafs sie nur in einem einzigen Sinne abzulesen seien. Die Physik, die bisher mit der Wirklichkeit im unmittelbarsten Zusammenhang stand, hat auch noch immer die gröfste Kraft entwickelt, den in ihr zeitweilig versuchten Ausschweifungen zu widerstehen. Sie dürfte auch fernerhin den Vorzug haben, sowohl die mathematischen als die philosophischen Narreteien am leichtesten entlarven und auch, wo ähnliches auf ihrem eigensten Boden autochthonisch gewachsen und nicht blofs von jenen beiden andern Gebieten importiert ist, alle diese Beimischungen aus ihrem Körper ausscheiden und so ihre von Galilei her angestammte Gesundheit bewähren zu können."

H. G. M.

Preisaufgaben der k. k. Akademie d. Wissenschaften i. Wien.

I. Für den von A. Freiherrn v. Baumgartner gestifteten Preis.

(Ausgeschrieben am 30. Mai 1883.)

Die math.-naturw. Klasse der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften hat in ihrer aufserordentlichen Sitzung vom 28. Mai d. J. beschlossen, für den A. Freiherr v. Baumgartner'schen Preis folgende neue Aufgabe zu stellen:

Es sind möglichst zahlreiche Bestimmungen an Krystallen der verschiedenen Systeme über die elektrische Leitungsfähigkeit und über die Ausbreitung der Elektrizität auf der Oberfläche solcher Krystalle anzustellen.

Der Einsendungstermin der Konkurrenzschriften ist der 31. Dezember 1885; die Zuerkennung des Preises von 1000 fl. ö. W. findet eventuell in der feierlichen Sitzung des Jahres 1886 statt.

Zur Verständigung der Preiswerber folgen hier die auf die Preisschriften sich beziehenden Paragraphe der Geschäftsordnung der k. Akademie der Wissenschaften:

§. 57. Die um einen Preis ringenden Abhandlungen dürfen den Namen des Verfassers nicht enthalten, und sind, wie allgemein üblich, mit einem Motto zu versehen. Jeder Abhandlung hat ein versiegelter, mit demselben Motto versehener Zettel beizuliegen, der den Namen des Verfassers enthält. Die Abhandlungen dürfen nicht von der Hand des Verfassers geschrieben sein.

In der feierlichen Sitzung eröffnet der Präsident den versiegelten Zettel jener Abhandlung, welcher der Preis zuerkannt wurde, und verkündet den Namen des Verfassers. Die übrigen Zettel werden uneröffnet verbrannt, die Abhandlungen aber aufbewahrt, bis sie mit Berufung auf das Motto zurückverlangt werden.

§. 58. Teilung eines Preises unter mehrere Bewerber findet nicht statt.

§. 59. Jede gekrönte Preisschrift bleibt Eigentum ihres Verfassers. Wünscht es derselbe, so wird die Schrift durch die Akademie als selbständiges Werk veröffentlicht und geht in das Eigentum derselben über. Ein Honorar für dasselbe kann aber dann nicht beansprucht werden.

§. 60. Die wirklichen Mitglieder der Akademie dürfen an der Bewerbung um diese Preise nicht Teil nehmen.

§. 61. Abhandlungen, welche den Preis nicht erhalten haben, der Veröffentlichung aber würdig sind, können auf den Wunsch des Verfassers von der Akademie veröffentlicht werden.

II. Für den von einem Unbekannten gestifteten Preis.

(Ausgeschrieben am 30. Mai 1883.)

Der mathematisch-naturwissenschaftlichen Klasse der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften wurde ein Betrag von 1000 fl. ö. W. zu dem besonderen Zwecke der Prämiirung jener bis zum 30. März 1885 der Akademie einzusendenden gedruckten Abhandlung über die Untersuchungen (?), durch welche unsere chemischen Kenntnisse von den Eiweifskörpern am meisten gefördert werden, zur Verfügung gestellt. Die Abhandlung mufs in der Zeit vom 30. März 1883 bis 30. März 1885 publiziert sein.

Nachdem die Klasse diese Widmung unter den gestellten Bedingungen angenommen hat, so wird hiemit das eben bezeichnete Thema als Gegenstand einer Preisbewerbung mit dem Beifügen ausgeschrieben, dafs die Zuerkennung dieses Preises eventuell in der feierlichen Sitzung des Jahres 1885 stattfinden wird.

Eingelaufene Druckschriften.

(Anfang September 1883.)

Wenz, Die mathematische Geographie in Verbindung mit Landkartenprojektion. München-Leipzig, Oldenbourg, 1883.

Dippel, Das Mikroskop und seine Anwendung. 2. umgearb. Aufl. I. T. 3. Abt. (Schlufs). Braunschweig, Vieweg, 1883.

Erlenmeyer, Lehrbuch d. organischen Chemie. 4. Lief. (Schlufs d. 1. Bd.). Red. v. O. Hecht. Leipzig-Heidelberg, Winter, 1883.
Largiadèr, Praktische Geometrie. Anleitung zum Feld- und Höhenmessen und Nivellieren. 4. Aufl. Zürich, Schulthefs, 1883.
Fehrs, Naturwissenschaftliche Methode und physikalischer Unterricht im Gymnasium. (Separatabdr. aus d. Progr. z. Wetzlar 1883). Kassel-Berlin, Fischer, 1883.
Gaebler, Spezial-Atlas etc. I. Bd. 6. Lief. (25. Rhein, 45. Karlsruhe u. U., 46. Metz u. U.; Damma-Gruppe [Haslithal]).
Zeitschriften: Zeitschr. f. Math. u. Phys. XXVIII, 5. — Nouv. Ann. d. Math. Juli-August-September 1883. — Central-Organ f. d. I. d. R.-W. XI, 9. — Paed. Archiv. XXV, 7. — Zeitschr. f. Schulgeographie. IV, 6. — Magazin f. Lehr- u. Lernmittel aller Länder. VII, 16.

(Ende September 1883.)

Schubert, Sammlung von arithmetischen u. algebraischen Fragen u. Aufgaben. 2. Hft. f. obere Klassen. Potsdam, Stein, 1883.
Neumann, Lehrbuch der allgemeinen Arithmetik u. Algebra f. höhere Lehranstalten. 5. Aufl. Leipzig, Langewiesches V., 1883.
Kleinpaul, Aufgaben zum praktischen Rechnen. 11. Aufl. Hft. 1—2. Leipzig, Langewiesches V., 1883.
Rühlmann, Logarithmen-Tafeln. 9. Aufl. Leipzig, Arnold'sche Buchh., 1883.
Heger, Leitfaden f. den geometrischen Unterricht. 3. T. (Stereometrie). 4. T. Analyt. Geom. d. Ebene. Breslau, Trewendt, 1883.
Hochheim, Aufgaben aus der analytischen Geometrie der Kegelschnitte. Abt. 1. A. Aufgaben. B. Auflösungen. Heft II. Leipzig, Teubner, 1883.
Fort, Lehrbuch der analytischen Geometrie. 5. Aufl. bes. von Heger. Ebenda.
Prix, Elemente der darstellenden Geometrie. II. T. Ebenda.
Westermann, Schul-Stereometrie. Riga, Kymmel, 1883.
Hofmann, Netze für Zwillings-Krystall-Modelle. Wien u. Teschen, Prochaska, 1883.
Wiesner, Das Bewegungsvermögen der Pflanzen. Wien, Hölder, 1881.
Bachmann, Unsere modernen Mikroskope etc. München u. Leipzig, Oldenbourg, 1883.
Krafs u. Landois, Lehrbuch f. den Unterricht in der Zoologie. Freiburg i. B., Herder, 1883.
Zeitschriften: Journal de Mathématiques élémentaires et spéciales. 9. Heft (Sept.). — Zeitschrift f. d. Realschulwesen. VIII, 9.

Zur Nachricht.

Die Programmschau für Würtemberg hat von jetzt ab Hr. Rektor Dr. Böcklen in Reutlingen übernommen.

Berichtigungen.

Heft 6 S. 437 Z. 17 v. u. lies §. 36 statt §. 3b.
„ „ „ 438 „ 9 „ o. „ Scheintote „ -tode.

Wie erleichtert man den Schülern den Eingang in die sphärische Trigonometrie?*)

Von Dr. Josef Diekmann in Viersen.

Die Formeln der sphärischen Trigonometrie haben gegenüber denjenigen der ebenen Trigonometrie für den Unterricht den Nachteil, dafs sie in der Herleitung nicht nur meistens unbequemer und schwerfälliger sind, sondern auch, dafs wegen ihres wenig ersichtlichen Zusammenhanges dem Schüler, namentlich dem minder begabten, die Übersicht und das gedächtnismäfsige Behalten erschwert wird. Nun kann man zwar, wie dies Verfasser bereits vor mehreren Jahren in der ebenen Trigonometrie gezeigt hat**), auch in der sphärischen Trigonometrie sämtliche Formeln auf ein einziges System von drei Gleichungen zurückführen***); allein ein Blick auf die Lösung nur einer derartigen Aufgabe genügt, um die Überzeugung zu gewinnen, dafs eine solche Behandlung für den Unterricht nicht zu gebrauchen ist. Ähnliche Erwägungen in betreff einer etwaigen „Überbürdung", um ein beklagenswertes und in seiner Ausbeutung vielleicht verhängnisvolles Wort der Neuzeit zu gebrauchen, mögen es auch wohl gewesen sein, welche die preufsische Unterrichtsverwaltung veranlafst haben, bei Einführung der neuen Lehrpläne in bezug auf die Mathematik für Realgymnasien und Oberrealschulen sich folgendermafsen zu äufsern:

*) Die Überschrift rührt von der Redaktion her, da sie glaubte hierdurch den Charakter des Artikels prägnanter kennzeichnen zu sollen. Der Verfasser hatte den Artikel betitelt: „Einige Beweise aus der sphärischen Trigonometrie". Vergl. hiermit Günther, VII, 91 u. f. u. das Programm von Pein rezens. i. ds. Heft v. Günther. Red.

**) Programm des königl. Gymnasiums zu Essen 1877: Die Hauptaufgaben der ebenen Trigonometrie. Archiv für Mathem. u. Phys. LXIII, pag. 267.

***) Programm des Gymnasiums zu Bensheim 1879. Dr. F. X. Stoll: Die Hauptaufgaben der sphärischen Trigonometrie.

„Im allgemeinen ist darauf zu achten, daſs auf Sicherheit der Kenntnisse und Gewandheit in deren Anwendung das Hauptgewicht zu legen ist, und daſs dieser Gesichtspunkt bei der Auswahl des Lehrstoffes maſsgebend sein muſs. So ist z. B. bei der sphärischen Trigonometrie nicht die Herleitung und Einübung der in den meisten Lehrbüchern gegebenen Formeln erforderlich, sondern es genügt, wenn die Schüler die ersten Sätze richtig aufgefaſst haben und dadurch zur Berechnung einfacher Aufgaben der mathematischen Geographie, wenn auch auf etwas unbequemern Wege befähigt werden."

So sehr man aber auch bei der Auswahl des Lehrstoffes in der sphärischen Trigonometrie sich zu beschränken bestrebt sein mag, so wird doch kein Mathematiklehrer den Sinus- und Cosinussatz, die Gauſs'schen Formeln und Napier'schen Analogieen entbehren wollen. Das hierdurch umgrenzte Gebiet ist eben für die Behandlung der wichtigsten Fundamentalaufgaben unentbehrlich. Nun liegt aber abgesehen von der Anwendung ein hoher formaler Wert der sphärischen Trigonometrie in bezug auf Dehnbarkeit des Anschauungs- und Auffassungsvermögens der Schüler noch darin, daſs die ebene Trigonometrie als ein spezieller Fall der sphärischen erscheint, wenn man den Radius der Kugel ∞ groſs annimmt, so daſs die Seite des Dreiecks im Vergleich zum Radius als ∞ klein angesehen werden darf, mit andern Worten, wenn man zu sphärischen Dreiecken mit ∞ kleinen Seiten übergeht. Man kann dann um so mehr $\sin a = a$, $\operatorname{tang} a = a$, $\cos a = 1$ oder $\doteq 1 - \frac{1}{2}a^2$ (nach dem binomischen Satze aus $\sqrt{1 - \sin^2 a}$ entwickelt) setzen, je kleiner der Bogen a angenommen wird. Wenn man es nicht versäumt, mit einem derartigen Grenzübergange zur ebenen Trigonometrie die Schüler vertraut zu machen, so erhalten die meisten der hierhergehörigen Formeln wegen ihrer Verwandtschaft zur ebenen Trigonometrie nicht nur etwas Bekanntes und erleichtern dadurch dem Schüler die Übersicht und das Behalten derselben, sondern man kann sich dadurch auch hin und wieder sonst umständliche Beweise erleichtern. Denn man muſs durch jenen Grenzübergang aus einer richtigen Formel der sphärischen Trigonometrie notwendig

eine richtige Formel der ebenen Trigonometrie mit der Bedingung $\alpha + \beta + \gamma = 180^0$ oder eine Identität erhalten. Leider ist die sphärische Trigonometrie nicht mit in den Lehrplan der Gymnasien aufgenommen, und doch hat auch für den Gymnasiasten, wie Verfasser aus Erfahrung weifs, jene Deduktion und Auffassung der ebenen Trigonometrie als spezieller Fall der spärischen etwas ungemein anregendes. Das schliefst indessen wohl nicht aus, dafs es auch dem Mathematiklehrer am Gymnasium gestattet ist, nach Zeit und Gelegenheit die Schüler in die sphärische Trigonometrie einzuführen und ihre Kenntnisse der Sphärik aus der Stereometrie her dadurch zu vervollständigen und zu ergänzen. Viel Zeit ist dazu ohnehin nicht erforderlich. Denn nimmt man den Ausdruck der behördlichen Bestimmung, „Einübung der ersten Sätze“, möglichst genau und beschränkt sich in der selbständigen Herleitung auf die Definitionsgleichungen für die Funktionen eines Winkels im rechtwinklig sphärischen Dreieck, deren Beweise sich der Stereometrie anschliefsen, so kann man daraus die wichtigsten Sätze der sphärischen Trigonometrie ohne grosse Mühe ableiten. Wir wollen dafür einige Beweise bringen.

Für die Funktionen eines spitzen Winkels im rechtwinkligen Dreieck gelten die Gleichungen

$$\sin\beta = \frac{\sin b}{\sin a}; \quad \cos\beta = \frac{\operatorname{tang} c}{\operatorname{tang} a} \text{ und } \operatorname{tang}\beta = \frac{\operatorname{tang} b}{\sin c}$$

deren Beweis wir voraussetzen. Für ∞ kleine Bogen gehen sie direkt in die entsprechenden Formeln der ebenen Trigonometrie über.

Schreibt man $\frac{\sin\beta}{\cos\beta}$ anstatt $\operatorname{tang}\beta$ und ordnet obige Gleichungen, so erhält man für die Funktionen des Winkels β folgendes System:

1) $$\sin a \sin\beta + 0 - \sin b = 0$$
2) $$0 + \operatorname{tang} a \cos\beta - \operatorname{tang} c = 0$$
3) $$\sin c \sin\beta - \operatorname{tang} b \cos\beta - 0 = 0.$$

Eliminiert man daraus $\sin\beta$, $\cos\beta$, so erhält man

$$\begin{vmatrix} \sin a & 0 & \sin b \\ 0 & \operatorname{tang} a & \operatorname{tang} c \\ \sin c & -\operatorname{tang} b & 0 \end{vmatrix} = 0$$

d. i. $\sin a \operatorname{tang} b \cdot \operatorname{tang} c = \sin b \sin c \cdot \operatorname{tang} a$; oder wenn man durch $\sin a \sin b \sin c$ dividiert, so erhält man

$$4)\qquad \cos a = \cos b \cos c,$$

d. i. der bekannte Zusammenhang zwischen Hypotenuse und Katheten. Da der cos eines ∞ kleinen Bogens sich der 1 nähert, so hat man, um èinen entsprechenden Satz der ebenen Trigonometrie zu erhalten, zunächst jenen Satz auf die sin- oder tang-Funktion umzuformen. Quadriert man zu dem Zwecke die Gleichungen und setzt $\cos^2 = 1 - \sin^2$, so erhält man beim Grenzübergange $a^2 = b^2 + c^2$, wobei $\sin^2 b \cdot \sin^2 c$ als von der zweiten Dimension gegen $\sin^2 a$ und $\sin^2 b$ vernachlässigt werden kann.

Schreibt man Gleichung 4) in der Form

$$5)\qquad \frac{\cos a}{\cos c} = \cos b$$

und faſst c als Projektion von a, so erhält man für das schiefwinklige Dreieck noch einen bemerkenswerten Satz. Zieht man nämlich in einem Dreieck ABC von B aus eine Höhe h und stellt $\cos h$ nach 5) dar, so ergiebt sich, daſs in jedem Dreieck sich die cos zweier Seiten verhalten wie die cos ihrer Projektionen.

Um für das schiefwinklige Dreieck selbst aus obigen Gleichungen den Sinussatz zu erhalten, kann man Gleichung 1) als Definition von $\sin b$ auffassen. Stellt man darnach $\sin h$ dar, so erhält man, weil h gemeinschaftliche Kathete ist, sofort den Sinussatz in der Form:

$$\sin a \cdot \sin \gamma = \sin c \sin \alpha \quad \text{u. s. f.},$$

der für ∞ kleine Bogen a und c direkt in den entsprechenden Satz der ebenen Trigonometrie übergeht.

Auch den Cosinussatz gewinnt man leicht als Eliminationsresultat aus den vorhergehenden Gleichungen.

Es ist nämlich, wenn man h von C aus zieht und die Abschnitte auf AB mit x und y bezeichnet, $\cos \alpha = \frac{\operatorname{tang} y}{\operatorname{tang} b}$, oder wenn man $\frac{\sin}{\cos}$ statt tang setzt:

$$6)\qquad \cos \alpha \sin b \cos y - \sin y \cos b = 0;$$

desgl. ist wegen 5)

$$\frac{\cos a}{\cos x} = \frac{\cos b}{\cos y} \text{ oder}$$

$$\cos \alpha \cos y = \cos b \cos x = \cos b \cos (c - y)$$
$$= \cos b (\cos c \cos y + \sin c \sin y)$$

d. h. wenn man nach y ordnet:

7) $$\cos y (\cos a - \cos b \cos c) - \sin y \cos b \sin c = 0.$$

Eliminiert man aus 6) und 7) $\cos y$ und $\sin y$, so erhält man*)

$$\begin{vmatrix} \cos \alpha \sin b & \cos b \\ \cos a - \cos b \cos c & \cos b \sin c \end{vmatrix} = 0;$$

dividiert man die letzte Vertikale durch $\cos b$, so ergiebt sich direkt

8) $$\cos a = \cos b \cos c - \sin b \cdot \sin c \cos \alpha.$$

Um zu dem entsprechenden Satze der ebenen Trigonometrie zu gelangen, hat man vorstehende Gleichungen zu quadrieren und $\cos^2$ durch $1 - \sin^2$ zu ersetzen. Beim Grenzübergange erhält man dann

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha.$$

Aus 8) kann man noch in bekannter Weise die Funktionen der halben Winkel durch die drei Seiten ausdrücken. Diese Herleitung hat für den Schüler nichts schwieriges, weil das Verfahren dem der ebenen Trigonometrie analog ist.

Es erübrigt noch, die Gaufs'schen Formeln auf den Sinussatz zurückzuführen.

Der Sinussatz:

$$\frac{\sin a}{\sin c} = \frac{\sin \alpha}{\sin \gamma}$$

geht beim Grenzübergange direkt in den planimetrischen Satz

$$\frac{a}{c} = \frac{\sin \alpha}{\sin \gamma} \text{ über.}$$

Durch Addition resp. Subtraktion erhält man aus letzterem die Mollweide'schen Formeln. Speziell ist:

$$\frac{a + b}{c} = \frac{\cos \frac{\alpha - \beta}{2}}{\sin \frac{\gamma}{2}}.$$

*) Es braucht wohl kaum erwähnt zu werden, dafs die Elimination. wenn man keine Determinanten anwenden will, auch auf dem Wege der Substitution von $\frac{\cos y}{\sin y}$ geschehen kann.

Macht man denselben Prozefs mit dem Sinussatz der sphärischen Trigonometrie, so erhält man:

$$\frac{\sin a + \sin b}{\sin c} = \frac{\sin \alpha + \sin \beta}{\sin \gamma}, \text{ oder}$$

$$\frac{\sin \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2}}{\sin \frac{c}{2} \cdot \cos \frac{c}{2}} = \frac{\sin \frac{\alpha+\beta}{2} \cos \frac{\alpha-\beta}{2}}{\sin \frac{\gamma}{2} \cdot \cos \frac{\gamma}{2}}.$$

Macht man an dieser Form den Grenzübergang zum ebenen Dreieck, so erhält man links, da $\cos 0 = 1$ ist, $\frac{a+b}{c}$; und das ist wegen der Mollweide'schen Formel $= \frac{\cos \frac{\alpha-\beta}{2}}{\sin \frac{\gamma}{2}}$. Schreibt man also vorstehende Gleichung in der Form

$$\left[\frac{\sin \frac{a+b}{2}}{\sin \frac{c}{2}}\right] \cdot \frac{\cos \frac{a-b}{2}}{\cos \frac{c}{2}} = \left[\frac{\cos \frac{\alpha-\beta}{2}}{\sin \frac{\gamma}{2}}\right] \cdot \frac{\sin \frac{\alpha+\beta}{2}}{\cos \frac{\gamma}{2}},$$

so kann die Gleichung nur bestehen, wenn die eingeklammerten Faktoren gleich sind, d. h. wenn

$$\frac{\sin \frac{a+b}{2}}{\sin \frac{c}{2}} = \frac{\cos \frac{\alpha-\beta}{2}}{\sin \frac{\gamma}{2}}, \text{ und daher auch } \frac{\cos \frac{a-b}{2}}{\cos \frac{c}{2}} = \frac{\sin \frac{\alpha+\beta}{2}}{\cos \frac{\gamma}{2}}.$$

Die zweite dieser Gaufs'schen Formeln drückt beim Grenzübergange den Satz aus, dafs beim ebenen Dreieck $\alpha + \beta + \gamma = 2R$ ist.

Durch Subtraktion erhält man in ganz derselben Weise die beiden andern Gaufs'schen Formeln in der Form:

$$\frac{\sin \frac{a-b}{2}}{\sin \frac{c}{2}} = \frac{\sin \frac{\alpha-\beta}{2}}{\cos \frac{\gamma}{2}} \text{ und } \frac{\cos \frac{a+b}{2}}{\cos \frac{c}{2}} = \frac{\cos \frac{\alpha+\beta}{2}}{\sin \frac{\gamma}{2}},$$

von denen die erste wiederum die Mollweide'sche Formel, und die zweite den Satz, dafs $\alpha + \beta + \gamma = 2R$, repräsentiert.

Durch Division erhält man aus den 4 Gleichungen die Napier'schen Analogieen in der Form:

$$\frac{\sin\frac{a+b}{2}}{\sin\frac{a-b}{2}} = \frac{\operatorname{cotg}\frac{\gamma}{2}}{\operatorname{tang}\frac{\alpha-\beta}{2}} \qquad \frac{\cos\frac{a+b}{2}}{\cos\frac{a-b}{2}} = \frac{\operatorname{cotg}\frac{\gamma}{2}}{\operatorname{tang}\frac{\alpha+\beta}{2}}$$

$$\frac{\operatorname{tang}\frac{a+b}{2}}{\operatorname{tang}\frac{c}{2}} = \frac{\cos\frac{\alpha-\beta}{2}}{\cos\frac{\alpha+\beta}{2}} \qquad \frac{\operatorname{tang}\frac{a-b}{2}}{\operatorname{tang}\frac{c}{2}} = \frac{\sin\frac{\alpha-\beta}{2}}{\sin\frac{\alpha+\beta}{2}}$$

Die erste dieser Gleichungen repräsentiert den Tangentensatz der ebenen Trigonometrie, wenn man bedenkt, daſs $\cot\frac{\gamma}{2} = \operatorname{tang}\frac{\alpha+\beta}{2}$ ist; die zweite den Satz von der Winkelsumme und die beiden letzten die Mollweideschen Formeln.

Es sei noch bemerkt, daſs auch der Satz

$$\cos\alpha = \sin\beta\sin\gamma\cos a - \cos\beta\cos\gamma$$

direkt durch Elimination, wie oben der Satz für $\cos a$ gefunden werden kann, wenn man nicht vorzieht, ihn durch Umformung auf das Polardreieck aus letzterem abzuleiten.

Im Vorstehenden wären also die Hauptsätze der sphärischen Trigonometrie auf die drei Grundformeln für die Funktionen eines Winkels im rechtwinkligen Dreieck zurückgeführt. Dabei erhalten die Gauſs'schen Formeln und Napier'schen Analogieen eine Gruppierung, durch welche sie naturgemäſs entsprechenden Sätzen der ebenen Trigonometrie, also einem dem Schüler bekannten Gebiete zugeordnet werden; die Übersicht und das Auffassen wird ihm dadurch gewiſs erleichtert.

Kleinere Mitteilungen.

Zur Kombinationslehre.

Von E. zur Nieden in Bonn.

Zu wiederholten Malen ist die Aufmerksamkeit der Leser dieser Zeitschrift auf die Kombinationen mit Wiederholung gelenkt worden*), wobei die Unzulänglichkeit der in den meisten Lehrbüchern gegebenen Beweise des bezüglichen Lehrsatzes nachgewiesen wurde. Dies bietet mir Veranlassung, den von mir aufgefundenen nachfolgenden Beweis des betreffenden Satzes den geehrten Herren Fachkollegen zur Kenntnis zu bringen.

Man kann die Frage nach der Anzahl der Kombinationen ohne Wiederholung aus n Elementen zur $m$ten Klasse auch in folgende Form kleiden:

Angenommen es seien n von einander verschiedene Plätze (Orte im Raume) gegeben; auf wievielerlei Weisen lassen sich dann m gleiche Elemente auf diese Plätze verteilen, wenn zugleich festgesetzt wird, dafs auf jeden der verschiedenen Plätze höchstens 1 Element gebracht wird? Wenn man sich die Plätze numeriert denkt, so dafs jede der Zahlen von 1 bis n einen bestimmten Platz repräsentiert und die Verteilung der Elemente auf diese Plätze durch Punkte, welche unter die betreffenden Zahlen gestellt werden, versinnlicht, so ergiebt sich sofort, dafs z. B. der Verteilung $1\underset{\cdot}{2}\underset{\cdot}{3}\underset{\cdot}{4}\underset{\cdot}{5}67\ldots$ die Komplexion der 4. Klasse 1345 entspricht. Um die Anzahl der möglichen Verteilungen von m Elementen auf n Plätze und damit also auch die Anzahl der Kombinationen ohne Wiederholung aus n Elementen zur $m$ten Klasse zu bestimmen, verfährt man in folgender Weise. Für das erste Element hat man Auswahl zwischen n Plätzen. Das zweite Element kann man auf jeden beliebigen der noch unbesetzten $n - 1$ Plätze bringen. Für das dritte Element sind noch $n - 2$ freie Plätze übrig u. s. w. Auf diese Weise würde man $n(n-1)(n-2)\ldots(n-m+1)$ Verteilungen erhalten. Dabei kommt aber jede Verteilung $m!$ mal vor, also ist die Anzahl der von einander verschiedenen Verteilungen

$$\frac{n(n-1)(n-2)\cdot\cdot(n-m+1)}{m!}.$$

Sobald man nun die oben festgestellte Bedingung, dafs jedem Platz immer nur ein Element zugewiesen werden darf, fallen läfst,

*) Man sehe d. Jahrg. Hft. 4., S. 250 u. f. Sodann noch XII, 190. 256. 244. XIII, 118. Red.

ist die Anzahl der möglichen Verteilungen von m Elementen auf n Plätze gleich der Anzahl der Kombinationen mit Wiederholung aus n Elementen zur m ten Klasse. Um die Anzahl der möglichen Verteilungen dieser Art zu finden, könnte man ähnlich wie vorhin in Gedanken die Verteilung der Elemente successive vornehmen, wobei nun nicht nur für das erste, sondern auch für alle folgenden Elemente immer n Plätze zur Verfügung ständen, und würde man so zunächst m Verteilungen erhalten. Bei diesem Verfahren würde man aber, wenn man m beispielsweise gleich 4 setzt, eine Verteilung wie die folgende: $\underset{\cdot}{1}2\underset{\cdot}{3}\underset{\cdot}{4}\underset{\cdot}{5}67\ldots$ auf 4! verschiedene Arten erhalten, während man z. B. folgende Verteilung $\underset{\cdot}{1}2\underset{\cdot}{3}\underset{\cdot\cdot}{4}567\ldots$ nur auf $\frac{4!}{2!}$ Arten und folgende Verteilung $123\underset{\cdot\cdot\cdot\cdot}{4}567\ldots$ nur auf eine Art erhalten würde. Es liefse sich also aus der Zahl n^m der vorgenommenen Verteilungen die Anzahl der von einander verschieden möglichen Verteilungen durch Division nicht berechnen.

Um diese Schwierigkeit zu umgehen, nehmen wir die successive Verteilung der Elemente in folgender Weise vor. Hat eine einen Platz bezeichnende Zahl schon einen Punkt (Element) erhalten, so unterscheiden wir, falls wir dieser Zahl noch einen zweiten Punkt zuerteilen wollen, zwei Fälle, jenachdem wir den zweiten Punkt vor oder hinter den ersten Punkt stellen. Beide Fälle werden dabei vorläufig als zwei verschiedene Verteilungen angesehen und in Rechnung gestellt. Hat eine Zahl schon 2 Punkte erhalten, so bringen wir, wenn wir dieser Zahl noch einen dritten Punkt zuerteilen, dies dreifach in Rechnung, indem wir 3 Fälle unterscheiden, jenachdem wir den dritten Punkt vor den ersten oder zwischen den ersten und zweiten oder hinter den zweiten Punkt stellen. Indem wir auf diese Weise fortfahren, erhalten wir $n(n+1)(n+2)\cdots(n+m-1)$ Verteilungen, da uns für den ersten Punkt n Plätze, für den zweiten Punkt $n+1$ Plätze, für den dritten Punkt $n+2$ Plätze u. s. w. zur Verfügung stehen. Bei dieser successiven Verteilung der einzelnen Punkte (Elemente) erhalten wir aber offenbar jede von den übrigen verschiedene Verteilung der Punkte $m!$ mal. Um die Richtigkeit dieser letzteren Behauptung einzusehen, möge man sich in dem speciellen Fall $m = 4$ bei allen von einander verschiedenen Verteilungen die Punkte durch Zahlen ersetzt denken, welche zugleich andeuten sollen, in welcher zeitlichen Reihenfolge die verschiedenen Plätze ihre Elemente erhalten haben. Hierdurch erhalten wir z. B. statt der einen Verteilung $\underset{\cdot}{1}2\underset{\cdot}{3}\underset{\cdot}{4}\underset{\cdot}{5}67\ldots$ viele Fälle, z. B. $\underset{1}{1}2\underset{4}{3}\underset{2}{4}\underset{3}{5}67\ldots$ oder $\underset{2}{1}2\underset{3}{3}\underset{1}{4}\underset{4}{5}67\ldots$ oder $\underset{4}{1}2\underset{2}{3}\underset{1}{4}\underset{3}{5}67\ldots$, welche zunächst alle bei unserem oben angedeuteten Verfahren als von einander verschiedene in Rechnung zu stellen wären. Hierdurch erhellt sofort, dafs wir bei unserem Verfahren eine Verteilung der Elemente, welche

z. B. durch $\underset{\cdot}{1}2\underset{\cdot}{3}\underset{\cdot}{4}\underset{\cdot}{5}67$ angedeutet wird, 4! erhalten würden. Dasselbe würde aber auch der Fall sein bei einer Verteilung wie $1\underset{\cdots}{2}3\underset{\cdot}{4}567$, da bei unserem Verfahren ja auch z. B. Fälle wie $\underset{124}{1\,2}\,\underset{3}{3}4567\ldots$ und $\underset{142}{1\,2}\,\underset{3}{3}4567\ldots$ als von einander verschiedene in Rechnung gestellt werden.

Bei n Plätzen und m Elementen unterscheiden wir, wie oben gezeigt wurde, bei Anwendung unseres Verfahrens zunächst $n(n+1)(n+2)\cdots(n+m-1)$ Fälle. Hierbei ist aber jede von den übrigen wirklich verschiedene Verteilung $m!$ mal in Rechnung gestellt. Die Anzahl der wirklich von einander verschiedenen Verteilungen ist also $\frac{n(n+1)(n+2)\cdots(n+m-1)}{m!}$.

Die sogenannte Datumsgrenze auf der Erdkugel.

Vom Herausgeber.

Da wir in ds. Hefte bei der Beschreibung des „Welt-Zeit-Anzeigers" von Wigand-Zeitz auf dieses Thema verwiesen haben, so wollen wir ihm, da es ohnehin in ds. Z. noch nicht behandelt worden ist, einen kleinen Artikel widmen. Zwar findet man diesen Gegenstand klar und hinreichend ausführlich behandelt, z. B. in Klöden, Handbuch der physischen Geographie (1. Th. des „Handb. d. Erdkunde"). 3. Aufl. Berlin 1873, S. 61—64; ferner, und zwar noch besser, in dem Lexikon der Astronomie von Gretschel, Leipzig 1882. S. 75, Art. „Datumwechsel". Auch ist er wohl in manchen populären wissensch. Zeitschriften besprochen. Allein manche dieser Bücher lassen eine Unklarheit zurück, insofern sie nicht streng oder nicht scharf genug unterscheiden zwischen geschichtlich gestalteter und der in der Schifferpraxis angewendeten Datumsgrenze. Jene ist eine Kurve auf der Erdoberfläche, also eine doppelt gekrümmte Kurve, diese der 180. Meridian v. Gr.

Was zuvörderst die Ursache des Datumswechsels, die durch die Erdrotation verursachte Uhrendifferenz betrifft, so ließe sich dieser Gegenstand (z. B. auch vor einer Schulklasse) etwa wie folgt erläutern*):

„Man denke sich, es mache jemand, von Berlin ausgehend, eine Reise um die Erde in der Richtung nach Ost. Sobald derselbe um 15^0 Meridianabstand von Berlin entfernt ist, würde er finden, daß seine Uhr um eine Stunde gegen die des Ortes, an welchem er sich befindet, zurückgeblieben ist (nachgeht). Um die-

*) Diese Darstellung wurde uns eingereicht, als dem Buche von Klöden entnommen. Aber sie findet sich so nicht dort, sie muß also wohl einen andern Autor haben. Wir haben sie mehrfach modifiziert.

selbe wieder in Einklang mit der Ortszeit zu bringen, mufs er sie um eine Stunde vorstellen (vorrücken). Ist der Reisende wieder um 15° weiter gekommen, so findet er, dafs seine Uhr abermals um eine Stunde vorgestellt werden mufs, um sie konform den Uhren seines augenblicklichen Aufenthaltsortes gehend zu haben. So mufs er sie wiederholt von 15 zu 15 Grad um je eine Stunde vorstellen, und wenn er dann später nach Berlin zurückkommt, hat er sie um volle 24 Stunden, also um einen ganzen Tag vorgestellt. Wenn dann der Tag seiner Rückkehr in Berlin z. B. der 15. November wäre, so würde er denselben in seinem Tagebuche als den 16. November bezeichnen. Er hätte also einen Tag gewonnen. — Hätte der Reisende dagegen seinen Weg nach West genommen, so würde er seine Uhr von 15 zu 15 Grad um eine Stunde haben zurückstellen müssen. Bei seiner Rückkehr in Berlin würde er sie also nach und nach um volle 24 Stunden zurückgestellt haben, und er würde nach seiner Rechnung nicht am 15. November, sondern am 14. November dort eingetroffen sein. Er hätte sonach einen Tag verloren. Diese Verschiedenheit der Uhrzeit wird sich nun stets bemerkbar machen, gleichviel ob die Reise um die Erde in einer Reihe von Jahren oder in 80 Tagen vollendet wird*), oder ob — wie beim elektrischen Funken — nur ein Bruchteil einer Sekunde dazu gehört."

Um diese Differenzen auszugleichen, ist man überein gekommen, eine Linie (Datumsgrenze) auf der Erde festzustellen, bei deren Überschreitung — je nachdem man von Ost oder West kommt — einen Kalendertag ab- oder zurechnet. (Datum wechseln). Man mufs jedoch bei dieser Datumsgrenze (wie wir schon oben bemerkten) zwischen geschichtlich gestalteter und in der Schifferpraxis geübter, also gewissermafsen zwischen realer und idealer unterscheiden.

Bekanntlich gingen die seefahrenden Nationen Europas, welche die ersten Versuche zur Erdumseglung machten und sie dann wirklich ausführten, nach entgegengesetzten Richtungen: Die Spanier (F. Magelhaens) nach W., die Portugiesen (Vasco de Gama) und Holländer nach O. und so kam es, dafs Amerika und ein Teil von Asien und Polynesien das Datum von O. her, die südasiatischen Inseln und der andere Teil Polynesiens von W. her erhielten. So erklärt es sich, dafs z. B. die Philippinen das von Osten gekommene, das weit östlicher gelegene Guinea aber das westliche Datum haben; m. a. W., dafs die geschichtliche Datumsgrenze (wie wir sie nennen wollen), eine Kurve auf der Erdkugel bildet, die sich vom 180. Meridian v. Gr. ab, stark nach W. ausbaucht. Sie läuft

*) Bei Klöden a. a. O. S. 63 heifst es: „Der Erfolg mufs derselbe sein, wenn auch der ganze eingebüfste oder gewonnene Tag in kleinen Stücken auf die ganze Reise verteilt wird."

nämlich (s. auch Klöden a. a. O. S. 63—64) vom Südpol kommend östlich von der Insel Catham, Neuseeland und Neukaledonien (natürlich auch Neuholland) und biegt dann zwischen Neuguinea und den Carolinen hindurch nach Westen, schlängelt sich, Borneo links lassend, westlich um die Philippinen und läuft südöstlich von den Japanischen Inseln und den Kurilen hinauf zur Behringsstrafse. Man sehe diese Kurve bei Gretschel a. a. O. auf dem kleinen, dem betreffenden Artikel beigegebenen Karton.*) Auch auf dem, in diesem Hefte besprochenen Welt-Zeit-Anzeiger ist diese Linie aufgetragen. Alle Orte rechts derselben haben einen Kalendertag voraus. Während die rechts z. B. Sonntag haben, schreiben die links Montag (s. d. Karton bei Gretschel). Es macht einen beinahe komischen Eindruck, wenn man sieht, dafs z. B. in Sidney Montag ist, wenn es in Manila, das doch etwa 30^0 westlicher liegt (erst), Sonntag ist; und umgekehrt, wenn in Honololu, Manila etc. Sonntag ist, haben die Orte Jedo (Tokio) Hongkong, Sidney, Adelaide, die doch alle östlicher liegen, Montag. Eine telegraphische Depesche Montags in Sidney nach Manila aufgegeben, kommt dort schon Sonntags an (!). Noch überraschender ist es aber, dafs manche recht nahe Orte, deren Tageszeiten nur um wenig differieren, sogar um zwei Kalendertage auseinander sein können. „Beispielsweise liegt das schon erwähnte spanische Manila auf Luzon (Philippinen) östlich der Scheidelinie, die holländische Insel Gilolo (Dschilolo) westlich von derselben und zwar um $7\frac{1}{2}^0$ weiter östlich, was einem Zeitunterschied von $\frac{1}{2}$ Std. entspricht. Wenn also Manila, Freitag 30. April abends 11^h hat, so ist es auf Dschilolo Sonnabend den 1. Mai abends $11\frac{1}{2}^h$. Etwa $\frac{3}{4}$ Stunde später ist es in Manila abends $11\frac{3}{4}$ Uhr immer noch Freitag, aber in Dschilolo ist schon früh $12\frac{1}{4}^h$ ($\frac{1}{4}$ auf 1) Sonntag den 2. Mai. Noch gröfser ist der Unterschied zwischen Manila und Aukland auf Neuseeland, welch letzteres um 3^h 26^m in der Uhrzeit voraus ist.“ (Vergleiche Gretschel a. a. O. S. 77). Wenn nun Seefahrer an solchen Häfen anlegen, so können sie sehr verschiedenen Monatstagen begegnen.

Allein die Schiffer bekümmern sich um diese geschichtliche (oder soziale) Datumsgrenze nicht, sondern sie wechseln das Datum und den Wochentag beim Überschreiten des 180. Längengrades von Greenwich, indem sie, westwärts fahrend, den folgenden Kalendertag auslassen, ostwärts fahrend aber Datum und Wochentag einmal wiederholen (noch einmal zählen) mit der Bezeichnung II. Im ersten Falle folgt z. B. auf Sonntag den 2. Mai Dienstag der 4. Mai, im zweiten Falle folgt auf Sonntag d. 2. Mai noch einmal Sonntag der zweite Mai II. Dies wird denn auch von

*) Derselbe findet sich auch in Meyers Convers.-Lexikon Bd. 15. S. 13, Art. „Datumsgrenze“ vielleicht von demselben Verfasser herrührend. Die Kurve ist jedoch, wie unser Nachtrag lehrt, unrichtig.

Reisenden bestätigt. Wir teilen deshalb zwei Stellen aus zwei verschiedenen Reisebeschreibungen mit, welche uns diesen Wechsel vor Augen führen, überdies mit Bemerkungen gewürzt, welche uns einen interessanten Blick in das soziale Leben auf dem Schiffe während dieser Tage thun lassen.

Alexander Freih. v. Hübner, ein Spaziergang um die Welt. Leipzig 1874, 2 Bde. S. 239—240. „Heute Abend (13. Juli 1870) werden wir den 180. Längengrad durchschneiden; für den Seefahrer ist dies der Augenblick, um mit Sonne und Erde abzurechnen. Wir unterdrücken Freitag d. 14. (Juli) und gehen von heute Donnerstag d. 13. auf morgen Sonnabend d. 15. über. Auf den von Westen kommenden Schiffen geschieht das Gegenteil, man wiederholt einen Tag der Woche. Am Bord ist dies der Hauptgegenstand der Unterhaltung. Wenige begreifen die Sache und niemand weifs sie den andern klar zu machen. Einige Reisende bedauern allen Ernstes, einen Tag ihres Lebens in den Fluten des stillen Oceans zu ertränken."*)

Professor Eduard Hildebrandts Reise um die Erde. (Von E. Kossak). Berlin 1876. 3. Thl. S. 88. „Am 30. März (1863) durchschnitten wir den 180. Längengrad und befinden uns (nun) auf der westlichen Halbkugel. Da wir von Westen nach Osten die Erde umsegeln, gewinnen wir in der Zeitrechnung einen Tag, der morgen eingeschaltet werden soll. Wir schreiben heute und morgen den dreifsigsten März!**) Für unser Privatleben entstanden daraus weiter keine Schwierigkeiten, nur der Koch geriet in aufserordentliche Verlegenheit. Die Gerichte stehen nämlich auf dem wöchentlichen Schiffsküchenzettel so fest, wie die Stifte auf der Walze eines Leierkastens; die geringste Änderung hätte die süfse Melodie für immer in Unordnung gebracht. Ein geniales Machtgebot des Kapitäns half unserm schon verzagenden Vatel über diesen chronologischen Konflikt hinweg. Die Bohnensuppe nebst Zubehör sollte auch am 30. März als zweite Auflage gekocht werden."***)

---

*) Wie oberflächig man bei derartigen Citaten ist, beweist uns Martus in seiner astronomischen Geographie. Er sagt S. 106 nur: „Auf Donnerstag, den 13. Juli, folgt Sonnabend, der 15. Juli 1871." Auch ist die Seitenzahl des Citats nicht angegeben.

**) Martus a. a. O. hat nur die gesperrt gesetzten Worte, aber wieder ohne Angabe der Seitenzahl.

***) In dem Werke „Reise der österreichischen Fregatte Novara um die Erde in den Jahren 1857, 1858 und 1859 unter den Befehlen des Commodore B. von Wüllerstorf-Urbair" heifst es in dem meteorischen Tagebuche des nautisch-physikalischen Teils bei der Reise von Auckland in Neuseeland nach Papiete auf den Gesellschaftsinseln bei dem 10. Jan. 1859:

„Nachm. 11^h den Meridian 180° von Greenwich passiert, weswegen das Datum Montag 10. Jan. 1859 wiederholt wird."

Das Schiffsjournal enthält die vier aufeinanderfolgenden Tage: Sonntag 9. Januar, Montag 10. (I.) Januar, Montag 10. (II.) Januar, Dienstag 11. Januar. Die Woche vom Sonntag den 9. Januar bis Sonnabend den 15. Januar zählte also auf der Novara 8 Tage. (Heis in Wochenschr. 1868. No. 48.)

Am Schlusse dieses Artikels will ich dem Wunsche Ausdruck geben, es möchten auf den betreffenden Karten der Atlanten beide Datumsgrenzen, die geschichtliche und die in der Schiffahrt praktizierte angegeben und von den Autoren geogr. und astronom. Lehrbücher dieser Gegenstand nicht so stiefmütterlich behandelt werden.*) Er gewährt für den Unterricht ein hohes Interesse. —

Nachtrag.

(einen Fehler in der Datumsgrenze betreffend.)

Nachdem dieser Artikel bereits gesetzt, und der Satz revidiert war, wurden wir durch die in der Anmerkung mitgeteilte Notiz aus der Geographie von Guthe-Wagner zu weiterer Untersuchung veranlafst. Eine Anfrage bei dem Professor der Geographie an der Leipziger Universität Frhrn. v. Richthofen und eine Nachlese in dem Werke von Jagor über die Philippinen ergab folgendes Resultat:

In „F. Jagor, Reise in den Philippinen“, Berlin 1873, S. 1 heifst es:

„Da Magellan, der die Philippinen 1521 bei jener denkwürdigen ersten Weltumsegelung entdeckte, sich in derselben Richtung um die Erde bewegte, wie die Sonne in ihrem scheinbaren täglichen Laufe, so hatte er für jeden Grad, den er weiter nach Westen vordrang, vier Minuten später Mittag und als er die Philippinen erreichte, betrug der Unterschied fast 16 Stunden. Er scheint dies aber nicht bemerkt zu haben, denn Elcano, der Führer des einzigen geretteten Schiffes, wufste nicht, als er zum Meridian seiner Abfahrt zurückkehrte, dafs er nach der Schiffsrechnung einen Tag weniger zählen mufste, als in dem Hafen, den er durch fortgesetztes West-

*) Martus a. a. O. S. 106 erwähnt die geschichtliche Datumsgrenze gar nicht. Klöden betont die der Schiffahrtspraxis nicht genug. — Hann-Hochstetter-Pokorny, allgemeine Erdkunde (Prag, 1881) 1. Teil (astronom. und phys. Geographie, bearbeitet von Hann) ignoriert diesen Gegenstand vollständig.

Wagner, Abrifs der allgem. Erdkunde (Hannover 1880) S. 17—18 behandelt ihn kurz in §. 3 („Orientierung über die Erdoberfläche“) auf etwa 3/4 Seite. Dieser kleine Abschnitt ist dann auch in die 5. Auflage des Lehrbuchs d. G. von Guthe-Wagner (ib. 1882) übergegangen (S. 17/18). Darnach scheint es, als ob die geschichtliche Datumsgrenze antiquiert sei. Denn es heifst dort (S. 18): „Es haben sich jedoch nicht alle Nationen sogleich über diese Linie geeinigt; eine Ausnahme machten bis 1844 die Philippinen, die, obwohl beträchtlich westlich des 180° gelegen, noch lange das östliche Datum beibehielten und dadurch die Datumsgrenze zu einer nach W. stark ausgebogenen machten. Hierzu ist die Anmerkung gemacht: „Siehe die alte Grenze auf H. Berghaus, Chart of the World, auf welcher daneben bereits die einfachere Linie als *present Antipodal Datumline* unter 180° verzeichnet ist.“

wärtsfahren wieder erreicht hatte. (Navarette IV, 97 obs. 2ª.) Nach Albos Schiffsjournal wurde er den Unterschied an den Capverde'schen Inseln gewahr am 9. Juli 1522 (*„y este dia fue miercoles, y este dia tienen ellos por jueves“*).

In den Philippinen blieb jener Umstand gleichfalls unberücksichtigt; deshalb war dort Sylvester (31. Dezember), wenn in der übrigen Welt Neujahr begonnen hatte und so ging es fort bis Ende 1844, wo man sich nach eingeholter Genehmigung des Erzbischofs entschlofs, den Sylvestertag einmal gänzlich zu überspringen. Seitdem (also seit 1844) liegen die Philippinen nicht mehr im fernsten Westen, sondern im fernen Osten und sind ihrem Mutterlande um 8 Stunden voraus.“ Denn „wenn es in Madrid Mittag schlägt, ist es in Manila, der Hauptstadt der Philippinen über 8^h Abends ($8^h\ 18^m\ 41^s$). Manila liegt nämlich $124^0\ 41'\ 15''$ östlich von Madrid, $7^h\ 54^m\ 35^s$ von Paris. Wenn früher aber Madrid Neujahr feierte, so war in Manila erst Sylvester.“

Eine ähnliche Berichtigung soll von den Portugiesen in Macao vorgenommen worden sein, wo die entgegengesetzte Korrektion anzubringen war (nach der englischen Übersetzung des *Morga, Sucesos de las Islas Filipinas Mexico 1609*).

Man sieht also: die geschichtliche Datumsgrenze, wie sie in den Büchern dargestellt sich findet, ist — falsch! Sie darf mindestens die Philippinen nicht (nach Osten) einschliefsen. Und dieser Irrtum hat sich seit 1844, also seit beinahe 40 Jahren, in den Büchern fortgeschleppt! Auch Heis hat ihn; (man sehe: Wochenschr. f. Astron., Meteor. u. Geogr. 1868 No. 48 m. Charte auch übergegangen in „Ergänzungsblätter des Bibl. Inst.“ 1868, Bd. IV, Heft 5, S. 292. Die dort gegebene Charte scheint für Gretschel, Lexik. d. Astr. und Meyers Konvers.-Lexik. die Quelle gewesen zu sein). Ob vielleicht auch andere Orte des Pacific dieser chronologischen That der Philippinen gefolgt sind, ist uns nicht bekannt und konnte uns hierüber auch der obgenannte Geograph Frhr. v. Richthofen nicht Auskunft geben. Die gegenwärtige Datumlinie ist somit, wie es scheint, mindestens unbestimmt. Hoffentlich erhält man hierüber bald Klarheit durch den in Rom abgehaltenen Kongrefs der europ. Gradmessung, wo der Meridian von Greenwich als Nullmeridian gewählt worden ist. Es dürfte sonach der 180^0 v. Gr. die passendste Datumsgrenze sein, wie er es bislang schon in der Schiffspraxis war und es wäre nur Sache einer internationalen Vereinigung, die Reste der geschichtlichen Datumsgrenze sobald als möglich von der Erdoberfläche verschwinden zu lassen.

Sprech- und Diskussions-Saal.

Die negative Zahl.*)

Von Ed. Härter, Reallehrer zu Alsfeld (Hessen).

Hervorragende Mathematiker haben wiederholt geäufsert, dafs die Lehre von den negativen Zahlen in den gebräuchlichen Schulbüchern nicht nur unzweckmäfsig, sondern sogar in falscher Weise dargestellt werde.

Eine korrekte, wissenschaftliche Begründung dieses so wichtigen Gebietes der mathematischen Elemente giebt Herr Professor Lipschitz in seiner Analysis.**)

Wenn die Gedanken, welche hier entwickelt werden, auf den Unterricht an Realschulen und Gymnasien noch wenig Einflufs ausgeübt haben, so kann dies nur darin liegen, dafs Professor Lipschitz sich nicht damit aufhält, die Fehler der älteren Methoden nachzuweisen und er selbst das betreffende Gebiet in ungemein knapper, freilich völlig präciser Weise behandelt.

Die Aufgabe, welche sich der Verfasser dieses Artikels gestellt hat, besteht einzig darin, seine Fachgenossen auf die Einführung der negativen Zahlen, wie sie Lipschitz giebt, aufmerksam zu machen und zu zeigen, in welcher Weise eine solche Darstellung für die Schule brauchbar gemacht werden kann.

Nur wenige Mathematiklehrer haben sich auf der Universität mit unserem Thema beschäftigt. Beim Beginne einer Vorlesung über Funktionenlehre wird zwar gewöhnlich der allgemeinste Zahlenbegriff herzustellen gesucht, die negativen Zahlen werden hier jedoch höchst stiefmütterlich behandelt. Es ist daher um so wünschenswerter, dafs die Abiturienten eine richtige Vorstellung von der negativen Zahl zur Universität mitbringen.

Ich werde nunmehr versuchen, die Mängel der seitherigen Beweise kurz anzugeben; diese können an einem einzigen Beispiele gezeigt werden.

Die Gleichung

$$-a \cdot -b = +ab$$

---

*) Auf die durch Kobers Artikel in ds. Jahrg. Heft 1, S. 13 u. f. angeregte Kontroverse zwischen Kober, Thieme und dem Herausgeber (S. 177 und 340) gingen eine Anzahl Artikel ein, die wir nun nach und nach veröffentlichen wollen. Wir geben dem vorstehenden den ersten Platz, da er angeblich die Ansicht eines Gelehrten vertritt. Red.

**) Lipschitz, R., Grundlagen der Analysis. Bonn 1877. Max Cohen u. Sohn.

wird abgeleitet, indem man in der Gleichung

$$(a - b)(c - d) = ac - bc - ad + bd \qquad (1)$$

für a und c den Wert 0 einsetzt. Man erhält:

$$(0 - b)(0 - d) = 0 \cdot 0 - b \cdot 0 - 0 \cdot d + b \cdot d.$$

Hieraus schliefst man:

$$- b \cdot - d = + bd.$$

Um den Fehler, welchen man hier begeht*), scharf hervortreten zu lassen, wollen wir nachsehen, auf welche Weise man zu der Gleichung (1) gelangt ist. Da wir die negativen Zahlen erst einführen wollen, so müssen wir voraussetzen, dafs $a - b$ und $c - d$ wirkliche Differenzen sind, d. h. dafs der Begriff „Differenz“ hier seine ursprüngliche Bedeutung behalte oder, dafs mit andern Worten a gröfser als b und c gröfser als d ist, denn nur dann ist eine Subtraktion möglich. Halten wir dies fest, so stellt $(a - b)(c - d)$ ein Produkt vor und ist mithin nach der Definition eines Produkts eine Summe aus gleichen Gliedern. Jedes Glied ist $a - b$, die Anzahl der Glieder wird durch $c - d$ angegeben. Anstatt aber jedesmal b von a zu subtrahieren, kann ich offenbar erst $(c - d)$ mal a addieren und von der erhaltenen Summe das Produkt $b(c - d)$ subtrahieren; denn wenn a gröfser ist als b, so ist auch $a(c - d)$ gröfser als $b(c - d)$. Wir können die Subtraktion wirklich ausführen und schreiben $(a - b)(c - d) = a(c - d) - b(c - d)$.

Da wir wissen, dafs auch c gröfser ist als d, so können wir schliefsen, dafs auch ac gröfser ist als ad und ebenso bc gröfser als bd, Es ist uns daher gestattet, noch einen Schritt weiter zu gehen und obige Gleichung in folgende zu verwandeln

$$(a - b)(c - d) = ac - ad - [bc - bd]. \qquad (2)$$

Gänzlich falsch würde es jedoch sein, wenn wir jetzt die letzte Klammer auflösen wollten und schreiben würden

$$(a - b)(c - d) = ac - ad - bc + bd,$$

denn wir können nicht nachweisen, dafs sich, bei unserer Voraussetzung, die Operationen in dieser Reihenfolge ausführen lassen. Es ist nicht möglich, zu zeigen, dafs $ac - ad$ immer gröfser ist als bc, d. h. dafs die Differenz $(ac - ad) - bc$ eine Differenz in der ursprünglichen Bedeutung ist.

Wir wollen obige Behauptung noch an einem numerischen Beispiele erörtern.

---

*) Man vergleiche die hiermit übereinstimmende Ansicht Thiemes (Posen) im 3. Hefte ds. Jahrg. S. 177—178. Dagegen aber die von Kober (a. a. O. u. Heft 5, S. 340), sowie die Schuberts mitgeteilt in Heft 5, S. 340/41. Red.

$$(3 - 2)(7 - 6) = 3(7 - 6) - 2(7 - 6)$$
$$= 21 - 18 - (14 - 12)$$

Wird in dieser Reihenfolge gerechnet, so kann das Beispiel ausgeführt werden, man erhält:

$$21 - 18 - (14 - 12) = 3 - 2 = 1.$$

Wollte man weiter gehen und setzen

$$(3 - 2)(7 - 6) = 3 \cdot 7 - 3 \cdot 6 - 2 \cdot 7 + 2 \cdot 6$$
$$= 21 - 18 - 14 + 12,$$

so würde man erhalten

$$(3 - 2)(7 - 6) = 3 - 14 + 12.$$

Ohne Anwendung der negativen Zahlen, die man erst einführen will, wird wohl niemand imstande sein, dieses Beispiel in der angegebenen Reihenfolge zu lösen.

Wir haben also dargethan, dafs, sobald man die negativen Zahlen noch nicht eingeführt hat, nur die Gleichung (2) nicht aber (1) gilt. Die Gleichung (2) gilt indessen auch nur unter der Voraussetzung, dafs $a - b$ und $c - d$ wirkliche Differenzen sind und doch gewifs nicht Differenzen, deren Minuend die Null ist. Von solchen Differenzen sollte man auf dieser Stufe keine Ahnung haben. Hier darf die Null für den Schüler nichts als ein Rechenzeichen sein, welches erfunden wurde um mit neun Zahlzeichen auszukommen. Was soll der Schüler von Ausdrücken halten wie $0 \cdot 0 = 0$ und $0 \cdot b = 0$ oder $c \cdot 0 = 0$? Stellt man einem Schüler die Aufgabe, eine Summe zu bilden, welche 0 Summanden enthält, von denen jeder die 0 ist, so kommt mir das vor, als wenn man zu ihm sagte, steige 0 mal auf 0 Apfelbäume und hole 0 Äpfel herunter. Die Null darf ja ebenfalls erst dann eingeführt werden, wenn man den Begriff der Differenz erweitert, sie darf indessen zu dieser Erweiterung nicht als grundlegendes Element dienen.

Noch ein Beweis für die Gleichung $-a \cdot -b = +ab$ bleibt mir zur Besprechung übrig, er findet sich in einem Werke über Logik. Es heifst da: $-b \cdot +a$ ist ein Produkt, also eine Summe gleicher Summanden $\cdot -b$ soll a mal gesetzt werden, das giebt aber $-ab$. Hat man nun $-a \cdot -b$, so soll $-a$ nicht b mal sondern verkehrt b mal gesetzt werden, man erhält also $+ab$.*)

Hätte der Erfinder dieses geistreichen Beweises das richtige Resultat nicht bereits gekannt, so wäre er durch sein verkehrtes Setzen auch nur zu einem verkehrten Resultat gekommen. Ein ver-

*) Dieser freilich nichtssagende Beweis soll sich finden in der Logik eines lebenden Philosophen von Ruf, dessen Name v. d. H. noch ungenannt bleibe. Wir konnten, da dieses Werk uns nicht zu Gebote stand, auch auf der (Leipziger) Universitäts-Bibliothek ausgeliehen war, uns nicht davon überzeugen. Red.

kehrtes Setzen kennt die Mathematik nicht, es ist eine völlig unbestimmte Thätigkeit und bezeichnet nach dem gesunden Menschenverstande eine thörichte Handlung.

Nachdem wir im Obigen die falschen Beweise hinreichend beleuchtet haben, gehen wir zu der streng wissenschaftlichen Einführung der negativen Zahlen über, welche Herr Professor Lipschitz giebt. Wie der Verfasser dieser Arbeit bereits hervorhob, kommt es ihm darauf an, jene Darstellung so umzugestalten, dafs sie für die Schule brauchbar wird. Von Wichtigkeit ist es, die negativen Zahlen da erst einzuführen, wo man sie unbedingt nötig hat. Man versuche einmal die Regeln der Algebra von Anfang an soweit als möglich aufzustellen ohne negative Gröfsen einzuführen. Man wird inne werden, dafs es keineswegs die Subtraktion ist, welche uns zum Negativen zwingt. Erst bei der Multiplikation werden die Regeln dadurch, dafs man die Reihenfolge der Operationen genau angeben mufs, so schwerfällig werden, dafs man sich nach einer Erleichterung umschaut. Diese Vereinfachung wird durch die negative Zahl in sinnreicher Weise herbeigeführt.

Die richtige Gleichung

$$(a-b)(c-d)=ac-ad-(bc-bd) \tag{2}$$

führt uns zu der Regel: Soll eine Differenz zweier Zahlen mit einer Differenz zweier Zahlen multipliziert werden, so hat man eine der beiden Differenzen mit dem Minuendus und dann mit dem Subtrahendus der andern zu multiplizieren und das zweite der erhaltenen Produkte von dem ersten zu subtrahieren. Nie darf man in anderer Reihenfolge verfahren, man ist knechtisch an eine bestimmte Ordnung gebunden. An dem numerischen Beispiele

$$(3-2)(7-6)=21-18-(14-12)$$

tritt die obige Behauptung scharf hervor.

Dadurch, dafs man die Reihenfolge der Operationen beachten mufs, werden die Regeln über die Multiplikation mit Differenzen ungemein schwülstig. Es wäre angenehm, wenn man z. B. für die rechte Seite der Gleichung (2) setzen könnte

$$ac-ad-bc+bd$$

oder mit anderen Worten, wenn man auch hier bei der algebraischen Summe von der Reihenfolge der Operationen unabhängig wäre. Die Mathematiker haben diese Unabhängigkeit künstlich herbeigeführt. Zu diesem Zwecke setzten sie fest:

1. Anstatt zu sagen: „b soll von a subtrahiert werden“, soll man auch die Redensart gebrauchen können: „$-b$ soll zu a addiert werden.“

Sie bestimmten dem entsprechend, dafs man schreiben dür

$$a-b=-b+a=a+(-b) \text{ und } a=+a.$$

Ihre zweite Festsetzung lautet:

2. Unter $a - b$ wollen wir, wenn b gröſser ist als a, verstehen

$$-(b - a).$$

Behandeln wir hiernach ein numerisches Beispiel. Unter Festhaltung der obigen Bestimmungen darf man nunmehr setzen

$$\begin{aligned} 8 - 7 + 2 &= 8 + 2 - 7 \\ &= 2 + 8 - 7 \\ &= 2 - 7 + 8 \\ &= -7 + 8 + 2 \\ &= -7 + 2 + 8. \end{aligned}$$

Die erste und zweite dieser Gleichungen ist richtig auch ohne die obigen Festsetzungen. Die dritte, vierte und fünfte Gleichung verifizieren wir mittels der Festsetzungen. Wir behandeln zuerst die dritte Gleichung. Nach der zweiten Festsetzung bedeutet $2 - 7$ soviel als $-(7 - 2)$ also -5. Nach der ersten Festsetzung bedeutet aber $-5 + 8$ soviel als $8 - 5$ also 3.

Weisen wir jetzt die Richtigkeit der vierten Gleichung nach. $-7 + 8$ bedeutet nach Festsetzung 1 den Wert $8 - 7$ also 1. Es giebt aber $1 + 2$ die Zahl 3.

In der fünften Gleichung bedeutet nach Festsetzung 1 $-7 + 2$ den Wert $2 - 7$ und da 2 kleiner ist als 7, so darf man für $2 - 7$ nach Festsetzung 2 setzen $-(7 - 2)$ also -5. Nach Festsetzung 1 bedeutet aber $-5 + 8$ den Wert $8 - 5$ also 3. Die Mathematiker haben also, um die Rechnung in allen Fällen ausführbar zu machen, den Satz: „die Reihenfolge der Glieder einer Summe ist beliebig" gewaltsam auf die algebraische Summe ausgedehnt.

Wir dürfen nunmehr schreiben

$$(a - b)(c - d) = ac - ad - bc + bd$$

oder in irgend einer andern Reihenfolge z. B.

$$(a - b)(c - d) = -ad + ac - bc + bd.$$

Da die Mathematiker erkannten, daſs sie nunmehr das richtige Resultat auch erhielten, wenn sie sich einer rein mechanischen Regel bedienten, so stellten sie eine dritte Festsetzung auf. Diese mechanische Regel lautet: „Zwei algebraische Summen werden mit einander multipliziert, indem man jedes Glied der ersten Summe mit jedem Glied der zweiten Summe multipliziert und die erhaltenen Produkte durch das Zeichen $+$ oder $-$ verknüpft. Dem Produkte zweier gleichnamigen Zahlen geben wir dabei das positive, dem Produkte zweier ungleichnamigen Zahlen das negative Zeichen."

Gleichnamig nennen wir zwei Zahlen, wenn beiden entweder das Zeichen $-$ ober das Zeichen $+$ vorsteht. Im ersten Falle heiſsen die Zahlen negativ im zweiten positiv.

Die Mathematiker setzen also drittens fest, es sei

$$- a \cdot b = - ab$$
$$- b \cdot a = - ab$$
$$- a \cdot - b = + ab.$$

Diese drei Gleichungen sind willkürliche Festsetzungen und können nicht bewiesen werden. Aufgaben, die zu negativen Zahlen führen, haben hier in der Algebra nur einen algebraischen Sinn, während sie für den, welcher über die positive Zahl nicht hinausgekommen ist, sinnlos sind. Die Regeln über die Division negativer Zahlen ergeben sich jetzt aus der Definition des Quotienten, welche lautet: der Quotient zweier Zahlen ist die Zahl, welche mit der zweiten multipliziert die erste liefert.

$- b : - a$ bedeutet z. B. die Zahl, welche mit $- a$ multipliziert $- b$ ergiebt, was aber nach der dritten Festsetzung nur $+ \frac{b}{a}$ sein kann.

Die Gleichung $- a \cdot - b = + ab$ kann nicht aus dem Begriffe des Produktes abgeleitet werden, da hier die Multiplikation eine künstliche Erweiterung erfahren hat. Ebenso kann man z. B. aus dem Begriffe des Produktes, wie er ursprünglich gebildet wird, nicht ableiten die Gleichung

$$\frac{1}{7} \cdot \frac{5}{6} = \frac{5}{45}.$$

Zum Schlusse unsrer Arbeit wollen wir noch hervorheben, daſs die Mathematik den künstlichen Festsetzungen überhaupt ihre groſsartigsten Fortschritte zu verdanken hat. Wir erinnern an die Summe einer konvergenten Reihe, den Begriff Winkel, Linie etc. Alle diese Begriffe bedeuten in ihrer mathematischen Ausdehnung etwas anderes als der Laie darunter zu verstehen gewohnt ist. Hierher gehört denn wohl auch die vierte Dimension.

Schüler werden diese Einführung der negativen Zahlen jedenfalls besser verstehen als sie seither die falschen Darstellungen aufzufassen imstande waren.

Nachschrift des Herausgebers. Der vorstehende Aufsatz fordert zu mancherlei Widersprüchen oder Entgegnungen heraus; um denselben sofort Ausdruck zu geben, hätten wir den Artikel zu sehr durch Anmerkungen unterbrechen müssen. Wir zogen es daher vor, da es uns in diesem Hefte ohnehin an Raum gebricht, den Ausdruck unserer gegenteiligen Ansichten fürs nächste Heft aufzuschieben — falls nicht von anderer Seite eine Entgegnung einlaufen sollte. Eins wollen wir aber gleich hier zurückweisen, weil es zu auffallend ist, als daſs es nicht sofort eine Erwiderung verdiente. Wenn der Hr. Verf. meint, daſs man die negativen Gröſsen erst bei der Multiplikation einführen solle (oder dürfe), so möchte er wohl bei der Mehrzahl der Mathematiklehrer auf entschiedene

Widerspruch stofsen. Nach unserer Überzeugung und wohl auch nach der Ansicht der meisten Mathematiklehrer (wenigstens den Lehrbüchern nach zu urteilen) ist es gerade die **Subtraktion**, welche zur Einführung der **negativen** Gröfsen „zwingt". Wir möchten bezweifeln, ob die Verschiebung dieser Einführung bis zur Multiplikation von irgend jemand ernstlich versucht worden sei. Hat aber der Lernende bereits bei der Subtraktion (wie es ja sein mufs) ein gründliches Verständnis der negativen Gröfsen gewonnen, so wird die ganze Argumentation des Hrn. Verfassers bezügl. des Produktes $(a - b)(c - d)$ für $b > a$, $d > c$ oder $a = c = 0$ u. besonders Gl. (2) hinfällig und gegenstandslos. Auch giebt es da, wo Notwendigkeit herrscht, künstliche Festsetzungen und Machtgebote nach unserer Ansicht nicht.

Zum Aufgaben-Repertorium.

(Redigiert von Dr. Lieber-Stettin und von v. Lühmann-Königsberg i. d. N.)

A) Auflösungen.*)

288 u. 289. (Gestellt von Hülsen XIV$_3$, 191.) Sind n und p die Anzahlen der Seiten zweier regulären Vielecke in demselben Kreise und ist

$$288.\quad \frac{1}{n} + \frac{1}{p} = \frac{1}{6}, \text{ so ist } a_n = \varrho_p - \frac{1}{2} a_p \sqrt{3} \text{ und}$$

$$a_p = \varrho_n - \frac{1}{2} a_n \sqrt{3}.$$

$$289.\quad \frac{1}{n} - \frac{1}{p} = \frac{1}{6}, \text{ so ist } a_n = \frac{1}{2} a_p \sqrt{3} + \varrho_p \text{ und}$$

$$a_p = \frac{1}{2} a_n \sqrt{3} - \varrho_n$$

(a bedeutet die Seite und ϱ den kleinen Radius eines regulären Vielecks).

1. **Beweis.** Es sei allgemein $\frac{1}{n} \pm \frac{1}{p} = \frac{1}{s}$, der Radius des umgeschriebenen Kreises $= 1$; dann ist

$$a_n = 2 \sin\frac{\pi}{n} = 2 \sin\frac{\pi}{s} \cos\frac{\pi}{p} \mp 2 \cos\frac{\pi}{s} \sin\frac{\pi}{p};$$

nun ist $\cos\frac{\pi}{p} = \varrho_p$ und $\sin\frac{\pi}{p} = \frac{1}{2} a_p$; folglich

$$a_n = 2 \varrho_p \sin\frac{\pi}{s} \mp a_p \cos\frac{\pi}{s}.$$

---

*) Die Leser seien aufmerksam gemacht auf die abgek. Schreibweise der HHrn. Spezialredakteure $\cos\frac{b}{2}^2$ statt $\left(\cos\frac{b}{2}\right)^2$. Vrgl. Hft. 2. S. 135. Red.

Ebenso ist

$$a_p = 2\sin\frac{\pi}{p} = \pm 2\sin\frac{\pi}{s}\cos\frac{\pi}{n} \mp 2\cos\frac{\pi}{s}\sin\frac{\pi}{n} = \pm 2\varrho_n \sin\frac{\pi}{s}$$

Für $s = 6$ gehen diese Formeln in die gegebenen über.

ARTZT (Recklinghausen). FUHRMANN (Königsberg i. Pr.). (Homburg v. d. H.) HOCH (Lübeck.) KIEHL (Bromberg.) (Leipzig.) SIEVERS (Frankenberg i. S.) STEGEMANN (P

2. Beweis. Es sei M der Mittelpunkt des Kreises, und $BC = a_p$, so ist, da $\frac{360^0}{n} + \frac{360^0}{p} = 60^0$, $\sphericalangle$ A

Man findet leicht $r^2 = \frac{a_n^2}{4} + \varrho_n^2$, $r^2 = \frac{a_p^2}{4} + \varrho_p^2$, $r^2 =$
$- 2\, a_n a_p \cos ABC = a_n^2 + a_p^2 + a_n a_p \sqrt{3}$, woraus die Formeln leicht zu entwickeln sind. 289 wird wie 288 ist $r^2 = a_n^2 + a_p^2 - a_n a_p \sqrt{3}$.

KLEINMICHEL (Kempen i.

3. Beweis. Es sei $MD = \varrho_n$ und $MF = \varrho_p$; $DG \perp MF$ und $BH \perp DG$, so ist $\sphericalangle DMF = 30^0$, und $DG =$ also $\varrho_n \sin 30^0 = \frac{1}{2} a_n \cos 30^0 + \frac{1}{2} a_p$, mithin $a_p = \varrho_n -$
Ferner sei $FK \perp MD$ und $BI \perp FK$; dann ist $FK =$ also $\varrho_p \sin 30^0 = \frac{1}{2} a_n + \frac{1}{2} a_p \cos 30^0$, mithin $a_n = \varrho_p -$
In 289 sei $AB = a_n$, $BC' = a_p$ (C' liegt zwischen A fällt man $DG' \perp CF'$, $BH' \perp DG'$, $F'K' \perp MD$ und F so ist $DG' = DH' - H'G'$, also $\varrho_n \sin 30^0 = \frac{1}{2} a_n \cos 3$
und $F'K' = BD - BI'$, also $\varrho_p \sin 30^0 = \frac{1}{2} a_n - \frac{1}{2} a_p \cos$

BENDIX (

4. Beweis. Man konstruiere über AB und BC seitigen Dreiecke ABL und BCN, so ist $BLMN$ ein gramm (in 288 liegt L zwischen M und D, N zwischen in 289 liegt M zwischen L und D, F zwischen M und ist. $MD = LD \pm ML$; da $ML = BN = BC$, so ist

$$\varrho_n = \frac{1}{2} a_n \sqrt{3} \pm a_p.$$

Ferner $MF = MN \pm NF$, da $MN = LB = AB$, so i

$$\varrho_p = a_n \pm \frac{1}{2} a_p \sqrt{3}.$$

VALTA (Münc

5. Beweis. Ein Kreis mit AB um B treffe MD in E, so ist $\triangle ABC \cong BEM$, also

$$BC = ME = a_p = MD - DE = \varrho_n - \frac{1}{2} a_n \sqrt{3}.$$

Artzt. Hülsen (Lichterfelde.)

Die Bedingung $\frac{1}{n} + \frac{1}{p} = \frac{1}{6}$ kann nur durch folgende reguläre Vielecke erfüllt werden: 7eck und 42eck; 8eck und 24eck; 9eck und 18eck; 10eck und 15eck; 12eck und 12eck. Hervorzuheben ist

$$a_{15} = \frac{r}{4}\left[\sqrt{10 + 2\sqrt{5}} - (\sqrt{15} - \sqrt{3})\right],$$

$$\varrho_{15} = \frac{r}{8}\left(\sqrt{5} - 1 + \sqrt{30 + 6\sqrt{5}}\right).$$

Der Beweis von 289 ist ganz ähnlich; der Satz gilt für folgende reguläre Vielecke: 5eck und 30eck, 4eck und 12eck, 3eck und 6eck.

Hülsen.

290. (Gestellt von Fuhrmann XIV$_3$, 192.) Die Winkel α, β, γ eines Dreiecks zu berechnen aus $\cos\alpha \cos\beta \cos\gamma = p$ und $\sin\alpha \sin\beta \sin\gamma = q$.

1. Aufl. Setzt man $\cot\alpha + \cot\beta + \cot\gamma = \cot\vartheta$, so ist auch

$$\cot\vartheta = \frac{1 + \cos\alpha \cos\beta \cos\gamma}{\sin\alpha \sin\beta \sin\gamma} = \frac{1 + p}{q};$$

$\cot\beta \cot\gamma + \cot\gamma \cot\alpha + \cot\alpha \cot\beta = 1$; $\cot\alpha \cot\beta \cot\gamma = \frac{p}{q}$; also sind $\cot\alpha$, $\cot\beta$, $\cot\gamma$ die Wurzeln der Gleichung:

$$qz^3 - (1 + p) z^2 + qz - p = 0.$$

Fuhrmann. Scheffers.

2. Aufl. Es ist wie vorher $\cot\alpha + \cot\beta + \cot\gamma = \frac{1+p}{q}$ (1); ferner $\operatorname{tg}\alpha \operatorname{tg}\beta \operatorname{tg}\gamma = \frac{q}{p}$ (2); endlich $\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta + \operatorname{tg}\gamma = \frac{q}{p}$ (3). Gleichung (1) läfst sich schreiben in der Form:

$$\frac{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta}{\operatorname{tg}\alpha \operatorname{tg}\beta} + \frac{1}{\operatorname{tg}\gamma} = \frac{1+p}{q};$$

ersetzt man hierin $\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta$ durch $\frac{q}{p} - \operatorname{tg}\gamma$ (nach 3) und $\operatorname{tg}\alpha \operatorname{tg}\beta$ durch $\frac{q}{p \operatorname{tg}\gamma}$ (nach 2), so erhält man:

$$p \operatorname{tg}\gamma^3 - q \operatorname{tg}\gamma^2 + (1 + p) \operatorname{tg}\gamma - q = 0.$$

Artzt. Bermann (Liegnitz.) Kiehl. Sievers. Stegemann. Stoll (Bensheim.) Valta.

3. Aufl. $p \sin\alpha - q \cos\alpha = - \sin\alpha \cos\alpha^2$, also

$$p \frac{\pm \operatorname{tg}\alpha}{\sqrt{1+\operatorname{tg}\alpha^2}} - q \frac{\pm 1}{\sqrt{1+\operatorname{tg}\alpha^2}} = - \frac{\pm \operatorname{tg}\alpha}{\sqrt{1+\operatorname{tg}\alpha^2}} \cdot \frac{1}{1+\operatorname{tg}\alpha^2};$$

mithin $p \operatorname{tg}\alpha (1 + \operatorname{tg}\alpha^2) - q (1 + \operatorname{tg}\alpha^2) = - \operatorname{tg}\alpha$, und
$p \operatorname{tg}\alpha^3 - q \operatorname{tg}\alpha^2 + (p+1) \operatorname{tg}\alpha - q = 0.$ GLASER.

4. Aufl. $\cos\alpha^6 - (1-2p)\cos\alpha^4 - (2p - p^2 - q^2)\cos\alpha^2 = p^2.$
HODUM (Stafsfurt.)

291. (Gestellt von Fuhrmann XIV_3, 192.) Gegeben

$$\cos\frac{1}{2}\alpha \cos\frac{1}{2}\beta \cos\frac{1}{2}\gamma = c, \quad \sin\frac{1}{2}\alpha \sin\frac{1}{2}\beta \sin\frac{1}{2}\gamma = s;$$

gesucht $\cos\alpha \cos\beta \cos\gamma$ und $\sin\alpha \sin\beta \sin\gamma$.

1. Aufl. Durch Multiplikation ergiebt sich sofort

$$\sin\alpha \sin\beta \sin\gamma = 8\,cs.$$

Das gesuchte Produkt der Cosinus sei $= x$. Es gelten folgende Formeln: $\Sigma \cos\alpha = 1 + 4s$ (1); $\Sigma \cos\alpha^2 = 1 - 2x$;
$2\Sigma \cos\alpha \cos\beta = (\Sigma \cos\alpha)^2 - \Sigma \cos\alpha^2 = (1+4s)^2 - 1 + 2x$
$= 8s + 16s^2 + 2x$. Ferner ist
$8c^2 = (1+\cos\alpha)(1+\cos\beta)(1+\cos\gamma) = 1 + \Sigma\cos\alpha + \Sigma\cos\alpha\cos\beta + x$
$= 1 + 1 + 4s + 4s + 8s^2 + x + x$, woraus folgt

$$x = \cos\alpha \cos\beta \cos\gamma = 4c^2 - (2s+1)^2.$$

ARTZT. BERMANN. FUHRMANN. GLASER. HODUM. KIEHL. SIEVERS. STEGEMANN. STOLL. VALTA.

2. Aufl. $c \sin\frac{1}{2}\alpha - s \cos\frac{1}{2}\alpha = \sin\frac{1}{2}\alpha^2 \cos\frac{1}{2}\alpha$, mithin

$$c\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}} = \frac{1-\cos\alpha}{2}\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{2}} + s\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{2}},$$

woraus folgt

$$\cos\alpha^3 - \cos\alpha^2(1+4s) + \cos\alpha(4s^2 + 4c^2 - 1) - (4c^2 - 4s^2 - 4s - 1) = 0,$$

also $\cos\alpha \cos\beta \cos\gamma = 4c^2 - (2s+1)^2.$ GLASER.

292. (Gestellt von Fuhrmann XIV_3, 192.) Für die Winkel eines Dreiecks gelten die Formeln.
$\sin\alpha^3 \cos(\beta-\gamma) + \sin\beta^3 \cos(\gamma-\alpha) + \sin\gamma^3 \cos(\alpha-\beta) = 3 \sin\alpha \sin\beta \sin\gamma$
und $\sin\alpha \cos\alpha^3 + \sin\beta \cos\beta^3 + \sin\gamma \cos\gamma^3$

$$= \sin\alpha \sin\beta \sin\gamma\,(1 - 4 \cos\alpha \cos\beta \cos\gamma).$$

1. Beweis. Unter Beibehaltung der in 290 eingeführten Bezeichnungen wird die linke Seite der ersten Gleichung
$= \Sigma \sin\alpha^3 \cos\beta \cos\gamma + \Sigma \sin\alpha^3 \sin\beta \sin\gamma = \Sigma \sin\alpha \cos\beta \cos$
$- \Sigma \sin\alpha \cos\alpha^2 \cos\beta \cos\gamma + \Sigma \sin\alpha^3 \sin\beta \sin\gamma = p\Sigma \operatorname{tg}\alpha - \frac{p}{2}\Sigma \sin$

$+ q \Sigma \sin\alpha^2 = p \cdot \frac{q}{p} - \frac{p}{2} \cdot 4q + q(2 + 2p) = 3q.$ — Die linke Seite der zweiten Gleichung ist

$$= \frac{1}{2} \Sigma \sin 2\alpha \cdot \frac{1 + \cos 2\alpha}{2} = \frac{1}{4} \Sigma \sin 2\alpha + \frac{1}{8} \Sigma \sin 4\alpha.$$

Nun ist $\Sigma \sin 2\alpha = 4q$; $\Sigma \sin 4\alpha = -4 \sin 2\alpha \sin 2\beta \sin 2\gamma$. Folglich der obige Ausdruck $= q - 4pq = q(1 - 4p)$.

Artzt. Fuhrmann. Glaser. Hodum. Kiehl. Sievers. Stegemann. Stoll. Valta.

2. Beweis (für die 1. Behauptung). Da $\sin\alpha \cos(\beta - \gamma) = \sin(\beta + \gamma)\cos(\beta - \gamma) = \frac{1}{2}(\sin 2\beta + \sin 2\gamma) = \sin\beta\cos\beta + \sin\gamma\cos\gamma$ ist, so geht die linke Seite der Behauptung über in:

$$\sin\alpha^2 (\sin\beta \cos\beta + \sin\gamma \cos\gamma) + \sin\beta^2 (\sin\gamma \cos\gamma + \sin\alpha \cos\alpha) + \sin\gamma^2 (\sin\alpha \cos\alpha + \sin\beta \cos\beta).$$

Faſst man nun den 1. und 4. Summanden, den 2. und 5., sowie den 3. und 6. zusammen, so erhält man:

$$\sin\alpha \sin\beta (\sin\alpha \cos\beta + \cos\alpha \sin\beta) + \sin\gamma \sin\alpha (\sin\alpha \cos\gamma + \sin\gamma \cos\alpha) + \sin\beta \sin\gamma (\sin\beta \cos\gamma + \cos\beta \sin\gamma) = 3 \sin\alpha \sin\beta \sin\gamma.$$

Artzt.

293. (Gestellt von Fuhrmann XIV$_3$, 192.) In einem beliebigen sphärischen Dreieck ABC werde die Transversale $AA' = t$ gezogen, welche die Fläche in zwei gleiche Teile teilt; dieselbe soll berechnet werden. Es ergiebt sich z. B.

$$\cos\lambda = \frac{\cos\frac{1}{2}a\left(4\cos\frac{1}{2}b^2\cos\frac{1}{2} - c^2\cos\frac{1}{2}b^2 - \cos\frac{1}{2}c^2\right) + 2\cos\frac{1}{2}b\cos\frac{1}{2}c\left(\cos\frac{1}{2}b^2 + \cos\frac{1}{2}c^2 - 1\right)}{\cos\frac{1}{2}a\left(\cos\frac{1}{2}b^2 + \cos\frac{1}{2}c^2 + 2\cos\frac{1}{2}a\cos\frac{1}{2}b\cos\frac{1}{2}c\right)}$$

1. Aufl. Ist E der sphärische Exceſs, so hat man

$$\sin\frac{E}{2} = \frac{\sin\frac{a}{2}\sin\frac{b}{2}\sin\gamma}{\cos\frac{c}{2}}.$$

Bezeichnet man BA' mit m und CA' mit n und wendet die letzte Formel auf die Dreiecke BAA' und CAA' an, so ergiebt sich

$$\sin\frac{E}{4} = \frac{\sin\frac{t}{2}\sin\frac{m}{2}\sin A'}{\cos\frac{c}{2}} = \frac{\sin\frac{t}{2}\sin\frac{n}{2}\sin A'}{\cos\frac{b}{2}},$$

also $\sin\frac{m}{2}\cos\frac{b}{2} = \sin\frac{n}{2}\cos\frac{c}{2}$ (1) oder $\sin\frac{m}{2}\cos\frac{b}{2} = \sin\frac{a-m}{2}\cos\frac{c}{2}$,

also $\cot\frac{m}{2} = \frac{\cos\frac{b}{2} + \cos\frac{a}{2}\cos\frac{c}{2}}{\sin\frac{a}{2}\cos\frac{c}{2}}$ und daraus $\sin\frac{m}{2} = \frac{\sin\frac{a}{2}\cos\frac{c}{2}}{\sqrt{B}}$,

wo $$R = \cos\frac{b}{2}^2 + \cos\frac{c}{2}^2 + 2\cos\frac{a}{2}\cos\frac{b}{2}\cos\frac{c}{2};$$

ferner $$\cos\frac{m}{2} = \frac{\cos\frac{b}{2} + \cos\frac{a}{2}\cos\frac{c}{2}}{\sqrt{R}};$$

$$\sin m = \frac{2\sin\frac{a}{2}\cos\frac{c}{2}\left(\cos\frac{b}{2} + \cos\frac{a}{2}\cos\frac{c}{2}\right)}{R} \quad (2);$$

$$\cos m = \frac{\cos\frac{b}{2}^2 + \cos a\cos\frac{c}{2}^2 + 2\cos\frac{a}{2}\cos\frac{b}{2}\cos\frac{c}{2}}{R}.$$

Nun ist $\cos t = \cos c\cos m + \sin c\sin m\cos\beta$; mithin

$$R\cos t = \cos c\left(\cos\frac{b}{2}^2 + \cos a\cos\frac{c}{2}^2 + 2\cos\frac{a}{2}\cos\frac{b}{2}\cos\frac{c}{2}\right)$$
$$+ 2\sin c\cos\beta\sin\frac{a}{2}\cos\frac{c}{2}\left(\cos\frac{b}{2} + \cos\frac{a}{2}\cos\frac{c}{2}\right).$$

Wir multiplizieren mit $\cos\frac{a}{2}$ und setzen

$$\sin c\sin a\cos\beta = \cos b - \cos a\cos c,$$

so ist

$$R\cos\frac{a}{2}\cos t = \cos c\left(\cos\frac{b}{2}^2 + \cos a\cos\frac{c}{2}^2 + 2\cos\frac{a}{2}\cos\frac{b}{2}\cos\frac{c}{2}\right)$$
$$\cdot\cos\frac{a}{2} + \left(\cos b - \cos a\cos c\right)\cos\frac{c}{2}\left(\cos\frac{b}{2} + \cos\frac{a}{2}\cos\frac{c}{2}\right)$$
$$= \cos\frac{a}{2}\left(\cos c\cos\frac{b}{2}^2 + \cos b\cos\frac{c}{2}^2\right) + \cos\frac{b}{2}\cos\frac{c}{2}\left(\cos b + \cos c\right) \quad (3).$$

Durch Einführung der halben Winkel erhält man die gegebene Formel. FUHRMANN.

2. Aufl. Zunächst sei AA' eine beliebige Transversale; dann st $\cos b = \cos n\cos t + \sin n\sin t\cos AA'B$ und

$$\cos c = \cos m\cos t - \sin m\sin t\cos AA'B;$$

also, wenn $\cos AA'B$ eliminiert wird,

$$\frac{\cos b - \cos n\cos t}{\sin n} = -\frac{\cos c - \cos m\cos t}{\sin m}$$

oder

$$\cos b\sin m + \cos c\sin n = (\sin m\cos n + \cos m\sin n)\cos t = \sin a\cos t \quad (4).$$

Für den speziellen Fall, dafs AA' das Dreieck halbiert, erhält man wie in der 1. Aufl. die Formeln (1) und (2), und ebenso findet man noch $\sin n = \dfrac{2\sin\frac{1}{2}a\cos\frac{1}{2}b\left(\cos\frac{1}{2}c + \cos\frac{1}{2}a\cos\frac{1}{2}b\right)}{\sqrt{R}}$. Dies in (4) eingesetzt giebt die gegebene Formel. ARTZT. STOLL.

Anmerkung †. Die Aufgabe ist durch Konstruktion gelöst von Steiner, Band I, Seite 109.

294. Gestellt von Fuhrmann XIV$_3$, 192.) Für das sphärische Dreieck in 293 gilt die Formel $\sin a \cos t = \cos b \sin m + \cos c \sin n$.

1. Aufl. Man kann Gleichung (3) (293, 1. Aufl.) in die Form bringen:

$$R \cos t = \cos b \left(\cos\frac{c}{2}^2 + \frac{\cos\frac{b}{2}\cos\frac{c}{2}}{\cos\frac{a}{2}} \right) + \cos c \left(\cos\frac{b}{2}^2 + \frac{\cos\frac{b}{2}\cos\frac{c}{2}}{\cos\frac{a}{2}} \right)$$

$$= \frac{\cos b \cos\frac{c}{2}}{\cos\frac{a}{2}} \left(\cos\frac{a}{2}\cos\frac{c}{2} + \cos\frac{b}{2} \right) + \frac{\cos c \cos\frac{b}{2}}{\cos\frac{a}{2}} \left(\cos\frac{a}{2}\cos\frac{b}{2} + \cos\frac{c}{2} \right)$$

$$= \frac{R \sin m \cos b}{\sin a} + \frac{R \sin n \cos c}{\sin a}$$

oder $\cos t \sin a = \cos b \sin m + \cos c \sin n$. FUHRMANN.

2. Aufl. Die verlangte Formel ist als Formel (4) in 293, 2. Aufl. und zwar für alle Transversalen giltig entwickelt.

ARTZT. GLASER. STOLL.

295. (Gestellt von Schlömilch XIV$_3$, 192.) Eine Schuld soll so getilgt werden, daſs die jährlichen Abzahlungen eine fallende geometrische Progression bilden. Man soll die Bedingung aufstellen, unter welcher der Schuldrest fortwährend abnimmt, und im entgegengesetzten Falle die Zeit bestimmen, zu welcher der Schuldrest ein Minimum erreicht.

1. Aufl. Es sei A das entliehene Kapital, p der Prozentsatz und $1 + \frac{p}{100} = q$; die jährlichen Abzahlungen mögen die fallende Progression B, $B\beta$, $B\beta^2$ etc. bilden, endlich bezeichne R_n den am Ende des $(n-1)$ten Jahres verbleibenden Schuldrest; für diesen findet sich leicht $R_n = Aq^n - B\frac{q^n - \beta^n}{q - \beta}$, $(q > 1,\ \beta < 1)$ (1).

Für $R_n = 0$ ergiebt sich hieraus $n = \frac{\lg B - \lg[B - A(q-\beta)]}{\lg q - \lg \beta}$ (2).

Man unterscheide nun die drei Fälle, ob B gleich, gröſser oder kleiner als $A(q-\beta)$ ist. Für $B = A(q-\beta)$ wird $R_n = A\beta^n$; daraus folgt, daſs R_n bei wachsenden n fortwährend abnimmt und sich asymptotisch der Grenze Null nähert. Für $B > A(q-\beta)$ wird $R_n < A\beta^n$, mithin nimmt R_n rascher ab als im vorigen Falle; und den Wert n, für welchen R_n verschwindet, findet man aus (2), so daſs hier der Endwert $R_n = 0$ wirklich erreicht wird. Für $B < A(q-\beta)$ liefert die Formel (2) einen imaginären Wert von n; es ist also ein von Null verschiedenes Minimum des R_n zu erwarten. Tritt dieses für $n = k$ ein, so müssen die Bedingungen $R_k < R_{k+1}$ und $R_k < R_{k-1}$ gleichzeitig stattfinden; aus ihnen ergiebt sich,

wenn die Abkürzung $\frac{B}{A(q-\beta)-B}\cdot\frac{1-\beta}{q-1}=\gamma$ benutzt wird, $\left(\frac{q}{\beta}\right)^k>\gamma$, $\left(\frac{q}{\beta}\right)^{k-1}<\gamma$ oder $k>\frac{\lg\gamma}{\lg q-\lg\beta}$, $k<1+\frac{\lg\gamma}{\lg q-\lg\beta}$.
Die beiden Grenzen differieren um 1 und liefern daher eine unzweideutige Bestimmung der ganzen Zahl k.

Das Beispiel $A=100$, $p=4$, $q=1{,}04$, $B=7$, $\beta=0{,}92$ gehört zum dritten Falle und giebt $\gamma=2{,}8$, $k>8{,}4\ldots$, $k<9{,}4\ldots$ mithin $k=9$.

Nur in dem speziellen Falle, wo der Quotient $\lg\gamma:(\lg q-\lg\beta)$ selber eine ganze Zahl g ist, werden die Ungleichungen $k>g$ und $k<1+g$ unbrauchbar; dann gelten aber, wie man leicht finden wird, die beiden Werte $k=g$, $k=g+1$, und das Minimum des Schuldrestes kommt zweimal nacheinander vor. Für $A=17\,362$, $q=1{,}04$, $B=1000$, $\beta=0{,}92$ wird z. B. $g=5$ und das Minimum $R_5=R_6=16\,477{,}1$.

Schlömilch. Frölich (Lichterfelde). Glaser. Kiehl. Schuster (Pola). Stegemann. Stoll. Valta.

2. Aufl. (1) und (2) werden wie vorher gefunden. Soll ein Minimum eintreten, so mufs R_n-R_{n+1} erst positiv und dann negativ werden, also die Grenze Null überschreiten; daher ist $R_k-R_{k+1}=0$, woraus sich derselbe Wert für k ergiebt.

Artzt. Fleischhauer (Gotha).

3. Aufl. (1) und (2) wie in der ersten Auflösung. Der Minimalwert des Restes wird mit dem Jahre erreicht, wo die Abtragung nur noch zur Deckung der Zinsen hinreicht; es ist also $\left(Aq^k-B\frac{q^k-\beta^k}{q-\beta}\right)(q-1)=B\beta^k$, woraus sich derselbe Wert für k ergiebt.

Sievers.

Zusatz. Wenn die Tilgungsraten eine fallende arithmetische Progression bilden, so ist die betreffende Formel zwar nicht schwer zu entwickeln, dürfte aber für die Schule doch ungeeignet sein; nur in einem speziellen Falle gestaltet sich die Sache einfach. Bleiben die Bezeichnungen wie vorher, ist ferner B die erste Tilgungsrate und jede spätere Rate um den Zins von B kleiner als ihre Vorgängerin, so bilden die Raten die Progression B, $B-B(q-1)$, $B-2B(q-1)$, $B-3B(q-1)$, ... oder B, $B(2-q)$, $B(3-2q)$, $B(4-3q)$ ..... und hieraus ergiebt sich als Wert der Schuld nach n Jahren $R_n=Aq^n-Bn$. Je nach der Gröfse von B sind hier die zwei Hauptfälle möglich, dafs R_n entweder fortwährend wächst oder anfangs ab- und später zunimmt, also ein Minimum erreicht. Ist letzteres positiv, so wird R_n niemals $=0$; ist es negativ, so wird $R_n=0$ für zwei Werte des n, von dener selbstverständlich nur der kleinere gilt, wie z. B. für $A=100($

$q = 1{,}04$; $B = 107$, wobei die konstante Differenz der Raten $= 4{,}28$ ist und einander die folgenden Werte von n und R_n entsprechen

$n =$	23	24	25	26	27	28
$R_n =$	$+ 3{,}72$	$- 4{,}70$	$- 9{,}16$	$- 9{,}53$	$- 5{,}63$	$+ 2{,}70.$

Es fragt sich, ob diese Fälle einigermafsen elementar diskutiert werden können. SCHLÖMILCH.

Eine Beantwortung der eben gestellten Frage und zwar für den allgemeineren Fall möchte in dem Folgenden enthalten sein:

Die Ratenzahlung fällt in arithmetischer Progression, so dafs

$$R_n = Aq^n$$

$$-[Bq^{n-1} + (B-d)q^{n-2} + (B-2d)q^{n-3} + \ldots (B-(n-1)d)].$$

Wir setzen $B - (n-1)d = \alpha$, so ist der Subtrahend $S_n = \alpha + (\alpha + d)q + (\alpha + 2d)q^2 + \ldots + (\alpha + (n-1)d)q^{n-1}$. Schreiben wir daher die drei Reihen S_n, $-2qS_n$, $+q^2S_n$ so untereinander, dafs die Glieder mit gleichen Potenzen von q untereinander kommen, und addieren, so bleiben nur die zwei ersten und zwei letzten Glieder stehen. Dann ist

$$S_n = \frac{(B-(n-1)d) - (B-nd)q - (B+d)q^n + Bq^{n+1}}{(q-1)^2};$$

$S_n - S_{n-1} = \frac{d - (B+d)q^{n-1} + Bq^n}{q-1}$; und da $R_n - R_{n-1} = Aq^n - Aq^{n-1} - (S_n - S_{n-1})$, so ist $R_n - R_{n-1} = Aq^{n-1}(q-1) - \frac{d - (B+d)q^{n-1} + Bq^n}{q-1}$. Setzt man nun wie in der 2. Aufl. $R_n - R_{n-1} = 0$, so ist $q^{n-1}\left(\frac{p^2}{100} - \frac{pB}{100} + d\right) = d$. Für $\frac{p^2}{100} - \frac{pB}{100} + d > 0$ ist ein reelles n möglich, also tritt dann ein Minimum ein zu Ende des Jahres, welches zwischen die Brüche $n-1$ und n fällt. Für $\frac{p^2}{100} - \frac{pB}{100} + d < 0$ nimmt die Schuld stets ab.

ARTZT.

40. (Gestellt von Lieber und v. Lühmann VII, 49.) Ein Dreieck zu konstruieren aus dem Umfange $a + b + c$, der Halbierungslinie $CD = w_c$ des Winkels γ und dem Verhältnis $a : b$ der einschliefsenden Seiten.

Anal. Man verlängere BC über C um CA bis E; eine Parallele durch B zu CA treffe EA in F; dann ist $EA : w_c = a + b : a$, also EA bekannt; ferner $EA : EF = b : a + b$, also EF bekannt. Da $\triangle\, EBF$ gleichschenklig, so ist ein Ort für B die Mittelsenkrechte von EF. Also kennt man vom Dreieck AFB eine Seite AF, eine Gerade als Ort für die gegenüberliegende Ecke B und die Summe der beiden anderen Seiten $BF + AB = a + b + c$; das Dreieck ist also in bekannter Weise zu konstruieren.

FUHRMANN.

Eine andere Analysis findet sich in dem geom. Konstr.-Aufg. von Lieber und v. Lühmann 3. Aufl. u. d. f. §. 66, 56.

41. (Gestellt von Binder VII, 49.) Ein Dreieck zu konstruieren aus $h_c + p$, $h_c + q$, γ. (p und q sind die von $h_c = CD$ auf AB gebildeten Abschnitte, $BD = p$, $AD = q$.)

Anal. Auf der Verlängerung von CD über D trage man $DE = DA$ und $DF = DB$ ab; AE und BF schneiden sich in G. Dann sind C, E, F, G bestimmt. Es ist also ein Dreieck zu konstruieren, von welchem $\sphericalangle\ \gamma$, dessen Scheitelpunkt C fest liegt, gegeben ist, während die beiden anderen Ecken auf den Geraden GE und FG liegen, und AB eine gegebene Richtung hat. Das Dreieck ist dann mit Hülfe eines ähnlichen Dreiecks leicht zu konstruieren.

Die Analysis der Aufgabe $h_c + p$, $h_c + q$, $\alpha - \beta$ ist ähnlich.

Fuhrmann.

Zwei andere Analysen der beiden Aufgaben finden sich in den geom. Konstr.-Aufg. von Lieber und v. Lühmann 3. Aufl. u. d. f. §. 53, 18 und 19.

B) Neue Aufgaben.

330. Mit Hülfe der Differentialrechnung ist leicht zu finden, dafs die Funktion $\frac{1}{\sqrt{x}}(1 + x - \sqrt[n]{1 + x^n})$ für $x = 1$ ihr Maximum $2 - \sqrt{2}$ erreicht, dafs also für jedes positive, von der Einheit verschiedene x die Ungleichung besteht

$$1 + x - \sqrt[n]{1 + x^n} < (2 - \sqrt[n]{2})\sqrt{x},$$

aus welcher für $x = \frac{b}{a}$ folgt:

$$\sqrt[n]{a^n + b^n} > a + b - (2 - \sqrt[n]{2})\sqrt{ab},\ (a \lesseqgtr b).$$

Bei Untersuchungen über Grenzwerte läfst sich diese Relation nicht selten vorteilhaft benutzen und es ist daher eine elementare Herleitung derselben zu wünschen.

Schlömilch.

331. Bei ganzen positiven m kann es vorkommen, dafs in der Reihe $\binom{m}{0} + \binom{m}{1}x + \binom{m}{2}x^2 + \ldots$ zwei benachbarte Glieder gleich und zwar die Maximalterme sind; so liefert z. B. $\left(1 + \frac{2}{5}\right)^{13}$ die Reihe

$$1 + 5,2 + 12,48 + 18,304 + 18,304 + 13,17888 + \ldots$$

Für ein gegebenes m sollen nun diejenigen x gesucht werden bei denen jener Fall eintritt, und aufserdem sind die Indices der Maximalterme a priori zu bestimmen.

Schlömilch.

Sätze über den Brocard'schen Kreis im Anschlufs an 299—301 (XIV_4, 270, 271).

Die Schnittpunkte von $\beta_1 \gamma_1$ und $\beta_2 \gamma_2$ mit BC sollen bez. L_1 und L_2, die von $\gamma_1 \alpha_1$ und $\gamma_2 \alpha_2$ mit CA bez. M_1 und M_2, die von $\alpha_1 \beta_1$ und $\alpha_2 \beta_2$ mit AB bez. N_1 und N_2 genannt werden; ferner werde der Durchschnittspunkt von $\beta_1 \gamma_1$ und $\beta_2 \gamma_2$ durch α_3, der von $\gamma_1 \alpha_1$ und $\gamma_2 \alpha_2$ durch β_3, der von $\alpha_1 \beta_1$ und $\alpha_2 \beta_2$ durch γ_3 bezeichnet.

332. Die sechs Punkte L_1, L_2, M_1, M_2, N_1, N_2 liegen auf einem Kreise, der mit dem Brocard'schen Kreise des Dreiecks ABC koncentrisch ist und den Radius $\frac{1}{2} r \sec \vartheta$ hat.

STOLL (Bensheim).

333. Die Vierecke $\beta_3 \gamma_3 \alpha_2 \alpha_1$, $\gamma_3 \beta_2 \alpha_3 \beta_1$, $\alpha_3 \gamma_2 \beta_3 \gamma_1$ sind centrisch und die ihnen umgeschriebenen Kreise schneiden sich in dem Mittelpunkt des Brocard'schen Kreises. STOLL.

334. Die Dreiecke $\alpha_1 \beta_1 \gamma_1$ und $\alpha_2 \beta_2 \gamma_2$ sind kongruent und verhalten sich zum Dreieck ABC, das ihnen ähnlich ist, wie $1 : 4 \sin \vartheta^2$. ARTZT (Recklinghausen). STOLL.

335. Die Mittelpunkte H, H_1 und H_2 der Kreise um ABC, $\alpha_1 \beta_1 \gamma_1$ und $\alpha_2 \beta_2 \gamma_2$ liegen auf einer zu OO' parallelen Geraden; H halbiert $H_1 H_2$ und es ist $HO^2 = HH_2 \cdot OO'$.

ARTZT. STOLL.

336. Der Punkt O ist der erste Segmentärpunkt des Dreiecks $\alpha_1 \beta_1 \gamma_1$; Punkt O' ist der zweite Segmentärpunkt des Dreiecks $\alpha_2 \beta_2 \gamma_2$; ferner ist der Mittelpunkt des Brocard'schen Kreises der Grebe'sche Punkt für die beiden Dreiecke $\alpha_1 \beta_1 \gamma_1$ und $\alpha_2 \beta_2 \gamma_2$.

ARTZT. STOLL.

337. Die Verbindungslinien $H_1 O$ und $H_2 O'$ schneiden sich im Pole D' der Sehne $O O'$ des Brocard'schen Kreises.

STOLL.

338. Die Verbindungslinien $L_1 M_2$, $M_1 N_2$, $N_1 L_2$ gehen durch den Grebe'schen Punkt K des Dreiecks ABC; und die Dreiecke $L_1 M_1 N_1$ und $L_2 M_2 N_2$ sind deshalb perspektivisch und haben K zum Projektionscentrum. STOLL.

339. Die Dreiecke $L_1 M_1 N_1$ und $L_2 M_2 N_2$ sind unter sich kongruent und ähnlich dem Dreieck ABC. STOLL.

340. Dreht man $\alpha_1 \beta_1 \gamma_1$ um den Punkt O, $\alpha_2 \beta_2 \gamma_2$ um O', beide um $90^0 - \vartheta$, aber ersteres in der Richtung ABC, das andere in der Richtung ACB, so liegen die drei Dreiecke ähnlich; O ist dann Ähnlichkeitspunkt der Dreiecke $\alpha_1 \beta_1 \gamma_1$ und ABC, O' der von $\alpha_2 \beta_2 \gamma_2$ und ABC, der unendlich ferne Punkt auf OO' der von $\alpha_1 \beta_1 \gamma_1$ und $\alpha_2 \beta_2 \gamma_2$. ARTZT.

341. Hat $\triangle\, abc$ den Punkt O zum ersten und H_1 zum zweiten Segmentärpunkt und ist $abc \sim \alpha_1 \beta_1 \gamma_1$, so steht ersteres zum letzteren in derselben Beziehung, wie $\alpha_1 \beta_1 \gamma_1$ zu ABC. Denkt

man sich nun diese Reihe der ähnlichen Dreiecke ABC, $\alpha_1\,\beta_1\,\gamma_1$, abc, von denen jedes nachfolgende zum vorhergehenden in derselben Beziehung steht wie $\alpha_1\,\beta_1\,\gamma_1$ zu ABC in infinitum nach vorwärts und rückwärts fortgesetzt, so liegt jede Reihe homologer Punkte, etwa A, α_1, a etc. auf einer Spirale. Die Gleichung der entsprechenden Spirale zu bestimmen. Artzt.

C. Aufgaben aus nichtdeutschen Fachzeitschriften.

Trigonometrische Aufgaben.

168. $\sin x + \sqrt{3}\cos x = \sqrt{2}$.

Auflösung †. Setzt man $\sqrt{3} = \operatorname{tg}\varphi$, so ist $\varphi = 60^0$; mithin $\sin(x + 60^0) = \sqrt{2}\cos 60^0 = \sqrt{\frac{1}{2}} = \sin 45^0 = \sin 135^0 = \sin 405^0$. Daher $x = 75^0$ und $x = 345^0$. Journ. élém.

169. $4\cos 2x + 3\cos x - 1 = 0$.

Auflösung †. $\cos x^2 + \frac{3}{8}\cos x - \frac{5}{8} = 0$; mithin $\cos x = \frac{-3 \pm 13}{16}$. Also $\cos x_1 = \frac{5}{8}$, $x_1 = 51^0\ 19'\ 4''$, 14 und $\cos x_2 = -1$, also $x_2 = 180^0$. Journ. élém.

170. $\operatorname{tg} x^2 + 4\sin x^2 = 3$.

Auflösung †. $1 + \operatorname{tg} x^2 - 4\cos x^2 = 0$, mithin

$$\cos x^4 = \frac{1}{4}\cos x^2 = \frac{1}{2},\quad \cos x = \pm\sqrt{\frac{1}{2}}$$

oder $\cos 2x(\cos 2x + 2) = 0$, also $\cos 2x = 0$ und $x = 45^0$, 135^0, 225^0, 315^0. Journ. élém.

171. $\sin x + \cos x = \frac{1}{\cos x}$.

Auflösung †. $\sin x \cos x = \sin x^2$; daher $\sin x = 0$, also $x = 0^0$, 180^0. Ferner $\operatorname{tg} x = 1$, also $x = 45^0$, 225^0. Journ. élém.

172. $\operatorname{tg} x \cot 2x = \operatorname{tg} 2x \cot x$.

Auflösung †. $1 - \operatorname{tg} x^2 = \pm 2$, also $\operatorname{tg} x = \pm\sqrt{3}$; mithin $x_1 = 60^0$ und $180 - x_2 = 60^0$, also $x_2 = 120^0$. Oder durch korrespondierende Addition und Subtraktion $\frac{\sin 3x}{\sin(-x)} = \frac{\sin 3x}{\sin x}$ oder $2\sin 3x \sin x = 0$, also $\sin x = 0$ oder $\sin 3x = 0$. Journ. élém.

173. $\cot x - \operatorname{tg} x = \sin x + \cos x$.

Auflösung †. $\frac{\cos x^2 - \sin x^2}{\sin x \cos x} = \sin x + \cos x$; daher $\sin x + \cos x = 0$, also $x - 45^0 = 90^0$, $x_1 = 135^0$; ferner $x - 45^0 = 270^0$, also $x_2 = 315^0$. Ferner ist $\cos x - \sin x = \sin x \cos x$; da nun $2\cos x \sin x = 1 - (\cos x - \sin x)^2$, so ist $2(\cos x - \sin x) = 1$

$-(\cos x - \sin x)^2$, mithin $\cos x - \sin x = -1 + \sqrt{2}$, also $\sin(45^0 - x) = \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2}(2-\sqrt{2}) = 1 - \sqrt{\frac{1}{2}}$, und also auch $\cos(45^0 + x) = 1 - \sqrt{\frac{1}{2}}$, $1 - \cos(45^0 + x) = \sqrt{\frac{1}{2}}$; $\sin\frac{45^0 + x}{2} = \pm\sqrt{\frac{1}{2\sqrt{2}}} = \pm\sqrt[4]{\frac{1}{8}}$. Journ. élém.

174. $\sin x + 2x + \sin 3x = 4\cos\frac{x}{2}\cos x\cos\frac{3x}{2}$.

Auflösung †. Es ist $\sin x + \sin 3x = 2\sin 2x\cos x$, daher $\sin 2x(2\cos x + 1) = 4\cos\frac{x}{2}\cos x\cos\frac{3x}{2}$, also $\cos x = 0$ und $x = 90^0$ oder 270^0. Ferner $\sin x(2\cos x + 1) = 2\cos x\cos\frac{3x}{2}$ oder $\sin 2x + \sin x = 2\cos\frac{x}{2}\cos\frac{3x}{2}$ oder $\sin\frac{3x}{2}\cos\frac{x}{2} = \cos\frac{x}{2}\cos\frac{3x}{2}$, also $\cos\frac{x}{2} = 0$, also $x = 180^0$; oder $\operatorname{tg}\frac{3x}{2} = 1$, also $\frac{3x}{2} = 45^0$, 225^0, $x = 30^0$; 150^0. Journ. élém.

175. $\sin x + \sin 2x + 2\sin 3x + \sin 4x + \sin 5x = 0$.

Auflösung †. $2\sin 3x\cos 2x + 2\sin 3x\cos x + 2\sin 3x = 0$; mithin $\sin 3x = 0$, also $3x = 0^0$, 180^0, 360^0, und daher $x_1 = 0^0$, $x_2 = 60^0$, $x_3 = 120^0$. Ferner $\cos 2x + \cos x + 1 = 0$, also $2\cos x^2 + \cos x = 0$, mithin $\cos x = 0$, $x_4 = 90^0$. $\cos x = -\frac{1}{2}$, $x = 120^0$, wie x_3. Journ. élém.

176. Wie grofs ist der Winkel φ, welcher der Seite $x^2 + x + 1$ eines Dreiecks gegenüberliegt, wenn die beiden anderen Seiten $2x + 1$ und $x^2 - 1$ sind?

Auflösung †. $(x^2 + x + 1)^2 = (x^2 - 1)^2 + (2x + 1)^2 - 2(x^2 - 1)(2x + 1)\cos\varphi$; $\cos\varphi = -\frac{1}{2}$, also $\varphi = 120^0$.

Journ. élém.

177. x und y zu berechnen aus den beiden Gleichungen $x(1 + \sin\varphi^2 - \cos\varphi) - y\sin\varphi(1 + \cos\varphi) = c(1 + \cos\varphi)$ (1) und $y(1 + \cos\varphi^2) - x\sin\varphi\cos\varphi = c\sin\varphi$ (2).

Auflösung †. x aus (2) ausgedrückt und in (1) substituiert, giebt $y = \frac{c\sin\varphi}{1 - \cos\varphi} = c\cot\frac{1}{2}\varphi$; wird dieser Wert in (2) substituiert, so ergiebt sich $x = \frac{c(1 + \cos\varphi)}{1 - \cos\varphi} = c\cot\frac{1}{2}\varphi^2$. Journ. élém.

178. Zu beweisen, dafs $\sin\alpha^3\sin(\beta - \gamma) + \sin\beta^3\sin(\gamma - \alpha) + \sin\gamma^3\sin(\alpha - \beta) = \sin(\alpha + \beta + \gamma)\sin(\alpha - \beta)\sin(\beta - \gamma)\sin(\alpha - \gamma)$ ist.

Beweis. Es ist $\sin\alpha^3\sin(\beta - \gamma) + \sin\beta^3\sin(\gamma - \alpha) = \sin\alpha\sin\beta\cos\gamma(\sin\alpha^2 - \sin\beta^2) - \sin\gamma(\sin\alpha^3\cos\beta - \sin\beta^3\cos\alpha)$

Nun ist

$$\sin\alpha^2 - \sin\beta^2 = \sin(\alpha+\beta)\sin(\alpha-\beta) \quad (1).$$

Ferner $\sin\alpha^3\cos\beta - \sin\beta^3\cos\alpha = \sin\alpha\cos\beta(1-\cos\alpha^2)$

$$- \sin\beta\cos\alpha(1-\cos\beta^2) =$$

$$\sin(\alpha-\beta) - \cos\alpha\cos\beta(\sin\alpha\cos\alpha - \sin\beta\cos\beta) =$$

$$\sin(\alpha-\beta) - \frac{1}{2}\cos\alpha\cos\beta(\sin 2\alpha - \sin 2\beta)$$

$$= \sin(\alpha-\beta)(1-\cos\alpha\cos\beta\cos(\alpha+\beta)) \quad (2).$$

Substituiert man (1) und (2) auf der linken Seite der zu beweisenden Gleichung, so kann man $\sin(\alpha-\beta)$ absondern und erhält dann noch: $\sin\alpha\sin\beta\cos\gamma\sin(\alpha+\beta) - \sin\gamma\cos\gamma^2 + \sin\gamma\cos\alpha\cos\beta\cos(\alpha+\beta)$ $= \sin\alpha\sin\beta\cos\beta\sin(\alpha-\gamma) + \cos\alpha\sin\beta^2\sin(\alpha-\gamma) - \sin\gamma(\cos\gamma^2 - \cos\alpha^2)$. Da $\cos\gamma^2 - \cos\alpha^2 = \sin\alpha^2 - \sin\gamma^2 = \sin(\alpha+\gamma)\sin(\alpha-\gamma)$ ist, so kann der Faktor $\sin(\alpha-\gamma)$ abgesondert werden und man erhält noch den Faktor $\sin\alpha\sin\beta\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta^2 - \sin\gamma\sin(\alpha+\gamma)$

$$= \sin\alpha(\sin\beta\cos\beta - \sin\gamma\cos\gamma) + \cos\alpha(\sin\beta^2 - \sin\gamma^2)$$

$$= \sin(\beta-\gamma)(\sin\alpha\cos(\beta+\gamma) + \cos\alpha\sin(\beta+\gamma))$$

$$= \sin(\beta-\gamma)\sin(\alpha+\beta+\gamma).$$

Ähnlich wird bewiesen $\cos\alpha^3\sin(\beta-\gamma) + \cos\beta^3\sin(\gamma-\alpha) + \cos\gamma^3\sin(\alpha-\beta) = \cos(\alpha+\beta+\gamma)\sin(\alpha-\beta)\sin(\gamma-\alpha)\sin(\beta-\gamma)$. Diese Formel folgt aufserdem aus der vorhergehenden, wenn man $90^0-\alpha$, $90^0-\beta$, $90^0-\gamma$ für α, β, γ setzt.

Mathesis.*)

179. Zu beweisen, dafs

$$\cos 2\alpha\cos(\beta+\gamma)^2 + \cos 2\beta\cos(\gamma+\alpha)^2 + \cos 2\gamma\cos(\alpha+\beta)^2$$
$$= 2\cos(\alpha+\beta)\cos(\beta+\gamma)\cos(\gamma+\alpha) + \cos 2\alpha\cos 2\beta\cos 2\gamma \text{ ist.}$$

Beweis.

$2\cos 2\alpha\cos(\beta+\gamma) = \cos(2\alpha+\beta+\gamma) + \cos(2\alpha-\beta-\gamma)$. Mithin $4\cos 2\alpha\cos(\beta+\gamma)^2 = 2\cos(2\alpha+\beta+\gamma)\cos(\beta+\gamma)$ $+ 2\cos(2\alpha-\beta-\gamma)\cos(\beta+\gamma) = 2\cos 2\alpha + \cos 2(\alpha+\beta+\gamma)$ $+ \cos 2(\beta+\gamma-\alpha)$; also $\cos 2\alpha\cos(\beta+\gamma)^2 = \frac{1}{2}\cos 2\alpha$ $+ \frac{1}{4}\cos 2(\alpha+\beta+\gamma) + \frac{1}{4}\cos 2(\beta+\gamma-\alpha)$. Entwickelt man die analogen Formeln für $\cos 2\beta\cos(\gamma+\alpha)^2$ und $\cos 2\gamma\cos(\alpha+\beta)^2$ und addiert die drei Gleichungen, so findet man für die Summe

$$\frac{1}{2}(\cos 2\alpha + \cos 2\beta + \cos 2\gamma + \cos 2(\alpha+\beta+\gamma)) +$$

$$\cos 2(\beta+\gamma-\alpha) + \cos 2(\gamma+\alpha-\beta) + \cos 2(\alpha+\beta-\gamma) + \cos 2(\alpha+\beta+\gamma))$$

Nun ist $\cos\alpha + \cos\beta + \cos\gamma + \cos(\alpha+\beta+\gamma)$

$$= 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2} + 2\cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}+\gamma\right)\cos\frac{\alpha+\beta}{2}$$

*) Mathesis, recueil mathématique, publié par P. Mansion et J. Neuberg. Gand. Librairie Générale de Ad. Hoste. 9 Fr. Le journal paraît vers le 15 de chaque mois par livraisons de 16 pages.

$= 4 \cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha+\gamma}{2}\cos\frac{\beta+\gamma}{2}$. Setzt man in dieser Formel für α, β, γ zunächst $2\alpha, 2\beta, 2\gamma$ und dann $2(\beta+\gamma-\alpha)$, $2(\gamma+\alpha-\beta)$, $2(\alpha+\beta-\gamma)$, so ergiebt sich die Behauptung.

Ähnlich wird bewiesen $\sin 2\alpha \sin(\beta+\gamma)^2 + \sin 2\beta \sin(\gamma+\alpha)^2 + \sin 2\gamma \sin(\alpha+\beta)^2 = 2\sin(\alpha+\beta)\sin(\beta+\gamma)\sin(\gamma+\alpha) + \sin 2\alpha \sin 2\beta \sin 2\gamma$. Diese Formel folgt auch aus der vorhergehenden, wenn $45^0-\alpha$, $45^0-\beta$, $45^0-\gamma$ für α, β, γ gesetzt werden.

Mathesis.

180. Einige Analogieen zwischen algebraischen und goniometrischen identischen Gleichungen. (Auf die aufserordentliche Menge dieser Analogieen haben bereits die Mathematiker des vorigen Jahrhunderts aufmerksam gemacht.)

1. $$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2;$$
$$\sin(\alpha+\beta)\sin(\alpha-\beta) = \sin\alpha^2 - \sin\beta^2.$$

2. $$a(b-c) + b(c-a) + c(a-b) = 0;$$
$$\sin\alpha\sin(\beta-\gamma) + \sin\beta\sin(\gamma-\alpha) + \sin\gamma\sin(\alpha-\beta) = 0.$$

3. $$a^3(b-c) + b^3(c-a) + c^3(a-b)$$
$$+ (a+b+c)(a-b)(b-c)(c-a) = 0;$$
$$\Sigma(\sin\alpha^3\sin(\beta-\gamma))$$
$$+ \sin(\alpha+\beta+\gamma)\sin(\alpha-\beta)\sin(\beta-\gamma)\sin(\gamma-\alpha) = 0.$$

4. $$2a(b+c)^2 + 2b(c+a)^2 + 2c(a+b)^2 - 8abc$$
$$= 2(a+b)(b+c)(c+a);$$
$$\Sigma(\sin 2\alpha\sin(\beta+\gamma)^2) - \sin 2\alpha\sin 2\beta\sin 2\gamma$$
$$= 2\sin(\alpha+\beta)\sin(\beta+\gamma)\sin(\gamma+\alpha).$$

5. $$(a-b)(c-d) + (a-c)(d-b) + (a-d)(b-c) = 0;$$
$$\sin(\alpha-\beta)\sin(\gamma-\delta) + \sin(\alpha-\gamma)\sin(\delta-\beta)$$
$$+ \sin(\alpha-\delta)\sin(\beta-\gamma) = 0.$$

Mathesis.

181. Wenn $m\sin(\vartheta+\varphi) = \cos(\vartheta-\varphi)$ ist, zu beweisen, dafs $\frac{1}{1-m\sin 2\vartheta} + \frac{1}{1-m\sin 2\varphi}$ von ϑ und φ unabhängig ist.

Beweis. Es ist $m\,\mathrm{tg}\,\vartheta + m\,\mathrm{tg}\,\varphi = 1 + \mathrm{tg}\,\vartheta\,\mathrm{tg}\,\varphi$; mithin $\mathrm{tg}\,\vartheta = \frac{1-m\,\mathrm{tg}\,\varphi}{m-\mathrm{tg}\,\varphi}$, also

$$\sin 2\vartheta = \frac{2\,\mathrm{tg}\,\vartheta}{1+\mathrm{tg}\,\vartheta^2} = \frac{2(1-m\,\mathrm{tg}\,\varphi)(m-\mathrm{tg}\,\varphi)}{(1+m^2)(1+\mathrm{tg}\,\varphi^2) - 4m\,\mathrm{tg}\,\varphi};$$

mithin $$\frac{1}{1-m\sin 2\vartheta} = \frac{(1+m^2)(1+\mathrm{tg}\,\varphi^2) - 4m\,\mathrm{tg}\,\varphi}{(1-m^2)(1-2m\,\mathrm{tg}\,\varphi+\mathrm{tg}\,\varphi^2)};$$

und $$\frac{1}{1-m\sin 2\vartheta} + \frac{1}{1-m\sin 2\varphi} = \frac{2}{1-m^2}.$$

Educat. Times.

182. Zu beweisen, dafs $x - \sin x < \frac{x^3}{6}$ ist.

Beweis. Es ist $\sin 3\alpha = 3\sin\alpha - 4\sin\alpha^3$. Setzt man hier $\frac{x}{3}$ für α, so erhält man $4\sin\frac{x}{3}^3 = 3\sin\frac{x}{3} - \sin x$, und da der Bogen

gröfser als der Sinus ist, so ist $4\left(\frac{x}{3}\right)^3 > 3\sin\frac{x}{3} - \sin x$. Setzt man hierin wieder $\frac{x}{3}$ für x und multipliziert beide Seiten der Ungleichung mit 3, so erhält man $4 \cdot 3\left(\frac{x}{3^2}\right)^3 > 3^2\sin\frac{x}{3^2} - 3\sin\frac{x}{3}$; ebenso erhält man $4 \cdot 3^2\left(\frac{x}{3^3}\right)^3 > 3^3\sin\frac{x}{3^3} - 3^2\sin\frac{x}{3^2}$ u. s. w.

$$4 \cdot 3^{n-1}\left(\frac{x}{3^n}\right)^n > 3^n\sin\frac{x}{3^n} - 3^{n-1}\sin\frac{x}{3^{n-1}}.$$

Setzen wir diese Reihen ins Unendliche fort und addieren, so erhalten wir links eine geometrische Reihe, deren erstes Glied $4\left(\frac{x}{3}\right)^3$, deren Exponent $\frac{1}{3^2}$ und deren Summe $\frac{x^3}{6}$ für $n = \infty$ ist. Die Summe der rechten Seiten ist $3^n\sin\frac{x}{3^n} - \sin x$; und für $n = \infty$ ist sie $3^n\frac{x}{3^n} - \sin x = x - \sin x$. Mithin $\frac{x^3}{6} > x - \sin x$.

Journ. élém.

183. Ein Dreieck zu berechnen aus $a + b + c = 2s$, $ab = m^2$ und $\sphericalangle (t_a t_b) = 90^0$.

Auflösung. Durch Addition der Gleichungen $b^2 + c^2 - \frac{1}{2}a^2 = 2t_a^2$ und $a^2 + c^2 - \frac{1}{2}b^2 = 2t_b^2$ erhält man $2c^2 + \frac{1}{2}(a^2 + b^2) = 2(t_a^2 + t_b^2)$; da nun $c^2 = \frac{4}{9}(t_a^2 + t_b^2)$ ist, so ist $a^2 + b^2 = 5c^2$. Da ferner $a + b + c = 2s$ und $ab = m^2$, so ist $(a + b)^2 = 5c^2 + 2m^2$, also $c^2 + sc = s^2 - \frac{1}{2}m^2$ und

$$c = -\frac{1}{2}s + \sqrt{\frac{5}{4}s^2 - \frac{1}{2}m^2}.$$

Journ. élém.

184. Auf einem Kreise sind zwei Punkte M und M' gegeben, von denen auf den Radius OA die Senkrechten MP und $M'P'$ gefällt sind. Zu beweisen, dafs das Verhältnis des Dreiecks MOM' und des Trapezes $MPP'M' = \frac{1}{2\cos\alpha^2}$ ist, wo α der Winkel ist, welchen MM' und OA bilden; oder wenn man $M'Q$ senkrecht MP fällt, so ist $\sphericalangle MM'Q = \alpha$.

Beweis. M'' sei die Mitte von MM', und $M''P'' \perp OA$. Bezeichnen wir OP mit p und OP' mit p', so ist $OM'' = \frac{p' + p}{2\sin\alpha}$ und $MM' = \frac{p' - p}{\cos\alpha}$; also $\triangle OMM' = \frac{p'^2 - p^2}{4\sin\alpha\cos\alpha}$. Ferner $M''P'' = \frac{p' + p}{2}\cot\alpha$ und $M'Q = p' - p$; also Trapez $MPP'M'$

$=\frac{p'^2-p^2}{2}\cot\alpha$. Folglich das gesuchte Verhältnis $=\frac{1}{2\cos\alpha^2}$; dasselbe ändert sich also nicht, wenn MM' parallel zu sich selber verschoben wird.

Mathesis.

185. In dem gegebenen Punkt P eines kreisförmigen Billards mit Mittelpunkt O befindet sich ein Ball; welchen Weg muſs er beschreiben, um wieder durch P zu gehen, nachdem er die Bande zweimal berührt hat?

Auflösung. Der Ball berühre die Bande zuerst in C und dann in A; B sei die Mitte von AC; $OP=a$, $OA=OC=r$, $\sphericalangle PCA = PAC = \varphi$; da OA den Winkel PAC halbiert, so ist $a\cos\varphi = r\sin\frac{1}{2}\varphi$, also $\sin\frac{1}{2}\varphi^2+\frac{r}{2a}\sin\frac{1}{2}\varphi-\frac{1}{2}=0$.

Math. Visitor.

Diese Aufgabe findet sich auch in dem Lehrbuch der Planimetrie von Schrader, S. 241, Halle, Verlag von Schrödel und Simon.

186. Gegeben sind zwei Seiten b und c eines sphärischen Dreiecks ABC, dessen Winkel α gleich der Summe der Winkel β und γ ist. Zu beweisen, daſs diese Winkel bestimmt sind durch $\cos\alpha=-\operatorname{tg}\frac{1}{2}b\operatorname{tg}\frac{1}{2}c$ und $\sin\frac{1}{2}b\cot\beta$

$$=\sin\frac{1}{2}c\sqrt{\cos\frac{1}{2}(b+c)\cos\frac{1}{2}(b-c)}.$$

Beweis. D sei die Mitte von BC; setzt man $AD=BD=CD=p$, so ist $\operatorname{tg}\frac{1}{2}c=\operatorname{tg}p\cos\beta$, $\operatorname{tg}\frac{1}{2}b=\operatorname{tg}p\cos\gamma$ (1). Nun ist $\cos\beta\cos\gamma-\sin\beta\sin\gamma=\cos\alpha=-\cos\beta\cos\gamma+\sin\beta\sin\gamma\cos 2p$; woraus $\cos\alpha=-\cos\beta\cos\gamma\operatorname{tg}p^2=-\operatorname{tg}\frac{1}{2}b\operatorname{tg}\frac{1}{2}c$ nach (1). Nach den Neperschen Analogieen ist

$$\operatorname{tg}\frac{1}{2}\alpha=\frac{\cos\frac{1}{2}(b-c)}{\cos\frac{1}{2}(b+c)}\cot\frac{1}{2}(\beta+\gamma)=\frac{\cos\frac{1}{2}(b-c)}{\cos\frac{1}{2}(b+c)}\cot\frac{1}{2}\alpha;$$

daher $\operatorname{tg}\frac{1}{2}\alpha^2=\frac{\cos\frac{1}{2}(b-c)}{\cos\frac{1}{2}(b+c)}$, woraus $\cos\alpha=-\operatorname{tg}\frac{1}{2}b\operatorname{tg}\frac{1}{2}c$ folgt. Ferner

$\cos b+\cos c=2\cos p^2$, $\cos p=\sqrt{\cos\frac{1}{2}(b+c)\cos\frac{1}{2}(b-c)}$ (2);

und wenn $\sphericalangle ADB=\varphi$ gesetzt wird, so ist $\cos p=\cot\beta\cot\frac{1}{2}\varphi$, $\cos p=\cot\gamma\operatorname{tg}\frac{1}{2}\varphi$; daher $\cos p^2=\cot\beta\cot\gamma$ (3);

$$\cot\beta\operatorname{tg}p=\frac{\operatorname{tg}\frac{1}{2}c\sin c}{\sin\varphi\sin p},\quad \cot\gamma\operatorname{tg}p=\frac{\operatorname{tg}\frac{1}{2}b\sin b}{\sin\varphi\sin p},$$

daher $\frac{\cot\beta}{\cot\gamma} = \left(\frac{\sin\frac{1}{2}c}{\sin\frac{1}{2}b}\right)^2$ (4). Aus (3) und (4)

$\cot\beta^2 = \cos p^2 \left(\frac{\sin\frac{1}{2}c}{\sin\frac{1}{2}b}\right)^2$; und mit Berücksichtigung von (2) ergiebt sich die zweite Behauptung. Educat. Times.

Zu der Aufgabe C. 142. XIV_2, 102 hat Herr Stammer (Düsseldorf) folgende Analysis eingesendet: Die Bezeichnungen bleiben wie dort. DE treffe L' in J, und M sei die Mitte von DJ; dann ist ein Ort für G die Gerade, welche J mit dem Durchschnittspunkt von L und L' verbindet, der andere die von K auf die gegebene Richtung gefällte Senkrechte.

Briefkasten zum Aufgaben-Repertorium.

Lösungen sind eingegangen von Böklen-Reutlingen 312. 313. Adami-Bayreuth 313. Stammer-Düsseldorf 276. 277. Sievers-Frankenberg i. S. 297. 305—309. 313. Mürklen-Schwäb. Gmünd 298. Stoll-Bensheim 305—318. Artzt-Recklinghausen 296—318. Valta-München 307—309. 312. 313. Ungenannt*)-München 306—309. 313. Meyer-Halle a. S. 310. Hodum-Staßfurt 309. 313. Vollhering-Bautzen 309. 313. Harmuth-Berlin 313. Fuhrmann-Königsberg i. Pr. 305. 307. 309. 312—318. Besser-Gera 305. Löte-Nagy-Enyed (Ungarn) 305—309. Amberg-Luzern 298.

Neue Aufgaben: v. Schaewen-Posen (2). Schlömilch (2) Sievers (3 nebst Lösung). Stoll (2). Fleischhauer-Gotha (1). Harmuth (2 nebst Lösung). Fuhrmann (2). Böklen (6).

Red. des Aufg.-Rep.

*) Man wolle doch gefälligst immer den Namen nennen und recht deutlich schreiben. Die Red.

Litterarische Berichte.

A) Rezensionen.

PEIN, Dr. A. (ord. Lehrer an der höheren Bürgerschule zu Bochum). Aufgaben der sphärischen Astronomie, gelöst durch planimetrische Konstruktionen und mit Hilfe der ebenen Trigonometrie. Mit drei Figurentafeln. Kommissionsverlag von B. G. Teubner. 1883. 4⁰. 48 S.

Herr Pein bringt in dieser Schrift eine Idee zur konsequenten Durchführung, welche der Unterzeichnete seiner Zeit im VII. Jahrgang dieser Zeitschrift*) angedeutet hatte. Es ist gar nicht selten erwünscht, der Berechnung astronomischer Erscheinungen mittelst der gewöhnlichen Formeln der sphärischen Trigonometrie eine direkte, konstruktive Herleitung substituieren und eventuell nachher diese in die Darstellungsweise der ebenen Trigonometrie umsetzen zu können. Die Selbständigkeit des Schülers, der in dieser Weise eine elementare, astronomische Aufgabe löst, wird natürlich eine ganz andere, sein aus der Lösungsarbeit gezogener Gewinn ein weit gröfserer sein, als wenn er mechanisch gelernte Ausdrücke für das stereotype Dreieck Zenith-Pol-Stern ansetzt. Wir können somit die Tendenz der Peinschen Schrift nur billigen und dürfen dem Verfasser auch zugleich das Zeugnis nicht versagen, dafs er mit ausdauerndem Eifer an der praktischen Verwirklichung des leitenden Gedankens gearbeitet hat. Das erste Kapitel enthält eine allgemeine Einleitung in die Sphärik. Im zweiten werden die Beziehungen zwischen Äquator- und Horizontsystem abgehandelt; der Verfasser wählt den Meridian als Konstruktionsfeld und legt die vier Ebenen, welche bei der sphärischen Koordinatenverwandlung sonst in Frage kommen, nämlich den Horizont, Äquator und den, durch den Sternort gehenden Vertikal- wie Stundenkreis, durch einfache Drehung in jene Fundamentalebene hinein, wobei sich dann die bekannten Transformationsformeln höchst einfach ergeben. Man könnte also mit einigem Rechte sagen, dafs auf diese Weise lediglich eine konstruktive Herleitung der bekannten Relationen der Raumtrigonometrie erzielt werde, aber eben in dieser, dem speziellen astronomischen

*) „Über elementare Behandlung gewisser Punkte der mathematischen Geographie.“ VII, 91 u. f. Red.

Falle angepafsten Herleitung erblicken wir einen grofsen Vorzug der Methode. Für den Fall, dafs das Gestirn, auf dessen Ortsbestimmung es ankommt, im Horizont, im ersten Vertikal oder in dem auf dem Meridian senkrecht stehenden Stundenkreise sich befindet, vereinfachen sich natürlich die Rechnungen, doch unterscheidet der Verfasser sorgfältig die einzelnen Möglichkeiten. Lehrer finden in diesem dritten Kapitel eine Fülle von hübschen Prüfungsaufgaben, und der Verfasser sucht für jede einzelne derselben eine möglichst elegante Konstruktion zu geben. Im vierten Kapitel werden fünf Hilfswinkel eingeführt, nämlich die Höhe des Punktes, in welchem der durch den Stern gelegte Vertikalkreis den Äquator trifft, der Stundenwinkel dieses Punktes, das Azimut des Punktes, in welchem der Deklinationskreis den Horizont schneidet, die Deklination dieses Punktes, endlich noch ein fünfter, nur an der Figur zu bestimmender Winkel; für alle diese wird die analytische Form aufgestellt, und man lernt ihre Bedeutung bei der Lösung der einzelnen Aufgaben kennen. Gewifs aber wäre es gut gewesen, wenn noch auf eine anderweite Verwendung dieser Hilfsgröfsen schärfer hingewiesen worden wäre; setzen wir zur logarithmischen Umformung der bekannten Gleichung $\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos \alpha$ einmal $\cos a = \frac{\cos c \cos (b - x)}{\cos x}$, das anderemal $\operatorname{tg} x = \operatorname{tg} c \cos \alpha$, so haben wir analytisch, und ohne uns von dem Sinne der Substitution für den Augenblick Rechenschaft zu geben, mit x eben einen der Bögen gewählt, deren sich unser Verfasser bedient. Anhangsweise wird auf einen Punkt eingegangen, welcher in den Lehrbüchern wenig berücksichtigt zu werden pflegt, nämlich auf die Berechnung der sogenannten Variation, des vom Deklinations- und Höhenkreise am Stern eingeschlossenen Winkels, der in der Praxis allerdings nur sehr selten vorkommt. Das nächste Kapitel führt die einzelnen Aufgaben, die sich aus dem obengenannten Dreieck ergeben können, im Einzelnen vor, und das sechste lehrt denjenigen Ausnahmsfällen Rechnung zu tragen, die eintreten, wenn das Gestirn zweimal dasselbe Azimut, resp. seine gröfste Digression erreicht; in letzterem Falle knüpft sich bekanntlich ein einfaches Verfahren der Polhöhenbestimmung an. Das Schlufskapitel endlich giebt die Koordinatentransformation für Ekliptik und Äquator und eine Zusammenstellung der wichtigsten Reduktionsformeln. — Zu bemerken ist, dafs das Wort „Azimut" bereits in der richtigen Weise geschrieben ist, für welche neuerdings Zöppritz in der „Zeitschrift für das Vermessungswesen" eintrat; freilich sollte dann auch „Zenith" durch „Zenit" ersetzt werden. Die Figuren, in welchen zum Teil recht verwickelte, räumliche Verhältnisse zur Anschauung gebracht werden, sind gut gezeichnet; durch passende Schraffierung werden die einzelnen Ebenen von einander unterschieden. Möge die Peinsche Schrift jenen Schulen einigen Ersatz bieten, denen durch eine — uns nicht

verständliche — Verfügung die sphärische Trigonometrie als Lehrfach genommen wurde.

Ansbach. Dr. S. GÜNTHER.

BEHRENS, WILHELM, Hilfsbuch zur Ausführung mikroskopischer Untersuchungen im botanischen Laboratorium. Mit 2 Taf. u. 132 Abb. in Holzschnitt. Braunschweig. C. A. Schwetschke & Sohn 1883.

Wir besprachen in Bd. XIII, dieser Zeitschrift, S. 83 u. f. das vorzügliche Lehrbuch der Botanik von Dr. Behrens und empfahlen dasselbe angelegentlich.*) In gleicher Weise müssen wir das vorliegende Hilfsbuch zum Mikroskopieren von demselben Verfasser willkommen heifsen. Es wird dieses Buch, das im Gegensatz zu den bekannten Werken über das Mikroskop ausschliefslich die mikroskopische Praxis im Auge hat, nicht nur im botanischen Laboratorium dem Anfänger ein unentbehrliches, dem Geübteren ein höchst willkommenes, viel Zeit ersparendes Hilfs- und Nachschlagebuch werden, sondern es wird auch dienen können zum Selbstunterricht für denjenigen, der sich noch nicht oder doch nur wenig mit dem Mikroskop befafst hat, sich aber durch seine Stellung gezwungen sieht, dasselbe fortan zu handhaben, sei es als Arzt oder Techniker etc., oder — was uns am nächsten liegt — zu Unterrichtszwecken (wie dies bei manchem Mathematiker der Fall sein mag, der sich auf der Universität nur beiläufig mit beschreibender Naturwissenschaft beschäftigt hat und später darin unterrichten mufs). Hat man es doch von anderer Seite dem Buche zum Vorwurf gemacht, dafs der erste, auf die Handhabung des Mikroskopes und die Herstellung mikroskopischer Präparate bezügliche Teil zu ausführlich sei und dem im botanischen Laboratorium Arbeitenden

---

) Wir bleiben trotz der Rebmannschen Auslassungen in dieser Zeitschrift) bei unserem Urteil, das wir mit vielen der tüchtigsten Botaniker und Schulmänner teilen, stehen. Dafs das Lehrbuch der Botanik von Dr. von Freyhold, das wir zwar nach genommener Einsicht gleichfalls als eins der besseren anerkennen, doch auch seine Gegner hat, lehrt ein Aufsatz von F. Frey: „Der C. F. Schimpersche Spiralismus in der Blattstellungslehre, vertreten durch das Lehrbuch von Dr. von Freyhold. Ein Beitrag zur Geschichte der Morphologie", erschienen in den Mitteil. d. bot. Ver. für d. Kreis Freiburg u. d. Land Baden. No. 6 u. 7 p. 61 ff. 1883. Es heifst daselbst unter anderem: „. . . das ausgezeichnete methodische Lehrbuch von Dr. Behrens, mit welchem sich das von Freyholdsche, weder in Inhalt, noch Form, noch in der zweckmäfsigen Anordnung, gleichmäfsigen Verteilung und methodischen Behandlung des Lehrstoffes, noch lange nicht messen darf und schwerlich wie dieses, neue Auflagen erleben wird . . ." und an anderem Orte: „Deshalb taugt dieses Buch (das v. Freyholdsche) höchstens als Compendium bei akademischen Vorlesungen über Morphologie". Anm. d. Rezensenten.

---

*) s. ds. Jahrg. Heft 2, S. 112 u. f., bes. auch unsere Anm. S. 113, sowie die Entgegnung von Rebmann hierauf; sodann noch Heft 4, S. 261. Die Red.

zum guten Teil schon bekannt sein müsse und hat dem Verfasser geraten, bei einer neuen Auflage den zweiten, auch dem geübten Mikroskopiker unentbehrlichen Teil über die mikroskopischen Reagentien und die mikroskopische Untersuchung der Pflanzenstoffe getrennt erscheinen zu lassen. — Daſs aber auch dem Lehrer, der im Mikroskopieren bewandert ist und wissenschaftlich mit dem Mikroskop gearbeitet hat, das Behrens'sche Hilfsbuch (trotzdem es dem Titel nach für botanische Laboratorien bestimmt zu sein scheint) beim Unterricht ein steter Leitfaden und treuer Ratgeber sein kann, kann Rezensent aus der Erfahrung bestätigen, nachdem er denselben während des verflossenen Sommers dem botanischen Unterricht und den damit verbundenen mikroskopischen wöchentlich einstündigen Übungen in den oberen Klassen zu Grunde gelegt hat.

Dem ersten Abschnit „über das Mikroskop" geht eine Einleitung voraus, die einen Überblick über die Geschichte des Mikroskopes gibt und allgemeine Bemerkungen über das mikroskopische Sehen enthält. Von den Teilen des zusammengesetzten Mikroskopes werden besprochen das Objektiv, der achromatische Linsensatz und die Objektivsysteme, das Immersionssystem und Korrektionssystem, das negative, positive und orthoskopische Okular, der Tubus, die Mikrometerschraube, Objekttisch, Beleuchtungsapparat; Blendvorrichtungen, Mikroskopfuſs. Besonders wichtig für den Anfänger ist die hierauf folgende Erörterung des Vergröſserungsvermögens moderner Mikroskope, die durch zwei Tafeln mit Testobjekten erläuterte Prüfung des Begrenzungsvermögens (durch Kalkkörperchen von *Synapta*, Querschnitte durch Coniferenholz, Tüpfelschuppen von *Lycaena*) und des Auflösungsvermögens (mittelst Schmetterlingsschuppen und Diatomeenschalen) und die Anleitung zum Gebrauch des Mikroskopes.

Im zweiten Abschnitt behandelt der Verfasser die mikroskopischen Nebenapparate: Präpariermikroskope, Zeichnenapparate von Wollaston, Nobert, Sömmering, Oberhäuser, Holle, das Objektiv- und Okularmikrometer, Polarisationsapparat, Goniometer und Mikrospektralapparat. Der letztere ist in anderen Werken nur dürftig behandelt. Der Verfasser gibt in dankenswerter Weise Anleitung zu seiner Handhabung sowie zur Benutzung des zugehörigen Meſsapparates. Die Verwendung des schon von Sorby eingeführten, objektiven Spektrums (Prisma unter dem Objekttische) in der Mikrospektralanalyse hätte wenigstens erwähnt werden können, da sich Absorptionen, in derselben Zelle vorkommender, nicht isolierbarer Farbstoffkörper nur im objektiven System untersuchen lassen und auch bei physiologischen Untersuchungen, wie denen von Engelmann (*Bacterium photometricum* etc. Bot. Ztg. 1881 u. 82) diese Beobachtungsmethode gegenüber der, wo das Spektrum über dem Okular zustande kommt, von gröſster Bedeutung ist. In dem vorliegenden Buche, wie in allen anderen, über diesen Gegenstand

handelnden, wird das Spektroskop nur zur Bestimmung der Absorption benutzt; dafs es auch bei der Untersuchung selbstleuchtender Mikroorganismen (Bakterien leuchtender Seefische etc., Mycel von *Armillaria mellea* etc.) einen wichtigen Dienst leistet, hat Referent mehrfach in wissenschaftlichen Aufsätzen betont. Unter den mikroskopischen Nebenapparaten hätten wir gerne noch diejenigen zur Herstellung von Mikrophotographieen beschrieben gesehen. Die Verwendung der Mikrophotographie greift immer mehr um sich. Wenham und Gerlach (die Photographie als Hilfsmittel mikroskopischer Forschung, Leipzig 1882) haben gezeigt, dafs sie, indem sie die ultravioletten Strahlen zur Geltung kommen läfst, noch Einzelheiten des Objektes zu erkennen ermöglicht, die das Auge so nicht mehr wahrnimmt. Wie man durch sie die Vergröfserung mit wirklichem Vorteil bedeutend steigern kann, hat Dippel (das Mikroskop I. T. 3. Abt. p. 1001) weiter ausgeführt. Auf die Bedeutung der Photographie für Bakterienkunde etc. haben wir in dieser Zeitschrift (XII, p. 148) hingewiesen.

Der dritte Abschnitt handelt von den mikroskopischen Präparaten, zunächst von solchen, die ohne Messer dargestellt werden und entweder ohne weitere Behandlung oder nach vorheriger Maceration, Einäscherung und Entkalkung zur mikroskopischen Untersuchung geeignet sind. Die Herstellung von Dünnschnitten mit und ohne besondere Apparate, zwischen Hollundermark, Kork, in Einbettungsmitteln, ihre weitere Behandlung (Aufhellen etc.) wird in praktischster Weise aus der Erfahrung gelehrt. Da, wo Verfasser nicht selbst Erfahrungen gesammelt hat, läfst er andere kompetente Forscher sprechen. So bezüglich der Herstellung von Dünnschliffen fossiler Pflanzen, wo mein Freund, der durch die Untersuchung fossiler Hölzer, im botanischen wie im mineralogischen Kreisen rühmlichst bekannte Palaeophytograph Dr. Hugo Conwentz, besondere Anleitung giebt. In einer neuen Auflage wünschten wir auch die Präparationsmethoden für Bakterien, besonders *Bacillus tuberculosis* erörtert. Die wichtigsten dieser Methoden sind wohl erst nach Abschlufs dieser Auflage veröffentlicht worden. — Auf die Herstellung der Dauerpräparate, die Beobachtung lebender Organismen (in der feuchten Kammer, dem hängenden Tropfen etc.) folgt noch ein, besondere Beachtung verdienendes Kapitel über das Zeichnen mikroskopischer Präparate. Bei der Auswahl und Beschaffung der Hilfsmittel zum mikroskopischen Zeichnen und in der Anleitung zur Ausführung der Zeichnungen mikroskopischer Objekte, giebt der als geübter, geschickter Zeichner bekannte Verfasser, manchen praktischen und originellen Wink.

Die beiden letzten Abschnitte bringen völlig neues; sie geben zum erstenmale eine erschöpfende, zusammenhängende Darstellung, dessen, was über mikroskopische Reagentien und über mikroskopische Untersuchung der Pflanzenstoffe bekannt ist.

Der vierte Abschnitt handelt von der Darstellung, Anwendung und Wirkung der verschiedenen, übersichtlich zusammengestellten, mikroskopischen Reagentien (der Ausdruck „mikrochemisch“ wird verworfen, da die Wirkung zum Teil eine physikalische ist). Es mag hier erwähnt werden, dafs die chemische Fabrik von Dr. Theodor Schuchardt in Görlitz die im vorliegenden Buche genannten Reagentien zusammengestellt hat und zu mäfsigem Preise käuflich abgiebt.

Der fünfte Abschnitt, dem wie in den früheren ein möglichst vollständiges Literaturverzeichnis beigegeben ist, geht bei der „mikroskopischen Nachweisung der Pflanzenstoffe“ von den chemischen Eigenschaften derselben aus, da dies nach der Ansicht des Verfassers der einzige Weg ist, um zum Verständnis der mikroskopischen Nachweisungsmethoden zu kommen. Zuerst werden die allgemein verbreiteten Pflanzenstoffe behandelt. Unter diesen nimmt die Cellulose die erste Stelle ein; es wird das Verhalten der eigentlichen Cellulose zu Jodreagentien, Mineralsäuren, Alkalien, Cuprammoniumoxyd, Alauncarmin, Kupfersulfat-Kali, das Verhalten der verschiedenen Reagentien zur verschleimenden Cellulose, dem Lignin, der Mittellamelle, dem Suberin und der Pilzcellulose untersucht. Als allgemein verbreitete Pflanzenstoffe werden nach der Cellulose behandelt das Amylum, Dextrin, die Pflanzenschleime, Gummi, Inulin, Trauben- und Rohrzucker. Die Proteïnstoffe (nach Reinkes und Rodewalds Untersuchungen chemisch zusammengesetzte Körper) werden nach Mayer in Reserve-Proteïnstoffe (Proteïnkörner, Proteïnkrystalle) und in funktionierende Proteïnstoffe (Proto-, Epi-, Metaplasma, Zellkern) eingeteilt. Eine besonders kritische Behandlung erhielt die neuerdings bedeutend angewachsene Chlorophyll-Literatur. Von Blütenfarbstoffen wird besonders das Verhalten des Anthocyans, des Anthoxanthins und der verschieden gefärbten, neuerlich als Umwandlungsprodukte des Chlorophylls betrachteten Körnchen besprochen. Schliefslich werden noch das Asparagin und die unorganischen Körper: Kieselsäure und Kalksalze untersucht.

Die Pflanzenstoffe beschränkter Verbreitung, welche behandelt werden, sind: Glycoside, Gerbsäuren, Alkaloide, Fette, Äther, ätherische Öle, Stearoptene, Harze, Farbstoffe. Von letzteren wird nur bei den Algenfarbstoffen das spektroskopische Verhalten näher angegeben, dagegen nicht bei den Phanerogamenfarbstoffen, obwohl auch von diesen einige bei gleichzeitiger Anwendung von Reagentien recht charakteristische Absorptionsspektra ergeben (S. Vogel, Anwendung der Spektralanalyse bei der Untersuchung irdischer Körper). Von Pilzfarbstoffen werden die der chromogenen Bakterien des *Agaricus atrotomentosus*, *Boletus luridus* und *cyanesceus* erwähnt, von denen erstere sich auch durch ihr Spektrum auszeichnen. Es ist das ganze Buch das Resultat einer langen, ernsten Arbeit, ein Muster deutschen Fleifses und wir können unser Urteil über dasselbe nicht kürzer

fassen, als wenn wir sagen: es gehört auf jeden Tisch, auf dem ein Mikroskop steht, besonders aber auf den eines Botanikers.

LUDWIG (Greiz).

BAIL (Prof. Dr., Oberlehrer am Realgymnasium zu St. Johann und Lehrer am Seminar der höheren Töchterschule zu Danzig). Methodischer Leitfaden für den Unterricht in der Naturgeschichte im engen Anschlusse an die neuen Lehrpläne der höheren Schulen Preufsens. Botanik, Heft 1 (Kursus I—III). Zweite verbesserte Auflage. Mit in den Text gedruckten Holzschnitten und 2 Tafeln. Leipzig. Fues's Verlag (R. Reisland). 1883.

Es entspricht dieser Leitfaden aufs genaueste den neuen Lehrplänen für die höheren Schulen Preufsens. Der erste Kursus (der gesammten für die Klassen von VI bis O III der Gymnasien nebst der Untersekunda, der Realgymnasien und Realschulen berechneten 6 Kurse) enthält Einzelbeschreibungen von 25 häufigen Blütenpflanzen mit augenfälligen Organen. Die kätzchentragenden Bäume, Compositen etc., Orchideen sind ganz richtig (s. des Rezens. Bem. zu den method. Büchern von Löw*) der Quarta, noch schwierigere Familien der Tertia zugewiesen. Im II. Kursus werden zum Zwecke des Vergleiches und zur Bildung des Gattungsbegriffes 25 weitere derselben Gattung oder Familie angehörige Pflanzenpaare einander gegenüber gestellt. Dafs der Name der Trugdolde auf den unteren Stufen verschwiegen wird und die cymösen Blütenstände durchweg als botrytische bezeichnet werden, ist entschieden nicht zu billigen. Der dritte, für die IV bestimmte, Kursus umfafst zuerst eine Beschreibung und Vergleichung schwieriger Pflanzenarten (Kätzchenträger, einzelne Compositen, Orchideen, die Gattung *Lamium*, *Ranunculus*, *Papaver* etc., gar zu vereinzelt auch *Equisetum arvense*). Am Ende derselben folgt das Linnésche System, nach dem bereits die vorher betrachteten Pflanzen unterzubringen sind. Hierauf folgen als weitere Beispiele für das Linnésche System die, hier am rechten Platze befindlichen, ausländischen Kulturpflanzen etc. (im Anschlufs an die Wandtafeln von Zippel und Bollmann und dergl.), neben wichtigeren, einheimischen Gewächsen. Den Schlufs bildet ein Abrifs der Terminologie zur Erläuterung des Inhaltes dieses ersten Heftes. Was die Ausführung im Einzelnen anlangt, so können wir, sowohl was Form, als Inhalt betrifft, unsere volle Befriedigung nicht verhehlen. Das Interesse des Schülers wird auch bei sonst trockneren Dingen stets wach erhalten und angeregt. So dürften z. B. diesen Zweck mit erfüllen die Abbildungen der Entwicklung einer neuen Pflanze aus dem im Wasser liegenden Blättchen des Wiesenschaumkrautes, die Pelorienblüte des Leinkrautes, gelegentliche biologische

---

*) Man sehe ds. Z. VIII, 240—248. Red.

Eigentümlichkeiten schon auf der unteren Stufe. Die nicht zu zahlreichen Abbildungen lassen zwar an Ausführung zu wünschen übrig, sind aber am rechten Orte. Wichtig erscheint es uns, dafs der Schüler zum Ausmessen von Pflanzenteilen seinen praktischen Mafsstab gleich im Buche vorfindet. Zur Ausmessung des Umfanges der Blüten und kleiner, runder Pflanzenteile besteht derselbe aus concentrischen Kreisen, deren Durchmesser bekannte, anschauliche Entfernungen angeben, nämlich $1/2$ cm, 1 cm, Durchmesser des 20 Pfennig- und 10 Pfennigstückes, Durchmesser des 2, 3 und 5 Markstückes. Für andere Zwecke ist bemerkt, dafs die Länge der Zeilen (deren Buchstaben den ärztlichen Ratschlägen d. 53. Vers. deutsch. Naturforscher und Ärzte gemäfs gewählt sind) gleich 10 cm ist [Referent läfst in III, wo er unter anderem einige Bestimmungen der Blattformen nach Pokorny „Über phyllometr. Werte als Mittel zur Charakteristik der Pflanzenblätter" vornehmen läfst, als Unterlage für Pflanzenanalysen etc. besonderes Koordinatenpapier verwenden].

Zwei Tafeln am Schlufs des Werkes erläutern die Anlegung eines analytischen Herbariums, wie es Verfasser an Stelle des gewöhnlichen Herbars eingeführt wissen will. Lupe, Pincette und ein Messer müssen jedem Zögling zur Hand sein (Referent verlangt aufserdem die obligatorische Anschaffung einer Botanisiertrommel). „Die Untersuchung [der Pflanze] findet in der natürlichen, in unseren Beschreibungen befolgten Reihenfolge der Teile statt. Die verschiedenen Organe werden sofort in ein dünnes, am besten sonst nicht mehr gebrauchtes, gedrucktes Buch gelegt, in demselben gewöhnlich nur bis zum Abend, höchstens aber bis zum Tag vor der nächsten Stunde geprefst und dann zu dieser in übersichtlicher Anordnung mit Gummi arabicum auf weifses Papier geklebt." „An den Anstalten, deren Zöglinge die Pflanzen in der beschriebenen Weise aufzubewahren haben, ist an die Stelle der umfangreichen Herbarien eine dünne Mappe in Quartformat getreten, ein Album, meist im besten Sinne des Wortes, denn es enthält saubere, weifse Blätter, deren jedes als freundliches Gedenkblatt an die Pflanze dient, welche der Schüler in der Stunde wegen ihrer mannigfachen Gestaltsverhältnisse und Lebensäufserungen liebgewonnen hat." Auf diese Blätter kommen noch kurze, schriftliche Notizen, eventuell einfache Zeichnungen von Stellungsverhältnissen, Diagramme und dergl., später Zeichnungen nicht prefsbarer Früchte, Keimpflanzen etc., Taf. 2 stellt ein solches Blatt, wie es sich nach dem, 3 Kurse umfassenden, Unterricht gestaltet haben soll, dar. Es umfafst von *Viola odorata* eine Keimpflanze, ein Exemplar mit Blatt, Blüte und Deckblatt, Blüte mit Stiel nach Wegnahme der Blumenblätter, Staubgefäfse und Blumenblätter in natürlicher Lage und eine vollständige Junipflanze mit Wurzel, Ausläufern, kleistogamischen Blüten und Früchten. — Sicher ist ein solches Herbar von grofsem Nutzen, nur darf es bei Leibe nicht das gewöhnliche Herbar ausschliefsen,

wenigstens in den folgenden Klassen.*) Wir halten es für geratener, daſs eine nicht zu groſse Anzahl von Pflanzen (eben die, von welchem die Analysen gefertigt werden) durch alle Klassen im Auge behalten werden, so daſs das Herbar dann neben der vollständigen Pflanze mit ihren systematischen Eigentümlichkeiten, Varietäten etc., ihre Entwicklung (Keimling, entlaubte und belaubte Sprosse, Früchte, Samen) ihre morphologischen, biologischen Eigentümlichkeiten, Laubverfärbung, Gallbildungen u. a. tierische und Pilzkrankheiten, zum Ausdruck bringt, kurz alle Dinge, die von unten auf der Unterricht zu Tage gefördert hat und die durch Analysen, Zeichnungen etc. veranschaulicht sind und nur von Zeit zu Zeit eingeordnet zu werden brauchen.

Wir können hiernach das Bailsche Buch aus vollem Herzen empfehlen. LUDWIG (Greiz).

WÄCHTER, Christian, (ord. Lehrer an d. städt. höh. Töchterschule in Altona.) Methodischer Leitfaden für den Unterricht in der Zoologie. Mit besonderer Berücksichtigung der Leutemann-Braſs-Lehmann'schen zoologischen und zootomischen Wandtafeln für höhere Mädchenschulen, Mittelschulen und verwandte Anstalten bearbeitet. Mit zahlreichen in den Text eingedruckten Holzstichen. In zwei Teilen. (I. Teil: Die Wirbeltiere. II. Teil: Die wirbellosen Tiere). Braunschweig 1882, Vieweg & Sohn. Preis jedes Teiles 1 *M.* 50 *ꝑ*.

Obwohl es noch nicht allzulange her ist, daſs man angefangen hat, auch den zoologischen Unterricht nach methodischen Grundsätzen zu gestalten, hat doch die zoologische Schullitteratur bereits eine Anzahl recht brauchbarer methodischer Leitfäden aufzuweisen, wie die letzten Jahrgänge dieser Zeitschrift zur Genüge zeigen dürften. Auch der vorliegende Leitfaden, der hauptsächlich für höhere Töchter- und Volksschulen geschrieben, aber auch für den ersten Unterricht an Realschulen und Gymnasien geeignet ist, liefert einen Beweis von dem erfreulichen Fortschritt, den die Methodik des naturwissenschaftlichen Unterrichts in den letzten Jahren gemacht hat. Während bei den Büchern von Kienitz-Gerloff-Müllenhoff etc., die eine ähnliche Richtung befolgen, die Figuren fehlen, ist dieser Leitfaden, obwohl er gleichfalls gröſsere Bildwerke für den Unterricht voraussetzt — er schlieſst sich, wie im Titel bemerkt, an die besten und verbreitetsten zoologischen Tafeln von

---

*) Sonach wären also zwei Herbarien von den Schülern anzulegen und zu erhalten? Das scheint uns denn doch bei der fast erdrückenden Masse der Lehrgegenstände im Gymnasium und noch weit mehr in der Realschule ein Zuviel und eine Quelle der so beklagten „Überbürdung“. Wir hatten bei unserm botan. Unterricht immer Mühe, von den Schülern nur ein Herbarium leidlich zu erlangen. Red.

Leutemann-Brafs-Lehmann an — in der der Viewegschen Buchhandlung eignen Opulenz mit zahlreichen Abbildungen bedeutender Künstler ausgestattet. (Zum Teil sind dieselben freilich aus dem Lehrbuch von Thomé schon bekannt, das in dem gleichen Verlag erschienen ist). Durch mannigfache ästhetische und ethische Anregungen hat es der Verfasser sich angelegen sein lassen, den naturhistorischen Unterricht nicht nur bildend auf die Verstandesoperationen, sondern auch veredelnd auf Herz und Gemüt wirken zu lassen. Die Art und Weise wie er die besten Schöpfungen deutscher Dichter, wie er volkstümliche Sagen, Episoden aus dem Tierleben etc. in seinen Gegenstand hinein verflochten hat, hat uns angeheimelt und es darf dieser Versuch nicht mit dem mifsglückten Versuche mancher Bücherfabrikanten, ihre Bücher pikanter zu machen, verwechselt werden.

Der Inhalt des Werkchens selbst ist folgender:

I. Teil: Wirbeltiere. 1. Abschn.: (32) Einzelbeschreibungen. 2. Abschn.: (57) vergleichende Beschreibungen (Entwicklung von Familien-, Ordnungs- und Klassencharakteren.) 3. Abschn.: Systematische Übersicht mit Berücksichtigung des Notwendigsten aus der Zootomie und Physiologie. (Die Anthropologie fehlt).

II. Teil: Wirbellose. 1. Abschn.: Vergleichende Beschreibungen etc. 2. Abschn.: Systematische Übersicht.

Das Buch ist für den ersten naturwissenschaftlichen Unterricht, auch an Knabenschulen, sehr zu empfehlen.

Greiz. LUDWIG.

KIRCHHOFF, ALFRED (Prof. d. Erdkunde a. d. Universität Halle). Schulgeographie. 2. verb. Aufl. Halle a. S., Buchhandlung des Waisenhauses 1883. Preis 2 *M.*

Dieses Schulbuch, dessen 1. Aufl. (1881) in Bd. XIII, S. 386 ff. ausführlich rezensiert ist, hat bald nach seinem Erscheinen eine zweite Aufl. erfahren, wohl Beweis genug, dafs das Buch im geographischen Unterricht eine Lücke auszufüllen geeignet war. Die schnelle Aufeinanderfolge der Auflagen mag wohl auch die Ursache sein, dafs der Herr Verfasser nicht Zeit fand zur Bearbeitung eines alphabetischen Sachregisters, das wir s. Z. bei Gelegenheit der Besprechung des ähnlichen Werkes von Jänicke (durch Friebe) im 1. Hefte ds. Jahrgangs S. 58 u. f. in einer Anmerkung (s. dort S. 59) als eine notwendige Ergänzung des Buches bezeichneten. Der Hr. Verfasser des Buches ist weit davon entfernt, diesen Leitfaden als „vollkommen“ zu bezeichnen, denn er sagt im Vorwort: „vielmehr beginnt erst seit seiner schulmäfsigen Verwertung die Möglichkeit, ihn der letztern immer sorgfältiger anzupassen. Schon bei dieser ersten Neuauflage ist fast keine einzige Seite ohne sachliche oder stilistische Verbesserungen geblieben und

der Unterzeichnete (Verf.) richtet an alle Lehrer, welche das Buch benutzen, die dringende Bitte, ihn auf alle Mängel aufmerksam machen zu wollen, welche demselben noch anhaften."

Von vielen Fachgenossen, unter denen Prof. Egli in Zürich bez. der schweizer Landeskunde besonders genannt wird, sind dem Verf. Berichtigungsvorschläge geworden. Aber auch nur so kann ein Lehrbuch der Geographie auf dem Laufenden und auf der Höhe der Wissenschaft erhalten werden. So wurde s. Z. auch das Lehrbuch d. G. von Daniel verbessert. Der Hr. Verfasser wolle daher auch die folgenden Zeilen als aus dem Streben hervorgegangen betrachten, zur Verbesserung des Buches etwas beizutragen. Wir wollen dabei gar nicht die Ausführungen des Herrn Rezensenten (XIII, 386 u. f.) bez. der innern Vorzüge des Werkchens beeinträchtigen; unsere Vorschläge betreffen vielmehr nur Äufserliches.

Wie nötig dem Buche ein alphabetisches Register ist, möge folgendes darthun: Referent suchte, wie leicht begreiflich, nach dem „Königreich Sachsen". Er mufste aber aus dem ziemlich knapp angelegten Inhaltsverzeichnisse erraten, dafs es wohl unter dem „sächs. Bergland" stehen dürfte und hier fand er es auch S. 191/2. Aus dem noch nicht einmal eine Seite einnehmenden magern Abschnitte über dieses wichtige deutsche Land gewann er zugleich den Eindruck, dafs die politische Geographie in dem Buche doch „gar zu kurz" weggekommen sei. Nur eben das Notdürftigste wird gegeben und es liegt für jeden, der sich einmal länger und eingehender mit geogr. Unterricht befafst hat, auf der Hand, dafs er hier Unterstützung in andern litter. Hilfsquellen suchen oder aus seinem eignen Wissensvorrat dazu thun mufs, um das im Buche aufgestellte Fachwerk in anregendem Vortrage auszufüllen. Dies versteht sich natürlich mutatis mutandis. Denn der Angehörige eines kleinen Landes, wie eben Sachsen oder Gotha ist, wird natürlich zu dieser Ausfüllung, falls seine Vaterlandskunde nicht auf gar zu schwachen Füfsen steht, wenig aus fremden Mitteln nötig haben; aber er hat vielleicht als Sachse oder Mecklenburger gerade die Rheinprovinz im Unterricht und da möchte er doch etwas mehr geben, als was S. 181 u. S. 210 steht.

Schlimmer als mit Sachsen (s. o.) erging es dem Refer. mit Köln. Er suchte dieses „deutsche Rom" lange unter der Überschrift „Rheingebiet", da er immer viel davon gehört hatte, dafs diese deutsche Metropole des Katholicismus am Rhein läge! Vergeblich aber suchte er es im Rheingebiet, §. 33. (S. 181. Anteil der Rheinprovinz.) Nach langem weiterem Suchen fand er es endlich weit davon, §. 34 („Norddeutsche Tiefebene") als „Anteil der Rheinprovinz" (S. 210) no. 6 unter „Westelbischer Anteil des deutschen Reichs". Nie hätte er „Köln" in der norddeutschen Tiefebene gesucht. Er hatte bisher immer geglaubt, es gehöre zur Rheinprovinz. Diese aber ist hier zerrissen behandelt, und das ist

sehr störend. Wir wissen nicht, welche Gründe den Hrn. Verfasser zu dieser-künstlichen Anordnung bewogen haben, aber billigen können wir diese zerreifsende Anordnung nicht. Mindestens hätte aber doch beim ersten Anteil der Rheinprovinz S. 183 auf den andern Anteil (S. 219) verwiesen werden müssen.

Bei den Angaben der Einwohnerzahl gröfserer Städte, welche überdies durch Streckenlängen auf Taf. II („Stadtgröfsen") veranschaulicht sind, möchten wir Folgendes bemerken: Bei zusammenhängenden Städten — wir wollen sie „Zwillingsstädte" nennen — ist es zur Klarheit über die Volksdichtigkeit und zur Verhütung von Irrtümern sehr erwünscht, wenn aufser der Einwohnerzahl einer jeden auch die Summe dieser Einwohnerzahlen hinzugefügt wird. Wir wählen als Beispiel Hamburg-Altona. Hamburg ist notiert mit 410 T. (= 410 000), Altona mit 91 T. Nun hängt aber bekanntlich Altona mit Hamburg so eng und innig zusammen, beide Städte gehen so unmerklich ineinander über, dafs, räumlich genommen, beide wie ein Stadtkomplex betrachtet werden müssen. (Verf. sagt auch S. 205 von Altona, dafs es mit Hamburg „völlig zusammengewachsen" sei.) Man sollte also streng genommen sagen: Hamburg-Altona hat (über) $^1/_2$ Mill. Einwohner. Rechnet man nun aber die sich hart daran schliefsenden Vororte dazu, so kommt eine weit höhere Zahl heraus, über die wir uns jedoch eine Wahrscheinlichkeitsangabe nicht erlauben. Diesen Eindruck macht denn auch der Volksverkehr auf den Strafsen, besonders in der Pulsader Hamburg-Altonas.

Wenn wir nun einerseits mit der Anordnung des Stoffes und der knappen Behandlung der politischen G., sowie besonders mit dem Mangel an Orientierungsmitteln uns nicht ganz einverstanden erklären können, so wollen wir auf der andern Seite auch einige Vorzüge des Buches nicht verschweigen: es sind das die vielen kleinen, in Anmerkungen gegebenen Erläuterungen geschichtlicher oder sprachlicher (etymologischer) Natur, ebenso die in der „allgemeinen Erdkunde" in Anm. gegebenen Hinweise (Citate) auf früheres, endlich nicht minder die vergleichenden, graphischen Übersichten, z. B. S. 145 und in den angehängten Tabellen. H.

Zu den Lehrmitteln.

Der Welt-Zeit-Anzeiger*) von O. Wigand in Zeitz.

Dem genannten Herrn, dessen vorzügliche Projektions-Photogramme zum Skioptikon wir in XIII, 323 u. f. und 472 d. Z. be-

*) Müfste eigentlich heifsen „Erd-Zeit-Anzeiger"! Da aber leider das Wort „Welt" so häufig hyperbolisch gebraucht wird, wie z. B. auch in „Weltgeschichte" (statt Menschengeschichte!), so haben wir es stehen gelassen. Red.

sprachen, ist ein Apparat unter dem Namen „Welt-Zeit-Anzeiger“ patentiert worden*), der ebenfalls als ein für die astronomische Geographie geeignetes Lehrmittel allgemein eingeführt zu werden verdient, zumal seine Billigkeit seine Anschaffung sehr erleichtert. Der Apparat dient zur Ermittelung und Vergleichung der lokalen Zeiten an den verschiedensten Orten der Erdoberfläche für irgend einen bestimmten absoluten Zeitmoment, und demonstriert in einfachster und übersichtlichster Weise die Wirkung der Rotation der Erde in Bezug auf die lokale Verschiedenheit der Tag- und Nachtzeiten.

Das Prinzip desselben ist der folgenden Fiktion entnommen: Man denke sich einen Beobachter in die verlängerte Erdachse über den Nordpol versetzt. Derselbe würde alsdann die Erdkugel unter sich rotieren sehen, wobei diese einen ganzen Umkreis in einem Tage vollendet. Wendet der Beobachter sich nach jener Richtung, wo die Sonne eben im Meridiane steht, so übersieht er alle Orte, welche augenblicklich Mittag haben, dagegen östlich in 15^0, 30^0, 45^0..... Winkelabstand diejenigen Orte, welche zu derselben Zeit 1^h, 2^h, 3^h.... Nachmittags, ähnlich westlich in 15^0, 30^0, 45^0.... Abstand jene Orte, die 11^h, 10^h, 9^h..... Vormittags haben. Wollte der Beobachter diese lokalen Zeiten sofort ablesen, so braucht er nur unter seine Füfse eine unbewegliche (durchsichtige) Scheibe zu postieren, welche in 24 Stunden eingeteilt ist.

An dem Apparat sind nun diese Verhältnisse in die Ebene übergetragen, indem die Erdkugel durch Polarprojektion auf einer rotierenden Scheibe dargestellt ist. Es sind auf dieser die wichtigsten Städte und sonstige Erdorte, deren lokale Zeiten von Interesse schienen, unter den zugehörigen Meridianen eingezeichnet, dabei jedoch, — um den Apparat so handlich wie möglich zu machen, — die Lage der Orte nach geographischer Breite nur nebensächlich berücksichtigt, weil letztere für die Zeitbestimmung ohne Bedeutung ist. Die Scheibe läfst sich innerhalb eines in 24 Stunden geteilten (festen) Zeitringes konzentrisch zu diesem drehen. Die 12 Tagstunden sind daran durch schwarze Ziffern auf hellem Grunde, und die 12 Nachtstunden durch weifse Ziffern auf dunklem Grunde gekennzeichnet. (s. Fig.) Mittelst zweier nadelförmiger Zeiger**), welche um die Axe der Scheibe beweglich sind, lassen sich alle Fragen in

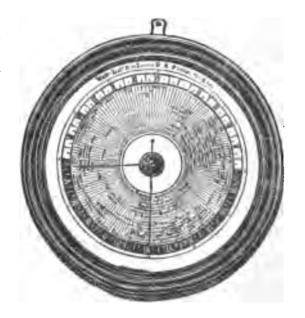
---

*) Hr. Wigand bittet uns zu bemerken, dafs Mitinhaber des Patents ist Hr. Dr. Weineck, gegenwärtig Direktor der Sternwarte in Prag.

**) In Bezug auf diese Zeiger, namentlich den oberen (von d. Scheibe entfernteren), ist zu bemerken, dafs er genau über dem betreffenden Meridian stehen und dafs man bei seiner Stellung den sogen. „parallaktischen Fehler“ vermeiden mufs. Um dies besser zu ermöglichen, wäre es wünschenswert, wenn auf der Scheibe ein Ring von Spiegelglas angebracht würde, wodurch man, wie beim Barometer, jenen Fehler leicht vermeiden kann, wenn man dem Auge eine solche Stellung giebt, dafs der Zeiger mit seinem Spiegelbild (und dem Meridian) sich deckt.

Bezug auf die lokalen Zeiten der verschiedenen Orte, — es sind deren ca. 200 auf der Scheibe eingezeichnet —, leicht beantworten.

Stellt man den einen Zeiger auf Mittag 12 Uhr, so überdeckt er Orte, welche gleichzeitig Mittag haben; richtet man den andern alle auf 1, 2, 3 ... Uhr, so überdeckt derselbe alle diejenigen Orte, welche in demselben Augenblicke die lokalen Zeiten von 1, 2, 3 ... Uhr haben. Will man nun z. B. wissen, wie spät es in Newyork sei, wenn in Hamburg die Uhr 6 Uhr morgens zeigt, so stellt man den einen Zeiger über den Punkt, welcher Hamburg, den andern über den Punkt, welcher Newyork bezeichnet und dreht die Scheibe mit den Zeigern so, dafs ersterer auf 6 Uhr morgens zeigt. Der über Newyork befindliche Zeiger wird dann Nachts 5 Minuten vor $12\frac{1}{2}$ Uhr als diejenige Zeit angeben, welche die Newyorker Uhren zu derselben Zeit zeigen, wenn es in Hamburg 6 Uhr morgens ist. Durch diese Stellung der Scheibe ist aber zugleich auch die lokale Zeit aller andern auf der Scheibe befindlichen Orte angegeben, und man braucht nur den zweiten, vorher über Newyork gelegten Zeiger über irgend einen Ort zu drehen, um sofort dessen lokale Zeit für denselben Moment abzulesen. Man findet z. B., dafs es in demselben Augenblicke in Rio de Janeiro morgens 2 Minuten vor $2\frac{1}{2}$ Uhr, in San Francisco abends 10 Minuten nach 9 Uhr, in Sydney nachmittags 5 Minuten vor $3\frac{1}{2}$ Uhr, in Sansibar morgens 3 Minuten vor 8 Uhr ist u s. w.*)



Sehr leicht läfst sich auch mit dem Apparat die Zeit be-

*) Für kleinere Entfernungen freilich wird man den Apparat weniger anwenden können. Wir wollten z. B. wissen, wann, d. h. wie viel Uhr einer unserer Freunde, der zufällig von Leipzig nach Frankfurt a/M. reiste und dort nach dem Fahrplan um 4^h Nachmittags ankommen sollte, nach Leipziger Uhr ankommen müsse. Wir suchten jedoch Frankfurt vergeblich auf der Scheibe. Für so nahe liegende Orte ist aber auch der Apparat kein Bedürfnis, da man, falls nur die geogr. Längen der Orte bekannt sind, die Uhrdifferenz leicht und rasch im Kopfe berechnen kann; denn für jeden Längengrad sind 4 Zeitminuten in Rechnung zu bringen, die, falls der Ort nach W. liegt, abzuziehen, falls er aber nach O. liegt, zuzuzählen sind. Da nun Leipzig, wie schon jede Specialkarte von Deutschland zeigt, ziemlich 30° ö. und Frankfurt ca. $26\frac{1}{3}$° ö. von Ferro liegt, so ist die Differenz etwa $3\frac{2}{3}$° und es beträgt folglich der Zeitunterschied $3\frac{2}{3} \cdot 4^m =$ ca. 15^m (= $\frac{1}{4}$ St.). Da aber Leipzig von Frankfurt aus nach O. zu liegt, so ist diese Zeitgröfse zuzuzählen. Wenn es also in Frankfurt 4^h Nachm. ist, zeigt die Uhr in Leipzig schon 4^h 15^m (oder $\frac{1}{4}$ auf 5). Durch eine telegraphische Depesche des um 4^h Ankommenden müfste sich — die unvermeidlichen Zwischenpausen vom Aussteigen bis zum Abgang der Depesche abgerechnet — dies bestätigen. Diese Differenzen der Ortszeiten sind wohl auch bei Feststellung der Eisenbahn-Fahrpläne zu berücksichtigen (s. Martus astron. Geogr. S. 113. § 108).

stimmen, in welcher frühestens eine telegraphische Depesche, welche an irgend einem Orte der Erde aufgegeben wird, an einem bestimmten andern eintreffen kann. Da nämlich der elektrische Funke fast gar keine Zeit gebraucht, um von einem Orte der Erde zu einem andern zu gelangen, und eine telegraphische Depesche in demselben Augenblick an ihrer Bestimmungsstation ankommt, in welchem sie an irgend einem Orte aufgegeben wird, — sofern die Linie offen ist —, so ist die schnellst mögliche Überkunftszeit, welche scheinbar zwischen Aufgabe und Ankunft liegt, nur die Differenz der lokalen Zeiten für beide Orte. Wird z. B. von Berlin um 10 Uhr morgens nach Moskau telegraphiert, so wird, — wenn Alles dazu vorbereitet war —, in derselben absoluten Zeit die Depesche eintreffen. Stellt man aber die beiden Zeiger über Berlin und Moskau, und dreht die Scheibe so, dafs ersterer auf 10 Uhr morgens zeigt, so sieht man, dafs es in Moskau zur selben Zeit Vormittags 6 Minuten nach $11\frac{1}{2}$ Uhr ist. Die Depesche hat also scheinbar über $1\frac{1}{2}$ Stunden zu ihrer Überkunft gebraucht. In gleicher Weise würde man finden, dafs eine Depesche, welche um 10 Uhr morgens in Berlin aufgegeben wird, in London schon um 9 Uhr 6 Minuten, in Washington früh 2 Minuten vor 4 Uhr ankommen kann, also scheinbar bedeutend früher, als sie aufgegeben ist u. s. w.

Käme es hierbei nicht bloſs auf die Tagesstunde an, sondern auch auf den Monatstag (das „Datum"), so müfste in vielen Fällen auch die sogenannte Datumsgrenze (d. Datumwechsel) berücksichtigt werden, falls nämlich der fragliche Ort — d. i. der Bestimmungsort der Depesche — jenseits des 180. Meridians v. Gr. läge. Dieser Gegenstand berührt zwar nur den vorliegenden Apparat, ist aber immerhin so wichtig, dafs wir es für zweckmäfsig hielten, in diesem Hefte zugleich einen Artikel über die sogen. „Datumsgrenze" zu bringen.

Der Apparat ist im eleganten Metallrahmen von ca. 26 cm. Durchmesser gefafst, und dient ebensowohl als vorzügliches Lehrmittel für Schule und Haus, wie auch als Zierde für jedes Wohnzimmer. Er ist für den Preis von 6 Mark 50 Pf. vom Erfinder zu beziehen. Er wird auch mit Uhrwerk hergestellt, welches mit Anker-Unruhe-Hemmung versehen ist und deshalb in jeder Lage weiter geht. Derartige Apparate, (an welchen noch ein dritter Zeiger, — der Minutenzeiger —, angebracht ist), dienen als gewöhnliche Uhren, und zeigen, wie jede andere gute Uhr die Zeit des Ortes, für welche sie gestellt sind, fortlaufend an. Zugleich aber zeigen sie auch für alle auf der Scheibe angegebenen 200 Orte deren lokale Zeiten fortlaufend an, so dafs mit einem Blick stets zu übersehen ist, welche Zeit es an allen wichtigen Punkten der ganzen Erde ist.

Der Preis derartiger Welt-Uhren ist je nach Ausstattung 20—50 Mark.

B. Programmschau.

Mathematische und physikalische Programme des Königreichs Bayern.

(Schuljahr 1882—83).

Referent: Prof. Dr. S. Günther in Ansbach.

1. **Augsburg,** Gymnasium zu St. Stephan. Prof. P. Benedikt Permanne. *Geognosie und Vegetalismus und ihr genetischer Zusammenhang; Naturgeschichtliche Studien.* 93 S.

Wir glauben diese Arbeit mit in unser Bereich ziehen zu sollen, weil sich bei genauerem Zusehen herausstellt, dafs dieselbe der Hauptsache nach mit einem Probleme der physischen Erdkunde, nämlich mit der Entwickelungsgeschichte des Erdkörpers, sich beschäftigt. Freilich ist die Behandlungsweise eine etwas eigentümliche. Der Unterricht an dem genannten Gymnasium ist vorzugsweise Mitgliedern des Benediktinerordens übertragen, und hieraus erklärt sich genügend die Tendenz unseres Programmes, die absolute Übereinstimmung der mosaischen Kosmogonie mit den Resultaten der neueren Forschung darzuthun; wenn dabei einem von beiden Teilen Konzessionen zugemutet werden, mufs natürlich die Naturwissenschaft die Kosten tragen. Deutlich genug spricht diesen Gedanken der folgende markante Satz (S. 21) aus: „Die Kirche, der oberste Wächter des in ihr niedergelegten Offenbarungsinhaltes, zu dem als ergänzender Faktor die heilige Schrift, dieser kostbare Schatz göttlich akkreditierter Wahrheiten und Thatsachen tritt, die sie nach den exegetisch-hermeneutischen Grundsätzen durchdringt und deren Inhalt den Gläubigen erklärend vermittelt, tief überzeugt von der Wahrheit des ihr anvertrauten Glaubensinhaltes, wird trotz ihrer Akkomodation an populäre Anschauungsweisen und ihre anthropomorphistischen Ausdrücke und Darstellungen laut protestieren müssen, wenn vorgebliche Resultate profaner Wissenschaften, wenn ganze Systeme und aufgestellte Hypothesen sich mit dem Inhalte und Wortlaute der heiligen Urkunden in Widerspruch stellen." Dem entsprechend sucht der Verfasser auch Hilfe für seine Doktrinen bei Schriftstellern, welche man in wissenschaftlichen Arbeiten sonst nur ungern zitiert, doch würde auch Er wohl kaum (S. 33) Schöpffers „Die Bibel lügt nicht" angeführt und als Beweismittel zu verwerten versucht haben, wenn er gewufst hätte, welchen Rufes sich der genannte Autor durchgängig erfreut, wenn er die von wahrhaft göttlicher Grobheit durchdrungenen Worte gekannt hätte, mit welchen R. Wolfs treffliche „Geschichte der Astronomie" (S. 790) Schöpffer und Genossen in die Schranken weist. — Sieht man von all dem ab, so mufs man zugestehen, dafs die Abhandlung des Herrn Paters Permanne mit grofser Gelehrsamkeit geschrieben ist und eine in ihrer Art ganz interessante Lektüre darbietet. Der Verfasser schildert zuerst die bei den älteren Kulturvölkern herrschend gewesenen Schöpfungsmythen mit besonderer Rücksicht auf die jonisch-eleatischen Philosopheme, erörtert dann den Bericht der Genesis, wobei er scharf betont, dafs die „Tage" der Bibel nach dem einmütigen Urteile der hierfür allerdings ganz mafsgebenden Kirchenväter keine längeren Perioden im Sinne der Rationalisten, sondern wirkliche Tage gewesen seien, verurteilt sodann die Laplacesche Nebularhypothese und bekennt sich zu der die Sintflut richtig erfassenden neptunistischen Anschauung. In den drei letzten Abschnitten, welche mehr Thatsächliches enthalten und die geognostische Schichtung der Erdrinde, die geographische Physiognomie des Erdbodens und die Pflanzenwelt schildern, treten die apologetischen Absichten des Verfassers etwas zurück, und in ihnen wird

auch der Fachmann manche beachtenswerte Notiz vorfinden. Die Litteratur, innerhalb deren der Verfasser lebt und webt, ist eine so eigenartige und von der modernen Naturforschung so wenig berücksichtigte, dafs schon um ihretwillen nähere Kenntnisnahme der Schrift angezeigt erscheint. Freilich ist jene dem Verfasser auch wohl viel vertrauter, als die Werke der wirklichen Physiker und Geologen; wie wäre sonst die Schreibart (S. 57) „Leopold von Bruck" (!) zu erklären?

2. **Augsburg,** Kreisrealschule. Reallehrer Dr. Wilhelm Braun. *Schwingende Bewegung einer kreisförmigen Scheibe im widerstehenden Mittel.* 24. S.

Herr Braun hat sich durch seine ausgedehnten Untersuchungen über den Luftwiderstand, welche er grofsenteils im Vereine mit Prof. Kurz von der Augsburger Industrieschule anstellte, bereits einen guten Namen bei den Physikern gemacht. Diesmal geht er aus von dem bekannten hydrodynamischen Fundamentalsysteme der vier partiellen Differentialgleichungen, welche zunächst allerdings nur für inkompressible Flüssigkeiten gelten, unter Voraussetzung sehr geringer Geschwindigkeiten aber auch für den Fall der atmosphärischen Luft noch als zu Recht bestehend betrachtet werden können. Zunächst werden die nötigen litterarischen Nachweisungen über diejenigen Modalitäten gegeben, unter welchen die Integration der fraglichen Gleichungen bereits früher durchgeführt worden ist. Der Verfasser selbst betrachtet eine dünne Scheibe, deren Centrum auf einer in diesem Punkte zur Scheibenebene senkrecht errichteten Axe sich hin- und herbewegen kann. Mittelst Einführung cylindrischer Koordinaten gelingt ihm im Sinne von Stokes und O. E. Meyer die Integration durch unendliche Reihen. Die willkürlichen Konstanten, welche in die Lösung eingegangen sind, lassen sich durch Diskussion der Grenzbedingungen entsprechend bestimmen; dabei findet sich, dafs die Versuchsscheibe nicht zu klein und nicht zu grofs genommen werden, ihr Radius einen gewissen mittleren Wert besitzen mufs. Zur Vergleichung mit den Experimenten dient die Formel

$$\mu = \frac{K^2}{4\pi\varrho\tau . b^4\gamma^4\left(\frac{\pi}{\delta t}-1\right)};$$

darin bedeutet μ den inneren Reibungskoefficienten des Mediums, in welchem die Bewegung vor sich geht, ϱ die Dichte dieses Mediums, τ die Dauer einer ganzen Schwingung, δ das logarithmische Dekrement pro Zeiteinheit, b den Scheibenradius, γ die Entfernung des Scheibenmittelpunktes von der Gleichgewichtslage, K das Trägheitsmoment der schwingenden Masse, t die Zeit. Zur Prüfung des theoretisch gewonnenen Ergebnisses stand Versuchsmaterial von Kurz und Boedeker (Göttinger Dissertation, 1881) zu Gebote. Eine völlig befriedigende Übereinstimmung konnte zur Zeit allerdings noch um so weniger erwartet werden, als Boedeker ausschliefslich mit rechteckigen Platten operiert hatte, doch erhellte soviel, dafs der bisher für μ angenommene Wert auch mit der Braunschen Formel genau genug stimmt, sobald nur (s. o.) der Halbmesser b die entsprechende Gröfse erhält. Denn dafs kleine Scheiben ungeeignet sind, hatte ja bereits die mathematische Behandlung der Frage erkennen lassen.

3. **Burghausen,** Gymnasium. Studienlehrer Dr. Lorenz Haas. *Über die Schriften des Sextus Empirikus.* 29 S.

Die Abhandlung ist zunächst rein philologisch, doch hat auch die Geschichte der Mathematik soviel Interesse an den schriftstellerischen

Leistungen des schneidigen Gegners der „Mathematiker“, daſs wir es für geboten halten, das Programm mit unter die zu besprechenden aufzunehmen. Bekanntlich bekämpfte Sextus Empirikus alle Gelehrten-Kategorieen seiner Zeit ohne Ausnahme, deshalb handelt seine Schrift („οἱ ἀπὸ τῶν μαθημάτων“) auch von den Grammatikern, Logikern u. s. w. Geometer und Arithmetiker werden in einem besonderen Buche abgefertigt. Die Überschrift „πρὸς μαθηματικούς“ rührt nach dem Verfasser nicht von Sextus selber her, sondern bildet einen Zusatz aus weit späterer Zeit, vielmehr scheint ersterer selbst seinem Werke den Titel „ὑπομνήματα“ gegeben zu haben. Endlich wird festgestellt, daſs die fünf Bücher gegen die Mathematiker — wobei immer dieses Wort in einem weit allgemeineren Sinne, als in dem heutigen, zu nehmen ist — erst nach den fünf Büchern gegen die Dogmatiker abgefaſst worden seien; die erste skeptische Schrift des Sextus dürften dagegen die „ὑποτυπώσεις“ gewesen sein.

4. **Erlangen,** Gymnasium. Studienlehrer Chr. Kelber. *Anfang eines Wörterverzeichnisses zu den libri matheseos des Julius Firmicus Maternus.* 36 S.

Häbler beklagt mit Recht in seiner höchst verdienstlichen Schrift „Astrologie im Altertum“*), daſs man noch keine genügende Ausgabe der Hauptschrift des Firmicus Maternus, dieses ausgezeichnetsten Vertreters der römischen Sterndeutekunst besitzt, wobei namentlich die beste, in Südfrankreich befindliche, Handschrift dieses Autors zu benützen wäre. Herr Kelber, von dem wir schon einmal eine dem Astrologen gewidmete Programmabhandlung zu besprechen hatten, beabsichtigt, diese Lücke auszufüllen, und wir dürfen der Hoffnung Raum geben, daſs es ihm dabei auch möglich sein werde, den erwähnten Kodex Montepessulanus zu benützen. Für jetzt liefert er ein mit groſser Akribie gefertigtes Wörterverzeichnis, wie solche von der statistischen Richtung der modernen Philologie gefordert werden; dasselbe umfaſst den Wortschatz des ersten Buches und der neun ersten Kapitel vom zweiten Buche der „libri matheseos“.

5. **Freising,** Lyzeum und Gymnasium. Prof. Joh. Nep. Heel. *Die Theorie der magnet- und dynamo-elektrischen Maschinen für die Schule zurecht gelegt.* 20 S. 2 Tafeln.

Eine Zusammenstellung des Wissenswürdigsten, welche ihren Zweck, die Hörer des philosophischen Lyzealkurses, also Studierende im ersten Jahre, mit den Prinzipien der neueren Elektrotechnik bekannt zu machen, gewiſs erreichen wird. Der Verfasser schildert zunächst kurz die elektrodynamischen Grundgesetze, das Wesen der Solenoidanziehung und der Induktionsströme und knüpft daran die Beschreibung der Maschinen von Pacinotti und Gramme; dem ersteren spricht er mit Recht die Priorität des Gedankens zu, den Eisenring zwischen den Polen eines Magneten rotieren zu lassen. Weiter charakterisiert er die auf dem Siemens'schen Grundsatze der Selbsterregung beruhenden dynamo-elektrischen Maschinen, zu welchem Zweck er auch eine populäre Erklärung des Begriffes „Potential“ einschaltet. Eigentlich mathematische Kenntnisse benötigt der Leser erst im Schluſsabschnitt, in welchem die Berechnung der in den verschiedenen Teilen des Stromkreises sich entwickelnden Wärmemengen gelehrt wird, und dabei war auch eine einfache Maximumbestimmung nicht zu umgehen. Die Figuren sind schematisch, aber recht übersichtlich gezeichnet.

*) Referent erhielt dieses Schriftchen, das möglicherweise auch ein Programm darstellt, vor einigen Jahren zugesandt, ohne aber, da es ohne Ort und Zeit erschien, dessen Provenienz und die Stellung des Verfassers daraus ersehen zu können. Vielleicht kommen letzterem diese Zeilen zu Gesicht. Jedenfalls verdient Herrn Häblers Elaborat auch neben den Brochüren von Mensinga und Billwiller sorgsame Beachtung seitens des Kulturhistorikers wie des Geschichtschreibers der exakten Disziplinen.

6. **Kaiserslautern,** Gymnasium. Prof. Joh. B. Himmer. *Astronomische Geographie.* 40 S.

Referent ist diesem Programm gegenüber, wie er offen zu gestehen keinen Anstand nimmt, in einiger Verlegenheit. Es ist den Lesern dieser Zeitschrift bekannt, daſs gerade der Berichterstatter, in steter Verbindung mit seinem verehrten Fachgenossen Dr. A. Pick, seit Jahren für eine entsprechende didaktische Behandlung der mathematischen Geographie eingetreten ist; wenn ihm nun, zumal aus der Feder eines bayrischen Spezialkollegen, eine Bearbeitung dieser Disciplin unter die Hände kommt, welche sich zu den früher vertretenen Grundsätzen in unmittelbaren Widerspruch stellt, so sieht er sich vor dem Dilemma, entweder überhaupt auf das Referat verzichten oder sich der Gefahr aussetzen zu müssen, daſs seinem Tadel egoistische Motive unterlegt werden. Er glaubt es auf die letztere Gefahr ankommen lassen zu sollen. Die vorliegende Einführung in das Pensum der elementaren Astronomie ist ganz nach der alten dogmatischen Methode gearbeitet; dem Schüler wird ein gewisses Maſs von Wissen in fest verarbeiteter Form dargeboten, er prägt sich dasselbe leidlich fürs Examen ein und steht nachher dem Wechselspiele der kosmischen Erscheinungen ebenso fremd gegenüber, wie vordem. Ob Referent zu hart urteilt, mögen Beispiele darthun, die wir ohne besondere Wahl bald da, bald dort entnehmen und leicht beliebig vermehren könnten. Parallaxe, Aberration, Praecession und Nutation (!) werden abgehandelt, ehe (S. 18 u. S. 30) die Sphäricität der Erde, welch' letztere eine Seite vorher bereits als Sphäroid erwähnt ward, zur systematischen Erörterung gelangt. Der erste Beweis für die Revolution der Erde um die Sonne hat nachstehenden Wortlaut (S. 33): „Alle Planeten bewegen sich um die Sonne, also ist nicht anzunehmen, daſs die Erde eine Ausnahme macht.“ Also deshalb, weil die Frage zur Entscheidung steht, ob die Erde wirklich zu den Wandelsternen gehört, oder nicht — deshalb wird ein Analogieschluſs von diesen Wandelsternen auf einen Weltkörper gemacht, von dem man eben noch gar nichts sicheres weiſs! Daſs die Rotation der Planeten als erster der sechs Gründe zu Gunsten der Erddrehung figuriert, der Foucaultsche Pendelversuch erst als letzter, kann nicht befremden. Soviel vom Allgemeinen. Nun kommen leider noch so manche Unbegreiflichkeiten im Einzelnen hinzu, die doch nicht schwer zu vermeiden gewesen wären. S. 4 heiſst es, man kenne zur Zeit 208 Planeten, während doch schon im September 1882 allein die Zahl der Planetoiden durch de Balls Entdeckung auf 230 gebracht war. Kepler soll (S. 20) durch seine „Beobachtungen“ zu seinen drei Gesetzen geführt worden sein; wie lange wird diese Fabel, gegen die auch Zech in seinen Rezensionen in der Schlömilchschen Zeitschrift einen Vertilgungskrieg führt, ihr Unwesen treiben und die Wahrheit verhüllen, die darin gipfelt, daſs Kepler nur ein mittelmäſsiger Beobachter, dafür aber eines der ersten Rechengenies aller Zeiten war. Die Behauptung, daſs der Mond keine Spur einer Atmosphäre besitze (S. 22) sollte heutzutage, nachdem Neison und Julius Schmidt zu so ganz anderen Ergebnissen gelangt sind, nicht mehr apodiktisch vorgetragen werden. Sollte ferner wirklich die Sonnentheorie v. Wolf-Lüdinghausens — denn so und nicht Lüdinghausen heiſst der Mann eigentlich — wirklich so sehr alles bisher Geleistete übertreffen, daſs man ihr genau ebensoviel Raum gönnt, wie allen übrigen Hypothesen zusammengenommen? Uns will bedünken, eine Annahme, welche mit physikalisch unkontrollierbaren Faktoren rechnet, nämlich mit einer durch Überhitzung entstandenen Unfähigkeit, Licht auszusenden, sollte vor Schülern wonicht ignoriert, so doch sehr reserviert behandelt werden. Von dem Geoid (S. 31) wird auf die hier gegebene Erklärung hin Niemand eine klare Vorstellung gewinnen. Ganz besonders merkwürdig aber ist es mit der Entdeckungsgeschichte des Neptun zuge-

gangen; dabei werden Lalande, Bessel, Bouvard und Galle namentlich aufgeführt, und von Leverriers analytischer Grofsthat ist mit keinem Worte die Rede, obwohl ohne sie Galle zu seiner — ohnehin nur durch einen glücklichen Zufall ermöglichten — Entdeckung nimmermehr gekommen wäre. Wir befürchten nicht, dafs uns jemand auf diese Proben hin der Voreingenommenheit bei Beurteilung dieses Programmes zeihen wird; die Programme der bayrischen Mittelschulen haben sich seit einer Reihe von Jahren völlig auf die, von den Gelegenheitsschriften anderer deutscher Länder erreichte Höhe geschwungen, und wir haben das in unserer Rundschau jederzeit voll anerkannt, wir möchten aber auch nicht, dafs man den einmal erreichten Standpunkt wieder verlöre, und erheben deshalb rechtzeitig unsere Stimme, wenn wir Gefahren dieser Art im Anzuge erblicken.

7. **München,** Handelsschule. Mathematiklehrer Dr. J. Ritz. *Untersuchungen über die Zusammensetzung der Klänge der Streichinstrumente; Physikalisch- musiktheoretische Abhandlungen, Physikern und Musikern gewidmet.**) 88 S.

Von dem gleichen Verfasser hatten wir an diesem Orte vor vier Jahren schon eine Programmarbeit anzuzeigen, welche ein schwieriges Problem der Optik in sehr anregender und umsichtiger Weise behandelt.**) Ganz das Gleiche verdient von der vorliegenden akustischen Untersuchung gesagt zu werden, welche in durchaus selbständiger Weise eine Reihe von Fragen erledigt, ähnlich denen, welche in Helmholtz's klassischer „Lehre von den Tonempfindungen“ erörtert werden. Die bisherigen Ergebnisse über Saitenklänge, wie sie durch eine geschickte Verbindung von Versuch und Rechnung erlangt wurden, zeichnen sich zwar durch Allgemeinheit aus, insoferne sie für beliebige Saiten gelten, allein dadurch wird gerade der Einflufs völlig aus dem Gesichtskreise entrückt, welchen die Individualität der Saite auf Ton und Klangfarbe ausübt. Hier nun greift unser Verfasser ein. Er untersucht zuerst den Klang einer leeren Violinsaite und bestimmt den Ort, an welchem der Bogen aufgesetzt werden mufs, um die Obertöne am vollkommensten ansprechen zu lassen. Er findet, dafs der Bogen ungefähr in der Mitte zwischen dem Steg und dem Ende des Griffbrettes wirken mufs, wenn acht Obertöne den Klang bilden sollen, und bezeichnet diesen Punkt „als die im allgemeinen günstigste Strichstelle“; nicht minder bestimmt er Grenzen, welche der auf der Saite thätige Bogen innehalten soll. Alsdann wird durch zahlreiche Versuche die Anzahl der Obertöne fixiert, welche, indem die Saite durch den darauf gedrückten Finger sich verkürzt, sozusagen ausgelöscht werden; eine Tabelle giebt an, wie sich die Violinklänge für verschiedene Lagen des drückenden Fingers zusammensetzen. Bis dahin hatte sich der Verfasser ausschliefslich auf die Geige beschränkt; nunmehr aber überträgt er dasselbe Untersuchungsverfahren auch auf das Violoncell, welches zwar im Grofsen und Ganzen nach ähnlichen Grundsätzen konstruiert, aber doch im Einzelnen recht verschieden ist, wie denn z. B. bei den vier Violinsaiten keine innere Differenz in der Klangbildung besteht, während die *C* Saite des Cellos den übrigen weit in der Fähigkeit nachsteht, Obertöne zu bilden. Im Übrigen gelten für beide Instrumente annähernd die gleichen praktischen Regeln, nur ist die „Spielbreite“ für die Violine etwas kleiner, als für das Violoncell; trotzdem löscht der Bogen auf letzterem weniger Obertöne aus, weil die Knotenpunkte der Obertöne wegen der gröfseren Länge der Saiten weiter auseinanderliegen. Drei Violoncellsaiten liefern reichere Klänge als die Violinsaiten. Ein wesentlich verschiedenes Thema ist dasjenige, welches sich der vierte Abschnitt

*) Auch als gesonderte Schrift im Buchhandel und zwar im Kommissionsverlage der Franzschen Hof- Buch- und Kunsthandlung zu München erschienen. Ref.

**) Jahrg. XI, S. 152/3. Red.

der Ritzschen Schrift stellt: Inwieweit beeinflussen beim Spiele die Saiten ein und desselben Instrumentes sich dadurch, daſs sie mitklingen, und bis zu welchem Grade wird eventuell von diesem Mitklingen die Klangfarbe beeinfluſst? Man findet, daſs bei zwei auf den nämlichen Ton gestimmten Saiten der Klang der primären Saite mit all seinen Besonderheiten sich auf die sekundäre Saite überträgt, daſs ferner, wenn zwei Saiten bei sonst verschiedener Stimmung eine gewisse Gruppe von Obertönen gemeinsam haben, gerade diese Gruppe bei beiden Saiten in die Erscheinung tritt. Bei reinen Intervallen ist die Übertragung die fühl- und hörbarste; nicht nur eine Saite, sondern ein paar derselben pflegt in Mitleidenschaft gezogen zu werden, und in manchen Fällen tritt sogar noch die dritte Saite hinzu. Eine Schädigung des Klanges erwächst hieraus nicht, weil ein Oberton, der im primären Klange nicht enthalten war, auf der freien Saite auch nicht zum Vorschein kommen kann. Gewisse Klänge rufen gar kein Mitklingen hervor, andere wiederum scheinen besonders dazu veranlagt, eine derartige Wirkung zu äuſsern. Auch stellt Herr Ritz fest, daſs die Flageolettöne der Streichinstrumente keine einfachen Obertöne, sondern zusammengesetzte Klänge sind. — Diese dürftige und aphoristische Wiedergabe einiger der beachtenswertesten Schluſsfolgerungen unserer Vorlage muſs an diesem Orte genügen; zur wirklich fachmännischen Beurteilung derselben bedarf es musikalisch gebildeter Physiker oder physikalisch gebildeter Musiker, wie denn der Verfasser selbst sich jeder dieser beiden Klassen zuzählen darf, der Referent keiner von beiden.

8. **Neustadt a. d. H.,** Gymnasium. Studienlehrer Dr. Vincenz Nachreiner. *Beitrag zur Theorie der bestimmten Integrale und zur Attraktionstheorie.* 36 S.

Seit Lejeune-Dirichlets Erfindung des sogenannten Discontinuitätsfaktors ist es für die Attraktionstheorie wichtig geworden, die Werthe bestimmter Integrale zwischen den Grenzen $\pm\infty$ zu ermitteln. In vielen Fällen lassen sich an deren Stelle die Grenzwerte 0 und ∞ setzen. So studiert denn auch hier der Verfasser die Eigenschaften der von ihm als selbständige Transscendenten aufgefassten Integrale

$$J_1 = \int_0^\infty \frac{\sin^n r\omega \cos s\omega}{\omega^{m+\alpha}}\, d\omega \text{ und } J_2 = \int_0^\infty \frac{\sin^n r\omega \sin s\omega}{\omega^{\mu+\alpha}}\, d\omega,$$

von welchen er in längerer Untersuchung nachweist, daſs sie, so lange r und s verschiedene Werte haben, endlich sind. Dieselben stehen mit den bereits durch L. Euler in die Analysis eingeführten Gröſsen

$$C_\alpha = \int_0^\infty \frac{\cos\omega}{\omega^\alpha}\, d\omega \text{ und } S_\alpha = \int_0^\infty \frac{\sin\omega}{\omega^\alpha}\, d\omega$$

ersichtlich in einem gewissen Zusammenhange; es gelingt, indem n einmal als eine gerade, das anderemal als eine ungerade Zahl aufgefaſst wird, die J durch unendliche Reihen darzustellen, in deren allgemeines Glied jeweils C_α oder S_α eingegangen ist. Die erlangten Formeln werden dazu angewendet, die Potentialfunktion einer Ellipsenfläche zu berechnen, deren Dichtigkeit heterogen, für ähnliche und der Begrenzungslinie ähnlich liegende Ellipsen dagegen konstant ist; die Aufgabe, und sogar auch eine verwandte allgemeinere, läſst sich mittelst elliptischer Integrale lösen. Ein Gleiches gilt, wenn man sich über jener Ellipse einen Cylinder konstruiert denkt, dessen Dichtigkeit nach einem analogen Gesetze, wie vorhin, variirt, und nunmehr dessen Potential aufsucht. Zur Theorie der

Fourierschen Reihen und der elliptischen Transscendenten enthält dieses Programm eine Anzahl interessanter Beispiele, und die Rechnung legt von der analytischen Gewandtheit des Verfassers ein sehr gutes Zeugnis ab.

9. **Schweinfurt,** Gymnasium. Prof. Christian Dielmann. *Die Einführung in die allgemeine Arithmetik.* 32 S.

Die fünfte Lateinklasse der bayrischen Studienanstalten, welche der Obertertia der norddeutschen Gymnasien entspricht, ist für den Beginn des eigentlich mathematischen Unterrichtes bestimmt. Für die Einführung in die Buchstabenrechnung werden durchaus Lehrbücher verwendet, welche, unbeschadet ihrer sonstigen Verdienste, darin fehlen, daſs sie auf strengwissenschaftliche Begründung der operativen Fundamentalgesetze ein allzuhohes Gewicht legen und somit bei Jungen von 13 bis 14 Jahren einen Grad des Verständnisses voraussetzen, der wohl nur in Ausnahmsfällen wirklich erreicht wird. Referent stimmt mit dem Verfasser durchaus überein, wenn dieser (S. 13) sagt: „Man sollte überhaupt den Anfänger mehr mit dem Wie beschäftigen, als mit dem Warum quälen und abschrecken.“ In diesem Sinne entwickelt die kleine Schrift die Regeln des Addierens, Subtrahierens, Multiplizierens und Dividierens ohne allen gelehrten Aufwand. Eine geschichtliche Einleitung sucht namentlich die einzelnen Erkenntnisstufen ins richtige Licht zu stellen, deren es bedurfte, um die Relativität und völlige Gleichberechtigung von positiver und negativer Zahl zu erkennen. Das beigebrachte historische Material hätte freilich noch beträchtlich vermehrt werden können, indessen ist nicht zu leugnen, daſs der Verfasser im Wesentlichen eine richtige Auswahl getroffen hat. Daſs, wenn erst der Schüler ordentlich mit Buchstaben rechnen und sich im Transformieren algebraischer Ausdrücke einer gewissen Fertigkeit rühmen kann, eine in die strengen Formen der üblichen demonstrativen Methode gekleidete Repetition am Platze ist, versteht sich von selbst.

10. **Würzburg,** Kreisrealschule. Reallehrer Wilhelm Heſs. *Hydrometrische Instrumente.* 8 S. 1 Tafel.

Beschreibung eines verbesserten Woltmann'schen Flügels und eines neuen selbstregistrierenden Pegels; beide Apparate versagen ihren Dienst auch bei Überschwemmungen nicht.

Bibliographie.

Oktober.

Erziehungs- und Unterrichtswesen.

Arnold, Gymn. Rektor Dr., Zur Frage der Überbürdung an den humanistischen Gymnasien. (16 S.) Kempten, Kösel. 0,35.
Wolter, Rekt., Aussprüche bewährter Pädagogen über die Behandlung der verschiedenen Unterrichtsdisziplinen. (418 S.) Gütersloh, Bertelsmann. 5.
Maurer, Dr., Deutsches Wort zur Überbürdungsfrage. Offenes Schreiben eines hess. Pädagogen an Herrn Gymn. Dir. Schiller. (49 S.) Mainz, Diemer. 1.
Vollhering, Dir., Das höhere Schulwesen Deutschlands vom Gesichtspunkte d. nationalen Bedürfnisses. 2. Aufl. (46 S.) Lpz., Lincke. 1.
Sörgel, Rekt., Wie steht es mit der Überbürdung an den bayerischen Gymnasien? Rede. (15 S.) Hof, Grau. 0,20.

Mathematik.

A. Reine Mathematik.

1. Geometrie.

Beyda, H. F. Th., Mathematische Beschäftigungen aus früheren Jahren. IV—VI. Stuttgart, Metzler 6,20.

Hess, Prof. Dr. E., Einleitung in die Lehre von der Kugelteilung mit besonderer Berücksichtigung ihrer Anwendung auf die Theorie der gleichflächigen u. der gleicheckigen Polyeder. Mit 16 Taf. (475 S.) Leipzig, Teubner. 14.

Hochheim, Prof. Dr., Aufgaben aus der analytischen Geometrie der Ebene. 2. Heft. Die Kegelschnitte. Leipzig, Teubner. 2,80. (Aufg. (76 S.) 1,20. — Aufl. (93 S.) 1,60.)

Prix, Oberl. E., Elemente der darstellenden Geometrie. 2. Teil. Schnitte von ebenen und krummen Flächen. Schiefwinkelige und axonometrische Projektionen. Centralprojektion. (120 S.) Leipzig, Teubner. 2.

Bockhorn, E. H., Die Elementarmathematik für den Schulunterricht bearbeitet. I. Planimetrie. (140 S.) Köln, Mayer. 1,20.

B. Angewandte Mathematik.

(Astronomie. Geodäsie. Mechanik.)

Herzog, Dr. E., Grundriß der Kosmogenie. (100 S.) Hirschberg, Heilig. 1,50.

Ritter, Geh. Reg. R. Prof. Dr., Lehrbuch der analytischen Mechanik. 2. Aufl. (285 S.) Leipzig, Baumgärtner. 8.

Wenz, Die mathematische Geographie in Verbindung mit der Landkartenprojektion. Mit 187 Fig. (299 S.) München, Schulb. Verl. 7,20.

Physik.

Hauck, Die Grundlehren der Elektricität mit besonderer Rücksicht auf ihre Anwendung in der Praxis. (277 S.) Wien, Hartleben. 3.

Kromann, Doc. Dr., Unsere Naturerkenntnis, Beiträge zu einer Theorie der Mathematik u. Physik. Preisschrift. Kopenhagen. Höst. (458 S.) 10.

Sack, Inspektor, Die Verkehrstelegraphie der Gegenwart. Mit 101 Abb. (303 S.) Wien, Hartleben. 3.

Bachmann, O., Unsere modernen Mikroskope und deren sämtliche Hilfs- und Nebenapparate für wissenschaftliche Forschungen. Mit 175 Abb. (344 S.) München, Oldenburg. 6.

Vyhnánek, R., Lehrbuch der Telegraphie. (264 S.) Wien, Perles. 5.

Physik, die, im Dienste der Wissenschaft, Kunst und des praktischen Lebens. Unter Mitwirkung von Dr. v. Bebber, Grahwinkel, Dr. Hartwig etc., herausgegeben von Oberl. Dr. Krebs. In 5 Lfgn. Stuttgart, Enke. à 2.

Chemie.

Wenghöffer, Dr., Lehrbuch der anorganischen reinen und techn. Chemie. (302 S.) Stuttgart, Wittwer. 1. Bd. 5.

Richter, Tabellen der Kohlenstoffverbindungen, nach deren empirischer Zusammensetzung geordnet. (517 S.) Berlin, Oppenheim. 11.

Landolt, Prof. Dr. u. Prof. Börnstein, Physikalisch-chemische Tabellen. (249 S.) Berlin, Springer. 12.

Weselsky, Prof. Dr. u. Dr. Benedikt, 30 Übungsaufgaben als erste Anleitung zur quantitativen Analyse. (41 S.) Wien, Toeplitz und Deuticke. 1.

Möller, Dr. J., Über den Alkohol. (40 S.) Berlin, Habel. 0,80.

Beschreibende Naturwissenschaften.

1. Zoologie.

Fleischer, J. M., Taschenbuch für Raupen- und Schmetterlingssammler. (268 S.) Leipzig, Leiner. 2.

Hess, Prof. Dr., Bilder aus dem Aquarium. Halle, Gesenius. 2 Bände. (284 S. 307 S.) à 4.

Leydig, Dr. F., Die einheimischen Schlangen. Zoologische und anatom. Bemerkungen. (55 S.) Frankfurt a. M., Diesterweg. 5.

Wahnschaffe, M., Verzeichnis der im Gebiete des Allervereins zwischen Helmstedt und Magdeburg aufgefundenen Käfer. (455 S.) Neuhaldensleben, Eyraud. 6.

Krafs, Sem. Dir. Dr. u. Prof. Dr. Landois, Lehrbuch für den Unterricht in der Zoologie. Für Gymn., Realgymn. u. a. höheren Lehranstalten. Mit 207 Abb. (342 S.) Freiburg, Herder. 3,40.

Braun, Dr. M., Zur Entwickelungsgeschichte des breiten Bandwurms. Mit 3 Taf. (56 S.) Würzburg, Stuber. 5.

Dahl, F., Analyt. Bearbeitung der Spinnen Norddeutschlands. Berlin, Friedländer. 2,40.

2. Botanik.

Kummer, P., Kryptogamische Charakterbilder. (251 S.) Halle, Gesenius. 3.

Koch, Prof. Dr. K., Die Bäume und Sträucher des alten Griechenlands. (270 S.) Berlin, Jakobsthal. 6.

Bail, Prof. Dr., Methodischer Leitfaden für den Unterricht in der Naturgeschichte, in engem Anschlusse an die neuen Lehrpläne der höheren Schulen Preufsens bearbeitet. Botanik. 2 Hefte: IV—VI. (176 S.) Leipzig, Fues. 1,20.

Bösemann, Sem. L., Deutschlands Gehölze im Winterkleide. (91 S. mit 10 Steintaf.) Hildburgh, Gadow. 1,20.

3. Mineralogie.

Erdbeben, das, auf Ischia am 28. Juli 1883. 40 S. mit Karte u. 4 Ansichten. Stuttgart, Cotta. 1.

Tschermak, G., Die mikroskopische Beschaffenheit der Meteoriten, erl. durch photographische Abbildungen. 3 Lfgn. Stuttgart, Schweizerbart. à 16.

Richter, Zink, Zinn und Blei. Ausführliche Darstellung der Eigenschaften, Legirungen etc. (259 S.) Wien, Hartleben. 3,25.

Mc. Cay, Beitrag zur Kenntnis der Kobalt- Nickel- und Eisenkiese. (46 S.) Freiberg, Craz. 1.

Geographie.

Broichmann, Rektor, Erdkarte in Merkators Projektion. 8 Bl. Metz, Lang. 10.

Bastian, A., Zur naturwissenschaftlichen Behandlungsweise der Psychologie durch u. für die Völkerkunde. (231 S.) Berlin, Weidmann. 4.

Hesse-Wartegg, E. v., Nordamerika, seine Städte und Naturwunder, sein Land und seine Leute. Mit 300 Illustr. In 24 Lfgn. Leipzig, Weigel. à 0,50.

Topp, F., Madagaskar. (36 S.) Frankfurt a. M., Fösser. 0,50.

Trampler, Prof. R., Mittelschulatlas. Grofse Ausgabe in 51 Karten. Wien, Hof- und Staatsdruckerei. 6.

— Derselbe in 34 Karten. Ebd. 4,40.

Frahm, Lehrer, Schulgeographie. (120 S.) Parchim, Wehdemann. 1.

Kiepert, Politische Wandkarte der Balkanhalbinsel. 1 : 1 000 000. 6 Blatt. Berlin, Reimer. 7,50.

Stein, Die Entdeckungsreisen in alter und neuer Zeit. In 16 Lfgn. Glogau, Flemming. à 1.

Neue Auflagen.

1. Mathematik.

Dölp, weil. Prof. Dr., Die Determinanten. Elementar behandelt. 3. Aufl. (95 S.) Darmstadt, Brill. 2.
Fort, O., und O. Schlömilch, Lehrbuch der analytischen Geometrie. 1. Tl. Analyt. G. d. Ebene v. weil. Prof. Fort. 5. Aufl. v. Heger. (260 S.) Leipzig, Teubner. 4.
Ducrue, J., Aufgaben aus der Mathematik und Naturwissenschaft an den humanistischen Gymnasien, Realgymnasien und Realschulen Bayerns. 2. Aufl. (80 S.) Würzburg, Stahel. 0,80.
Wiegand, Dr. A., Lehrbuch der ebenen Trigonometrie, nebst vielen Übungsaufgaben. 8. Aufl. (97 S.) Halle, Schmidt. 1.
Bremiker's 5stellige log. trig. Tafeln. 4. Ausgabe, besorgt von Prof. Dr. Kallius. (184 S.) Berlin, Weidmann. 1,20.
Worpitzky, Prof. Dr., Elemente der Mathematik für gelehrte Schulen und zum Selbststudium. 2. Aufl. Berlin, Weidmann. 2,60.

2. Naturwissenschaften.

Karsch, Prof. Dr., Die Insektenwelt. Ein Taschenbuch zu entomolog. Exkursionen für Lehrer und Lernende. 2. Aufl. mit 389 Abbildungen. (700 S.) Leipzig, Lenz. 9,60.
Krist, Dr., Anfangsgründe der Naturlehre für die unteren Klassen der Mittelschulen. 18. Aufl. (224 S.) Wien, Braumüller. Geb. 3,40.
Seubert's, Prof. Dr. M., Grundrifs der Botanik. 5. Aufl. von Prof. Dr. Ahles. (289 S.) Leipzig, Winter. 1,80.
Dorner, Dr. H., Grundzüge der Physik. 5. Aufl. (311 S.) Hamburg, Meifsner. 3.
Hofmann, Lyc. Prof., Grundzüge der Naturgeschichte für den Gebrauch beim Unterrichte. 2. Teil. Das Pflanzenreich. 5. Aufl. (258 S.) München, Schulbücher-Verlag. 2,20.
Zwick, Dr. H., Lehrbuch für den Unterricht in der Zoologie. 2. Aufl. In 3 Lfgn. (95 S.) Berlin, Burmester. à 1.

3. Geographie.

Arenz, Dir., Katechismus der Geographie. 4. Aufl. Mit 57 Karten und Ansichten. (254 S.) Leipzig, Weber. 2,40.
Supan, Prof. Dr., Lehrbuch der Geographie nach den Prinzipien der neueren Wissenschaft für österreich. Mittelschulen und verw. Lehranstalten. 5. Aufl. (298 S.) Laibach, v. Kleinmayer. 2,80.
Adami-Kiepert's Schulatlas in 27 Karten. 8. Aufl. Berlin, Reimer. 5.
Peschel's, O., Physische Erdkunde. Nach den hinterlassenen Manuskripten selbst. bearb. und herausgegeben von G. Leipoldt. 2. Aufl. In ca. 14 Lfgn. Leipzig, Duncker und Humblot. à 2.

November. Dezember.

Erziehungs- und Unterrichtswesen.

Christinger, Pfr. Insp., Mens sana in corpore sano. Pädagogische Vorträge und Studien. (217 S.) Frauenfeld, Huber. 2,40.
Franz, Dr., Ratgeber bei der Wahl des Berufs. 4. Aufl. (356 S.) Görlitz, Remer. 3.
Hoch, J., Die Entwicklung der Ferienkolonien. (33 S.) Lübeck, Quitzow. 0,50.
Alexi, Gymn.-Dir., Zur Reform der höheren Schulen in Deutschland. (55 S.) Langensalza, Beyer. 1.
Bartels, Dr., Die Bedeutung Herbarts für die Pädagogik als Wissenschaft. (43 S.) Brecklum. Christl. Buchh. 1,20.
Schlemm, O., Über gymnasiale Erziehung. (31 S.) Chemnitz, Schmeitzner. 1.
Verhandlungen der 2. Direktoren-Versammlung in der Provinz Schleswig-Holstein 1883. Berlin, Weidmann. (237 S.) 4.

Mathematik.

1. Geometrie.

Weyr, E., Die Elemente der projektivischen Geometrie. 1. Heft. Theorie der projektivischen Grundgebilde. (231 S.) Wien, Braumüller. 6.

Westermann, H., Schulstereometrie. (99 S.) Riga, Kymmel. 2.

Friedrich, Gymn.-L. Dr., Katechismus der analytischen Geometrie. (208 S.) Leipzig, Weber. 2,40.

2. Arithmetik.

Vacat.

Physik.

Streintz, Prof. Dr., Die physikalischen Grundlagen der Mechanik. (142 S.) Leipzig, Teubner. 3,60.

Stein, Dr. Th., Elektrotechnische Rundschau. Illustrierte Zeitschrift etc. 12 Hefte. Halle, Knapp. Vierteljährig 1,50.

Gretschel, Prof. Dr. und Dr. Bornemann, Jahrbuch der Erfindungen und Fortschritte auf den Gebieten der Physik etc. 19. Jahrg. (438 S.) Leipzig, Quandt & Händel. 6.

Biscan, W., Kleines Handwörterbuch enthaltend das Wichtigste aus der Lehre von der Elektricität. Mit 70 Abbildungen. (96 S.) Wien, Hartleben. 1,50.

Hoppe, Prof. Dr., Die drehbare Bilderscheibe und Bildertrommel, das Stroboskop, physiologisch und psychologisch erklärt. (150 S.) Leipzig, Frohberg. 2,40.

Beschreibende Naturwissenschaften.

1. Zoologie.

Vogel, Dir. Dr. und O. Ohmann, Zoologische Zeichentafeln. Im Anschluſs an den Leitfaden von Vogel, Müllenhoff und Kienitz. (14 S. und 16 Taf.) In Heften. Berlin, Winkelmann. à 0,80.

Weismann, Prof. Dr., Über die Ewigkeit des Lebens. (79 S.) Freiburg, Mohr. 1,70.

Allen, Grant, Naturstudien. Bilder zur Entwickelungslehre. Übersetzt von Dr. Huth. (298 S.) Leipzig, Quandt & Händel. 4,80.

Taschenberg, Prof. Dr., Was sind Holzwürmer und wie erwehrt man sich ihrer? (40 S.) Halle, Knapp. 1.

Möbius und Heincke, Die Fische der Ostsee. Mit Abbildungen aller beschriebenen Arten und einer Verbreitungskarte. (207 S.) Berlin, Parey. 5.

2. Botanik.

Köhlers Medizinal-Pflanzen in naturgetreuen Abbildungen mit kurz erklärendem Texte. I. Die offizinellen Pflanzen von G. Pabst und Dr. Elsner. In ca. 40 Lieferungen. Gera, Köhler. à 1.

Marpmann, Die Spaltpilze. Grundzüge der Spaltpilz- oder Bakterienkunde. Mit 25 Holzschnitten. (193 S.) Halle, Waisenhaus. 3.

Röll, Dr., Die 24 häufigsten eſsbaren Pilze, welche mit giftigen nicht leicht zu verwechseln sind. Mit 14 Farbentafeln. (46 S.) Tübingen, Laupp. 3,60.

Wiesner, Prof. Dr., Elemente der wissenschaftlichen Botanik. 2. Band. Auch unter dem Titel: Elemente der Organographie, Systematik und Biologie der Pflanzen. Mit einem Anhang: Die historische Entwickelung der Botanik. (449 S.) Wien, Hölder. 10.

Freyhold, Prof. Dr., Lehrbuch der Botanik für alle Klassen höherer und Mittelschulen etc. (218 S.) Freiburg i. Br., Kiepert. 2,80.

3. Mineralogie.

Bisching, Prof. Dr., Grundriſs der Mineralogie für die unteren Klassen der Mittelschulen. Mit 59 Original-Holzschnitten. (76 S.) Wien, Hölder. 0,84.

Piedboeuf, Ing., Das Petroleum Centraleuropas, wo und wie es entstanden ist, mit spezieller Anwendung auf die deutsche Petroleum-Industrie. (75 S. mit 7 Taf.) Düsseldorf, Bagel.
Darmstadt, Dr., Beschreibung der nutzbaren Gesteine des Grofsherzogtums Hessen. (52 S.) Mainz, Müller. 1.
Kuntze, Dr. O., Phytogeogenesis. Die vorweltliche Entwickelung der Erdkruste und der Pflanzen. (213 S.) Leipzig, Frohberg. 6.
Ulrich, Prof., Krystallographische Figurentafeln zum Gebrauche bei mineralogischen Vorlesungen. Mit 8 zum Teil kolorierten Tafeln. Hannover, Schmorl. 2.
Tschermak, Prof. Dr., Lehrbuch der Mineralogie. (539 S.) Mit 339 Abbildungen. Wien, Hölder. 18.

Geographie.

Haardt, V. v., Schulwandkarte von Amerika. 1 : 10 000 000. 4 Blätter. Wien, Hölzel. 8.
— Schulwandkarte von Europa. 1 ; 4 000 000. 4 Blätter. Ebenda. 8.
Ackermann, Dr. C., Beiträge zur physischen Geographie der Ostsee. Mit 1 Tiefenkarte und 5 Tafeln. (399 S.) Hamburg, Meifsner. 10.
Zittel, Prof. Dr., Die Sahara, ihre physische und geologische Beschaffenheit. (42 S.) Kassel, Fischer. 12.
Dölter, Prof. Dr., Über die Kapverden. (263 S.) Leipzig, Frohberg. 13.
Neelmeyer-Vukassowitsch, Die Vereinigten Staaten von Amerika. Leipzig, Duncker. In Lieferungen à 1.

Neue Auflagen.

1. Mathematik.

Heis, weil. Prof. E., Sammlung von Beispielen etc. **62.** und **63.** Aufl. (404 S.) Köln, Du Mont. 3.
Secchi, † Dir. P., Die Gröfse der Schöpfung. Zwei Vorträge gehalten vor der Tib. Akad. Rom. Aus dem Italienischen von Dr. Güttler. **3.** Aufl. (50 S.) Leipzig, Bidder. 1,20.
Ule, Dr. O., Die Wunder der Sternenwelt. **3.** Aufl. von Dr. H. J. Klein. Leipzig, Spamer. In Lieferungen à 1.

2. Naturwissenschaften.

Wagner, H., Pflanzenkunde für Schulen. 1. Kursus. (128 S.) **8.** Aufl. Bielefeld, Velhagen. 1,20.
Kummer, Paul, Der Führer in die Flechtenkunde. Anleitung zum leichten und sicheren Bestimmen der deutschen Flechten. **2.** Aufl. Mit 46 Fig. (187 S.) Berlin, Springer. 3,60.
Weinhold, Prof. Dr., Vorschule der Experimentalphysik. **3.** verbesserte und vermehrte Aufl. (554 S.) Leipzig, Quandt-Händel. 10.
Jansen, Dr., Physikalische Aufgaben für die Prima höherer Lehranstalten. (550 S.) Freiburg, Herder. 1,80.

3. Geographie.

Kozenns geographischer Schulatlas. **28.** Aufl. neu bearbeitet von v. Haardt, revidiert von Prof. Dr. Umlauft. 38 Karten. Wien, Hölzel. 5,60.
Derselbe in 50 Karten. Ebenda. 7,20.
Geikie, Prof. A., Physikalische Geographie. Deutsche Ausgabe besorgt von Prof. O. Schmidt. **3.** Aufl. (118 S.) Strafsburg, Trübner. 0,80.
Herr, Landesschulinsp., Lehrbuch der vergleichenden Erdbeschreibung für die unteren und mittleren Klassen höherer Lehranstalten. 1. Kursus. (120 S.) **13.** Aufl. 2. Kursus. (288 S.) **9.** Aufl. Wien, Gräser. 4,48.

Pädagogische Zeitung.

(Berichte über Versammlungen, Auszüge aus Zeitschriften u. drgl.)

Die 56. Versammlung deutscher Naturforscher und Ärzte zu Freiburg i. B. 18.—22. September 1883.

Mit Rücksicht auf die Sektion f. mathem. u. naturw. Unterr.

Referent Prof. Koch in Freiburg i. B.

Nachdem auf den beiden vorausgehenden Versammlungen d. N. u. Ä. die „Sektion für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht" nicht zu Stande gekommen war, hat sich dieselbe bei der diesjährigen Versammlung wieder konstituiert und einige Sektionssitzungen abgehalten. Man kann im allgemeinen nur den Bemerkungen beitreten, welche der Herausgeber dieser Zeitschrift und Herr Dr. Weifsenborn-Eisenach über die Stellung dieser Sektion bei der allgemeinen deutschen Naturforscherversammlung und über die Schwierigkeit der Konstituierung derselben seiner Zeit ausgesprochen haben.*) Alle dort erwähnten Hindernisse werden sich immer wieder zeigen. Man mufs aber auch nicht aufser Auge lassen, welchen Zweck die Versammlung sich selbst im § 2. ihrer Statuten gesetzt hat: „Der Hauptzweck der Gesellschaft ist, den Naturforschern und Ärzten Deutschlands Gelegenheit zu verschaffen, sich persönlich kennen zu lernen."

Von diesem Standpunkte aus wird man es unsern Kollegen nicht übel nehmen können, wenn sie die ihnen so selten gebotene Gelegenheit ergreifen, bedeutende Vertreter der Wissenschaft im lebendigen Vortrage kennen zu lernen und dafür auf die Verhandlungen über pädagogische Streitfragen u. dgl. verzichten. Man erinnere sich nun auch noch daran, dafs selbst in einer Universistätsstadt eine grofse Zahl der einheimischen Lehrer als Sekretäre bei verschiedenen Sektionen für die ganze Zeit der Versammlung in Anspruch genommen ist. Als Hauptmittel, die pädagogische Sektion zu fördern, sind nun zwei Dinge in Vorschlag gebracht worden: 1) Verlegung der Versammlung auf eine andere Zeit und 2) eine solche innere Organisation, dafs die Sitzungen der verwandten Sektionen nicht mehr kollidieren.

Die Zeit vom 18.—22. September ist nun gewifs für viele Lehrer an Mittelschulen eine sehr ungünstige. Bei der Versammlung in Baden-Baden lag daher auf Veranlassung des Herausgebers dieser Zeitschrift ein Antrag auf Verlegung im Interesse der Lehrer der Mittelschulen vor und wurde unter Vorsitz des Herrn Prof. Dr. Helmes (Celle-Freiburg) in der pädagogischen Sektion besprochen, damit der Generalversammlung ein präziser Vorschlag gemacht werden könnte. Zufällig waren damals Kollegen aus den verschiedensten Teilen Deutschlands anwesend, und die eingehen-

---

*) Man sehe XIII, 479 u. f. Red.

den Besprechungen ergaben das Resultat, dafs bei der grofsen Mannigfaltigkeit der Ferienordnungen, der Zeit der Prüfungen u. s. w. ein allen deutschen Kollegen günstiger Zeitpunkt sich nicht finden liefs; da aufserdem Änderungen in der Ferienordnung neue Anträge auf Verlegung zur Folge haben würden, und da die Lehrer von Mittelschulen doch immer nur ein bescheidenes Kontingent zur Versammlung stellen werden, so mufste leider der Antrag auf Verlegung einfach zurückgezogen werden.*) Wir badische Kollegen müssen übrigens anerkennen, dafs alle Behörden mit der gröfsten Zuvorkommenheit den Lehrern den Besuch ähnlicher Versammlungen ermöglichen; freilich stehen wir Ende September nicht in den Examenswochen, sondern in den ersten Wochen des Schuljahres.

Auch der zweite Vorschlag, so gut er sonst ist, scheint mir praktisch undurchführbar. Erstens nehmen die Verhandlungen einzelner Sektionen überhaupt die ganze für Sektionssitzungen verfügbare Zeit in Anspruch (dies war z. B. in diesem Jahre bei der physikalischen Sektion der Fall). Zweitens lassen sich in einer allgemeinen Vorversammlung die Sitzungen von 24 Sektionen nach Zeit und Reihenfolge schon darum nicht ordnen und abgrenzen, weil um diese Zeit der Überblick über die voraussichtliche Dauer der Verhandlungen noch fehlt, und sich sogar nach Konstituierung der Sektionen wegen der unberechenbaren Dauer der oft sehr interessanten Diskussionen nicht einmal annähernd gewinnen läfst, abgesehen davon, dafs man kein Mittel besäfse, die etwaigen Abweichungen einer Sektion von dem ihr vorgezeichneten Stundenplan zu verhüten.

Auch bei der diesjährigen Versammlung kamen daher die Sitzungen der pädagogischen Sektion nur dadurch zu Stande, dafs die Mitglieder sich entschlossen, schon um 8 Uhr frühe in die Verhandlungen einzutreten, um dann spätestens um 10 Uhr sich in die verschiedensten Sitzungslokale zu zerstreuen, und Vorträge aus dem Gebiete der Mathematik, Physik, Chemie, Mineralogie, Botanik, Zoologie, Geographie anzuhören.**)

Nach der Tagesordnung wurde die erste Sitzung ausgefüllt durch einen Vortrag des Herrn Dr. Lehmann-Aachen:

„Über Selbstanfertigung physikalischer Apparate durch die Lehrer“ und die daran sich anschliefsende Diskussion. In der zweiten Sitzung fand eine eingehende Besichtigung der physikalischen Sammlung der höhern Bürgerschule (jetzigen Realschule) statt, und daran schlofs sich eine Besprechung der neuesten Verordnung des Grofsh. Bad. Oberschulrates über Verteilung und Methode des mathematischen Unterrichtes am Gymnasium, eingeleitet durch den Referenten. Die beiden ersten Gegenstände stehen in engem Zusammenhang. Bis zum Jahre 1860 wirkte nämlich an der höhern Bürgerschule und an dem Gymnasium in Freiburg als Lehrer der Physik der als Grofsh. Oberschulrat verstorbene Dr. Frick, welcher durch seine physikalischen Lehrbücher und besonders durch seine „Physikalische Technik“ (Braunschweig b. Vieweg) in weitern Kreisen bekannt geworden ist. Gerade die Sammlung der höhern Bürgerschule enthält aus jener Zeit noch viele Apparate, welche Frick eigenhändig oder mit Unterstützung wenig geschulter Mechaniker verfertigt hat. Diese haben jetzt meist allerdings nur noch historisches Interesse, da sich die Sammlung der höhern Bürgerschule unter Leitung des Herrn Prof. Reichert (des jetzigen Herausgebers von Hellmuths Elementar-Naturlehre) zu einer solchen Vollkommenheit

*) Erkundigungen hatten auch ergeben, dafs die Gesellschaft, welche unseres Wissens in 56 Jahren an ihren Statuten nichts geändert hat, den Antrag auf Verlegung rund abgelehnt haben würde. Ref.

**) Dieses Auskunftsmittel hat auch der Herausgeber ds. Z. immer vorgeschlagen, um die „Sektion etc. bei der Naturf.-V.“ zu retten. Er schlug vor:

Entweder früh (vielleicht schon ½8 Uhr), oder in den späten Nachmittagsstunden! Übrigens könnten gerade in dieser Sektion solche pädagog., resp. methodisch-didaktische Themata gewählt werden, an denen auch die Naturforscher und Ärzte Interesse hätten. Es giebt solche Themen. D. Red.

entwickelt hat, dafs sich darin ungewöhnlich viele für den Unterricht besonders geeignete Apparate vorfinden.

An diesen Umstand knüpfte Herr Dr. Lehmann (von dem ein Buch über Anfertigung physikalischer Instrumente unter der Presse ist,) seinen Vortrag an. Er schilderte zunächst jene Zeit, deren Denkmale hier noch so zahlreich vertreten sind und begrüfst den Umstand, dafs die Technik heute so entwickelt ist, dafs der Lehrer der Physik nicht mehr darauf angewiesen ist, die für den Unterricht nötigen Apparate trotz grofsen Aufwandes von Zeit und Mühe doch meist nur in unvollkommener Weise selbst herzustellen. Gleichwohl hält es Redner für sehr wichtig, dafs der Lehrer mit der Anfertigung von einfachen physikalischen Apparaten vertraut sei und aus eigener Erfahrung genau wisse, was man einer Substanz z. B. Glas, Eisen etc. zumuten dürfe und was nicht. Nur wer selbst gläserne Instrumente verfertigt, zerbrochen und wieder geflickt habe, werde als Experimentator das nötige Geschick besitzen. Von diesem Standpunkte aus bedauert er daher die jetzige Art der praktischen Vorbereitung der Lehramtskandidaten auf den Hochschulen. Man beeile sich jetzt möglichst, den Kandidaten zu einer selbständigen wissenschaftlichen Arbeit heranzuführen, bei welcher unverhältnismäfsig viele Zeit auf immer sich wiederholende Beobachtungen und Ablesungen derselben Art verwendet würden. Es sollte aber das Praktikum an der Universität für den angehenden Lehrer der Physik vielmehr so eingerichtet werden, dafs demselben Gelegenheit geboten würde, durch mehr qualitatives Arbeiten sich mit den Eigenschaften der gewöhnlich verwendeten Stoffe und mit der Handhabung der Vorlesungsapparate vertraut zu machen, wodurch natürlich spätere wissenschaftliche Arbeiten nicht nur nicht ausgeschlossen, vielmehr gefördert würden.

An den Vortrag schlofs sich eine längere Besprechung. Zunächst wies Herr Professor Reichert-Freiburg darauf hin, dafs das qualitative Arbeiten nicht genüge, dafs sogar in der Schule die Versuche nicht nur qualitativer Natur sein dürften, sondern nur dann den vollen Nutzen für die Schüler hätten, wenn die Resultate auch quantitativ verfolgt würden, wobei natürlich niemals die Genauigkeit von Präzisionsversuchen auch nur angestrebt zu werden brauche.

Der Vortragende erklärte, dafs er unter qualitativem Arbeiten gerade diese Art von Versuchen verstanden habe, im Gegensatze zu den Präzisionsmessungen bei wissenschaftlichen Arbeiten. Im Verlaufe der Diskussion wurde von Herrn Prof. Treutlein-Karlsruhe der Antrag gestellt:

> „Es möchte einer der theoretisch gut vorgebildeten und praktisch erfahrenen Kollegen öffentlich (in einer kommenden Philologen- oder Naturforscherversammlung oder in der Hoffmannschen Zeitschrift) sich darüber aussprechen
>
> 1) welche Wünsche und Vorschläge über Vorbildung der Lehrer der Mathematik und Naturkunde bereits gemacht wurden,
> 2) was sich durch kritische Prüfung derselben als Resultat ergiebt.

Schliefslich wurde noch die Frage angeregt, wie grofs das jährliche Budget der physikalischen Sammlung an einer Mittelschule etwa sein müfste, wenn der Unterricht den Forderungen der Wissenschaft und Didaktik entsprechend soll erteilt werden können.*) Man einigte sich

---

*) Da müfste doch zuerst ein Normalverzeichnis der Apparate (physik., chem. und naturgesch.) aufgestellt werden, wie wir es s. Z. in dieser Zeitschr. von Österreich und Sachsen mitgeteilt haben (s. V, 72—77 und 159 u. f., beide rezensiert von Professor Müller in IV, 22 u. f.). In Preufsen wo im Schulwesen nicht die straffe Zentralisation, wie im Militärwesen herrscht, scheint man derartige Organisationen den Provinzialschul-

zwar nicht über eine Beantwortung dieser Frage; aber ein Vergleich der thatsächlich an den verschiedenen Anstalten gewährten Summen zeigte einen solchen Unterschied sogar in dem kleinen Baden, dafs z. B. an zwei Gymnasien, deren Schülerzahl etwa wie 3 : 1 sich verhalten, die Aversa für den physikalischen Unterricht umgekehrt im Verhältnis von 1:3 stehen!

Die Verhandlungen des zweiten Tages eignen sich weniger für ein Referat. Der eine Gegenstand, die Besichtigung des physikalischen Kabinets der Bürgerschule, schlofs sich an den Vortrag des vorigen Tages an und entsprach auch recht eigentlich dem § 2. der Statuten der Naturforscherversammlung, da das persönliche Kennenlernen von Einrichtungen ebenso erwünscht ist, als die Bekanntschaft von Personen. Die übrige Zeit wurde einer Besprechung des Erlasses des Gr. Bad. Oberschulrates über Verteilung und Methode des mathematischen Unterrichtes am Gymnasium gewidmet. Dem Drängen nach Entlastung der Tertia nachgebend bringt dieser Erlafs als Hauptneuerung die Herabsetzung der Zahl der Mathematikstunden in Tertia von 4 auf 3, dafür aber die Erhöhung der Stundenzahl in Prima von 3 auf 4, was natürlich gegen früher eine Verschiebung des Lehrstoffes bedingt. Es würde zu weit führen den ganzen ziemlich umfangreichen Erlafs hier mitzuteilen und die in der Sektion geführten Erörterungen hier wiederzugeben, welche sich überdies wegen der Kürze der Zeit nur auf einzelne Punkte und Forderungen des Erlasses beschränken mufsten. Schliefslich ist noch zu bemerken, dafs die Präsenzliste 12 Teilnehmer (! Red.) der Sektion aufwies und dafs die Verhandlungen des ersten Tages durch Herrn Prof. Dr. Schneyder-Freiburg, die des zweiten durch Herrn Prof. Treutlein-Karlsruhe geleitet wurden.

Die Jubelfeier eines grossen Naturforschers (Du Bois-Reymond).

Von Dr. Otto Zacharias.

(Abdruck aus dem Leipziger Tageblatt 1883. Nr. 289. Beil. 1.)

Einer der namhaftesten Physiologen der Gegenwart feierte am 16. Oktober ds. J. das fünfundzwanzigjährige Jubiläum seiner Lehrthätigkeit an der Berliner Universität. Der Name Du Bois-Reymond gehört nicht blos innerhalb der gelehrten Kreise, sondern auch überall da, wo allgemeine Bildung herrscht, zu den vielgenannten. Denn nicht blos die Wissenschaft durch umfassende und originale Untersuchungen zu fördern, hat sich der Jubilar während seines arbeitsreichen Lebens angelegen sein lassen, sondern auch die Verbreitung des Naturwissens, die Popularisierung wichtiger Fragen der Forschung, ist von jeher sein Ziel gewesen, wofür ihm der gebildete Teil der deutschen Nation geziemenden Dank schuldet. Durch die Reden und Vorträge Du Bois-Reymonds, die sich nicht blos durch Gedankenklarheit, sondern auch durch stilistische Formschönheit auszeichnen, ist der Beweis geliefert worden, dafs die Klassizität einer wissenschaftlichen Erörterung nicht nach dem Grade ihrer Trockenheit oder Langweiligkeit zu bemessen ist. Ein Vorurteil, über das Engländer und Franzosen schon seit einem halben Jahrhundert hinaus sind, ist leider in Deutschland noch immer auf der Tagesordnung. Eine gelehrte Abhandlung, die auch einem gebildeten Laien verständlich ist, gilt bei uns vielfach nicht für vollwichtig — daher der jammervolle Stil, der in Schulprogrammen und Doktordissertationen herrscht, wie jeder weifs, der diese

---

kollegien zu überlassen und da die betr. Schulräte derselben meist den Theologen oder Philologen angehören, so findet man hier eine grofse Mannigfaltigkeit. Doch soll in der Rheinprovinz ein solches „Normalverzeichnis“ existieren, das wir aber noch nicht erlangen konnten. Red.

Art von Schriften einer Musterung unterworfen hat. Doch dies nur nebenbei. Es ist uns in den nachstehenden Zeilen vorwiegend darum zu thun, das Verdienst Du Bois-Reymonds um die Klärung einiger philosophischer Fragen, zu deren Diskussion die Beschäftigung mit Naturwissenschaft Anlafs giebt, ins Licht zu stellen. Durch Erörterung dieser Fragen, vor allen Dingen derjenigen nach den Grenzen unseres Naturerkennens, hat der Jubilar dem vulgären Materialismus den Boden unter den Füfsen weggezogen und gezeigt, dafs wir bezüglich der Voraussetzungen, von denen jene „positive" Philosophie ausgeht, uns im völligen Nichtwissen befinden. Eine solche Ernüchterung war notwendig, um die Ansprüche einer banausischen Kraft-Stoffelei auf das richtige Mafs zurückzudrängen.

Du Bois-Reymond ist einer von den wenigen Naturforschern, die der philosophischen Erörterung eine gleichberechtigte Stelle neben der experimentellen Untersuchung zugestehen, und schon in der Vorrede zu seinen 1848 erschienenen „Untersuchungen über tierische Elektrizität" (I. Band) finden wir klare Beweise davon, dafs er das von ihm mit so grofsem Erfolge betretene Forschungsgebiet nicht blos ins minutiöseste Detail zu durchspähen, sondern auch mit dem Blicke des geistigen Auges zu überschauen bestrebt war. Klassisch und für alle Zeiten wertvoll ist die in jener Vorrede enthaltene Kritik der Annahme einer besonderen „Lebenskraft", ohne welche man bei Erklärung der organischen Naturphänomene nicht auskommen zu können glaubt. Du Bois-Reymond bekämpft mit Recht die Annahme einer solchen Extra-Kraft und sagt, dafs, wenn nur unsere Methoden ausreichten, eine analytische Mechanik sämtlicher Lebensvorgänge möglich sein würde. Um diese Behauptung nicht für eine übertrieben kühne zu halten, müssen wir in Erwägung ziehen, dafs alle Veränderungen in der Körperwelt in unserer Vorstellung auf Bewegungen zurückführbar sind. Dies gilt natürlich auch von den Veränderungen, welche die organischen Wesen darbieten. Nun aber lassen sich alle Bewegungen schliefslich zerlegen in solche, welche erfolgen nach der geraden Linie, durch welche zwei vorausgesetzte Stoffteilchen verbunden werden können. Die Richtung der Bewegung in dieser Linie hängt von den speziellen Umständen ab. Aber auf solche einfache Bewegungen müssen sich notwendig auch die Vorgänge in dem organischen Wesen zurückführen lassen, und somit ist die Behauptung, dafs eine analytische Mechanik der vitalen Erscheinungen möglich sein würde, wenn die Schwierigkeit der Zergliederung nicht unser Vermögen überstiege, eine vollständig begründete und keineswegs aus der Luft gegriffene. Die beiden verschiedenen, hier in Betracht kommenden Ansichten werden am besten durch ein konkretes Beispiel illustriert. Wenn z. B. einem Salamander die abgeschnittene Gliedmafse wieder hervorsprofst, so begnügt sich die Lehre, welche Du Bois-Reymond in seiner Vorrede ad absurdum führt, damit, zu sagen: die Neusprossung sei ein Werk der Lebenskraft. Aber was heifst das? Die Anhänger der Lebenskraft lassen bei Aufstellung ihrer Behauptung ganz aufser Acht, dafs der Bau, der bei jener Sprossung aufgeführt wird, schliefslich doch nur hinausläuft auf die Bewegung und passende Anordnung unzähliger Stoffteilchen, die durch keine andern, als die ihnen innewohnenden Kräfte, an den Platz gelangen, den sie schliefslich einnehmen. Es kann also, wie Du Bois-Reymond treffend sagt, keine bestimmte Vorstellung erwecken, wenn man von einer hier waltenden organisierenden Kraft spricht, welche im Blauen hängt, von keinem bestimmten Punkte ausgeht und auf keinen bestimmten Punkt hinwirkt. Man könnte sonst ebenso gut die Behauptung aufstellen, dafs ein Teppich das Erzeugnis der webenden Kraft des betreffenden Webstuhles sei. Will man aber durchaus die Lebenserscheinungen als das Ergebnis einer besonderen Art von Kraft hinstellen, so müfste man unendlich viele solcher Kräfte, welche von Stoffteilchen aus-

gehen und auf Stoffteilchen wirken, annehmen, um den Erklärungszweck zu erreichen. Aber das ist nicht angänglich, weil der Erfahrung und Logik widersprechend. Mit einem Worte, die sogenannte „Lebenskraft“, wie sie gewöhnlich auf allen Punkten des belebten Körpers thätig gedacht wurde, erweist sich bei näherem Zusehen als ein Unding. Wie kann ein Stoffteilchen, indem es in den Wirbel des Lebensprozesses eintritt, zeitweise mit neuen Kräften begabt werden, die es wieder verliert, wenn es aus diesem Prozefs ausscheidet? Diese Frage legte sich Du Bois-Reymond vor, und er wurde hierdurch zu der philosophisch-hochwichtigen Untersuchung des Wesens von Materie und Kraft geführt. Wir glauben, dafs wir die Grundprincipien der uns umgebenden Naturdinge (und des Universums überhaupt) gepackt haben, wenn wir darüber reflektieren, dafs sich ein materielles Substrat und Kräfte an allem, was in unsere Sinne fällt, wahrnehmen lassen. Aber was ist denn z. B. Kraft? Wir definieren sie gewöhnlich als Ursache der Bewegung, aber als solche ist sie doch nur eine Hypothese; denn wir gelangen zu einem Begriff von ihr nur durch einen Schlufs, nicht durch sinnenfällige Erfahrung. Der Kraft kommt also nicht in demselben Sinne wie der Bewegung Realität zu. Ebenso ist es mit dem Begriff der Materie. Unter dieser verstehen wir das Bewegliche im Raume, ohne Rücksicht auf dessen besondere Qualitäten. Kraft ist nach alledem kein selbständiges Ding, was neben einem anderen selbständig existierenden Dinge, der Materie, ein unabhängiges Dasein behauptet, sondern beide Begriffe sind Abstraktionen, die nur dazu dienen, uns die Analyse der Naturvorgänge zu ermöglichen. Bei der nachfolgenden Synthese dürfen wir darum nicht vergessen, dafs wir nur mit Hilfsbegriffen operiert haben, denen gar keine objektive Realität zukommt. Unser Naturerkennen beschränkt sich hiernach auf die Feststellung der Gesetze, nach welchen die mannigfaltigen Naturerscheinungen vor sich gehen. Das Wesen der Dinge, die nicht in der Erfahrung gegebene Ursache der Bewegung, bleibt uns völlig unbekannt. Das ist der Weisheit letzter Schlufs: dafs wir nicht über die durch die Einrichtung unseres Erkenntnisvermögens uns gezogenen Schranken hinaus können. So hat es sich schliefslich als die Aufgabe der Mathematik herausgestellt, nicht die Quadratur des Kreises auszuführen, sondern zu zeigen, dafs sie unmöglich ist. Ebenso war die Mechanik dazu berufen, nicht das Perpetuum mobile zu konstruieren, sondern nachzuweisen, dafs, um eine Kraft zu gewinnen, eine andere Kraft verbraucht werden mufs.

Auf der am 14. August 1872 hier in Leipzig stattgehabten Versammlung der deutschen Naturforscher und Ärzte ist Professor Du Bois-Reymond nochmals eingehend auf die Frage nach den Grenzen unseres Naturerkennens zu sprechen gekommen, und der bezügliche Vortrag hat seiner Zeit viel Staub aufgewirbelt, weil er mifsverstanden worden war. Während der berühmte Physiolog zu zeigen bemüht war, dafs wir nicht blos aufser Stande seien, das Geheimnis von Materie und Kraft zu enthüllen, sondern auch unvermögend, die Entstehung der ersten Empfindung zu erklären, erhob sich im materialistischen Lager ein wahrer Sturm gegen den „Reaktionär“, der an der Macht des wissenschaftlichen Fortschrittes — wie es schien — zu zweifeln sich unterfangen wollte. Allerdings hatte Professor Du Bois-Reymond nicht blos in das monistische und materialistische Wespennest hineingestochen, sondern diese Brutstätten einer unzulänglichen Philosophie mit kühnem Griffe effektiv zerdrückt. Daher das lang anhaltende Gesumme der aus ihren Schlupfwinkeln vertriebenen Scharen. Es war ein Zeugnis von eminenter Wichtigkeit gegen den vulgären Materialismus, dafs aus dem Munde eines Mannes, der auf dem Felde der mechanisch-causalen Forschung eine unbestrittene Autorität ist, der Ausspruch kam: „Durch keine zu ersinnende Anordnung der materiellen Teilchen läfst sich eine Brücke ins Reich des Bewufstseins

schlagen.“ Hiermit war endlich von naturwissenschaftlicher Seite das anmaſsliche Vorgehen einer irrigen Naturphilosophie gebührend abgefertigt, und anerkannt (was seit Kant eigentlich theoretisch feststand), daſs die Erscheinung des Bewuſstseins für uns absolut unbegreiflich ist. Sie steht völlig auſserhalb des Causalgesetzes und läſst sich darum auch nicht auf das Zusammenspiel der Gehirnatome zurückführen. Und zwar bleibt nicht blos das hochentwickelte menschliche Bewuſstsein für die Naturforschung unerklärlich, sondern auch der Ursprung der minimalsten Empfindung, die in irgend einem niederen Wesen aufdämmert.

Daſs ein solches Bekenntnis von auſserordentlicher Wichtigkeit ist, leuchtet ein. Es verscheucht die niederdrückende und bleischwere Atmosphäre des modernen Materialismus und erweitert den Horizont des Geistes, indem es ihn scheinbar einengt. Das berühmte *„Ignorabimus“* (wir werden nicht wissen) mit welchem Du Bois-Reymond seinen Vortrag in Leipzig endete, verschlieſst uns zwar die Gefilde der Metaphysik, aber es läſst die Grenzen des für uns Menschen erreichbaren Wissens gänzlich unangetastet. Den Zusammenhang der materiellen Naturerscheinungen zu studieren und ihre Gesetze festzustellen, ist eine Aufgabe von solcher Gröſse und Kompliziertheit, das alle kommenden Geschlechter vollauf damit zu thun haben werden.

Ein Gelehrten-Veteran.

Das sechzigjährige Magister-Jubiläum des Geheimen Rats
Prof. Dr. Moritz Wilhelm Drobisch, Seniors der Leipziger Hochschule.

(Zum Teil nach dem Bericht im Leipziger Tageblatt.)

Am 21. September ds. J. feierte die Leipziger Hochschule ein seltenes Fest, das diamantene Doktorjubiläum des obgenannten und weithin bekannten Gelehrten als ihres und der philosophischen Fakultät trotz seiner 81 Jahre immer noch rüstigen und regen*) Seniors. Dem Wunsche des Jubilars entgegenkommend hatte man alle geräuschvollen und öffentlichen Ovationen unterlassen. Doch konnte es sich die Fakultät, welcher der Jubilar speziell angehört, obgleich ihn auch der hiesige Doktorhut der Theologie schmückt, nicht nehmen lassen, ihn durch eine Kommission, bestehend aus dem Prodekan Geh. Hofr. Prof. Krehl und die Prof. Geh. Hofr. Overbeck und Curtius aufs herzlichste und kollegialischste zu begrüſsen. Aber auch die andern Fakultäten lieſsen es sich nicht nehmen, an dem festlichen Tage durch ihre Dekane, D. theol. W. Schmidt, Dr. jur. Kuntze und Dr. med. Braune, dem Jubilar die Segenswünsche ihrer speziellen Kollegen darzubringen. Namens der Universität als solcher gratulierte, begleitet von den Prof. Geh. Hofr. Dr. Osterloh und Dr. Ebert — in Abwesenheit des Rektors — der Prorektor Magnificus Geh. Hofr. Dr. Zarncke und zwar „mit inhaltsreicher, den katonisch gesinnungsvollen Staatsbürger feiernden Rede“. Von auswärts langten Briefe und Telegramme an, u. a. vom Rektor Magnificus Dr. med. His aus der Schweiz und vom Geh.-R. Dr. Windscheid. Der Regierungsbevollmächtigte bei der Universität, Kreishauptmann Graf zu Münster, erschien, um die Glückwünsche der Staatsregierung auszudrücken und zugleich im Namen Sr. Maj. des Königs das Komthurkreuz des Verdienstordens zu überreichen.

Die königl. sächs. Gesellschaft der Wissenschaften, welcher der Jubilar seit ihrer Gründung angehört (1846), lieſs ihre Glückwünsche durch ihre ständigen Sekretäre die Geh. Hofräte Fleischer und Hankel

*) Drobisch ist geboren am 16. Aug. 1802 (s. Richters Univ.-Kal. S. 168) steht also im 82. Lebensjahre. Er liest in diesem Semester noch Religionsphilosophie (2stündig publice), ein interessantes und beliebtes Kolleg.

überbringen und auch die Fraternität der Notarien und Litteraten von 1624, deren Senior Drobisch ist, betheiligte sich an der Feier, welche ursprünglich nur für den Kreis der Familie und engeren Bekannten bestimmt war. Aber auch die Stadt Leipzig, deren Ehrenbürger der Jubilar ist, wollte nicht zurückstehen, um so weniger, da in ihr des Jubilars Wiege stand. Sie liefs daher ihre Glückwünsche vom Oberbürgermeister Dr. Georgi darbringen.

Die Verdienste des Jubilars um die Wissenschaft und als Universitätslehrer auf dem Doppelgebiete der Philosophie und der **Mathematik**, sein unermüdliches thatkräftiges Interesse für die Universität als Ganzes sind bekannt und anerkannt genug; die Sympathieen, deren er sich in den Kreisen der Gelehrten und der litterarisch Gebildeten überhaupt erfreut, so lebhafte und aufrichtige, dafs das Jubeldiplom vom 21. September 1873 ihn mit Fug als „decus universitatis Lipsiensis" feiert und ihm am Schlusse nach dem Urteile aller das Ehrenprädikat eines „praesidium et columen cum universitatis tum philosophorum ordinis" erteilte. Weniger bekannt dürfte vielleicht sein, dafs Drobisch nicht nur der Begründer der königl. sächs. Gesellschaft der Wissenschaften sondern auch gleichzeitig (1846) der Anreger des hiesigen Leibniz-Denkmals gewesen ist, dessen Ausführung freilich bis auf unsere Tage hat auf sich warten lassen.

Zu Drobisch's Füfsen haben in den nahezu 120 Semestern seiner akademischen Wirksamkeit zu Leipzig im Ganzen über 15 000 deutsche, auch viele aufserdeutsche Jünglinge gesessen, eine Ziffer, welche etwa der Gesamtzahl aller Studierenden auf den deutschen Universitäten im Jahre 1872 entspricht. Auch der Referent hatte das Glück zu diesen zu gehören. Viele freilich der älteren Schüler unter den Mathematikern sind schon in ein frühes Grab gestiegen, unter ihnen besonders zu nennen der tüchtige Witschel, Mitbegründer und Mitherausgeber der Schlömilch'schen Zeitschrift für Mathematik und Physik.

Besonders geschätzt waren Drobischs philosophische Vorlesungen, namentlich seine Logik, Psychologie, Grundlehren der Philosophie und seine Religionsphilosophie (letztere auch viel und gern von Theologen gehört). Seine philosophischen Vorträge, besonders aber seine Logik, waren durchdrungen von der Würze der Mathematik. Drobisch hat auch die mathematische Psychologie in Herbarts Geiste weiter gefördert, wie er denn überhaupt neben Hartenstein eine Hauptstütze und ein Hauptvertreter dieses philosophischen Systems nicht nur an der Leipziger Universität, sondern im Allgemeinen gewesen ist und noch ist. Seine philosophischen und mathematischen Vorträge, welche sich durch Klarheit, Verständlichkeit, Ordnung und Übersichtlichkeit auszeichneten, und doch auch einer gewissen Originalität nicht entbehrten, könnten manchem gegenwärtigen Lehrer an deutschen Hochschulen als Vorbild dienen. Nie ging er über die Fassungskraft seiner Zuhörer hinaus. Seine mathematischen Vorlesungen insbesondere erreichten zwar nicht die Originalität seines nun längst heimgegangenen Kollegen Möbius, des berühmten Geometers, aber sie waren dafür fruchtbarer und nicht selten mit geistreichen Bemerkungen gewürzt. Drobisch schien jedoch mehr der Philosophie als der Mathematik zugethan zu sein, was auch seine spätere Zurückziehung von mathematischen Vorlesungen erklärt, die er jüngern Kräften überliefs. Doch sind seine Aufsätze in den Abhandlungen der königl. sächs. Gesellschaft der Wissenschaften äufserst interessant und jungen Mathematikern zum Studium zu empfehlen. Obschon in der Mathematik der konservativen Richtung angehörend, war er doch auch den modernen Ideen derselben (der — sit venia verbo — „Zukunftsmathematik") nicht abhold, wie manche seiner Aufsätze beweisen, von denen wir einen bei passender Gelegenheit in ds. Z. mitzuteilen gedenken.*)

---

*) „Einige Elementare Bemerkungen über den Raum von drei Dimensionen." Berichte d. k. sächs. Gesellsch. d. Wissensch., math.-phys. Klasse, 28. Bd. (1876) S. 268. Hierin geht er am Schlusse auch auf den Raum von n Dimensionen ein.

Wie sehr der hochverehrte Jubilar auch für die Gründung und Entwickelung dieser unserer Zeitschrift sich interessierte, das geht aus einem kurz nach der Gründung derselben an den Herausgeber gerichteten Briefe hervor, aus dem wir deshalb anmerkungsweise einige Stellen mitteilen.*) Auch war es Drobisch, der früher immer für die Pflege und Erweiterung des mathematischen Unterrichts an den sächs. Gymnasien wirkungsvoll eintrat, was, wenn es auch nicht bekannt wäre, genugsam aus seiner immer noch sehr lesenswerten Schrift „Philologie und Mathematik“ (Leipzig 1832) hervorgehen würde. Er wurde daher auch bei der allgemeinen Gymnasialrevision in Sachsen im Jahre 1847 von dem hohen Kultusministerium mit der Revision des mathematischen (und philosophischen) Unterrichts betraut.

Das seltene Fest fand den Jubilar bei wunderbarer Frische und Elastizität des Geistes, die sich in den gediegensten Erwiderungen auf alle jene ehrenvollen Kundgebungen mit glücklichster Improvisation äufserte. Preisen wir darum mit dem Gefeierten dankbar die Vorsehung, welche ihn diesen Ehrentag inmitten der beglückten Seinigen bei solcher Geistesfrische und solchem Lebensmute begehen liefs.

Quod bonum, felix, faustum, fortunatumque sit!

Der mathematische Unterrichtsplan eines deutschen Lehrerseminars (Köthen).

Briefliche Mitteilung vom Seminaroberlehrer M. Schneider in Köthen.**)

Unser Seminar ist sechsklassig. Es werden in der Mathematik durchgearbeitet 1. In der Planimetrie: Das Lehrbuch von Koppe und zwar von Anfang bis Ende. Der Umstand, dafs dieses Buch in euklidischer Manier verfafst ist, kann für eine genetische, sive heuristische***) Behandlung des Stoffes in der Klasse nur von untergeordneter Bedeutung sein. Auf die Umkehrungssätze und Konstruktionsaufgaben wird Hauptgewicht gelegt. 2. In der Trigonometrie: Die ebene Trigonometrie von Kambly. 3. In der Stereometrie: Die Stereometrie von Koppe. Die Übungsaufgaben werden für die beiden letzten Disziplinen aus der bekannten Aufgabensammlung von Reidt gewählt. 4. In der Algebra: Die Aufgabensammlung von Bardey. Es kommen zur Behandlung: Die Gleichungen vom 1. und 2. Grade mit einer und zwei Unbekannten, die arithmetischen und geometrischen Reihen, Zinseszins- und Rentenrechnung. Die Durchnahme der angewandten Aufgaben ist wesentliche Forderung. Soweit die Natur der Aufgabe dem nicht selbst entgegen ist, wird jede in doppelter Weise gelöst. Zuerst kommt

) [Aus einem Briefe dat. vom 3. Mai 1870] ..... „Noch fühle ich mich gedrungen hinzuzufügen, dafs ich von dem Inhalte der beiden vorliegenden Hefte wenigstens in dem Umfange Kenntnis genommen habe, um die Überzeugung zu gewinnen, dafs, wenn das Unternehmen in demselben Geiste, in welchem es begonnen hat, fortgeführt wird, es sicher wesentlich dazu beitragen wird, den mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht auf den höheren Lehranstalten zu heben. Jüngere Lehrer werden durch die Erfahrungen der älteren belehrt, angeregt und ermutigt werden und hoffentlich wird insbesondere an den Gymnasien durch diese öffentlichen Besprechungen der ganze Unterrichtszweig eine angesehenere Stellung bekommen, die ihm an manchen Orten noch immer zu fehlen scheint.“ Dann fügt er am Schlusse noch hinzu: „Die treffende Charakteristik meines leider viel zu früh verstorbenen Universitätsfreundes J. H. T. Müller), den auch ich überaus hoch schätzte, hat mich innig erfreut.

**) Vgl. Hft. 7. S. 513. Anm. Red.

***) Beide Methoden können in der Praxis nicht immer strikte auseinander gehalten werden. S.

*) Jahrg. I, S. 161, „Mathematikus Müller“ aus der Selbstbiographie „Wie mirs erging“ von Wiegand.

die algebraische Lösung (Ansatz einer Gleichung), darauf die arithmetische (Elementare L., Lösung d. Raisonnement).

Wenn es Ihnen angezeigt erscheint, so wollen Sie von Vorstehendem den Ihnen dienlich scheinenden Gebrauch machen.

Nekrolog Heussi.

Am 3. Oktober d. J. starb nach dreitägiger schwerer Krankheit im achtzigsten Lebensjahr Dr. Jakob Heussi, emeritierter Konrektor am Gymnasium zu Parchim. Geboren am 3. November 1803 zu Mollis im Kanton Glarus erhielt er seine erste Ausbildung in der Pestalozzi'schen Schule zu Ifferten, studierte nach mehrjährigem Aufenthalt in England von 1824 bis 1827 Mathematik und Naturwissenschaften in Berlin, wurde nach bestandenem Examen 1827 an der Königlichen Realschule daselbst angestellt, folgte 1841 einem Rufe an das Friedrich-Franz-Gymnasium zu Parchim und verblieb an dieser Anstalt bis zu der im Jahr 1880 ihm gewährten ehrenvollen Emeritierung.

Heussi war vor allem Schulmann. Er besaſs eine ausgezeichnete Lehrgabe, ein umfangreiches Wissen, eine eminente Arbeitskraft und eine immer lebendige Liebe zu seinem Berufe und zu seinen Schülern. Lehren und Bilden blieb bis zuletzt seine liebste Beschäftigung.

Daneben war er aber nicht minder unausgesetzt thätig in der Förderung städtischer und gemeinnützіger Interessen, so daſs er sich auch nach dieser Seite hin ein bleibendes Andenken gestiftet hat.

Die allgemeine Achtung und Popularität, deren er sich erfreuete, fand bei der Feier seines fünfzigjährigen Amtsjubiläums am 8. Oktober 1877 in den von allen Seiten ihm dargebrachten Zeichen der Anerkennung, Verehrung und Liebe einen überaus glänzenden Ausdruck.

Durch eine umfangreiche litterarische Thätigkeit hat sich Heussi auch in weiteren Kreisen bekannt gemacht. Seine Bücher sind vorzugsweise Lehrbücher und verfolgen dann alle mit mehr oder weniger Glück das nämliche Ziel, den Unterricht durch Verbesserung der Methoden fruchtbringender zu machen. Eine besonders günstige Aufnahme fanden: Elementarer Leitfaden der Physik (11 Auflagen), Berlin; Lehrbuch der Physik (6 Aufl.), Berlin; Englisches Lesebuch (6 Aufl.), Berlin; Anleitung zum Feldmessen und Nivellieren (2 Aufl.), Leipzig. Die älteren Schriften aus den dreiſsiger Jahren, Lehrbücher der Arithmetik und der englischen Sprache, sind gegenwärtig wohl in Vergessenheit gerathen. Dagegen sind aus den späteren Publikationen noch folgende namhaft zu machen: Lehrbuch der Geodäsie, Leipzig 1861, Materialien zur Übung und Wiederholung des physikalischen Unterrichts, Leipzig 1873, Der physikalische Apparat, Leipzig 1875. Für die zwölfte und die dreizehnte Auflage des Brockhaus'schen Konversationslexikons hat Heussi die geodätischen Artikel bearbeitet. Auſserdem hat er eine Reihe von Aufsätzen in Magers Revüe, in Poggendorffs Annalen, im Archiv für Mecklenburg und in Herrig's Archiv veröffentlicht.

Parchim. H. Gerlach.

Miscellen.

Noch einmal die „kurze Division“ und die Berliner höhern Schulen.

Mit Beziehung auf unsere (Hft. 6, S. 472) gebrachte Mitteilung, die neuere Form der Subtraktion und Division in den Berliner h. Schulen, schreibt uns Hr. Gymnasiallehrer Dr. Harmuth von dort, daſs dieselbe auch in dem Königl. Wilhelms-Gymnasium, an welchem derselbe wirkt, schon seit einer Reihe von Jahren angewendet wird.

Zu den „höchsten Bauwerken der Erde".*)

(Siehe ds. Jahrg., Heft 6, S. 478 u. XIII, 89 u. f.)

In dem Bericht der Kölner Zeitung über die Niederwaldfeier (no. 269 Blatt. II v. 24. IX. 83) finden sich (mit einiger Abweichung von den Angaben p. 478 in u. Z.) folgende Angaben:

Hermanns-Denkmal bei Detmold:	Figur bis z. Helmspitze	17,30 m	
	„ „ „ rechten Faust	19,00 „	
	„ „ „ Schwertspitze	26,00 „	
	zusammen mit Unterbau	57,4 „	
Germania auf dem Niederwald:	Figur	10,5	
	bis zur. Krone	11,8	36, 8,
	Aufbau	25	

wozu Terrassen und Freitreppen von 15 und 30 Stufen führen.

(NB. Aber wie hoch liegt die Sohle, d. h. die Stelle, wo der Aufbau beginnt = Stelle wo der Beschauer steht? Und wie hoch liegt diese Stelle über dem Spiegel des Rheins oder dem Spiegel des Meeres?
Red.)

Preisaufgaben.

1) der Jablonowski'schen Gesellschaft in Leipzig 1884.

(Preis 1000 Mark, Zeit der Einsendung bis 30. November 1884.)

„Nachdem durch die embryologischen Untersuchungen der letzten Jahre der Nachweis erbracht ist, daſs der Körper sämtlicher Tiere — mit Ausschluſs der sog. Protozoen — in ähnlicher Weise aus Keimblättern sich aufbaut, entsteht die Frage, ob der Anteil, welchen diese Blätter an der Entwickelung der einzelnen Organe und Gewebe nehmen, überall genau der gleiche ist oder nicht; eine Frage, die dann naturgemäſs weiter zu der Untersuchung führt, ob dieser Anteil durch die spezifischen Eigenschaften der Keimblätter oder durch anderweitige Momente bedingt ist. In Anbetracht der groſsen Bedeutung, welche die Entscheidung dieser Fragen für die Auffassung der tierischen Organisation hat, wünscht die Gesellschaft

eine auf eigene Untersuchung gegründete Kritik der Lehre von der Homologie der Keimblätter.

(Zoolog. Anzeiger IV, No. 84 p. 288.)

---

2) des italienischen königl. Instituts zu Florenz.

(Aus dem deutschen Reichsanzeiger No. 214 vom 12. September 1883.)

Das königlich italienische wissenschaftliche Institut zu Florenz hat einen Preis von 5000 Frcs. — sogen. Bufalini'schen Preis — für das beste Werk über die Bedeutung der Experimentalmethode für die gesamte Wissenschaft ausgesetzt. Das Thema lautet wörtlich wie folgt:

„Posta l'evidenza della necessità di assicurare al solo metode sperimentale la veritá e l'ordine di tutte le scienze, dimostrare in una prima parte, quanto veramente sia da usarsi in ogni scientifico argomentare il metodo suddetto, ed in una seconda parte, quanto le singolari scienze se ne siano prevalso nel tempo trascorso dall' ultimo concorso fino ad ora,

---

*) Uns von unbekannter Hand eingesandt. Da die angef. Bauwerke unter 100 m sind, gehören sie allerdings, bezügl. der Höhe, in die zweite Kategorie, aber wegen ihrer sonstigen Wichtigkeit haben wir sie aufgenommen. Red.

e come possano esse ricondursi nella più fedele ed intiera osservanza del metodo medesimo.“

In Übersetzung:

„Unter der Voraussetzung, dafs nur die Experimentalmethode Wahrheit und Ordnung auf dem Gebiete aller Wissenschaften gewährleistet, ist in einem ersten Teile zu zeigen, wie weit die genannte Methode bei jeder wissenschaftlichen Argumentation wirklich anzuwenden ist, und in einem zweiten Teile, wie weit die einzelnen Wissenschaften, während der seit der letzten Preisbewerbung bis zur Stunde verflossenen Frist diese Methode angewandt haben und wie man sie auf eine möglichst treue und vollständige Beobachtung derselben Methode hinleiten könne.“

An der Preisbewerbung, deren Frist mit dem 31. Oktober 1884, Nachmittags 3 Uhr, abläuft, können auch deutsche Gelehrte teilnehmen. Die Preisbewerbungsarbeiten müssen in italienischer oder lateinischer Sprache verfafst sein und sind als versiegeltes Packet an den Kanzler (Sekretär) der medizinischen und chirurgischen Abteilung des genannten Instituts zu Florenz, via degli Alfani No. 35, portofrei einzusenden. Die weiteren Bedingungen und Bestimmungen für die Preisbewerbung werden auf schriftliche Anfrage von hier aus mitgeteilt werden.

Berlin, den 11. September 1883.

Der Minister der geistlichen, Unterrichts- und Medizinal-Angelegenheiten.

Im Auftrage:
Greiff.

Bei der Redaktion eingelaufen.

(Mitte Oktober.)

Schubert, Sammlung von arithmetischen und algebraischen Fragen und Aufgaben etc. 2. Heft (für obere Klassen). Potsdam, A. Stein. 1883.

Landmesser, Rechenpraktik oder das algebraische Rechnen zum Gebrauch in Schulen und im Geschäftsverkehr. 2. Aufl. Weinheim, Ackermann, 1883.

Schurig, Lehrbuch der Arithmetik zum Gebrauch an niedern und höhern Lehranstalten und beim Selbststudium. In drei Teilen. I. T. Spezielle Zahlenlehre. Leipzig, Brandstetter, 1883.

Ott, Das graphische Rechnen und die graphische Statik. 4. Aufl. II. T. die graphische Statik. I. Abt. Prag, Calve (O. Beyer), 1884.

Perozzo, Neue Anwendungen der Wahrscheinlichkeitsrechnung in der Statistik. Deutsch von O. Elb. Dresden, Knecht, 1883.

Zeitschriften und Programme (Jahresberichte). Paed. Archiv XXV, 8. — Central-Organ XI, 10. — Zeitschr. f. R.-W. VIII, 10. — Zeitschr. des elektrotechn. Vereins in Wien I, 5—6 (die Hefte 1—4 nicht erhalten). Wien, Spiefs & C., 1883. — Stein, elektrotechn. Rundschau. Halle, Knapp, 1883. — Jahresbericht IX der k. k. Oberrealschule in Sechshaus b. Wien enth. eine Abhandlung v. Czumpelik, „die Chemie als Mechanik d. Atome“.

(Am 27. Oktober 1883.)

Dauge, Leçons de Méthodologie Mathématique à l'usage des élèves de l'Ecole normale des sciences annexée à l'Université de Gand. Gand, Ad. Hoste, 1883.

Neumann, Einleitung in die theoretische Physik. Vorlesungen gehalten an der Universität zu Königsberg. Herausgegeben von Pape. Leipzig, Teubner, 1883.

Gringmuth, Wie erklären sich Erdmagnetismus und Erdbeben? Eine naturwissenschaftliche Studie (Broschüre). Dresden, Pierson, 1883.
Krebs, Die Physik im Dienste der Wissenschaft, der Kunst und des praktischen Lebens (unter Mitwirkung von ca. 10 auf dem Titelblatt angegebenen Gelehrten). 1. Lief. Stuttgart, Enke, 1883.
Kniess und Bachmann, Aufgabensammlung für das Rechnen mit bestimmten Zahlen. I.—II. T. München, Kellerer, 1883/84.
Wenzely, Lehrbuch der kaufmännischen Arithmetik. Leipzig, Rengersche Buchh., 1883.
Marpmann, Die Spaltpilze. Grundzüge der Spaltpilz- oder Bakterienkunde. Halle, Buchh. d. W., 1884.
Biehringer, Die Wirkungsweise elektrodynamischer Maschinen. (Broschüre.) Nürnberg, Ballhorn, 1883.

(Ende November.)

Sibiriakoff, Reponse à la réfutation parue dans le journal „Archiv der Mathematik und Physik". T. 69. 4. Heft, Jahrg. 1883 (ohne Titel und Überschrift) russisch und französisch.
Fiedler, Darstellende Geometrie in organischer Verbindung mit der Geometrie der Lage. 1. T. 3. Aufl. Leipzig, Teubner, 1883.
Henrici-Treutlein, Lehrbuch der Elementar-Geometrie. 3. T. (Pensum der Prima). ib. 1883.
Quitzow, Das Kopfrechnen in systematischer Stufenfolge. ib. 1883.
Tilšer, Kritische Bemerkungen zur Einführung in die Anfangsgründe der Géométrie descriptive. 1. Heft. Wien, Hölder, 1884.
Jentzen, Darstellende Geometrie für Realschulen und technische Lehranstalten etc. 1. T. (Tafeln mit Text). Rostock, Hinstorff. 1883.
Weinhold, Vorschule der Experimentalphysik. 3. Aufl. Leipzig, Quandt-Händel, 1882.
Claussen, Lehrbuch der Physik nebst Anleitung zum Experimentieren. Potsdam, Stein, 1883.
Gretschel-Bornemann, Jahrbuch der Erfindungen. 19. Jahrg. ib. 1883.
Puschl, Über latente Wärme der Dämpfe. 3. Aufl. Wien, Hölder, 1883.
Jansen, Physikalische Aufgaben für die Prima höherer Lehranstalten. Freiburg i. B., Herder, 1883.
Hoffmann, Leitfaden für den physikalischen Unterricht in Lehrerinnenseminaren und höheren Töchterschulen. Leipzig, Teubner, 1883.
Auerbach, 100 Jahre Luftschiffahrt. (Broschüre.) Breslau, Kern, 1883.
Hochstetter-Bisching, Leitfaden der Mineralogie und Geologie. 5. Aufl. Wien, Hölder, 1884.
Zeitschriften. Central-Organ XI, 11. — Zeitschr. f. R.-W. VIII, 11. — Zeitschr. f. Schulgeographie V, 1—2. — Revue de l'instruction publ. en Belgique XXVI, 5. — Zeitschr. f. Math. u. Phys. XXVIII, 6.

Briefkasten.

A. Allgemeiner.

1) Wir richten an alle Leser ds. Z. die dringende Bitte, uns über Versammlungen, deren Verhandlungen die Interessen unserer Lehrfächer betreffen, ferner über Todesfälle von um die Schule verdienten Schulmännern, oder über wichtige litterar. Erscheinungen oder wissenschaftliche Entdeckungen — was alles uns vielleicht entgehen könnte oder wirklich schon entgangen sein sollte — zu berichten oder uns wenigstens darauf kurz (p. Karte) aufmerksam zu machen!

2) Die Einsender von Artikeln werden — falls sie überhaupt wünschen,

dafs ihre Einsendungen berücksichtigt werden — dringend ersucht, ihre Manuskripte druckfertig, bezw. druckfertiger zu machen! Wir erhalten bisweilen Artikel ohne Überschrift, unpaginiert, ohne Namen des Verfassers (immer, wie es Brauch, obenhin, nicht unter d. A.!) ohne oder mit an falscher Stelle gezeichneten (auch schlecht gez.) Figuren u. drgl. mehr. Die Redaktion mufs dann nach dem beiliegenden Briefe das Manuskript ergänzen, was doch der Verf. hätte thun sollen. Welcher Zeitverlust dem Herausgeber dadurch erwächst, scheinen die meisten der Herren gar nicht zu ahnen. Wir müssen ohnehin jeden Artikel aufmerksam durchlesen, aber man sollte uns doch diese Arbeit erleichtern, statt sie zu erschweren. Nur wenige Manuskripte sind in dieser Beziehung Muster von Ordnung und Eleganz. Immer wieder mufs noch besonders darauf aufmerksam gemacht werden, dafs Figuren sauber, in passender Gröfse und auf besonderem Blatt gezeichnet sein müssen.

3) Der Herausgeber ds. Z. ist so glücklich gewesen, in Hrn. Rektor Böklen in Reutlingen einen mit Liebe zur Sache erfüllten „Programmschauer" für Würtemberg zu finden. Er hofft, dafs auch für die noch übrigen verwaisten deutschen Lande einige für diese Abteilung unserer Z. und für die Thätigkeit ihrer landsmännischen Fachgenossen begeisterte Schulmänner sich finden werden. Zugleich soll dies ein Weckruf für jene Programm-Referenten sein, welche recht lange in Schweigen verharrten.

4) Wir wiederholen unseren ganzen vorigen allgemeinen Briefkasten in Heft 7, besonders aber No. 2) (offizielles Verzeichnis phys. Apparate in der Rheinprovinz).

5) Postkarten aus Österreich, Marken aus Bayern zur Rückäufserung, resp. Rücksendung können wir nicht gebrauchen. Die deutsche Post nimmt sie nicht an.

B. Specieller.

Quittungen über eingelaufene Beiträge.

St. i. D. a) Aufg.-Rep. Aufl. b) Persp. Abb. d. K. — **H. i. B.** Thesen über chem. Unt. Sie haben unterlassen, Ihrem Art. eine passende Überschrift zu geben. — **E. i. S.** Lösung d. betr. Schülers s. Z. erhalten, liegt mit Andern zur Verarbeitung bereit. — **G. i. P.** „Zu den Paskalschen u. Brianchonschen Gebilden." — **H. i. B.** Referat über d. „Elemente d. Plan. in ihrer organischen Entw. von Schindler" erh., Bescheid später.

Antworten.

Sch. i. Tr. „Eine bis jetzt noch ungedruckte Dissertationsarbeit in der Stärke von fünf (!) Bogen" können wir i. u. Z. nicht aufnehmen. — **F.-B. i. K.** Eine (gedrängte) Darstellung der P.schen „Grundbegriffe der Geom." würde in die Litter. Berichte gehören. — **Dr. i. Tr.** Ihre physikal. Schulwandkarte von O. Fl. i. Gl. nicht erhalten. — **Ti. i. Pr.** Anzeige Ihrer „Kritischen Bespr. d. A. d. d. Geom." (Abdruck) soll erfolgen. — Sekretariat d. Société mathém. de France i. Paris (Mr. Cyp. Stéphanos): Wir gehen gern auf den Tausch mit Ihrem Bulletin ein, befürchten aber, es werde unsere dem Unterrichte gewidmete Zeitschr. Ihren Erwartungen bezügl. der Höhe der Wissenschaft nicht entsprechen. — **V. i. W.** Wir wissen nichts von Ihrem Progr.

Berichtigung.

Heft 6 ds. Jahrg. ist in der Programmschau Hessen-Nassau S. 447, Z. 8—10 v. o. die ganze Parenthese zu streichen.